



**ИССЛЕДОВАНИЯ
ПО БАЛЛИСТИКЕ И
СМЕЖНЫМ ВОПРОСАМ
МЕХАНИКИ**

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ РАКЕТНЫХ И АРТИЛЛЕРИЙСКИХ НАУК
СИБИРСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР

ЦЕНТР ИССЛЕДОВАНИЙ И ОБРАЗОВАНИЯ В ОБЛАСТИ
РАКЕТНО-АРТИЛЛЕРИЙСКИХ НАУК ТОМСКОГО ГОСУНИВЕРСИТЕТА

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО БАЛЛИСТИКЕ И СМЕЖНЫМ ВОПРОСАМ МЕХАНИКИ

Сборник научных статей
Выпуск 3

Под общей редакцией академика РАН,
доктора технических наук, профессора
И. Б. Богоряда



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

1999

УДК 523.44; 531.3; 532.546; 533.6; 536.3; 539.3

ББК 22.251; 22.253.3; 22.62

Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сб. статей / Под ред. И.Б. Богоряда
Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. 166 с. - 200 экз.

ISBN 5-7511-1169-9

В сборник включены статьи молодых специалистов, аспирантов, студентов и их научных руководителей по результатам исследований в области механики и смежных областей физики, связанных с некоторыми научно-техническими проблемами ракетной техники и артиллерии, а также часть материалов, представленных на Всероссийской научной конференции молодых ученых «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики» (Томск: ТГУ, 1999).

Для специалистов, занимающихся разработкой проблем в области горения, механики сплошных сред, теплообмена, небесной механики и приложением результатов к решению различных задач баллистики, ракетной и артиллерийской техники.

УДК 523.44; 531.3; 532.546; 533.6; 536.3; 539.3

ББК 22.251; 22.253.3; 22.62

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ: И.Б. Богоряд (гл. редактор),
Е.А. Козлов, Ю.П. Хоменко (зам. гл. ред.), Г.С. Ратанов (отв. секретарь)
Члены редколлегии: Н.Н. Белов, Т.В. Бордовицына, А.А. Глазунов

*Издается по решению ученого совета Центра исследований и образования
в области ракетно-артиллерийских наук Томского университета*

*Печатается при финансовой поддержке федеральной целевой программы
«Интеграция» и Российской академии ракетных и артиллерийских наук*

ЗАДАЧА О ВОЛНАХ, НАБЕГАЮЩИХ НА НАКЛОННЫЙ БЕРЕГ

Акимова Ю.П.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

В известных работах [1,2] решение этой задачи представлено для произвольного угла наклона берега α . Однако это решение слишком сложно и непригодно для расчёта. Поэтому была предпринята попытка получить решение другим путем, применяя метод конформного отображения.

Постановка задачи состоит в следующем:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi(x, y) &= 0 & 0 < \arg Z < -\alpha\pi \\ \frac{\partial\Phi}{\partial n} &= v\Phi & \text{Im}(Z) = 0, \\ \frac{\partial\Phi}{\partial n} &= 0 & \arg Z = -\alpha\pi. \end{aligned} \quad (1)$$

Поведение стоячих волн далеко от начала координат должно быть следующим:

$$\Phi(x, 0) \rightarrow \frac{\cos}{\sin}(vx + \beta). \quad (2)$$

Конформное отображение $Z = e^{\omega}$ отображает клин на бесконечную полосу высотой $\alpha\pi$.

Краевая задача (1) тогда переходит в следующую:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi(\xi, \vartheta) &= 0 & -\alpha\pi < \xi < 0, \\ \frac{\partial\Phi}{\partial n} &= ve^{\xi} \Phi & \vartheta = 0, \\ \frac{\partial\Phi}{\partial n} &= 0 & \vartheta = -\alpha\pi. \end{aligned} \quad (3)$$

Область решения в задаче (3) проще, чем в (1), но зато в граничном условии появляется коэффициент e^{ξ} .

Решение задачи (3) будем искать в символическом виде:

$$\Phi(\xi, \vartheta) = \cos\left[\left(\vartheta + \alpha\pi\right)\frac{d}{d\xi}\right] \cdot F(\xi). \quad (4)$$

При таком представлении краевая задача (3) будет решена, если функция $F(\xi)$ будет удовлетворять операторному уравнению

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \sin\left(\alpha\pi \frac{d}{d\xi}\right) \cdot F(\xi) + \\ + ve^{\xi} \cos\left(\alpha\pi \frac{d}{d\xi}\right) \cdot F(\xi) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Функция $F(\xi)$ имеет смысл потенциала скорости на дне полосы или на наклонной части берега. Для определения комплексного потенциала $W(z) = \Phi(x, y) + \Psi(x, y)$ достаточно заменить аргумент в функции $F(\xi)$:

$$W(z) = F(\ln(e^{i\alpha\pi} z)). \quad (6)$$

Решение уравнения (5) можно искать в виде ряда

$$F(\xi) = \sum_{k=0}^{\infty} (-ve^{\xi})^k R_k(\xi). \quad (7)$$

Тогда для неизвестных функций $R_k(\xi)$ получаются рекуррентные операторные уравнения с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \left(\alpha\pi \frac{d}{d\xi} \right) R_0(\xi) &= 0, \\ \left(\frac{d}{d\xi} + k \right) \sin\left(\alpha\pi \left(\frac{d}{d\xi} + k \right) \right) R_k(\xi) &= \\ = \cos\left(\alpha\pi \left(\frac{d}{d\xi} + k - 1 \right) \right) R_{k-1}(\xi). \end{aligned} \quad (8)$$

Коэффициент $R_0(\xi)$ имеет, очевидно, решение

$$R_0 = e^{m\xi}; \quad R_0 = 1 = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{e^{p\xi}}{p} dp,$$

$$R_0 = \xi = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{e^{p\xi}}{p^2} dp.$$

Экспоненты можно отбросить, так как они не дают стоячие волны вида (2). Последовательно решая уравнения (8), получим

$$\begin{aligned} R_k^{(1,2)}(\xi) &= \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{e^{p\xi} \Gamma(p+1) dp}{p^{(1,2)} \Gamma(p+1+k)} \times \\ &\times \prod_{n=1}^k \frac{\cos(\alpha\pi(p+n+1))}{\sin(\alpha\pi(p+n))}. \end{aligned} \quad (9)$$

Отсюда видно, что $R_k(\xi)$ является многочленами от ξ . При произвольном угле α их вычислить затруднительно. Однако при частных значениях $\alpha = \frac{1}{2}$

или $\alpha = \frac{1}{4}$ решения легко получаются и выражаются через интегральную показательную функцию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стокер Дж. Дж. Волны на воде. М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. С.617.
2. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. С.816.

МЕТОД АНАЛИЗА ГИДРОДИНАМИКИ КАНАЛОВ С ИНТЕНСИВНЫМ ВДУВОМ

Алексеев Т.В., Спиридонов Ф.Ф.

Бийский технологический институт
Алтайского государственного технического университета

Каналы с интенсивным вдувом со стенок широко применяются в ракетной технике и химических технологиях. При анализе гидродинамики таких каналов используются одномерные и многомерные модели (см., например, [1,2]), реализуемые в основном посредством конечно-разностных методов. Однако ряд интересных и полезных аналитических результатов [1] получен при использовании модели слоистой гидравлики, которую лучше назвать моделью Бернулли - Тэйлора - Ягодкина [3, 4] (модель БТЯ). В данной работе предлагается реализация этой модели в виде расчетного алгоритма.

Остановимся кратко на модели БТЯ. Рассмотрим круглый канал с гладкой образующей, через стенки которого осуществляется вдув с постоянной скоростью \bar{q}_+ , направленной по нормали к стенке канала. Плотность вдуваемых продуктов ρ_+ . Будем полагать течение в канале несжимаемым ($\rho = const$) и невязким ($\mu = 0$), значение давления в начале канала P_0 заданным. Кроме того, считаем, что движение продуктов (несжимаемой жидкости) происходит по трубкам тока и изменение давления вдоль оси z много больше изменения поперечного давления, т.е. $\frac{\partial p}{\partial z} \gg \frac{\partial p}{\partial y}$.

Запишем уравнение расхода для произвольной трубки тока:

$$\rho_+ q_+ dS = \rho w dF, \quad (1)$$

где dS, dF - элементы поперечного сечения трубки тока на стенке канала и в некотором сечении (*) потока (рис. 1), w - компонента вектора скорости вдоль оси z , $\rho_+ = \rho$ в соответствии с допущениями модели.

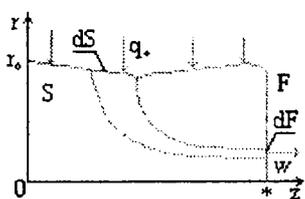


Рис. 1

Уравнение сохранения импульса запишем в виде интеграла Бернулли

$$\left(\frac{p}{\rho} + \frac{q^2}{2} \right)_+ = \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + \frac{w^2}{2} \right)_*$$

или с учетом допущений

$$\left(\frac{p}{\rho} \right)_+ = \left(\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} \right)_* \quad (2)$$

Объединяя соотношения (1) и (2), имеем

$$q_+ dS = \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_+ - p_*)} dF. \quad (3)$$

Вводя безразмерные переменные

$$\begin{aligned} \bar{w} &= w/q_+, \quad \bar{p} = p/(\rho q_+^2), \quad \bar{S} = S/F_0, \\ \bar{F} &= F/F_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где F_0 - значение площади поперечного сечения канала при $z = 0$, вместо соотношения (3) получим (опуская в дальнейшем знак "~")

$$\frac{dS}{\sqrt{p_+ - p_*}} = \sqrt{2} dF. \quad (5)$$

В случае известного распределения $p = p(S)$ дифференциальное соотношение (5) описывает гладкое преобразование $S \rightarrow F$, однако обычно зависимость $p = p(S)$ является искомой.

Для ее определения поступим следующим образом.

