

На правах рукописи

ЗАБАРИН Владимир Иванович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ
В ГАЗОВЗВЕСЯХ**

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск 2005

Работа выполнена на кафедре физической и вычислительной механики Томского государственного университета и на кафедре высшей математики Кемеровского государственного университета.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор, Заслуженный деятель науки РФ
А.М. Гришин

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор А.М. Бубенчиков,
доктор физико-математических наук,
профессор В.Я. Рудяк

Ведущая организация: Институт теоретической и прикладной
механики СО РАН

Защита состоится " 25 " марта 2005 г. в 14 часов на заседании
диссертационного совета Д 212.267.13 в Томском государственном
университете по адресу:

634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, ТГУ, ауд. 503 в корпусе НИИ ПММ.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского
государственного университета.

Автореферат разослан " 24 " февраля 2005 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д. ф.-м. наук, профессор

Ю.Ф. Христенко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Исследование течений многофазных смесей получило существенное развитие в последние 10 лет в связи с математическим моделированием практически важных задач в ракетной технике, авиации, атомной энергетике, турбостроении, пневмотранспорте, защите лесов от пожаров, химической технологии и т. д. При этом основное значение может иметь знание картины течения и характеристик тепло-массообмена в вязком пограничном слое газозвеси около обтекаемого тела при больших числах Рейнольдса, так как частицы в дисперсном потоке в ряде режимов существенно взаимодействуют с пограничным слоем, изменяют его толщину, величину трения и параметры тепло-массообмена с поверхностью.

Впервые наиболее корректный анализ уравнений газозвеси, содержащих тензор вязких напряжений, при больших числах Рейнольдса, $Re \gg 1$, был проделан в работе ¹⁾, где методом погранслойных поправок получены уравнения в четырех характерных случаях. В работе ²⁾ подробно решена задача о структуре пограничного слоя на пластине в постановке ¹⁾. Дальнейшее развитие теории двухфазного пограничного слоя связано с постановкой и исследованием ряда конкретных задач обтекания пластины потоком газозвеси, критической точки торца ³⁾, затупленного тела ⁴⁾, учетом воздействия таких отягощающих факторов, как сила Сэффмена ⁵⁾, пленка жидкости на поверхности и т. д. Значительное количество работ посвящено близким по типу турбулентным течениям в трубах и струях, обзор которых можно найти, например, в работе ⁶⁾. Из экспериментальных работ следует отметить диссертацию ⁷⁾, в которой исследованы профили параметров

-
- ¹⁾ Стулов В.П. Об уравнениях ламинарного пограничного слоя в двухфазной среде // Изв. АН СССР, МЖГ.- 1979.- № 1.- С. 51-60.
 - ²⁾ Осипцов А.Н. О структуре ламинарного пограничного слоя дисперсной смеси на плоской пластине // Изв. АН СССР, МЖГ.- 1980.- № 4.- С.48-54.
 - ³⁾ Осипцов А.Н. Пограничный слой на затупленном теле в потоке запыленного газа // Изв. АН СССР, МЖГ.- 1985.- № 5.- С.99-107.
 - ⁴⁾ Осипцов А.Н. Нестационарный пограничный слой на затупленном теле в гиперзвуковом потоке неоднородно запыленного газа // Изв. РАН, МЖГ.- 2001.- № 5.- С. 107-120.
 - ⁵⁾ Асмолов В.А. Влияние силы Сэффмена на частицы в пограничном слое // Изв. РАН, МЖГ.- 2001.- № 5.- С. 107-120.
 - ⁶⁾ Зайчик Л.И., Першуков В.А. Проблемы моделирования газодисперсных турбулентных течений с горением и фазовыми переходами (обзор) // Изв. РАН, МЖГ.- 1996.- № 5.- С. 3-19.
 - ⁷⁾ Богачев В.В. Исследование гидродинамики и теплообмена в запыленном пограничном слое : Автореф. дисс. на соискание учен. степени канд. техн. наук.- Ставрополь, Ставропольский политехнический ин-т, 1981.

и теплообмен с поверхностью в ламинарном запыленном пограничном слое на пластине в неравновесном режиме течения.

В последнее время интенсивно развиваются новые подходы к моделированию усложненных течений как в рамках континуальных моделей⁸⁾, так и неконтинуальных моделей течений газа с частицами с помощью методов статистической физики^{9)–12)}.

Вместе с тем недостаточно разработаны математические модели и не изучены свойства течений газозвеси в пограничном слое в ряде режимов течения. В частности, мало исследовано влияние температурного фактора, числа Маха, вдува-отсоса газа с поверхности при обтекании пластины, кривизны поверхности при обтекании криволинейных тел, эффекты при обтекании тонких тел, влияние нестоксовости коэффициента сопротивления частиц, влияние турбулентности потока на структуру пристенного пограничного слоя газозвеси.

Целью работы является математическое моделирование течения газозвеси в пограничном слое около обтекаемого тела при больших числах Рейнольдса в условиях скоростной и температурной неравновесности фаз, которое включает в себя следующие этапы:

- 1) получение уравнений пограничного слоя и граничных условий при обтекании газозвесью вогнутой к потоку поверхности и тонких тел;
- 2) обобщение полуэмпирической модели турбулентных пульсаций Г.Н.Абрамовича¹³⁾ на течения с осредненным скольжением фаз и применение ее для расчета турбулентного движения газозвеси в пристенном пограничном слое;
- 3) распространение классических приближенных методов для решения уравнений двухфазного пограничного слоя;
- 4) разработку численной методики расчета;
- 5) решение ряда практических задач запыленного пограничного слоя,

⁸⁾ Фомин В.М., Долгушев С.В. Динамика дисперсных систем типа "газовая смесь – полые, селективно проницаемые микросферы" // Доклады АН.- 2001.-Т.381.-№5.-С. 626-629.

⁹⁾ Киселев С.П., Фомин В.М. Исследование каустик в двухфазной среде газ-частицы // Журн. прикл. мех. и техн. физики.- 1987. - №4. – С. 164-170.

¹⁰⁾ Гладков М.Ю., Рудяк В.Я. Кинетические уравнения мелкодисперсной газозвеси // Журн. техн. физики.- 1994. –Т.64. - №4. – С. 170-174.

¹¹⁾ Рудяк В.Я., Краснолуцкий С.Л. Кинетическое описание диффузии нано-частиц в разреженном газе // Доклады АН.- 2001.-Т.381.-№5.-С. 623-625.

¹²⁾ Волков А.Н., Циркунов Ю.М. Кинетическая модель столкновительной примеси в запыленном газе и ее применение к расчету обтекания тел // Известия РАН, МЖГ.- 2000.-№3.-С. 81-96.

¹³⁾ Абрамович Г.Н., Гиршович Т.А., Крашенинников С.Ю., Секундов А.Н., Смирнова И.П. Теория турбулентных струй.- М.: Наука, 1984.

анализ закономерностей решения в зависимости от определяющих параметров: концентрации частиц, вдува, отсоса газа, подвижной поверхности, температурного фактора, числа Маха, кривизны поверхности и др.;

7) обобщение полученных решений в виде универсальных законов;

8) сравнение полученных результатов с экспериментальными данными и известными численными решениями.

Научная новизна работы состоит в том, что

1) разработаны модели ламинарного движения газозвеси в пограничном слое на вогнутой к потоку поверхности и при обтекании тонкого тела;

2) разработана модель турбулентного движения газозвеси в пристенном пограничном слое в условиях осредненного скольжения фаз;

3) разработаны методики численного и приближенного аналитического решения задач пограничного слоя газозвеси;

4) с помощью численных и приближенных аналитических решений получены теоретические данные о структуре ламинарного и турбулентного пограничного слоя для ряда практических задач при обтекании пластины, тонкого клина, поверхности с вогнутой кривизной и критической точки затупленного тела, согласующиеся с известными экспериментальными данными;

5) выяснены эффекты воздействия основных определяющих факторов таких, как концентрации частиц, размера частиц, вдува, отсоса газа, подвижной поверхности, температурного фактора, числа Маха при сверхзвуковом течении, силы Магнуса, силы турбулентного дрейфа в пограничном слое на пластине или части этих факторов в других задачах на характеристики трения, теплообмена и осаждения частиц на поверхность.