Введем новые переменные

$$x(s) = p_0 - p_*, \quad \xi(s) = p_0 - p_* \quad (6)$$

и проинтегрируем соотношение (5) с учетом (6):

$$\int_0^S \frac{dS}{\sqrt{x(s) - \xi(s)}} = \sqrt{2} \int_0^F dF. \quad (7)$$

Здесь S - площадь поверхности канала до некоторого произвольного сечения ($S < S_*$), F - доля соответствующей площади поперечного сечения потока в (*) (см. рис. 1). Соотношение (7) является интегральной формой преобразования $S \rightarrow F$. Распространяя интегрирование до сечения (*), получим

$$\int_0^S \frac{dS}{\sqrt{x(s) - \xi(s)}} = \sqrt{2} \int_0^F dF. \quad (8)$$

Полагая в соотношении (8) $dS = (dS/d\xi)d\xi$ и изменяя пределы интегрирования, имеем

$$\int_0^x \frac{\varphi(\xi) d\xi}{\sqrt{x-\xi}} = \sqrt{2} F(x), \quad (9)$$

где $\varphi(\xi) = dS/d\xi$.

Уравнение (9), являясь разновидностью интегрального уравнения Вольтерра (уравнение Абеля), содержит искомое распределение давления в виде неизвестной функции $\varphi = \varphi(\xi)$. Отдельные аналитические решения этого уравнения для некоторых функций $F(x)$ получены Ф.Ф. Спиридоновым в [1].

Известно, что решение уравнения (9) имеет вид

$$\varphi(x) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left[\frac{F_0}{\sqrt{x}} + \int_0^x \frac{F'(\xi) d\xi}{\sqrt{x-\xi}} \right] \quad (10)$$

или, с учетом того, что $\varphi(\xi) = dS/d\xi$

$$S = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left[2F_0 \sqrt{x} + \int_0^x g(\xi) d\xi \right], \quad (11)$$

где $g(x) = \int_0^x \frac{F'(\xi) d\xi}{\sqrt{x-\xi}}$.

Таким образом, из соотношения (10) имеем

$$x = \left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \left[\frac{S}{F_0} - \frac{\sqrt{2}}{\pi F_0} \int_0^x g(\xi) d\xi \right] \right)^2 \quad (12)$$

Формально каждое из соотношений (10)-(12) можно рассматривать как искомое решение задачи о распределении давления вдоль канала. Однако второй член в правой части каждого из этих соотношений содержит в общем случае заранее неизвестную функцию $F'(\xi) = dF/d\xi$. Тем не менее для канала постоянного сечения $F'(\xi) = 0$ и, следовательно, искомое решение запишется

$$x = \frac{(\pi S)^2}{8} \quad (13)$$

В случаях, когда канал имеет переменное сечение, невозможно в аналитическом виде вычислить $\int_0^x g(\xi) d\xi$, следовательно, необходимо использовать численные методы. Трудность численного решения уравнения (12) обусловлена его нелинейностью и слабой особенностью (порядка $1/2$) интеграла, определяющего функцию $g = g(x)$. В процессе анализа был разработан алгоритм решения этого уравнения, который заключается в следующем.

Канал представляется в виде набора поперечных сечений, для каждого из которых известны значения функций $F(z)$ и $S(z)$. Для первого сечения

очевидно $S = 0$ и $x = 0$. Для каждого из последующих значений, используя метод простой итерации, полагаем начальное приближение x равным

$$x_{old} = \frac{(\pi S)^2}{8},$$

откуда уточненное значение x будет равно

$$x_{new} = \left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \left[\frac{S}{F_0} - \frac{\sqrt{2}}{\pi F_0} \int_0^x g(\xi) d\xi \right] \right)^2,$$

где $g(x) = \int_0^x \frac{F'(\xi) d\xi}{\sqrt{x_{old} - \xi}}$.

Присваивая $x_{old} = x_{new}$, повторяем процесс итерации до тех пор, пока заданная точность не будет достигнута.

Получив распределение давления и используя соотношения (2), (6) и (7), нетрудно найти профиль w -компоненты вектора скорости на выходе из канала. Профиль поперечной v -компоненты может быть получен при необходимости из уравнения неразрывности.

Алгоритм реализован в виде программы на ЭВМ. Его преимуществами перед известными аналогами являются: отсутствие необходимости в построении тех или иных сеток, маршевый характер (решение строится последовательно от второго сечения канала и далее вниз по потоку). Полное решение задачи на IBM DX4/120 занимает несколько секунд.

В качестве примера рассмотрим течение в круглом цилиндрическом канале, для которого известно аналитическое решение (см., например, [3]), а также в расширяющемся и сужающемся каналах. На рис.2 представлены расчетные профили осевой компоненты вектора скорости $w = w(r)$, кривые 1, 2, 3 и 4 относятся к аналитическому решению для цилиндрического канала, численному решению для того же канала, сужающемся и расширяющемся каналам (с коэффициентом сужения/расширения $k=0.05$) соответственно. Как видно из графика, для цилиндрического канала численное и аналитическое решения полностью совпадают, а при изменении геометрии канала от постоянной профили течения меняются незначительно.

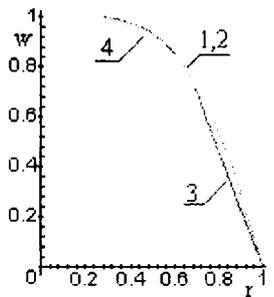


Рис. 2

На рис.3 представлены решения уравнения (12) (в нормированных переменных) для канала постоянного сечения (позиция 1) и каналов с коэффициентом расширения/сужения $k = \pm 0.05$ (позиции 2 и 3 соответственно). Порядок величин, отложенных по оси ординат, $10^{-2}-10^{-3}$. Видно, что для расширяющегося канала (позиция 2) зависимость

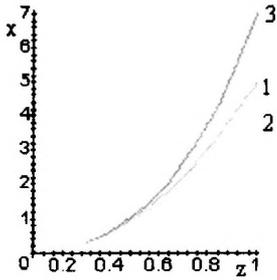


Рис. 3

$x = x(z)$ выражена более слабо, что затрудняет процесс решения задачи для таких случаев. Трудность была устранена применением приема нижней релаксации.

В заключение отметим, что описанный алгоритм может быть распространен и на течения сжимаемого

газа, а также на различные случаи зависимости скорости q_+ от аргументов z , S или p .

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобрышев В.П., Лисица В.Д., Спиридонов Ф.Ф. Физико-математическое моделирование внутрикамерной газодинамики РДТТ. М., 1993. 127с.
2. Липанов А.М., Бобрышев В.П., Алиев А.В. и др. Численный эксперимент в теории РДТТ. Екатеринбург: УИФ "Наука", 1994. 300с.
3. Taylor J. Fluid flow in regions bounded by porous surfaces // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1956. Vol. 234, N 1199.
4. Ягодкин В.И. Приближенный расчет течений газа в каналах с пористыми стенками // ПИМТФ. 1964. №1. С. 12-18.

Аннотации

изданий авторов Томского государственного университета в 1999 году

Богоряд И.Б. Колебания вязкой жидкости в полости твердого тела. Математические модели и количественные оценки. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999.

В монографии рассматриваются математические модели различного уровня приближения для описания ограниченного объема вязкой жидкости со свободной поверхностью. Формулируются и обосновываются отличные от прилипания краевые условия на смоченной поверхности. Обсуждаются результаты численного эксперимента и проводится их сравнение с опытными данными; анализируется вклад различных факторов в процесс диссипации энергии колебаний.

Для специалистов в области динамики летательных аппаратов, студентов и аспирантов, специализирующихся в этой области науки и техники.

Гриднева В.А. Лекции по механике сплошной среды. Томск: Изд-во Том ун-та, 1999. 220 с.

В книге кратко излагаются классические понятия и принципы механики сплошной среды. описываются наиболее употребительные математические модели сплошной среды. Сжато изложено и обосновано использование тензорного анализа в декартовой системе координат, не заслоняющее существо рассматриваемых проблем.

В основу положен курс лекций, прочитанных автором в ЦИОРАН ТГУ.

Для исследователей, студентов и аспирантов, работающих в различных областях, использующих основы механики сплошной среды.

Архипов В.А. Курс лекций по теории и практике закрученных потоков. Часть 1 (лекции 1-5). Томск: Изд-во ТГУ, 1999. 60 с.

Рассмотрены способы закрутки, основные характеристики закрученных потоков, а также методы экспериментального исследования закрученных течений.

Для специалистов, аспирантов и студентов, специализирующихся в области исследования и практического использования закрученных потоков.

Архипов В.А. Курс лекций по теории и практике закрученных потоков. Часть 2 (лекции 6-10). Томск: Изд-во ТГУ, 1999. 57 с.

Во второй части лекций рассмотрены методы теоретического исследования закрученных потоков. Проведен анализ моделей течения как для чистого газа, так и для гетерогенных потоков. Приведены примеры аналитического решения для некоторых классов закрученных течений. Рассмотрены методы расчета параметров центробежных форсунок и вихревых камер.

Для специалистов, аспирантов и студентов, специализирующихся в области исследований и прикладного использования закрученных потоков.

УСТАНОВИВШИЕСЯ НЕЛИНЕЙНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПОЛОСТИ СОСУДА ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ (МЕТОД МАЛОГО ПАРАМЕТРА – ВТОРОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ)

Беккер М.В., Дружинин И.А.

ЦИОРАН Томского университета

Ниже методом малого параметра построено второе приближение к решению задачи о нелинейных, периодических, потенциальных колебаниях идеальной несжимаемой жидкости в полости сферической или цилиндрической формы. В качестве малого параметра принимается модуль максимального значения коэффициента при координатной функции первого приближения, определенный для периода колебаний. Традиционно считается (и публикации всевозможных решений нелинейных задач это подтверждают), что применение метода малого параметра возможно только в том случае, когда известно точное (аналитическое) решение соответствующей линейризованной задачи. Разработанный в [1] нетрадиционный, оригинальный вариант метода малого параметра в рассматриваемой нелинейной задаче для полости цилиндрической формы также использует хорошо известное аналитическое решение соответствующей линейризованной задачи. В [3] с помощью численно-аналитического метода решения линейных задач удалось получить приближения к точному решению столь высоких порядков, что они вычислительно не отличаются от точных. При реализации на машине даже аналитическое решение рассчитывается пусть с очень высокой, но конечной точностью. Поскольку решение в [3] находится путем обращения матрицы Гильберта произвольно высокого порядка, то такая же точность может быть достигнута и при расчете приближений к точному решению численно аналитическим методом. Использование в качестве базиса пространственных гармонических полиномов обуславливает равномерную сходимость приближений к точному решению. Это и позволяет утверждать, что описанное в [3] приближенное решение линейной задачи для полости сферической формы вычислительно отличается от точного разве что временем расчетов.

Будем рассматривать периодические свободные колебания идеальной несжимаемой жидкости в полости сосудов цилиндрической или сферической формы, рассчитанные методом малого параметра, использующим в обоих случаях численно-аналитическое решение. Решение для цилиндра будем рассматривать как своеобразный тест метода, использующего идеологию [1]. Движение жидкости считается потенциальным, так что существует функция времени и координат $\varphi(t, x, y, z)$ такая, что скорость для каждой частицы жидкости определяется соотношением $\vec{v} = \nabla \varphi$. Тогда условие неразрывности жидкого объема во все время движения приводит к уравнению:

$$\Delta \varphi = 0. \quad (1)$$

Для однозначного определения из этого уравнения потенциала $\varphi(t, x, y, z)$ его следует подчинить условию периодичности по времени $\varphi(t + T) = \varphi(t)$ (T – период колебаний) и граничным условиям [2] на смоченной S и свободной поверхности, уравнение которой будем определять в виде $\xi(t, x, y)$:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \nabla \varphi \nabla \xi, \quad z = \xi \text{ – кинематическое} \quad (2)$$

и динамическое

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{(\nabla \varphi)^2}{2} + g(\xi - h) = 0, \quad z = \xi \quad (3)$$

краевые условия. На S – условие ее непротекания

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \text{ на } S, \quad n \text{ – внешняя нормаль к } S. \quad (4)$$

Как видим, краевая задача существенно нелинейна математически, а в случае наклона хотя бы части S к плоскости горизонта координатная область определения функции ξ будет непрерывно меняться во все время движения, определяя и так называемую геометрическую нелинейность. Будем искать такое решение задачи, при котором потенциал скорости – решение линейной задачи (колебания имеют форму s -го тона, n -й моды) можно взять в качестве первого приближения для построения более точного нелинейного решения, периодического по времени t . Частота нелинейного решения зависит от амплитуды ε первого приближения, причем эта зависимость должна быть определена при решении задачи и должен иметь место предельный переход $\omega \rightarrow \omega_{ns}$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Введем безразмерное время по формуле $\tau = \omega t$. Уравнение Лапласа и условие непротекания при этом сохраняют свой вид, а граничные условия на свободной поверхности перейдут в

$$\omega \frac{\partial \xi}{\partial \tau} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \nabla \varphi \nabla \xi, \quad (5)$$

$$\xi = z_0 - \frac{1}{g} \left(\omega \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{(\nabla \varphi)^2}{2} \right) \quad (6)$$

при $z = \xi$.

Общее решение для потенциала скорости φ , удовлетворяющего уравнению Лапласа и условию непротекания на смоченной поверхности, строится в виде суперпозиции членов $\Phi_m(z, \rho, \beta)$ с коэффици-

циентами, зависящими от времени. Решение, переходящее в линейную волну Φ_{ns} с заданными n и s , должно содержать член

$$\varepsilon \dot{A}(\tau) \Phi_{ns}(z, \rho, \beta).$$

В качестве второго приближения к решению задачи (первое приближение — решение линейной задачи) выберем потенциал, состоящий только из одной гармоники, т.е.

$$\varphi(z, \rho, \beta) = \varepsilon \dot{A}(\tau) \Phi_{ns}. \quad (7)$$

Уравнение свободной поверхности будем искать в виде

$$\xi = z_0 + \varepsilon \xi^{(1)} + \varepsilon^2 \xi^{(2)} + \varepsilon^3 \xi^{(3)}.$$

Опустив промежуточные выкладки, получим

$$\xi^{(1)} = A \frac{\partial}{\partial z} [\Phi_{ns}(z, \rho, \beta)] \Big|_{z=z_0},$$

$$\xi^{(2)} = \frac{1}{2g} \left\{ A^2 \Phi_{ns} \frac{\partial^2 \Phi_{ns}}{\partial z^2} \Big|_{z=z_0} - A^2 (\nabla \Phi_{ns})^2 \Big|_{z=z_0} \right\},$$

$$\xi^{(3)} = \frac{1}{3\omega_m} A^3 (\xi^{*(2)}) + \frac{1}{2} \xi^{*(1)2} \frac{\partial^3 \Phi_{ni}}{\partial z^3} \Big|_{z=z_0} -$$

$$- \frac{1}{3\omega_m} A^3 \nabla (\xi^{*(2)}) \nabla \Phi_{ni} \Big|_{z=z_0} -$$

$$- \frac{\omega_m}{3g} A^3 \nabla (\xi^{*(1)}) \Phi_{ni} \nabla \xi^{*(1)}$$

Здесь $\xi^{*(1)} = \frac{1}{A} \xi^{(1)}$, $\xi^{*(2)} = \frac{1}{A^2} \xi^{(2)}$.

По этим формулам был рассчитан вид свободной поверхности при колебаниях жидкости в полостях сферической и цилиндрической формы. Коэффициент A принимался равным 1. На рис. 1 показана форма волны 1-го тона 1-й антисимметричной моды при глубине $h = 1$ в сфере, $\varepsilon = 0.2$.

На рис. 2 приведена форма волны 1-го тона 1-й антисимметричной моды для глубины $h = 1$ в цилиндре, $\varepsilon = 0.2$. Видно, что даже такое приближение «схватывает» свойства нелинейных колебаний: гребень выше и уже впадины, узлы волн не остаются на месте. Объем жидкости сохраняется с точностью порядка ε^3 .

При решении задачи в сфере неизбежно возникают две трудности: условие непротекания на твердой стенке при использовании приближений решения высоких порядков выполняется только до линии трехфазного контакта, тогда как в нелинейной задаче требуется выполнение этого условия выше ЛТК; при глубинах, отличных от 1 проекция свободной поверхности выходит за пределы Σ_0 .

Эти трудности еще предстоит разрешить, после чего задача будет решена для полости произвольной формы.

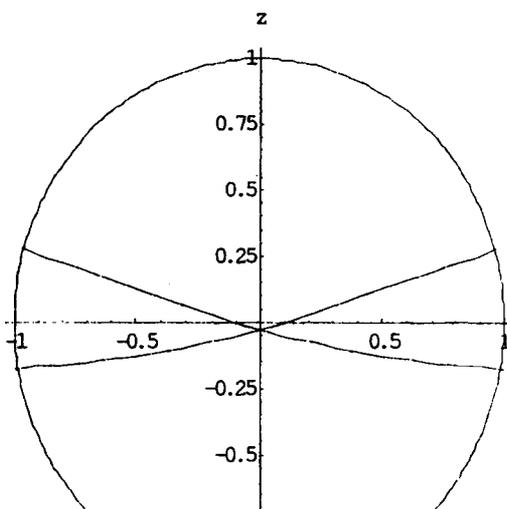


Рис. 1

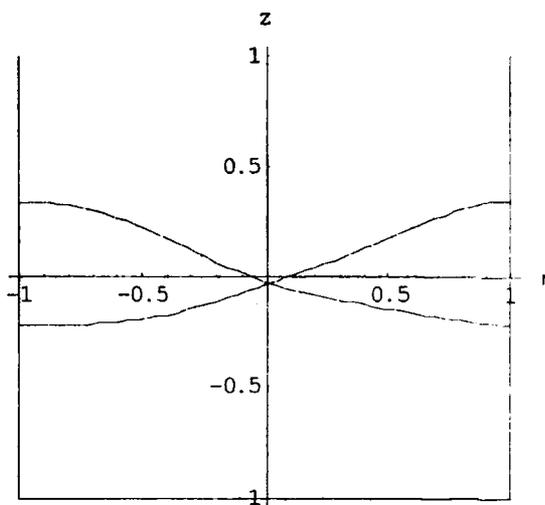


Рис. 2

ЛИТЕРАТУРА

1. Либин Э.Е. Установившиеся колебания конечной амплитуды жидкости в цилиндре// Труды НИИПММ. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1973. Т.3.
2. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью. М.: Машиностроение, 1968.
3. Беккер М.В., Дружинин И.А. Решение задачи о собственных колебаниях жидкости в полости сферической формы Численно-аналитический вариант вариационного метода. Обращение матрицы Гильберта высоких порядков// Сб. статей ЦИОРАН. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. Вып.2.

РАСЧЕТ ВОЛН КОШИ – ПУАССОНА

Глотова Е.А.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Волнами Коши-Пуассона называются волны на поверхности воды, распространяющиеся от локальных возмущений. Они известны давно и описаны в работах [1,2], но в них рассматривается только случай бесконечно глубокой воды. Поэтому представляет интерес получить решение численным методом для жидкости произвольной глубины h .