Достоверность полученных результатов подтверждается путем сравнения в предельных случаях с классическими результатами теории пограничного слоя без частиц, сравнением с известными численными и экспериментальными данными, оценкой сходимости численных решений при измельчении разностной сетки и сравнением с асимптотическими решениями.

Практическая значимость. Полученные численные результаты, асимптотические оценки и приближенные решения могут быть использованы для расчета коэффициентов трения и теплообмена, вычисления потока частиц на поверхность, определения концентрации частиц в потоке, оценке эрозии, толщины жидкой пленки дисперсной фазы на поверхности при проектировании теплонапряженных конструкций. Данные результаты и разработанная программа численного расчета были использованы при выполнении хозяйственных работ с Московским институтом теплотехники (г. Москва).

Апробация работы . Основные результаты диссертации докладывались на Уральской зональной конференции молодых ученых и специалистов "Молодые механики Западного Урала – народному хозяйству" (г. Пермь, 1980 г.), на III, IV, V, VI всесоюзных совещаниях-семинарах молодых ученых по механике реагирующих сред (г. Междуреченск, 1980 г., г. Томск, 1982 г., г. Томск, 1984 г., г. Междуреченск, 1986 г.), на XIII региональной конференции

"Математическое моделирование задач гидрогазодинамики" (г. Новосибирск, ИТПМ, 1987 г.), на краевых конференциях "Численные методы механики сплошной среды" (г. Красноярск, 1987 г. и 1988 г.), на краевой конференции "Совещание – семинар по механике реагирующих сред" (г. Красноярск, 1989 г.), на VI и VII всесоюзных конференциях "Краевые задачи и математическое моделирование" (г.Новокузнецк, 2003 г. и 2004 г.), на международной конференции "Всесибирские чтения по математике и механике" (Томск, 1997 г.), на V международной конференции "Наука и образование" (г.Белово, 2004 г.), на научном семинаре проф. В.П.Стулова, 1990 г. (г.Москва, МГУ), на научных семинарах кафедры физической и вычислительной механики в Томском государственном университете в 1986–2005 г.

Публикации. Основные результаты диссертации изложены в 16 публикациях автора, список которых помещен в конце автореферата.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка цитируемой литературы. Диссертация изложена на 159 страницах машинописного текста, иллюстрирована 73 рисунками. Список литературы содержит 124 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении показывается актуальность темы диссертации и новизна работы, формулируется цель работы и кратко излагается её содержание.

Первая глава посвящена аналитическому обзору работ по теме диссертации с выявлением неисследованных вопросов. При обтекании тел газозвесями при больших числах Рейнольдса вблизи поверхности тела образуется тонкий вязкий пограничный слой запыленного газа. Уравнения, описывающие движение газозвеси в пограничном слое, должны получаться на основе асимптотического анализа при $Re \rightarrow \infty$ уравнений газозвеси, содержащих тензор вязкого напряжения. Важно отметить, что в отличие от классического пограничного слоя чистого газа, вид уравнений пограничного слоя запыленного газа, порядки переменных, граничные условия и даже порядок толщины пограничного слоя зависит от определяющих параметров задачи и типа геометрической области течения. Это проиллюстрировано в работах ^{2) -4)}, а также в данной диссертации.

Анализ литературных данных, например, работ ²⁾⁻⁴⁾, свидетельствует о существенном влиянии частиц на трение и тепловой поток к поверхности. С другой стороны, в ряде режимов, например, при обтекании затупленного тела при числах Стокса, близких к критическому значению, пограничный слой оказывает влияние на частицы, изменяя их траектории и поток на поверхность ¹⁴⁾.

Во второй главе диссертации с помощью метода сращиваемых асимптотических разложений при больших числах Рейнольдса анализируется

¹⁴⁾ Циркунов Ю.М. Исследование инерционного осаждения полидисперсных частиц в критической точке сферы // ПМТФ.- 1985.- № 5.- С.94-101.

система уравнений двухфазного пограничного слоя, содержащая тензор вязких напряжений, и получаются уравнения и граничные условия в неисследованных ранее в литературе случаях.

В параграфе 2.1 записаны общие модельные уравнения двухфазной газозвеси с тензором вязких напряжений в криволинейных координатах и краевые условия¹⁾. Дальнейший асимптотический анализ при $Re \gg 1$ исходит из этих уравнений.

В параграфе 2.2 получены уравнения пограничного слоя газозвеси и граничные условия на внешней границе при обтекании тонких тел, толщина которых сравнима с толщиной пограничного слоя [15]. Уравнения получаются при $Re \gg 1$ из уравнений параграфа 2.1 методом сращиваемых асимптотических разложений. В частности, показано, что для поперечной компоненты скорости частиц на внешней границе пограничного слоя v_{se} справедливо уравнение:

$$u_{\infty} \frac{dv_{se}}{dx} = \left(\frac{c_D}{c_{D_0}} \right)_e \frac{v_e - v_{se}}{\tau_{ve}} + \frac{u_{\infty}^2}{R}, \quad v_{se}(0) = v_s^{(e)}(0, 0) \quad (1)$$

Здесь u_{∞} - невозмущенная скорость газа, v - нормальная компонента скорости, индекс "s" относится к частицам, индекс "e" относится к параметрам на внешней границе пограничного слоя, c_D - коэффициент сопротивления частицы,

c_{D_0} - стоксовский коэффициент сопротивления, $\tau_v = \rho_s^0 d_s^2 / 18\mu$ - характерное время релаксации скорости частиц; ρ_s^0 , d_s - физическая плотность и диаметр частиц соответственно; R - радиус кривизны поверхности. Уравнение (1) по своему смыслу отражает эффект взаимодействия внешнего невязкого течения и течения в пограничном слое, так как величина v_e - скорость газа на внешней границе пограничного слоя должна находиться в процессе решения, $v_s^{(e)}(0, 0)$ - скорость частиц из внешнего решения, при несимметричном обтекании находится совместно с решением задачи в пограничном слое и $v_s^{(e)}(0, 0) = -u_{\infty}\alpha$ при симметричном обтекании тонкого тела с полууглом раствора α .

В параграфе 2.3 получены уравнения пограничного слоя газозвеси и граничные условия на внешней границе при обтекании тел с вогнутой к потоку кривизной поверхности путем асимптотического анализа при $Re \rightarrow \infty$ уравнений, приведенных в § 2.1. При различных числах Стокса вид уравнений и граничных условий, а также порядок толщины пограничного слоя меняется. Например, при $\sigma_v = O(Re^{-1/3})$ порядок толщины пограничного слоя является минимально возможным, меньше классической величины и равен $\delta = O(Re^{-2/3})$, а уравнения пограничного слоя значительно упрощаются, здесь $\sigma_v = \tau_v L / u_{\infty}$ - динамическое число Стокса, L - характерный размер области течения.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u r_w^j}{\partial x} + \frac{\partial v r_w^j}{\partial y} &= 0, \quad \rho_s \frac{u - u_s}{\tau_v} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \rho_s u_s}{\partial y} = 0 \\ v_s \frac{\partial v_s}{\partial y} - \kappa u_s^2 &= -\frac{v_s}{\tau_v}, \quad v_s \frac{\partial u_s}{\partial y} = \frac{u - u_s}{\tau_v}, \quad \sigma_v = O(Re^{-1/3}), \quad y = O(Re^{-2/3}) \end{aligned}$$

Уравнения приведены для изотермического течения. На внешней границе из условий сращивания имеем [10]:

$$\text{при } y \rightarrow \infty \quad u = u_s = u^{(m)}(x, 0), \quad v_s = \kappa \tau_v [u^{(m)}(x, 0)]^2 \quad (\kappa < 0) \quad (2)$$

где $u^{(m)}$ - промежуточное решение квазиравновесных уравнений при $y = O(\sigma_v)$.

В параграфе 2.4 анализируются уравнения пограничного слоя на критической линии затупленного тела с помощью метода сращиваемых асимптотических разложений. Получено, что при малых числах Стокса, $\sigma_v \ll 1$, $\sigma_v = O(1/\ln \text{Re}^{k_{\rho s}/2})$ и изотермического внешнего решения, течение в пограничном слое определяется из равновесных уравнений с логарифмически увеличенной "эффективной" плотностью $(\rho + \rho_s)$. Граничные условия на внешней границе пограничного слоя находятся из условий сращивания с возмущенным решением первого порядка и имеют вид:

$$\text{при } y \rightarrow \infty \quad \rho_s \rightarrow \rho_{s\infty}(1 + \sigma_v \ln \text{Re}^{k_{\rho s}/2}), \quad u \rightarrow u_w^{(e)}, \quad T \rightarrow T_\infty \quad (3)$$

Здесь $u_w^{(e)}$, $k_{\rho s}$, P_{1w} -константы внешнего решения. Порядок толщины пограничного слоя имеет классическую величину.

В параграфе 2.5 приведены уравнения турбулентного пограничного слоя, полученные с помощью стандартной процедуры осреднения по времени уравнений параграфа 2.1. Данные уравнения содержат дополнительные слагаемые, по смыслу своему представляющие силы турбулентного продольного и поперечного дрейфа частиц и турбулентную диффузию частиц. Для пристенных турбулентных течений выражения от осредненных величин произведений пульсаций получаются на основе обобщения модели Г.Н. Абрамовича¹³⁾, сформулированной для струйного течения изотермической газозвеси. Считается, что турбулентный газовый моль с частицами, имеющий форму параллелепипеда с ребрами $a_x, a_y, 1$, совершает пульсацию в поперечном направлении в течение "времени жизни" моля $\tau_{\text{ТУРБ}}$ с начальной поперечной пульсационной скоростью v'_0 и температурой T'_0 , вызывая тем самым пульсации параметров дисперсной фазы. Частицы могут входить и выходить из газового моля в продольном и поперечном направлении. Газовая и дисперсная фазы динамически взаимодействуют и обмениваются теплом по линейным законам. В пределах газового моля параметры фаз считаются постоянными по объему, вязкость учитывается только в межфазных силах, также считается, что плотности газовой и дисперсной фазы не пульсируют. Тогда применяя законы сохранения пульсационных величин количества движения и энергии фаз в интегральном виде к турбулентному молю, движущемуся с актуальной скоростью газа $\dot{v} + \dot{v}'$ получаем систему дифференциальных уравнений пульсаций параметров газовой и дисперсной фаз:

$$\begin{aligned} \frac{dv'}{dt} &= \gamma \frac{v'_s - v'}{\tau_v}, & \frac{dv'_s}{dt} &= \frac{v' - v'_s}{\tau_v} - \frac{1}{a_y} |v'_s v'_r - v'_{s0} v'_{r0}| - \frac{1}{a_x} |(v'_s - v'_{s0}) u_r| \\ \frac{dc_p T'}{dt} &= \gamma c_s \frac{T'_s - T'}{\tau_T}, & \frac{dT'_s}{dt} &= \frac{T' - T'_s}{\tau_T} - \frac{1}{a_y} |T'_s v'_r - T'_{s0} v'_{r0}| - \frac{1}{a_x} |(T'_s u_r - T'_{s0}) u_r| \end{aligned} \quad (4)$$

$$v'(0)=v'_0, \quad v'_s(0)=v'_{s0}, \quad T'(0)=T'_0, \quad T'_s(0)=T'_{s0}$$

Здесь u_r, v'_r - относительные продольная и поперечная скорости газа соответственно, величины без штрихов - осредненные по времени параметры, штрих обозначает пульсации параметров, $\gamma = \rho_s / \rho$ - массовая доля частиц. Предполагается, что входящие в моль частицы имеют скорость, совпадающую с начальной. В начальный момент времени пульсации параметров фаз считаются заданными величинами. В отличие от работы ¹³⁾, в данном подходе считается, что присутствуют потоки пульсаций дисперсной фазы через границу моля, масса частиц, с которой взаимодействует газовый моль, в каждый момент времени неизменна при наличии существенного осредненного скольжения. Тем самым устранено противоречие с исходным предположением, что осредненная скорость пролета частиц через моль постоянна, приводящее к нефизичным предельным решениям и поведению пульсаций (например, при большой осредненной скорости скольжения или при $t \rightarrow \infty$). В диссертации учтены также продольное осредненное и пульсационное движение фаз и осредненное поперечное скольжение фаз. В пределе при $a_x, a_y \rightarrow \infty$, $T' = T'_s = const$ из уравнений (4) получается модель Г.Н.Абрамовича ¹³⁾. Похожий подход использовался для моделирования изотермической двухфазной турбулентной струи в работе ¹⁵⁾, однако потоки пульсаций частиц авторы относят к газовой фазе, что по-видимому не совсем обоснованно.

В случае существенного осредненного продольного скольжения, $|u_r| \gg |v'_r|$, система дифференциальных уравнений (4) является линейной, и решение находится в конечном виде [11]:

$$\begin{aligned} v' &= \frac{v'_0 - v'_{s0}}{k_3} (k_1 e^{-\lambda_1 t / \tau_v} + k_2 e^{-\lambda_2 t / \tau_v}) + v'_{s0}, \quad v'_s = \frac{v'_0 - v'_{s0}}{k_3} (e^{-\lambda_1 t / \tau_v} - e^{-\lambda_2 t / \tau_v}) + v'_{s0} \\ T' &= \frac{T'_0 - T'_{s0}}{k_4} (k_5 e^{-\lambda_3 t / \tau_T} + k_6 e^{-\lambda_4 t / \tau_T}) + T'_{s0}, \quad T'_s = \frac{T'_0 - T'_{s0}}{k_4} (e^{-\lambda_3 t / \tau_T} - e^{-\lambda_4 t / \tau_T}) + T'_{s0} \end{aligned} \quad (5)$$

где $k_{1,2} = [k_3 \pm (1 - \gamma + \bar{u}_r)] / 2$, $k_3 = [(1 - \gamma + \gamma \bar{u}_r)^2 + 4\gamma]^{1/2}$, $\bar{c}_s = c_s / c_p$
 $\lambda_{1,2} = (1 + \gamma + \bar{u}_r m k_3) / 2$, $\bar{u}_r = \tau_v |u_r| / a$, $\lambda_{3,4} = [1 - \gamma \bar{c}_s + \gamma (\tau_T / \tau_v) \bar{u}_r] m k_4 / 2$
 $k_4 = [(1 - \gamma \bar{c}_s + \gamma (\tau_T / \tau_v) \bar{u}_r)^2 + 4\gamma \bar{c}_s]^{1/2}$, $k_{5,6} = [k_4 \pm (1 - \gamma \bar{c}_s + \gamma (\tau_T / \tau_v) \bar{u}_r)] / 2$

Двойные корреляции параметров фаз, аналогично ¹³⁾, выражаются:

$$\overline{u'v'} = f_1^2 \overline{u'_0 v'_0}, \quad \overline{u'_s v'_s} = f_2^2 \overline{u'_0 v'_0}, \quad \overline{v_s'^2} = f_2^2 \overline{v_0'^2}, \quad \overline{v'T'} = f_1 f_3 \overline{v'_0 T'_0}, \quad \overline{v'_s T'_s} = f_1 f_4 \overline{v'_0 T'_0}$$

где "функции увлеченности пульсациями" f_1, \dots, f_4 находятся из (4) или из (5), а корреляции $\overline{u'_0 v'_0}$, $\overline{v_0'^2}$, $\overline{v'_0 T'_0}$ определяются из алгебраической модели Прандтля-Ван-Дрифта-Себечи-Смита-Клаузера и гипотезы подобия турбулентного переноса импульса и тепла ¹⁶⁾. В диссертации приведены результаты

¹⁵⁾ Зуев Ю.В., Лепешинский И.А. Математическая модель двухфазной турбулентной струи // Изв. АН СССР, МЖГ.- 1981.- № 6.- С.69-77.

¹⁶⁾ Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей.- М.: Наука, 1989.