Если начальное возвышение представить в виде показательной квадратичной функции

$$\zeta(x, 0) = de^{-\frac{x^2}{l^2}}, \quad (1)$$

то тогда решение для плоской или осесимметричной задачи представляется в виде интегралов:

$$\zeta(x, t) = \frac{dl}{2\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \cos(\sigma t) \cos(kx) e^{-\frac{k^2 l^2}{4}} dk, \quad (2)$$

$$\zeta(r, t) = \frac{dl^2}{2} \int_0^{\infty} \cos(\sigma t) I_0(kr) e^{-\frac{k^2 l^2}{4}} k dk. \quad (3)$$

Решение для плоской задачи (2) получено с помощью интегрального преобразования Фурье, а для осесимметричной (3) - применением преобразования Ханкеля. Частота колебаний σ в этих формулах зависит от параметра интегрирования k и определяется следующим дисперсионным соотношением:

$$\sigma = \sqrt{gk \operatorname{th} kh}. \quad (4)$$

Из-за нелинейной зависимости $\sigma(k)$ интегралы (2) и (3) в явном виде не могут быть получены, поэтому для расчета необходимо применять какой-либо численный метод. Подынтегральные функции быстро осциллируют, особенно при больших значениях r или l , поэтому будет целесообразным вынести пространственные переменные за знак интеграла. Этого можно достигнуть применяя известные разложения в ряд по многочленам Чебышева [3]:

$$\cos(kx) = I_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n I_{2n}(x) T_{2n}(k), \quad (5)$$

$$I_0(kr) = I_0\left(\frac{r}{2}\right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n I_n^2\left(\frac{r}{2}\right) T_{2n}(k). \quad (6)$$

Подставляя (5),(6) в (1),(2) получим, что сами волны теперь вычисляются в виде сумм

$$\zeta(x, t) = \frac{dU_0}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n A_n(t) I_{2n}\left(\frac{2xU_0}{L}\right), \quad (7)$$

$$\zeta(r, t) = dU_0^2 \sum_{N=0}^{\infty} (-1)^N B_N(t) I_N^2\left(\frac{rU_0}{l}\right). \quad (8)$$

Верхний предел в интегралах (1),(2) заменен на величину U_0 , которая может выбираться в пределах от 3 до 5. Коэффициенты $A_n(t)$ и $B_n(t)$ в формулах (7),(8) являются гармониками Фурье при разложении функций (9),(10) в ряд по $\cos(n\gamma)$ на промежутке $0 < \gamma < \pi$. Для их вычисления удобно применять алгоритм быстрого преобразования Фурье

$$A_n(t) = \text{БПФ}_m \left\{ \cos(\sigma t) \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) F(\gamma) \right\}, \quad (9)$$

$$B_n(t) = \text{БПФ}_m \left\{ \cos(\sigma t) \sin(\gamma) F(\gamma) \right\}, \quad (10)$$

$$F(\gamma) = \exp\left\{ U_0^2 \cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right\},$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2gU_0}{l} \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \operatorname{th}\left(\frac{2hU_0}{l} \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right)}.$$

Таким образом, для того чтобы рассчитывать волны Коши-Пуассона, необходимо иметь две подпрограммы: одну для расчета быстрого преобразования Фурье, а другую для вычисления функций Бесселя. Обе они работают достаточно быстро, и это позволяет проводить расчет в режиме анимации и наблюдать развитие волнового процесса на экране монитора.

Ниже приведены некоторые кадры, снятые с экрана для осесимметричной и плоской волн Коши-Пуассона.

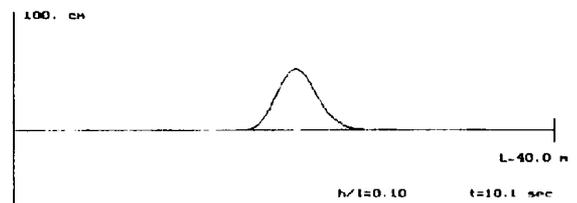


Рис. 1. Плоская волна при малой глубине жидкости

На рис. 1 показано распространение импульса (плоского) по воде малой глубины h по сравнению с шириной начального возвышения l . Видно, что волна в этом случае распространяется без изменения своей формы со скоростью $v = \sqrt{gh}$, как это и предсказывается теорией. Для жидкости средней глубины ($h/l=0.5$) картина распространения волн уже меняется. С увеличением глубины дисперсия волн также возрастает и, как видно из рис.2, это приводит

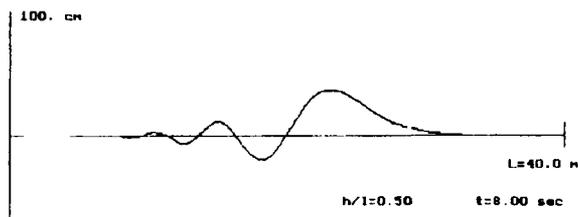


Рис.2. Плоская волна при средней глубине жидкости

к распаду начального возмущения и образованию волнового шлейфа, состоящего из нескольких затухающих волн. Количество этих волн по мере продвижения волнового импульса сначала возрастает, а затем остается постоянным.

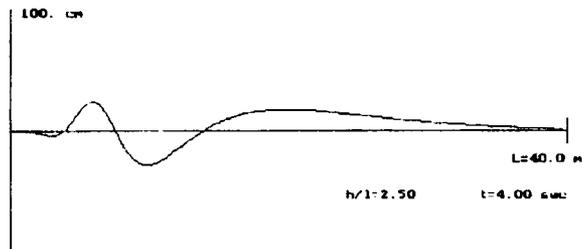


Рис.3. Плоская волна при большой глубине жидкости

При еще большей глубине (рис.3) поведение волн претерпевает дальнейшее изменение. Узлы волновой поверхности начинают двигаться в бесконечность равноускоренно, чем дальше узел находится от начала координат, тем с большим ускорением он перемещается, бугры при этом растягиваются и их амплитуда падает. Это также находится в соответствии с теорией, описанной в работе [2].

Осесимметричные волны Коши-Пуассона отличаются от плоских прежде всего тем, что имеют гораздо меньшую высоту, которая во время движения слабо уменьшается.

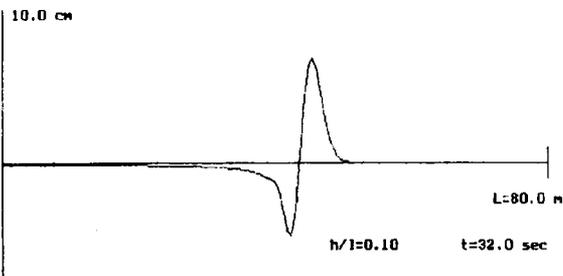


Рис.4. Осесимметричная волна при малой глубине жидкости

На мелкой воде (рис.4) распространяющийся импульс представляет собой комбинацию одиночного бугорка и следующей за ним впадины, которые могут долго двигаться с приблизительно постоянной скоростью.

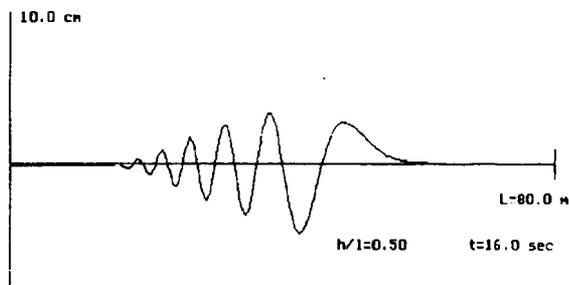


Рис.5. Осесимметричная волна при средней глубине жидкости

При средней глубине (рис.5), когда начинает проявляться дисперсия, волна распадается и образуется волновой шлейф, похожий на тот, который наблюдается в плоской волне.

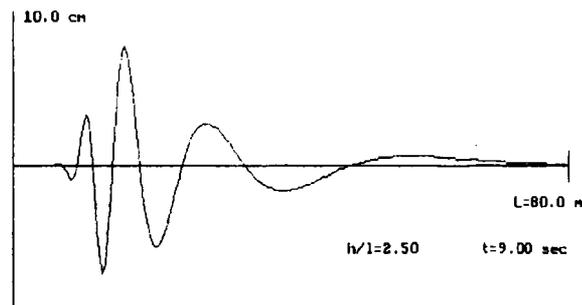


Рис.6. Осесимметричная волна при большой глубине жидкости

На рис.6 показан случай глубокой воды для осесимметричной волны Коши-Пуассона. Дальние бугорки быстро убегают, уменьшаясь по высоте и растягиваясь, и волновая зона состоит только из все время пополняющегося шлейфа; за счет этого продвигается она достаточно медленно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стокер Дж. Дж. Волны на воде. М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. 617 с.
2. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 816 с.
3. Ланс Дж.Н. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. М.: ИЛ, 1962. 207 с.

ВЛИЯНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ДРОБЛЕНИЯ ЖИДКИХ ЧАСТИЦ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В СОПЛЕ ЛАВАЛЯ

Дьяченко Л.И.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Сулова Н. В.

Томский государственный университет

Процесс аэродинамического дробления жидких частиц – явление сложное и зависит от многих факторов [1]. Наибольшее влияние на режим и дробление оказывает число Вебера ($We = 2r\rho v^2 / \sigma$, где r – радиус частицы, ρ – плотность газа, v – скорость частицы относительно газа, σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкой частицы).

В настоящее время в большинстве методик расчета двухфазного течения в соплах Лавалю для описания процесса дробления жидких частиц за счет аэродинамических сил используется упрощенный подход. Предполагается, что дробление жидкой частицы на два равных осколка происходит мгновенно, как только текущее значение числа Вебера у частиц данной фракции превысит задаваемое критическое значение. В практических расчетах для условий, реализуемых в соплах реактивных двигателей, обычно используют критическое число Вебера, равное 17. Оно предполагается постоянным для частиц разных фракций и неизменным вдоль тракта сопла.

В монографии [1] выполнен более подробный анализ этого явления и приведена эмпирическая зависимость, определяющая критическое число Вебера.

Цель настоящей работы состоит в сравнительном анализе влияния уточненного подхода с учетом работы [1] и прежнего подхода на основные интегральные характеристики потока в сопле Лавалю.

1. Физико-математическая постановка задачи

Рассматривается квазиодномерное двухфазное течение в сопле Лавалю с учетом коагуляции, дробления и вращения частиц [2]. Для описания процессов взаимодействия частиц друг с другом используется непрерывный подход и метод «меченых частиц» [2]. Численная реализация осуществляется по методике [2] путем решения обратной задачи на основе конечно-разностных схем второго порядка аппроксимации.

В результате обработки экспериментальных данных по движению жидких капель в НИИ проблем энергосбережения Украины получена зависимость для критического числа Вебера:

$$We_{кр} = 13,5 - 0,44p - (9,5 - 0,44p) \exp[(0,005p - 0,25)G]; \quad (1)$$

$$\text{при } G = 3, \dots, 97, \quad Lp = 5, \dots, 3,5 \cdot 10^5,$$

где $p = \ln(Lp)$;

Lp – число Лапласа;

$$G = \tau \frac{dWe}{dt} \text{ – темп нарастания воздействия на каплю;} \quad (2)$$

$$\tau = 3,32 r_i^2 \rho_i \mu_i^{-1} Lp \text{ – период собственных колебаний капли;} \quad (3)$$

r_i – радиус; ρ_i – плотность; μ_i – вязкость частицы.