сравнения "коэффициента увлечения" частиц пульсациями, величины $k_s = u'_s / u'$, полученного по модели (4), с локально-равновесными статистическими моделями, приведенными в ¹⁷⁾ и экспериментальными данными ¹⁸⁾. Получено удовлетворительное качественное и количественное согласование. Заметим, что алгебраические модели, основанные на понятии длины пути смещения Л. Прандтля, интенсивно развиваются и совершенствуются в настоящее время для усложненных турбулентных течений чистого газа ¹⁹⁾. Поэтому оправданы подобные подходы и к моделированию турбулентности в дисперсных смесях в силу их простоты применения по сравнению с дифференциальными моделями, например ²⁰⁾, включающими в себя уравнения переноса турбулентных моментов пульсаций дисперсной фазы.

В параграфе 2.6 приводится обобщенная система уравнений, включающая в себя как частные случаи уравнения параграфов 2.2-2.5.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u r_w^j}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_* r_w^j}{\partial y} &= 0, & \frac{\partial \rho_s u_s r_w^j}{\partial x} + \frac{\partial [(\rho_s v_s + \overline{\rho'_s v'_s}) r_w^j]}{\partial y} &= 0 \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v_* \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (\mu + \mu_T) \frac{\partial u}{\partial y} \right\} + \rho_s \frac{\tilde{n}_D}{\tilde{n}_{D_0} \tau_v} (u_s - u) \\ \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v_* \frac{\partial H}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[\frac{\mu}{Pr} (Pr - 1) + \frac{\mu_T}{Pr_T} (Pr_T - 1) \right] u \frac{\partial u}{\partial y} + \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial H}{\partial y} \right\} + \\ &+ \rho_s c_s \frac{Nu}{Nu_0 \tau_T} (T_s - T_r) + \rho_s \frac{c_D}{c_{D_0} \tau_v} [u_s (u_s - u) + v_s (v_s - v)] \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \quad p = \rho RT, \quad H = h + u^2 / 2, \quad h = h_o + \int_{T_0}^T c_p(T) dT, \quad \rho v_* = \rho v + \overline{\rho' v'} \\ \rho_s u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + (\rho_s v_s + \overline{\rho'_s v'_s}) \frac{\partial u_s}{\partial y} &= \rho_s \frac{\tilde{n}_D}{\tilde{n}_{D_0} \tau_v} (u - u_s) - \frac{\partial}{\partial y} (\rho_s \overline{u'_s v'_s}) \\ \rho_s u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + (\rho_s v_s + \overline{\rho'_s v'_s}) \frac{\partial v_s}{\partial y} - \frac{\rho_s u_s^2}{R} &= \rho_s \frac{c_D}{c_{D_0} \tau_v} (v - v_s) - \frac{\partial}{\partial y} (\rho_s \overline{v'^2_s}) - \frac{\partial}{\partial y} (v_s \overline{\rho'_s v'_s}) \\ \rho_s u_s \frac{\partial T_s}{\partial x} + (\rho_s v_s + \overline{\rho'_s v'_s}) \frac{\partial T_s}{\partial y} &= \rho_s \frac{Nu}{Nu_0 \tau_T} (T_r - T_s) - \frac{\partial}{\partial y} (\rho_s \overline{v'_s T'_s}) \end{aligned} \quad (6)$$

Обозначения в системе (6) общепринятые ¹⁾⁻³⁾.

Граничные условия для несущей фазы обычные:

¹⁷⁾ Волков Э.П., Зайчик Л.И., Першуков В.А. Моделирование горения твердого топлива. - М.: Наука, 1994.

¹⁸⁾ Варакин А.Ю. Турбулентные течения газа с твердыми частицами. - М.: Физматгиз, 2003.

¹⁹⁾ Гарбарук А.В., Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Турбулентный пограничный слой при одновременном влиянии продольного градиента давления, вдува (отсоса) и поперечной кривизны поверхности // ТВТ.-2002.-Т.40. №3.-С.436-441

²⁰⁾ Старченко А.В., Бубенчиков А.М., Бурлуцкий Е.С. Математическая модель неизотермического турбулентного течения в трубе на основе смешанного эйлерово-лагранжева представления // ТВТ.- 2002.- Т.40.- №3.- С.449-459.

$$\begin{aligned} u(x, \infty) &= u_e(x), & H(x, \infty) &= H_e(x) \\ u(x, 0) &= u_w(x), & v(x, 0) &= v_w(x), & H(x, 0) &= H_w(x) \end{aligned} \quad (7)$$

Индекс "w" относится к параметрам на поверхности тела. Начальные условия для несущей фазы получаются из решения автомодельной задачи (6) при $x = 0$. Граничные условия для частиц зависят от типа обтекаемой поверхности, чисел Стокса, $\rho_{s\infty}/\rho_\infty$ и числа Рейнольдса. При обтекании пластины или тонкого тела однородной смесью дополнительно к условию (1) имеем:

$$\begin{aligned} u(x, \infty) &= u_\infty, & T(x, \infty) &= T_\infty, & \rho_s(x, \infty) &= \rho_{s\infty} \\ u_s(0, 0) &= u_\infty, & T_s(0, 0) &= T_\infty, & \rho_s(0, 0) &= \rho_{s\infty} \end{aligned} \quad (8)$$

При обтекании вогнутой поверхности и $\sigma_v = O(1)$ для частиц на внешней границе пограничного слоя нужно задавать условия (1),(8), в которых индекс " ∞ " следует заменить на индекс "e", при малых числах Стокса, $\sigma_v \ll 1$, следует использовать условия (2). При обтекании критической точки затупленного тела при $\sigma_v < \sigma_*$, $\rho_{s\infty} = O(\text{Re}^{-k_{\rho s}/2})$ граничные условия для частиц на внешней границе пограничного слоя были получены в работе ³⁾:

$$\text{при } y \rightarrow \infty \quad v_s \rightarrow A_{vs}y, \quad \rho_s \rightarrow A_{\rho s}y^{-k_{\rho s}}, \quad T_s \rightarrow T_{se} \quad (9)$$

Здесь A_{vs} , $A_{\rho s}$, $k_{\rho s}$ - константы из внешнего решения. При $\sigma_v \ll 1$, $\rho_s = O(1)$ необходимо использовать условия (3).

В заключение главы в *параграфе 2.7* приводятся уравнения пелены в приближении пограничного слоя.

В главе 3 приведены численные и приближенные аналитические решения некоторых задач, сформулированных в главе 2, для изотермического (при $T = T_s = \text{const}$) запыленного пограничного слоя.

В *параграфе 3.1* рассмотрены автомодельные решения уравнений (6) изотермического двухфазного пограничного слоя, то есть решения, зависящие от одной переменной. Сформулированы условия автомодельности. Получены приближенные аналитические решения методом последовательных приближений формальных автомодельных уравнений и уравнений пограничного слоя запыленного газа для критической точки затупленного тела в режиме инерционных частиц. Как показали сравнения с результатами численного расчета, относительная погрешность приближенных решений не превосходит 10%.

В *параграфе 3.2* численно и приближенно аналитически решается задача (6)-(9) для двухфазного изотермического пограничного слоя на пластине, установленной параллельно невозмущенному потоку при наличии вдува, отсоса газа и подвижной поверхности в режимах от близкого к замороженному до равновесного течения фаз [3]. На рис. 1 приведены локальные коэффициенты трения вдоль пластины при реальном законе сопротивления частиц для различных размеров частиц, здесь число Рейнольдса частицы $\text{Re}_{s\infty} = \rho'_\infty u'_\infty d_s / \mu'_\infty$, штрихи относятся к размерным параметрам, индекс " ∞ " обозначает невозмущенные параметры, $\text{Re}_x = \rho'_\infty u'_\infty x' / \mu'_\infty$. При увеличении размера частиц частицы тормозятся в пограничном слое интенсивнее на характерной длине релаксации частиц L , и максимум $c_f = c_f^{(\mu)}$ сдвигается в безразмерных координатах к критической точке. Звездочками на рис. 1 нанесены результаты

работы ²⁾ для стоксовых частиц. Отличие от данных результатов не более 8 %. Локальный коэффициент вязкого трения вводится обычным образом.

$$\tilde{\eta}_f^{(\mu)} = (\mu' \partial u' / \partial y') \Big|_{y=0} / (\rho'_\infty u'^2_\infty) \quad (10)$$

Ошибка! Раздел не указан.

$$c_f \sqrt{Re_x}$$

Рис.1.

$$c_f Re_x^{1/2}$$

$$c_f^{(\mu)} Re_x^{1/2}$$

Рис.2.