Кроме того, зафиксировано, что капля разрушается не мгновенно, при превышении числом Вебера для частиц данной фракции его максимального значения, а с некоторой задержкой начала дробления t_d .

Такой подход для описания аэродинамического дробления жидких частиц был внесен в методику расчета двухфазных течений и выполнена серия расчетов по его влиянию на интегральные и локальные параметры течения в сопле.

2. Результаты численных исследований

Двухфазные течения рассчитывались для радиусно-профилированного сопла [4]. Оно имело радиус скругления в горловине $r_1 = 1,0 \cdot r_{\min}$ (r_{\min} – радиус минимального сечения сопла), угол поджатия в дозвуковой области $\theta_1 = 45^\circ$ и углы у полинома третьей степени, описывающего сверхзвуковую область, $\theta_2 = 24^\circ$ и $\theta_3 = 7^\circ$ соответственно.

На входе в сопло частицы распределены по нормально-логарифмическому закону со среднесредним диаметром $D_{43} = 5,05$ мкм. Давление газа на входе в сопло $P = 5,89 \cdot 10^6$ Па, температура в камере $T = 3200$ К.

На рис. 1 изображено текущее значение числа Вебера – We_τ , вдоль по соплу для частиц разных фракций при значении весовой доли конденсата $z = 0,4$, $r_{\min} = 0,25$ м без учета аэродинамического

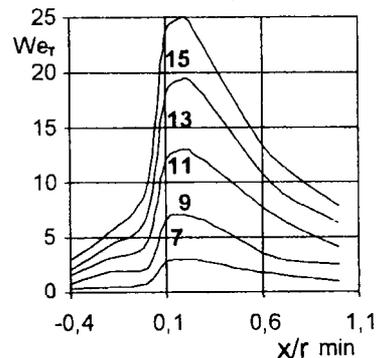


Рис.1. Изменение текущего значения числа Вебера We_τ вдоль тракта сопла без учета влияния аэродинамического дробления для частиц разных фракций. N – номер фракции: 7-я фракция ($r_7 = 2,7$ мкм), 15-я фракция ($r_{15} = 5,8$ мкм)

дробления жидких частиц. Анализ результатов показывает, что, во-первых, происходит резкое увеличение числа Вебера для всех фракций частиц в области горловины сопла, где реализуются максимальные градиенты ускорений. Во-вторых, с увеличением размеров частиц растёт текущее значение числа We . Можно отметить, что их значения для крупных фракций превышают в области горловины сопла критические значения ($We_{кр}$), принятые для таких потоков, и должны раздробиться.

Известно, что критические числа Вебера имеют довольно большой разброс (см. таблицу в работе [1]). Для условий, реализуемых в соплах ракетных двигателей, они находятся в интервале приблизительно от 7 до 25. Поэтому возникает вопрос о влиянии точности задания $We_{кр}$ на основные интегральные характеристики течения. С этой целью были выполнены расчёты при варьировании $We_{кр}$ от 7 до 25 для сопел двух размеров $r_{мин} = 0,1$ м и $r_{мин} = 0,25$ м при весовой доле конденсата $z = 0,4$. Результаты расчетов сведены в табл. 1.

Таблица 1

$We_{кр}$	Дфп, % $r_{мин}=0,1$	d_{43} м	Дфп, % $r_{мин}=0,25$	d_{43} м
25	3,84	0,1009e-04	2,78	0,1362e-04
17	3,78	0,9804e-05	2,66	0,1349e-04
11	3,69	0,9490e-05	2,57	0,1300e-04
7	3,46	0,8907e-05	2,42	0,1260e-04

Из таблицы видно, что критическое значение числа Вебера влияет на величину среднемассового диаметра частиц d_{43} и уровень двухфазных потерь. Это говорит о необходимости более точного выбора $We_{кр}$. Значения $We_{кр}$, рассчитанного по формуле (1), дают при условиях, реализуемых в соплах, числа от 8 до 15, что меньше, чем общепринятые значения $We_{кр}$ для таких потоков.

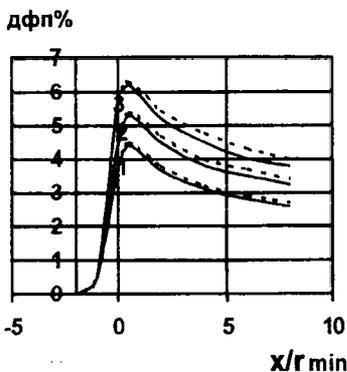


Рис.2. Изменение потерь удельного импульса на двухфазность (дфп, %) вдоль сопла для $R_{мин} = 0,25$ м; 0,15 м; 0,1 м. Пунктирная линия – $We_{кр}=17$; сплошная – $We_{кр}$ рассчитан по (1). 1 - $r_{мин}=0,25$ м; 2 - $r_{мин}=0,15$ м; 3 - $r_{мин}=0,1$ м

Используя $We_{кр} = 17$ и $We_{кр}$, рассчитанный по формуле (1), проведены сравнительные расчёты в

соплах различного сечения: $r_{мин} = 0,1$ м; 0,15 м; 0,25 м. Результаты расчётов обобщены графиком на рис.2.

Видно, что использование функциональной зависимости для $We_{кр}$ снижает уровень величин основных интегральных характеристик. С увеличением радиуса минимального сечения влияние уточнения значения $We_{кр}$ снижается вследствие того, что с увеличением габаритов сопла уменьшаются градиенты изменения параметров между газовой фазой и частицами.

Информации по определению времени задержки t_i начала дробления жидких частиц очень мало. В работе [1] предполагается считать это время того же порядка, что и период собственных колебаний жидкой капли.

Таблица 2

		d_{43} м	Дфп, %
$We_{кр}=17$		0,1349e-04	
$We_{кр}=f$	$k=0$	0,1256e-04	2,55
	$k=1$	0,1256e-04	2,55
	$k=10$	0,1242e-04	2,49

Чтобы оценить влияние погрешности его определения на характеристики потока, были выполнены расчёты, когда

$$t_i = kt$$

- 1) $k = 0$ - время задержки не учитывается;
- 2) $k = 1$ - порядка периода собственных колебаний;
- 3) $k = 10$ - на порядок больше оценочного.

Влияние времени задержки на изменение d_{43} и дфп приведены в табл. 2.

Анализ результатов, приведенных в таблице, показывает, что влияние задержки начала дробления капель незначительно влияет на интегральные характеристики и поэтому можно пользоваться рекомендованной формулой $t_i = \tau$.

Как известно, на дисперсность частиц и уровень двухфазных потерь наибольшее влияние оказывают такие факторы, как весовая доля конденсата z и габаритность сопла.

На рис.3 приведены результаты численных исследований по влиянию уточненной модели аэродинамического дробления на двухфазные потери на срезе сопла от параметра z , при давлении в камере

$$P_x = 5,89 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Можно отметить, что наличие функциональной зависимости (1) для критического числа Вебера ($We_{кр}$) снижает уровень потерь на двухфазность незначительно, но этот разрыв увеличивается с ростом весовой доли конденсата.

Перед создателями методики расчета двухфазного течения всегда встает вопрос о числе осколков дробления частиц. В настоящее время в большинстве расчетов число осколков полагают равным двум.

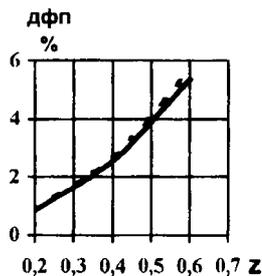


Рис.3. Изменение потерь удельного импульса на двухфазность (дфп, %) в зависимости от весовой доли конденсата z : пунктирная линия - $We = 17$; сплошная - $We_{кр}$ рассчитан по формуле (1)

Это связано с экспериментальными данными о том, что режимы дробления, которые реализуются в соплах, – это “вибрационный” и дробление “в виде мешка”. Как известно, в первом случае получается два крупных осколка. Во втором случае вопрос о числе осколков усложняется.

С целью оценки, насколько изменяются интегральные характеристики потока при разных числах осколков, были выполнены расчеты при числе осколков $N = 2, 4, 6$.

Эти результаты в виде изменения потерь удельного импульса на двухфазность вдоль сопла приведены на рис. 4.

Как и следовало ожидать, увеличение числа осколков приводит к уменьшению потерь на двухфазность. Этому вопросу тоже необходимо уделить

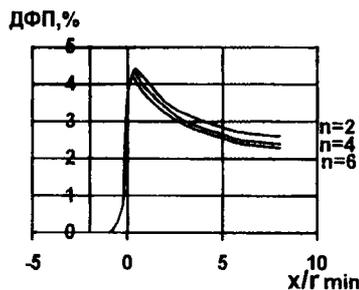


Рис.4. Изменение потерь удельного импульса на двухфазность (дфп, %) вдоль сопла при числе осколков $n = 2, 4, 6$

вниманием. В частности, можно вводить число осколков в зависимости от режима дробления. Но это тема дальнейшего исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стернин Л.Е., Шрайбер А.А. Многофазные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1994. 320 с.
2. Васенин И.М., Архипов В.А., Бутов В.Г., Глазунов А.А., Трофимов В.Ф. Газовая динамика двухфазных течений в соплах. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1986. 262 с.
3. Тишин А.П. Особенности течения двухфазных продуктов в сопле // Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. М: ВИНТИ АН СССР. 1971. Т.1. С.190-220.
4. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Течение газа в соплах. М: Изд-во Моск. ун-та, 1978. 352 с.

Аннотации

изданий авторов Томского государственного университета в 1999 году

Васенин И.М., Васенина Т.В., Глазунов А.А. Исследование газодинамических процессов при двухфазном течении в МГД-генераторах. Томск: Позитив, 1999. 48 с.

В работе приводятся результаты численного исследования нерасчетных двумерных двухфазных магнетогидродинамических течений в каналах МГД-генераторов. Численная реализация осуществлялась в рамках двухжидкостной модели сплошной среды на основе метода псевдоустановления и специальной разностной схемы, позволяющей рассчитывать параметры течений с сильными ударными волнами и малыми параметрами при производных.

Обнаружено, что в двухфазных течениях возможно безударное торможение сверхзвукового потока до скоростей, близких к равновесной скорости звука в двухфазной смеси и существенно меньшей скорости звука в газе. Полученный результат позволяет отодвинуть ограничение по числам Маха при конструировании импульсных МГД-генераторов и открывает перспективы использования в МГД-каналах трансзвуковых (с точки зрения газовой составляющей) течений.

В обоснование трансзвукового торможения двухфазной среды, полученного в численных экспериментах, приведены теоретические аргументы. В частности, показано, что в таких течениях малые возмущения могут распространяться только вниз по потоку, что приводит к невозможности образования ударной волны.

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ РЕЦИРКУЛЯЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНЕ

Есаулов А.О., Старченко А.В.

ЦИОРАН Томского университета

Теоретическую основу для изучения вихревых течений вязкой жидкости составляют уравнения Навье-Стокса или Рейнольдса. Однако в силу нелинейности и взаимосвязанности этих уравнений их решение в общем случае может быть найдено численно, с применением ЭВМ. И здесь важное значение приобретают эффективность и точность используемой при получении приближенного решения вычислительной процедуры.

Рассматривается двумерная задача о стационарном течении несжимаемой вязкой жидкости с постоянными свойствами в прямоугольной полости (каверне) с верхней и нижней стенками, движущимися с постоянными скоростями (рис.1). Жидкость, целиком заполняющая каверну, вовлекается в движение силами вязкости (действие массовых сил незначительное). Кроме того, требуется выполнение условия прилипания частиц жидкости к твердой стенке.

Рассматриваемое течение (в так называемых примитивных переменных) определяется уравнениями Навье-Стокса:

а) уравнением неразрывности

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0; \quad (1)$$

б) уравнениями движения

$$\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = \quad (2)$$

$$= 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial p}{\partial x};$$

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} = \quad (3)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial y},$$

а также уравнениями состояния:

$$\rho = \text{const}; \quad \mu = \text{const} \quad (4)$$

и граничными условиями (условиями прилипания):

$$x = 0: \begin{cases} u = 0, \\ v = 0, \end{cases} \quad x = L_x: \begin{cases} u = 0, \\ v = 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$y = 0: \begin{cases} u = W_2, \\ v = 0, \end{cases} \quad y = L_y: \begin{cases} u = W_1, \\ v = 0, \end{cases}$$

где u - горизонтальная компонента скорости; v - вертикальная компонента скорости; μ - коэффициент динамической вязкости; ρ - плотность; p - давление.

Следует отметить, что часто вместо примитивных переменных («компоненты скорости - давление») используются переменные «функция тока - завихренность», однако в применении последних возникает трудность задания функции вихря на твердых стенках.

В настоящее время при интегрировании уравнений Навье-Стокса широкое распространение среди исследователей получил алгоритм Патанкара-Сполдинга SIMPLE. Этот метод весьма технологичен при программной реализации, удовлетворяет требованиям консервативности, позволяет с помощью коэффициентов релаксации управлять ходом вычислительного процесса.

В основе алгоритма SIMPLE лежит метод контрольного объема. Расчетная область разбивается на конечное число непересекающихся контрольных объемов. В центре каждого контрольного объема определяется давление, а на его границах - компоненты скорости. Процедура расчета состоит из следующих этапов: во-первых, задаются начальные значения поля давления; во-вторых, решаются уравнения движения для определения промежуточных значений компонент скорости; в-третьих, решается уравнение для поправки давления, которая необходима для коррекции компонент скорости для удовлетворения уравнения неразрывности; в четвертых, происходит расчет исправленных компонент скорости; далее оценивается максимальное значение поправки давления и значение дисбаланса масс; в случае, если эти значения велики, происходит возврат ко второму этапу, в противном случае глобальный итерационный процесс заканчивается.

В данном исследовании использовались неравномерные шахматные сетки с узлами, сгущающимися к границе расчетной области. Для решения уравнений движения использовался метод Гаусса-Зейделя с нижней релаксацией, для решения уравнения для поправки давления - явный метод Н.И.Булеева.

Однако при сопоставлении расчетных данных для этой тестовой задачи с данными других авторов было установлено существенное влияние схемной вязкости на результаты расчетов, которая возникает при использовании противопотоковой схемы первого порядка.

Схемой, в значительной степени минимизирующей схемную вязкость, является схема квадратичной интерполяции против потока (схема Леонарда, или QUICK-схема). Эта схема так же, как и схе-

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСТРЕЛА ИЗ МНОГОСТУПЕНЧАТОГО РЕЛЬСОВОГО УСКОРИТЕЛЯ

Жаровцев В.В., Синяев С.В., Щегерцов А.Ю.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Моделируется процесс выстрела из многоступенчатого электродинамического рельсового ускорителя (р.у.) с метаемой арматурой [1]. Начальный разгон ускоряемого тела осуществляется компактной пороховой установкой (п.у.) с вакуумированным стволом. Предлагаемая конструкция электродинамических ступеней ориентирована на высокие скорости метания, в том числе при входе в ускоритель. Расчеты показывают, что рассматриваемое здесь устройство, состоящее из п.у., состыкованной с одним или несколькими последовательно расположенными р.у. с независимыми источниками питания, может быть использовано в качестве лабораторной установки для высокоскоростного метания. Практическое многоразовое использование р.у. с бездуговым контактом между арматурой и рельсами обеспечивается рядом конструктивно-технологических решений, в том числе жидкометаллической смазкой и электродинамическим поджатием электроконтактных частей тела к рельсам.

В работе используются следующие обозначения: i_r, i_s - ток, текущий через рельсы и шину-делитель; L_o, L_r - индуктивность внешней цепи и рельсов; R_o, R_k, R_s, R_r - сопротивление внешней цепи, контакта тела с рельсами, шины и рельсов; C - емкость, а U - напряжение конденсаторной батареи; x_{nr}, x_{ks} - координаты начала и конца рельса, а S_r, S_s - площадь поперечного сечения рельса и шины-делителя; K_r, K_s, K - погонная индуктивность рельсов, шины и их погонная взаимоиндуктивность; σ_s, σ_r - начальная удельная электропроводность, а β_s, β_r - тепловой коэффициент материала шины и рельсов; Δt_i^* - промежуток времени, в течение которого метаемая арматура находится в i -м электродинамическом ускорителе. Отсчет по пространственной координате связан с положением левой стороны метаемого тела в начальный момент времени. Все входные данные приведены в системе единиц: г, мм, мс, А.



Рис.1

Предположения, при которых рассматриваются процессы в п.у. (рис.1), система уравнений в частных производных с краевыми условиями, описы-

вающая эти процессы, и алгоритм расчета внутрибаллистических параметров изложены в [2].

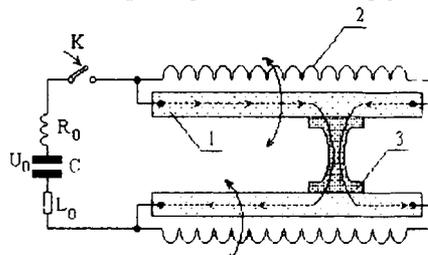


Рис.2

Блок-схема р.у. представлена на рис. 2, где 1 - рельсовые направляющие, 2 - шина-делитель, 3 - арматура. К основным элементам р.у. относится также конденсаторная батарея, которая в момент вхождения метаемой арматуры в р.у. подключается к нему с помощью коммутатора K . Поперечное сечение электропроводной части р.у. с арматурой приведено на рис. 3. Металлическая арматура 3 при

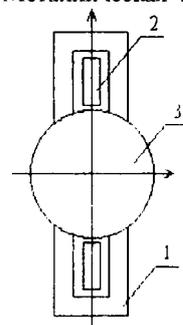


Рис.3

входе в р.у. замыкает П-образные рельсовые направляющие 1. Шина-делитель (2) обеспечивает комбинированную запитку рельсового блока со стороны казенной и дульной частей р.у. Толщина контактных частей рельсового блока должна быть меньше характерной толщины переходного скин-слоя [3], что обеспечивает квазиоднородное распределение тока в рельсах вне зоны контактирования с метаемым элементом, а бифилярная конфигурация соединения шины с рельсами перед метаемым телом уменьшает противодавление внешнего магнитного поля и снижает общую индуктивность ускорителя.

Далее полагаем, что начальные и конечные координаты рельсов и шин совпадают, а в ускорителях все рельсы и все шины-делители изготовлены из одинакового материала. Работа рельсового электродинамического ускорителя описывается системами электротехнических уравнений, при выводе которых использовались первый и второй закон Кирхгофа и закон Ома для движущейся электропроводной среды с учетом омического нагрева рельсовых направляющих:

$$\frac{di_r}{dt} = \frac{\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2 \varphi_4}{\varphi_5}, \quad \frac{di_s}{dt} = \frac{\varphi_2 \varphi_6 - \varphi_1 \varphi_7}{\varphi_5},$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{i_r + i_s}{C}, \quad \frac{dR_s}{dt} = k_7 i_s^2 R_s, \quad (1)$$

$$\frac{dR_r}{dt} = k_8 i_r^2 R_r + k_3 u_4 \bar{\rho}, \quad \frac{d\bar{\rho}}{dt} = k_8 i_s^2 \bar{\rho},$$

$$t = t_1^*, \quad i_r = i_s = 0, \quad U = U^0,$$

$$R_s = \frac{2(x_{kr} - x_{nr})}{\sigma_{0s} s_s}, \quad R_r = \frac{2(x_{kr} - x_{nr})}{\sigma_{0r} s_r}, \quad \bar{\rho} = \frac{1}{\sigma_{0r}}$$

$$\varphi_1 = U - (k_1 + R_r + \kappa_r u_4) i_r - (k_2 + \kappa u_4),$$

$$\varphi_2 = (R_r + k_2 u_4) i_r + (k_2 u_4 - R_s - k_3 (x_{kr} - x_4) \bar{\rho}) i_s,$$

$$\varphi_3 = k_4 + k_2 (x_{kr} - x_4), \quad \varphi_4 = k_5 + \kappa (x_4 - x_{nr}),$$

$$\varphi_5 = (\kappa_r (x_4 - x_{nr} + k_5) (k_2 (x_{kr} - x_4) + k_4) + \varphi_8,$$

$$\varphi_6 = k_5 + \kappa_r (x_4 - x_{nr}), \quad \varphi_7 = -k_2 (x_4 - x_{nr}),$$

$$\varphi_8 = k_2 (x_4 - x_{nr}) (\kappa (x_4 - x_{nr}) + k_5), \quad k_1 = R_0 + R_k,$$

$$k_2 = \kappa_r - \kappa, \quad k_3 = 2/s_r, \quad k_4 = (\kappa_s - \kappa) (x_{kr} - x_{nr}),$$

$$k_5 = L_0 + L_r.$$

Основные трудности при решении системы (1) связаны с определением электротехнических коэффициентов $\kappa, \kappa_r, \kappa_s$. Они рассчитываются методом конечных прямоугольных элементов с однородными по сечениям токами [4].