Хорошее качественное соответствие по всем параметрам получено с экспериментом ⁷⁾. На рис. 2 приведены коэффициенты трения при вдуве и отсосе газа с поверхности пластины. Здесь вдув-отсос задается значением безразмерной функции тока $f_w = \bar{\rho}_w v_w / \sqrt{2 Re_x}$, при расчетах бралось $\rho_{s\infty} = 1$, $Re_{s\infty} = 0$, кривые ²⁾ c_f вычислены при $f_w = 0, 0.2, 0.5, -0.2, -0.4$. При отсосе газа частицы увлекаются газом и попадают на поверхность. В этом случае локальный коэффициент трения состоит из двух слагаемых

$$c_f = c_f^{(\mu)} + c_f^{(s)}, \quad c_f^{(s)} = \frac{(\rho'_s u'_s v'_s)_{sw}}{\rho'_\infty u'^2_\infty} = Re^{-1/2} \rho_{sw} v_{sw} \kappa_{sw} \quad (11)$$

где $c_f^{(s)}$ - составляющая за счет взаимодействия конденсированной фазы с поверхностью записана для случая абсолютно неупругого удара частиц о поверхность пластины, безразмерные величины ρ_s, v_s, u_s получены из размерных путем отнесения к величинам $\rho'_\infty, u'_\infty Re^{-1/2}, u'_\infty$ соответственно. Отсос уменьшает толщину слоя повышенной плотности ρ_s и существенно понижает плотность дисперсной фазы в пограничном слое. При вдуве газа вблизи поверхности образуется область чистого газа, запыленный газ оттесняется от поверхности, коэффициент трения существенно уменьшается. Кроме того, происходит пересечение траекторий частиц вблизи разделяющей линии тока на некотором расстоянии от передней кромки пластины. Пересечение траекторий частиц моделируется "пеленой". На рис. 3 приведены профили относительной континуальной плотности частиц поперек пограничного слоя, а на рис. 4 параметры пелены, рассчитанные при вдуве газа с поверхности. Здесь безразмерные координаты равны $\eta = \sqrt{0.5 Re_x} \int_0^y \rho dy', y_\lambda = (y' / L) Re^{1/2}$,

$Re = \rho'_\infty u'_\infty L / \mu$, δ^* - безразмерная толщина вытеснения, $R_{s\lambda} = R'_{s\lambda} Re^{1/2} / (\rho'_\infty L)$ - безразмерная поверхностная плотность пелены. Также в параграфе 3.2 приведены приближенные решения интегральным методом.

Ошибка! Ошибка связи.

a) $f_w=0, \rho_{s\infty}=3$ Рис.3. $f_w=0.5$ δ^* $1-\delta^*, 2-y_\lambda$, Рис.4.
 б) $f_w=-0.4$ y_λ — $f_w=-0.4, \rho_{s\infty}=1$

В параграфе 3.3 рассматриваются решения уравнений изотермического пограничного слоя, полученные в параграфе 2.3, для вогнутой к потоку поверхности. Подобные задачи возникают во внутренних течениях газозвесей в каналах. При числах Стокса порядка единицы выписано приближенное

решение методом последовательных приближений. При числах Стокса $Re^{-1/3} \ll \sigma_v \ll 1$ и $Re^{-1/2} \ll \sigma_v \ll Re^{-1/3}$ решение находится в простом аналитическом виде, в частности, продольные компоненты скоростей фаз равны [10]:

$$u(x, \eta) = u^{(m)}(x, 0)[1 - \exp(-A\eta)]$$

$$\text{при } Re^{-1/3} \ll \sigma_v \ll 1 \quad u_s(x, \eta) = u^{(m)}(x, 0), \quad \eta = y(Re/\sigma_v)^{1/2}, \quad A = \sqrt{\rho_s^{(m)}(x, 0)}$$

$$\text{при } Re^{-1/3} \ll \sigma_v \ll Re^{-1/2} \quad u_s = u, \quad \eta = yRe\sigma_v, \quad A = \rho_s^{(m)}(x, 0)[u^{(m)}(x, 0)]^2 / R$$

Здесь индекс "m" относится к параметрам квазиравновесного промежуточного решения, которое справедливо при $y = O(\sigma_v)$. При $\sigma_v = O(Re^{-1/3})$ получено решение интегральным методом. Если числа Стокса большего порядка, чем $O(Re^{-1/2})$, то имеется поток частиц на поверхность.

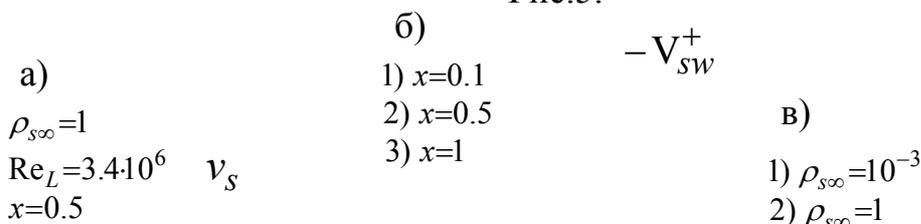
В параграфе 3.4 получено приближенное решение методом последовательных приближений в изотермическом пограничном слое при обтекании цилиндра газозвесью с инерционными частицами, когда числа Стокса $\sigma_v \gg \sigma_* + \varepsilon$, где σ_* - критическое число Стокса, при котором поток частиц на поверхность отсутствует.

В параграфе 3.5 численно решается задача о структуре турбулентного двухфазного изотермического пограничного слоя на пластине на основе уравнений (6). Учитывается взаимное влияние турбулентных пульсаций газа и частиц на основе обобщения алгебраической модели пульсаций Г.Н. Абрамовича, приведенной в §2.5. В осредненных уравнениях учитываются силы турбулентного поперечного и продольного дрейфа частиц и турбулентная диффузия частиц. С помощью численных расчетов установлено, что наибольшее влияние на двухфазное течение в пограничном слое оказывают поперечные пульсации газа, в результате которых в пристенной области частицы двигаются к стенке, выпадая на поверхность, а во внешней части, наоборот, частицы движутся к внешней границе, увеличивая толщину пограничного слоя и свою концентрацию. На рис. 5 а, б приведены профили поперечных скоростей фаз и относительной непрерывной плотности дисперсной фазы в пограничном слое. Полученные решения показывают, что имеет место экспериментально наблюдаемый эффект осаждения частиц на стенку, который возникает в результате действия трех факторов: поперечных турбулентных пульсаций газа, инерционного продольного и поперечного движения частиц. На рис. 5в приведены графики скорости осаждения частиц, полученные численным расчетом, и сравнения с экспериментальными данными ²¹⁾.

В параграфе 3.6 рассмотрено влияние силы Магнуса на структуру изотермического пограничного слоя. Воздействие силы Сэффмена на пограничный слой на пластине ранее изучалось в работе ²²⁾. В работе ²³⁾ получено обобщение выражения силы Сэффмена на произвольные значения Re_s, Re_k , которое на $1 \div 1.5$ порядка понижает общепринятые оценки силы

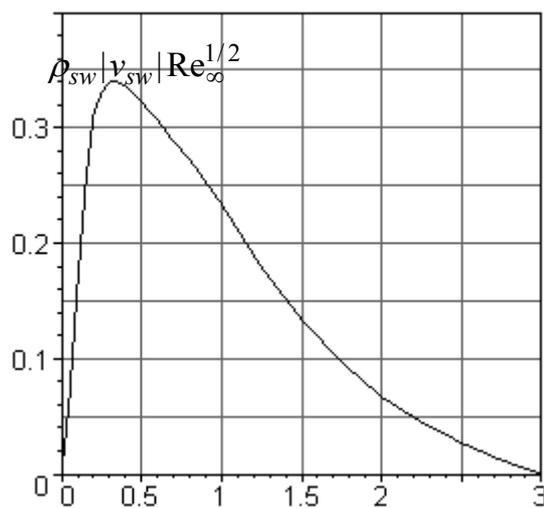
Ошибка! Ошибка связи.

Рис.5.