Значение силы Лоренца, действующей на метаемою арматуру, определяется уравнением

$$F_L = \begin{cases} 0, & t \notin \Delta t_i^*, \\ 0.5 \kappa_r i_r^2 + (\kappa - 0.5 \kappa_r) i_s^2 + \kappa_r i_s, & t \in \Delta t_i^*. \end{cases}$$

Рассмотрим 23-мм рельсовые ускорители со следующими электротехническими параметрами:

$$R_0 = 0.5E - 3; \quad R_k = 0.2E - 3; \quad L_0 = L_r = 0.2E - 3,$$

$$\kappa = 0.6E - 6; \quad \kappa_s = 0.8E - 6; \quad \kappa_r = 0.57E - 6,$$

$$\beta_s = 0.576E - 3; \quad \sigma_{0s} = 27.2E3; \quad s_s = 81,$$

$$\beta_r = 2.74E - 3; \quad \sigma_{0r} = 5.65E3; \quad s_r = 360.$$

Приведем некоторые результаты расчета двух комбинированных устройств, состоящих из пороховых установок, состыкованных с двумя последовательно расположенными р.у. Первое устройство предназначено для метания тел массой 15 г, а второе – 50г. Длина каждого р.у. в первом случае составляет 1750 мм, а во втором – 1400 мм. Начальные емкости и напряжения конденсаторных батарей соответственно равны 50, 15, 100, 40 мФ и 6.32, 11.55, 4.47, 7.07 кВ. Зависимости скорости метаемою арматуры от ее координаты представлены на рис. 4 для первого устройства штриховой линией, а для второго – штрихпунктирной кривой. Линии, расположенные ниже этих кривых, соответствуют вариантам расчета тех же устройств, когда в р.у. отсутствует шина (классический вариант р.у.). Значения токов, теку-

щих через рельсы (сплошная линия) и шину-делитель (штриховая кривая), в зависимости от

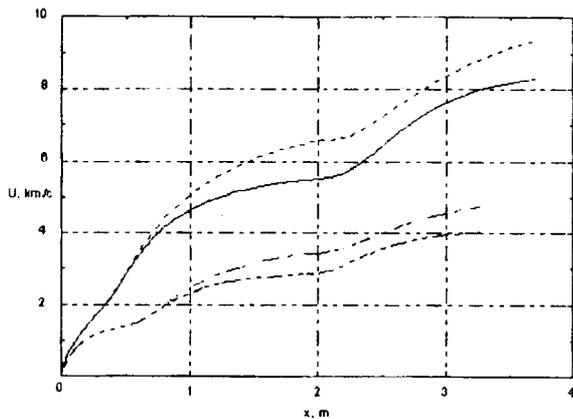


Рис.4

координаты для второго устройства представлены на рис. 5. Штрихпунктирная линия соответствует расчету чисто рельсового варианта.

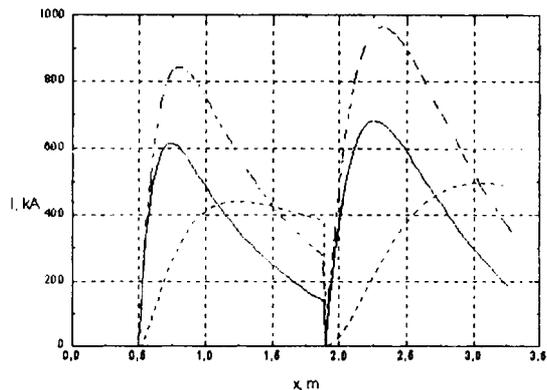


Рис.5

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Коэффициент полезного действия предложенных р.у. почти в 1.5 раза выше КПД чисто рельсовых ускорителей.
2. В предлагаемых устройствах для тел массой 15 и 50 г могут быть получены скорости свыше 9 и 4 км/с. Работа поддержана РФФИ и администрацией Томской области (грант 98-01-03010).

ЛИТЕРАТУРА

1. Rashleigh S.C., Marshall R.A. Electromagnetic acceleration of macroparticles to high velocities// Appl. Phys. 1978. Vol.49. P.2540-2542.
2. Жаровцев В.В., Комаровский Л.В., Погорелов Е.И. Математическое моделирование и оптимальное проектирование баллистических установок. - Томск: Изд-во Том. ун-та, 1989.
3. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. - М.: Мир, 1972.
4. Сняев С.В. Метод расчета силовых и электромагнитных параметров сложных систем проводников в задачах электродинамики// Тез. докл. третьего Сибирского конгресса по прикладной и индустриальной математике. Ч.3. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1988. С.40.

ЭЛЕКТРОТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СХЕМЫ БЕЗДУГОВОГО РЕЛЬСОВОГО УСКОРИТЕЛЯ С ИНДУКТИВНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ ТОКА ЧЕРЕЗ МЕТАЕМОЕ ТВЕРДОЕ ТЕЛО

Пимонов Е.Ю., Синяев С.В., Щегерцов А.Ю.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Предлагается схемное решение и конструктивный вариант бездугового многорельсового электродинамического ускорителя твердых тел. В электротермомеханическом приближении методами численного моделирования анализируются возможности близкого к равноускоренному режиму метания для лабораторного варианта такого ускорителя.

В [1] исследуется четырехрельсовый ускоритель, выполненный в виде двух последовательно соединенных индуктивно связанных двурельсовых блоков. Конструктивной особенностью ускорителя в [2] является последовательное с двумя рельсовыми блоками подключение трехвитковой катушки подмагничивания (индуктора) с запиткой от моноблочной конденсаторной батареи. В настоящей работе рассматривается модификация такого ускорителя с прямым подключением к центральному витку индуктора (расположенному между двумя рельсовыми блоками) дополнительного независимого модуля конденсаторной батареи C_1 . Блок-схема такого ускорителя приведена на рис. 1.

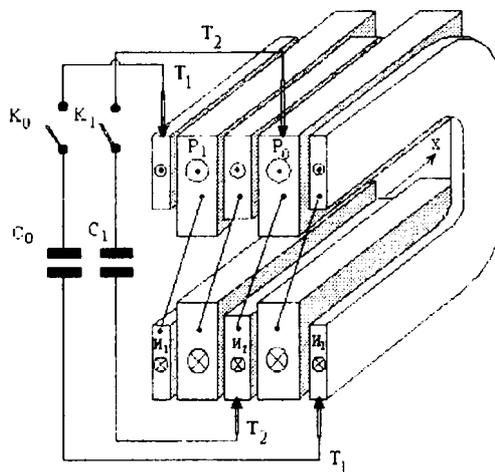


Рис. 1. Блок-схема ускорителя:
/ - гальванические соединения

Электродинамический поддон содержит две изолированные друг от друга электроконтактные части для замыкания направляющих в каждом рельсовом блоке. Ускорение сборки "метаемое тело-поддон" происходит следующим образом. В момент t_0 срабатывает коммутатор K_0 , подключая основную батарею C_0 к последовательно соединенным виткам индуктора I_1 , I_2 и рельсовым блокам P_1 и P_2 с на-

ходящимися в них поддоном. Ускорение сборки происходит под действием электромагнитной силы Лоренца, действующей на силовую часть поддона. В момент $t_1 \geq t_0$ коммутатор K_1 подключает непосредственно к центральному витку индуктора I_2 дополнительную батарею C_1 . Регулирование тока через поддон осуществляется с помощью дополнительного импульса тока i_2 в управляющем витке I_2 за счет его индуктивной связи с рельсовыми блоками. При $\frac{di_2}{dt} > 0$ величина тока i_1 на скользящем контакте относительно уменьшается, а при $\frac{di_2}{dt} < 0$ увеличивается (по сравнению с базовой схемой последовательного соединения индуктора и рельсовых блоков).

Выбор поперечной геометрии ускорителя и силовой части электродинамического поддона проведен в [2] по методике [3]. На рис. 2 даны результаты расчета распределения магнитного поля в поперечном сечении ускорителя и эффективная форма силовых частей поддона для случая, когда ток в управляющем витке индуктора i_y в три раза превосходит ток в других частях ускорителя. Расчеты показывают, что оптимальная форма поддона практически не изменяется в широком диапазоне относительных значений тока $i_y = i_1/i_2$ в управляющем витке индуктора $i_y = i_1/i_2 = 1+3$, где i_1 - ток в рельсовых направляющих, а i_2 - ток на дополнительной батарее C_1 .

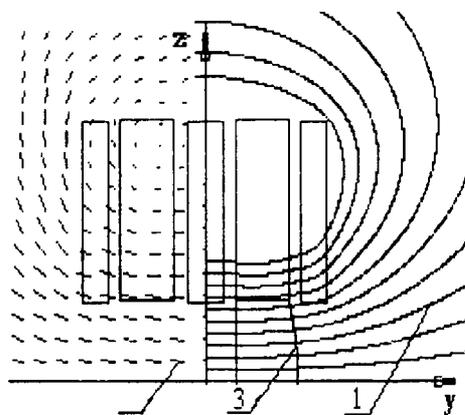


Рис. 2. Распределение магнитного поля в поперечном сечении верхней части ускорителя: 1 - магнитные силовые линии; 2 - вектор напряженности магнитного поля; 3 - поперечное сечение силовой части электродинамического поддона

Магнитное поле в канале ускорителя является квазиоднородным при $i_y = 1+3$, поперечная гео-

метрия силовых частей поддона близка к прямоугольной.