Сэффмена для инерционных частиц. В диссертации путем оценок, а также расчетом величин сил Магнуса и Сэффмена при различных условиях течения, показано, что для достаточно инерционных частиц при $Re_{s\infty} \gtrsim 10$ и неравновесном течении газозвеси сила Магнуса может быть одного порядка и даже превосходить силу Сэффмена. Наиболее часто в литературе выражение для силы Магнуса, действующей на частицы, берется по Рубинову-Келлеру²⁴⁾. Из оценок, приведенных в диссертации, следует, что данную силу следует учитывать, начиная с $Re \approx 10^4$. Механизм действия силы Магнуса на течение осуществляется через поперечную компоненту скорости частиц v_s , что в первую очередь влияет на течение дисперсной фазы, распределение концентрации частиц, поток на поверхность, а затем и на движение газовой фазы. При отсутствии силы тяжести и градиента давления сила Магнуса приводит к движению частиц по направлению к поверхности и оказывает существенное влияние на частицы, в основном, в области неравновесности скоростей. Причем это влияние сосредоточено в достаточно тонком слое (примерно 1/10 толщины пограничного слоя). На рис. 6 приведены графики обратной относительной континуальной плотности частиц в различных сечениях в пограничном слое, а на рис. 7 распределение потока частиц вдоль поверхности пластины. Область релаксации скоростей фаз становится существенно протяжённей, при $k_M = 1$ в 3 раза, где критерий Магнуса $k_M = 0.75(\rho/\rho_s^0)Re$. В области почти равновесного течения влияние силы Магнуса является величиной второго порядка малости $O(\sigma_v^2)$, а фактически ещё меньшей величиной на десятичный порядок в силу условий прилипания на стенке. На всем протяжении области неравновесного движения за счет силы Магнуса появляется поток частиц на поверхность пластины, изменяющий коэффициент трения (и теплообмена при учете неизотермичности).

- $k_M = 1, \rho_{s\infty} = 1$
 1) $x = 0.4$
 2) $x = 1$
 3) $x = 3$



Ошибка! Ошибка связи.

Рис. 6

Рис. 7

В параграфе 3.7 рассмотрен пограничный слой газозвеси на тонком клине. На рис.8 изображены коэффициенты вязкого трения (10) вдоль поверхности клина для различных полууглов раствора $\alpha / \sqrt{\text{Re}_\infty}$ клина при $\rho_{s\infty}=1$,

- 21) McCoy D.D., Hanratty T.J. Rate of deposition of droplets in annular two-phase flow // Intern. Multiphase Flow.- 1977.- V.3.- N 4.- P.319-332.
 22) Наумов В.А. Расчет ламинарного пограничного слоя на пластине с учетом подъемных сил, действующих на дисперсную примесь // Изв.АН СССР, МЖГ.- 1988.- №6.- С.171-173.
 23) Mei R. An approximate expression for the shear lift force on a spherical particle at finite Reynolds number//Intern.J.Multiph.Flow.-1992.- V.18.- №1.-P.145-147.
 24) Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1.- М.: Наука, 1987.

пунктирной кривой нанесен суммарный вязкий и инерционный коэффициент трения (11) при $\alpha=5$. Считается, что частицы с поверхностью взаимодействуют абсолютно неупруго. С увеличением угла клина до $\alpha=1$ максимальные величины коэффициента вязкого трения и суммарного трения, а так же размеры области релаксации скоростей фаз существенно возрастают: соответственно на 15%, 25%, 50% по отношению к аналогичным параметрам

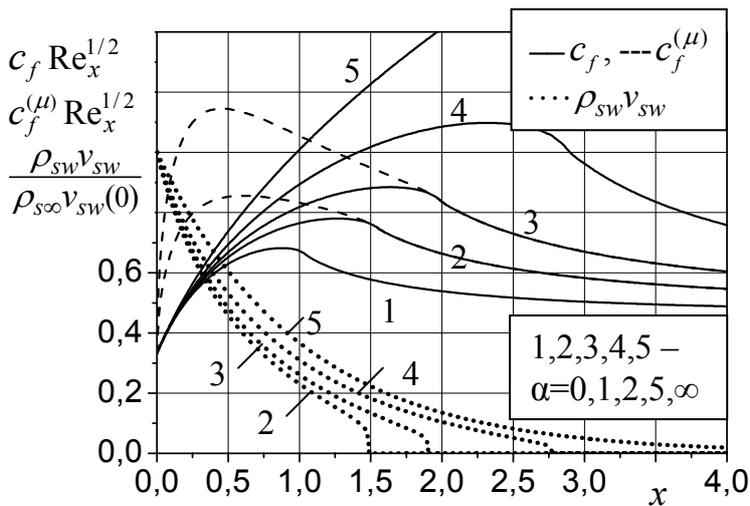


Рис.8

для пластины ($\alpha=0$), при $\alpha=5$ эти же величины составят соответственно 60%, 230%, 180%. Установлено путем численных расчетов, что на поверхности тонкого клина имеется точка торможения частиц, в которой вектор скорости частиц равен нулю. Поток частиц на поверхность присутствует на всем протяжении до точки торможения частиц и равен нулю за точкой торможения. При

увеличении концентрации частиц длина области торможения частиц несколько увеличивается, а коэффициенты вязкого трения и конденсированной составляющей значительно увеличиваются [16] (в 2-3 раза при увеличении $\rho_{s\infty}$ от 1 до 3). В связи с полученными результатами встает вопрос о достаточно осторожной интерпретации экспериментальных данных по пограничному слою газозвеси на пластине, так как малое изменение угла наклона пластины влечет за собой изменение характеристик течения порядка единицы.

Глава 4 посвящена исследованию численным методом и приближенными аналитическими методами некоторых задач двухфазного пограничного слоя со сжимаемой несущей фазой.

В параграфе 4.1 получены приближенные аналитические и точные численные решения автомодельных и локально автомодельных задач пограничного слоя в запыленном газе при наличии теплообмена с поверхностью при $\sigma_V \gg \sigma_*$. Приближенные решения находятся методом последовательных приближений [1] в первом приближении в виде простых аналитических зависимостей от определяющих параметров задачи. Так же как и для несжимаемого двухфазного пограничного слоя, классы автомодельных решений довольно узки и в основном определяются задачами обтекания критической точки затупленного тела. Для примера приведены решения для коэффициентов трения и теплообмена обтекания критической точки сферы газозвесью из инерционных частиц.

В параграфе 4.2 численно и асимптотически исследуется задача о пограничном слое запыленного газа на пластине в до- и сверхзвуковом потоке при наличии теплообмена с поверхностью в широком диапазоне чисел Стокса.

При дозвуковых течениях с малыми числами Маха частицы, попадающие в пограничный слой на охлажденной поверхности, подогревают газ пограничного слоя, сами при этом охлаждаются. Увеличение концентрации частиц в окрестности точки торможения частиц приводит к интенсификации теплообмена фаз и как следствие этого к максимуму локальных коэффициентов теплопередачи и трения c_h, c_f (см. рис. 9). Здесь локальный коэффициент теплопередачи вводится как обычно в теории пограничного слоя чистого газа:

$$c_h = - \left(\lambda' \frac{\partial T'}{\partial y'} \right) \Big|_{y=0} / [\rho'_{\infty} u'_{\infty} (H'_r - h'_w)], \quad H'_r = h'_e + r \frac{u_e'^2}{2}$$

$r = \sqrt{\text{Pr}}$ - для ламинарного режима, $r = \text{Pr}^{1/3}$ - для турбулентного режима, штрих относится к размерным величинам. С повышением температуры стенки максимум c_h, c_f сдвигается к передней кромке пластины, а протяженность зоны релаксации сохраняется, величины максимумов c_h, c_f увеличиваются в связи с более интенсивным торможением частиц, увеличением концентрации частиц и теплообменом фаз в окрестности точки торможения. При сильно охлажденных поверхностях пластины интенсивность взаимодействия фаз вблизи поверхности существенно уменьшается, а зона релаксации параметров фаз растягивается на большие расстояния вдоль пластины. При попадании частиц в пограничный слой с нагретой поверхностью пластины частицы охлаждаются несущую среду, сами при этом нагреваются. Быстрая релаксация параметров вблизи поверхности и сильное вытесняющее действие разогретого газа может приводить к пересечению траекторий частиц внутри пограничного слоя на сильно нагретой поверхности. Подробные результаты приведены в [4].

Ошибка! Ошибка связи.

$$c_h \text{Re}_x^{1/2}$$

$$c_f \text{Re}_x^{1/2}$$

Ошибка! Ошибка связи.

$$-c_h, \text{---}c_f$$

$$M_{\infty}=0, \rho_{s\infty}=3$$

$$T_w, T_{sw}$$

$$-T_w, \text{---}T_{sw}, \text{Re}_{s\infty}=10$$

$$1) - M_{\infty}=2; 2) - M_{\infty}=4$$

Рис.9. 1),2),3) – $T_w=0.1, 0.5, 2$; $Re_{s\infty}=0$;
4) – $T_w=0.5, Re_{s\infty}=10$

Рис.10. 1) 2),3),4) - $c_s/c_p=1, 1, 1/3, 3$; $\rho_{s\infty}=3$;
5) - $c_s/c_p=3, \rho_{s\infty}=1$

При сверхзвуковых скоростях течения смеси процессы теплообмена с поверхностью будут определяться температурой поверхности по отношению к локальной адиабатической температуре стенки [8]. При этом, в отличие от классического пограничного слоя адиабатическая температура поверхности запыленного пограничного слоя является переменной вдоль пластины. В диссертации рассчитаны адиабатическая температура поверхности и температура частиц. Из полученных результатов (см. рис. 10) следует, что сначала с увеличением координаты x вдоль пластины адиабатическая температура увеличивается, достигая максимального значения, а затем уменьшается к своему равновесному адиабатическому значению. Здесь безразмерная температура получается отнесением размерной к невозмущенному значению T'_∞ . Равновесная адиабатическая температура смеси больше адиабатической температуры чистого газа при $c_s/c_p < 1$ и меньше таковой при $c_s/c_p > 1$.

При наличии теплообмена вводится понятие "холодной" поверхности, как поверхности с температурой, меньшей локально равновесной адиабатической температуры пластины. На рис. 11 приведена динамика развития профилей температуры для "холодной" температуры поверхности. Из рисунка видно, что пограничный слой разделяется на две области – "внешнюю" и "внутреннюю", примыкающую к поверхности пластины. Положение разделяющей линии определяется условием $T_s = T_r$, здесь T_r – температура адиабатического

Ошибка! Ошибка связи. Ошибка! Ошибка свя $c_h \sqrt{Re_x}$
Рис.11. $T_w=0.5, M_\infty=4, \rho_{s\infty}=3$ $c_f \sqrt{Re_x}$
 $x=0.15$ $x=0.5$ $x=3$

Рис.12 c_h
 c_f

торможения вблизи частицы. Во внешней области частицы охлаждают газ, а во внутренней – разогревают его. Этот эффект связан с относительным движением фаз и наличием области пониженной температуры газа вблизи поверхности пластины.

На рис. 12 приведены коэффициенты теплопередачи c_h, c_f для чисел Маха M_∞ . В связи с неравновесным движением газа вводится $\overline{c}_h, \overline{c}_f$ для чисел Маха газа $M_{T, T_s}^* = \rho_{s\infty} u_\infty / \sqrt{(\gamma-1)c_p T'_\infty}$. С увеличением числа Маха невозмущенного газа от 0 до 4 максимум c_h, c_f возрастает на 14%.
Безразмерная координата максимума мало изменяется, однако при этом характерная длина L увеличивается с увеличением M_∞ . Для достаточно холодной поверхности пластины $T_w \ll 0.5$ и умеренных чисел Маха $M_\infty=2 \div 4$ удовлетворительно выполняется аналогия Рейнольдса $c_h = c_f Pr^{-2/3}$, справедливая для чистого газа. С уменьшением числа Маха аналогия Рейнольдса приближенно выполняется при $c_s/c_p \approx 1$. Также в параграфе 4.2 получены

результаты о влиянии на решение температуры стенки, отношения теплоемкостей, концентрации частиц и других определяющих параметров задачи, получены асимптотические решения при малых числах Стокса. В частности, асимптотическое решение для дисперсной фазы вблизи поверхности получено следующее [9]:

$$\begin{aligned} & \text{В области I: при } x = O(1), x < \sigma_{vw} - \varepsilon \\ & u_s(x) = 1 - x/\sigma_{vw} + \dots, v_s(x) = \varepsilon(1 - x/\sigma_{vw}) + \dots, y_{s0}(x) = \varepsilon(1 + x) + \dots \\ & T_s(x) = T_w + (1 - T_w)(1 - x/\sigma_{vw})^{\sigma_{vw}/\sigma_{Tw}} + \dots, \rho_s = \rho_{s\infty}/[(1 - x/\sigma_{vw})(1 + x)] + \dots \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \text{В области II: при } |x - \sigma_{vw}| = O(\varepsilon) \\ & u_s = \varepsilon \ln(1/\varepsilon) + \dots, y_s = c_2 \varepsilon + \dots, \rho_s = c_3 \rho_{s\infty}/[\varepsilon \ln(1/\varepsilon)] + \dots \\ & T_s = T_w + c_4 \varepsilon^{\sigma_{vw}/\sigma_{Tw}} + \dots, \rho_s(u - u_s) = \rho_{s\infty}/2 + \dots \\ & \rho_s(T - T_s) = c_5 \varepsilon^{\sigma_{vw}/\sigma_{Tw} - 1} / \ln(1/\varepsilon) + \dots \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь ε – малый параметр, расстояние от поверхности до пробной траектории частицы при $x = 0$, для простоты взято $M_\infty = 0$, $\sigma_T = 1.5 \text{Pr } c_s / c_p$ – тепловое число Стокса, c_s – теплоемкость частиц, c_p – теплоемкость газа при постоянном давлении, c_1, c_2, \dots, c_5 – константы сращивания. Из решения (12) следует в частности, что частицы вблизи поверхности в области I имеют поперечную скорость порядка $O(\varepsilon)$ благодаря вытесняющему эффекту передней кромки пластины. В решении (13) в области II раскрыта неопределенность в члене со взаимодействием фаз $\rho_s(T - T_s)$, откуда следует, что особенность в межфазном тепловом потоке интегрируема, поэтому тепловой поток принимает конечные значения в окрестности точки торможения частиц при любых σ_v, σ_T .

В параграфе 4.3 численно рассчитывается двухфазный турбулентный пограничный слой в присутствии теплообмена с поверхностью. Исследуется влияние температуры стенки и концентрации частиц в набегающей смеси на характеристики теплообмена, потока частиц к поверхности, профили концентрации частиц, скоростей и температур фаз. Получено, что локальный тепловой поток к поверхности за счет частиц может составлять до 80% от конвективного теплового потока при массовой доле частиц в газозвеси равной 1 и возрастает с увеличением концентрации частиц. С увеличением температуры поверхности коэффициенты трения и теплообмена уменьшаются, а скорость осаждения частиц на поверхность мало изменяется [6].

В главе 5 рассматривается методика численного расчета течений газозвеси в пограничном слое – основного метода решения поставленных задач. Метод решения основывается на совместном эйлерово-лагранжевом подходе к рассмотрению движения фаз. При этом для получения численных решений несущей фазы используются итерационно-интерполяционная схема²⁵⁾ порядка точности $O[\Delta x, (\Delta y)^2]$ и для контроля результатов схема И.В. Петухова²⁶⁾ повышенного порядка точности $O[\Delta x, (\Delta y)^4]$, разработанные

ранее для пограничного слоя чистого газа и адаптированные для расчета газа с частицами. Течение конденсированной фазы рассчитывается вдоль траекторий частиц методом Эйлера второго порядка точности $O[(\Delta x)^2]$. Переход от одного поля течения к другому осуществляется с помощью интерполяции. Приведены тестовые результаты.

ВЫВОДЫ

1. На основе асимптотического анализа получены уравнения ламинарного пограничного слоя газозвеси и граничные условия при обтекании тонких тел, вогнутых в сторону потока поверхностей и критической точки затупленного тела. Показано, что уравнения и граничные условия на внешней границе пограничного слоя меняются в зависимости от типа поверхности, числа Стокса и концентрации частиц в набегающем потоке.

2. Предложено обобщение полуэмпирической модели Г.Н. Абрамовича турбулентных пульсаций скорости и температур фаз в газозвеси с учетом осредненного скольжения фаз.

3. Разработаны методики численного решения задач пограничного слоя газозвеси в условиях неравновесного движения фаз и приближенного решения на основе метода интегральных соотношений и метода последовательных приближений.

4. Получены и проанализированы численные и асимптотические решения задачи продольного обтекания пластины газозвесью при различных определяющих факторах: концентрации частиц, наличия вдува, отсоса газа, подвижной поверхности, инерционности частиц, температурного фактора и числа Маха в сверхзвуковом режиме течения.

В изотермическом пограничном слое выявлено заметное влияние передней

²⁵⁾ Гришин А.М., Зинченко В.И., Ефимов К.Н., Субботин А.Н., Якимов А.С. Итерационно-интерполяционный метод и его приложения.- Томск: Изд-во Томского ун-та, 2004.

²⁶⁾ Петухов И.В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы.- М.: Наука, 1964. С.304-325.

кромки пластины на решение несущей и дисперсной фаз. Это явление отражает эффект вытеснения пограничного слоя. Учет реального закона сопротивления частиц приводит к более интенсивному торможению частиц и сдвигу максимумов C_f , C_h к передней кромке пластины на характерной длине релаксации частицы. Показано, что при вдуве газа в двухфазный пограничный слой образуется поверхность разрыва типа "пелены", отделяющая запыленный газ от чистого газа, а коэффициент трения существенно уменьшается. Данная задача может быть полезна на практике при защите от эрозионного и теплового воздействия частиц. При отсосе газа с поверхности частицы увлекаются

потоком и выпадают на поверхность. Вычислены поток частиц на поверхность и добавка в напряжение трения за счет соударения частиц с поверхностью.

Показано, что влияние силы Магнуса может стать значительным для инерционных частиц при $Re_{s\infty} \gtrsim 10$ и $Re_\infty \gtrsim 10^4$. Выявлено, что сила Магнуса приводит к потоку частиц и импульса частиц на поверхность в области неравновесного течения, уменьшает концентрацию частиц и в несколько раз увеличивает длину области релаксации скоростей фаз.

5. При наличии теплообмена газозвеси с поверхностью пластины при малых числах Маха получено, что увеличение концентрации частиц в потоке и температуры поверхности может в несколько раз увеличить локальный коэффициент теплопередачи к поверхности. С увеличением теплоемкости частиц в 10 раз коэффициент теплопередачи возрастает в 2 раза, а коэффициент трения слабо изменяется. При сверхзвуковых течениях, в отличие от классических результатов, где адиабатическая температура поверхности постоянна при обтекании пластины однородным потоком, для газозвеси адиабатическая температура меняется вдоль поверхности, принимая максимальное значение в области торможения частиц. При этом во внешней части пограничного слоя частицы охлаждают газ, а в пристенной области, наоборот, разогревают его.

Аналогия Рейнольдса $c_h = c_f Pr^{-2/3}$ приближенно выполнена при $T_w \square 0.5$, $c_s \approx c_p$, $0 \square M_\infty \square 4$. Приведены результаты расчетов коэффициентов теплообмена и трения в широком диапазоне определяющих параметров.

6. Рассмотрена структура пограничного слоя газозвеси на вогнутой к потоку поверхности и на тонком клине. Показано, что при малых числах Стокса порядка $Re^{-1/3}$ за счет кривизны вогнутой поверхности и инерционности частиц толщина пограничного уменьшается до порядка $Re^{-2/3}$, а уравнения пограничного слоя значительно упрощаются. В пограничном слое на тонком клине за счет поперечного движения частиц появляется поток частиц на поверхность, коэффициент трения на поверхности возрастает в несколько раз.

7. Рассмотрена структура турбулентного двухфазного изотермического и неизотермического пограничного слоя на пластине. Показано, что в результате совместного действия инерционной силы и поперечного турбулентного дрейфа частиц возникает эффект осаждения частиц, наблюдаемый в экспериментах. Сравнение с экспериментальными данными по скорости осаждения частиц показало хорошее качественное и количественное совпадение результатов, что подтверждает правильность выбранной математической модели. Выявлено, что эффекты турбулентной диффузии частиц и продольного дрейфа являются эффектами второго порядка малости. Вблизи поверхности происходит уменьшение, а во внешней части пограничного слоя – увеличение концентрации частиц.

в следующих работах:

1. Брыкина И.Г., Забарин В.И., Ковач Э.А., Колесников А.Ф., Тирский Г.А. Решение уравнений пограничного слоя в несжимаемой жидкости методом последовательных приближений // НИИ Механики МГУ. 1977. Отчет № 1873.
2. Забарин В.И. Асимптотическое решение уравнений пограничного слоя на подвижной поверхности // Механика сплошных сред. Секция 2: Материалы Уральской зональной конференции.- Пермь: Изд-во УНЦ СО АН СССР, 1980. С.61-63.
3. Гришин А.М., Забарин В.И. Двухфазный пограничный слой с несжимаемой несущей фазой на пластине при вдуве и отсосе газа с поверхности // Журн. прикл. мех. и техн. физики. -1987. -№ 5. -С.54-61.
4. Гришин А.М., Забарин В.И. Теплообмен и трение в двухфазном пограничном слое на пластине // Журн. прикл. мех. и техн. физики . -1988. - №4. -С.78-86.
5. Забарин В.И. Двухфазный пограничный слой на пластине при вдуве и отсосе газа с поверхности // Численные методы механики сплошной среды. Ч.1.: Тезисы докл. конф.- Красноярск, изд-во ВЦ СО АН СССР, 1987. С.56-57.
6. Забарин В.И. Двухфазный турбулентный пограничный слой на пластине // Совещание по механике реагирующих сред: Тезисы докладов краевого совещания.- Красноярск, изд-во ВЦ СО АН СССР, 1988. С.89-91.
7. Забарин В.И., Мурашкина Е.А. Влияние сил Магнуса и тяжести на структуру двухфазного пограничного слоя на пластине // Численные методы механики сплошной среды. Часть I: Тезисы докл. конф.- Красноярск, изд-во ВЦ СО АН СССР, 1989. С.54-56.
8. Забарин В.И. Теплообмен и трение в двухфазном пограничном слое на пластине при сверхзвуковом течении // В сб. научн. трудов: Физическая газодинамика реагирующих сред.- Новосибирск: Наука, 1990. С.78-85.
9. Забарин В.И. Асимптотическое решение уравнений газозвеси в пограничном слое вблизи поверхности пластины// Всесибирская конф. по матем. и механике: Материалы Международной конф. -Томск, 1997. С.55-56.
10. Забарин В.И. Об уравнениях пограничного слоя газозвеси с несжимаемой несущей фазой на вогнутой поверхности// Вестник Кемеровского гос. ун-та. 2002. Вып.3. С. 85-89.
11. Забарин В.И. К модели турбулентных пульсаций газозвеси при наличии осредненного скольжения // Вестник Кемеровского гос. ун-та. 2003. Вып.3. С. 40-46.
12. Забарин В.И. К модели турбулентных пульсаций плотности дисперсной фазы в газозвесах // Вестник Кемеровского гос. ун-та. 2003. Вып.4. С. 18-21.
13. Забарин В.И. Влияние осредненного и пульсационного скольжения на турбулентные пульсации газозвеси// Краевые задачи и математическое моделирование: Материалы VI Всероссийской конф., Т.1.- Новокузнецк, 2003. С. 35-37.

14. Забарин В.И. Моделирование турбулентных пульсаций скоростей и температур газозвеси при наличии осредненного скольжения//Наука и образование: Материалы V Международной научн. конф.- Белово, 2004. С. 510-514.

15. Забарин В.И. Двухфазный пограничный слой на тонком клине// Вестник Кемеровского гос. ун-та. 2004. Вып.3. С. 32-35.

16. Забарин В.И. Математическое моделирование течения газозвеси в пограничном слое на тонком клине // Краевые задачи и математическое моделирование: Материалы VII Всероссийской конф., Т.1.- Новокузнецк, 2004. С.11-12.

Тираж 120 экз. Заказ №34/115
Издательство "Кузбассвузиздат"
650043, г. Кемерово, ул. Ермака, 7