На рис. 3 приведена электротехническая схема выстрела ускорителя. Используются следующие обозначения: $L_{и1}$, $R_{и1}$ - индуктивность и сопротивление внешних ($i = 1$) и управляющего ($i = 2$) витков индуктора, L_p , R_p - параметры двух последовательно соединенных рельсовых блоков, M_i - их взаимоиנדуктивности с внешним ($i = 1$) и управляющим ($i = 2$) витками индуктора, M_{12} - взаимоиנדуктивность соответствующих витков индуктора между собой, L_3 - индуктивность поддона, R_k - контактное сопротивление поддона с рельсовыми направляющими. Наклонная стрелка указывает на нестационарность соответствующего параметра.

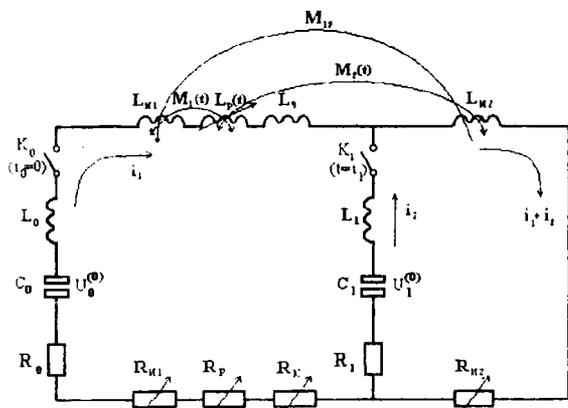


Рис. 3. Электротехническая схема выстрела ускорителя

Процесс ускорения сборки рассчитывается в электротермодинамическом приближении [3]. Рассматривается модельный ускоритель со следующими основными параметрами: длина ускорителя - 2 м, приведенный калибр - 30 мм, масса сборки - 250 г, емкости основной и управляющей батарей (мФ) - 135 и 50, их начальные электрические напряжения (кВ) - 4,8 и 1,5, площади поперечных сечений (см²) медных витков индуктора - 1,2 и рельсовых направляющих из хромистой меди - 3,0, коэффициенты погонной индуктивности (мкГн/м) - рельсового блока - 2,26, внешних витков индуктора - 1,56, центрального витка - 0,778, их взаимоиנדуктивности - 0,818, их взаимоиנדуктивности с последовательно соединенными рельсовыми блоками - 1,15. Значения коэффициентов погонной индуктивности и взаимоиנדуктивности ускорителя рассчитывались методом конечных прямоугольных элементов с током [4].

Коммутатор K_1 управляющей батареи включался через 0,72 мс после срабатывания K_0 . Сравнение проводилось с базовым вариантом ускорителя ($C_0=140$ мФ, $U_0^{(0)} = 4,8$ кВ, управляющая батарея не включается).

На рис.4 приведены графики тока через поддон i_1 как функции времени t , отсчитываемого с момента включения коммутатора K_0 основной батареи. Из сравнения с результатами для базового варианта

(пунктирные линии) следует, что коммутация управляющей батареи с относительной энергоемкостью менее 4% обеспечивает близкий к равноускоренному режим метания при уменьшении максимального тока на скользящем электрическом контакте "поддон-рельсовые блоки" на 12,5%.

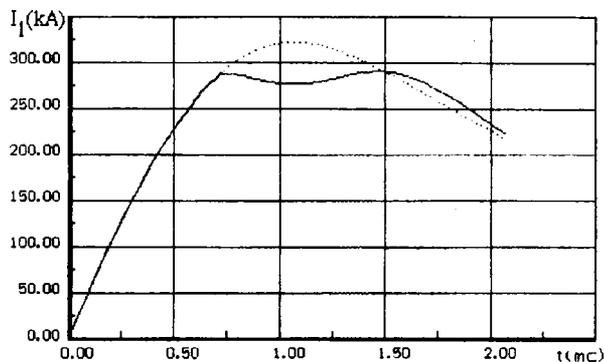


Рис. 4. Зависимости тока на поддоне от времени

В обоих вариантах расчета дульная скорость сборки u_d , а также КПД электромеханического преобразования энергии практически одинаковы и составляют 2010 м/с и 30,2 % соответственно. Значение КПД рассчитывается по формуле:

$$\frac{m(u_d^2 - u_0^2)}{C_0(U_0^{(0)})^2 + C_1(U_1^{(0)})^2},$$

где m - масса сборки.

К моменту вылета сборки из рельсового блока центральный виток I_2 индуктора нагревается на 56° , а рельсы в сечении токоподводов - на 15° при их начальной комнатной температуре.

Таким образом, в предложенной конструкции и схеме ускорителя реализуется эффективное электромеханическое преобразование энергии при относительно малых значениях тока и омическом нагреве элементов ускорителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Moldenhauer J.G., Hauze G.E. Experimental demonstration of an N-turn EML // IEEE Transactions magnetics. 1984. V.20, №2. P.283-286.
2. Пимонов Е.Ю., Синяев С.В., Щегерцов А.Ю. Электротермомеханический анализ новой схемы рельсового ускорителя твердых тел // Механика летательных аппаратов и современные материалы: Доклады 5-й Всероссийской научно-техн. конференции молодежи. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1988. С. 288-297.
3. Синяев С.В., Щегерцов А.Ю. Методика согласованного расчета поперечной геометрии рельсового бездугового ускорителя и силовой части электродинамического поддона // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сб. статей под ред. И.Б. Богоряда. Вып.2. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. С. 30-35.
4. Синяев С.В. Метод расчета силовых и электромагнитных параметров сложных систем проводников в задачах электродинамики // Тезисы докладов третьего Сибирского конгресса по прикладной и индустриальной математике. Часть 3. Новосибирск: Изд-во Института математики СО РАН, 1998. С. 40.

ПРЯМОЙ МЕТОД РАСЧЕТА ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В ДО-, ТРАНСЗВУКОВОЙ ОБЛАСТИ

Смирнов А.А.

Томский государственный университет

Введение

В настоящее время в связи с успехами в области численного моделирования задач гидро-, аэродинамики и повышения возможностей вычислительной техники проблемы, которые ставят перед собой исследователи, значительно сложнее и содержат несомненно одномерных моделей. Однако такие модели продолжают использоваться для получения качественных и первоначальных количественных результатов, а также для решения вариационных задач газовой динамики. В настоящей работе предложен прямой метод решения задачи двухфазного течения (смесь газа и частиц) в до-, трансзвуковой области в канале заданной формы. Метод решения итерационный, решение получается как предел псевдоустановления по времени, массовый расход смеси получается в процессе решения. Не смотря на то, что метод итерационный и на первый взгляд требует большего времени счета, его преимущества по сравнению с обратным методом очевидны. Во-первых, расчет проводится в канале, контур которого задан, а не восстанавливается в процессе решения (что позволяет проводить оптимизационные исследования). Во-вторых, массовый расход рабочего тела определяется с заданной степенью точности и не требуются дополнительных итераций для уточняющего пересчета параметров (количество которых для достижения такой же степени точности может быть достаточно велико).

Исходная система уравнений и метод решения

Рассмотрим систему уравнений, описывающих одномерное двухфазное течение в канале, контур которого задан $F(x)$:

$$\rho u \frac{du}{dx} + \rho_s u_s \frac{du_s}{dx} + \frac{dp}{dx} = 0, \quad \frac{d}{dx}(\rho u F) = 0, \quad p = \rho RT,$$

$$\rho u \frac{d}{dx} \left(\frac{\gamma p}{\gamma - 1} + \frac{u^2}{2} \right) + \rho_s u_s \frac{d}{dx} \left(c_s T_s + \frac{u_s^2}{2} \right) = 0,$$

$$u_s \frac{du_s}{dx} = C_R (u - u_s), \quad u_s \frac{dT_s}{dx} = C_L (T - T_s),$$

$$\frac{d}{dx}(\rho_s u_s F) = 0. \quad (1)$$

Принятые обозначения следующие: u - скорость, T - температура, ρ - плотность, p - давление. Индекс «s» приписан параметрам частиц, R - газовая постоянная, γ - показатель адиабаты газовой фазы, C_R и C_L - коэффициенты динамического и теплового взаимодействия между частицами и газом, выраженные для которых имеются, например, в [1].

Система дифференциальных уравнений имеет особенность типа «седла». Вследствие этого вдоль интегральной кривой пройти из дозвуковой области в сверхзвуковую невозможно.

Для нахождения решения системы (1) уравнение движения для смеси газа и частиц записывается в псевдонестационарной форме (формально вводится дополнительное слагаемое - частная производная от скорости газа по времени)

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_s u_s \frac{du_s}{dx} + \frac{dp}{dx} = 0.$$

Таким образом подсистема для смеси преобразуется в систему уравнений в частных производных. Рассмотрим характеристические линии этой системы и соотношения на них. В уравнении движения для газа запишем частную производную по времени от скорости газа через полную производную, которая выражается как

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{dx}{dt},$$

и перепишем подсистему для смеси в форме

$$\rho \frac{\partial u}{\partial x} \left(u - \frac{dx}{dt} \right) + \frac{dp}{dx} = -\rho \frac{du}{dt} - \rho_s u_s \frac{du_s}{dx},$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{1}{u} \frac{du}{dx} = -\frac{1}{F} \frac{dF}{dx}, \quad (1')$$

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} - \frac{\gamma p}{\gamma - 1 \rho^2} \frac{d\rho}{dx} + u \frac{du}{dx} = -W \frac{d}{dx} \left[c_s T_s + \frac{u_s^2}{2} \right].$$

Здесь $W = \rho_s u_s / \rho u$ - отношение массового расхода «газа» частиц к расходу газа.

Система уравнений приводится к безразмерному виду. В качестве масштабов для параметров газа и частиц выбраны критические параметры, рассчитанные по газовой фазе $a_*, T_*, \rho_*, \gamma_*$, для линейных размеров - радиус (полувысота) минимального сечения канала r_* . Далее все параметры полагаются безразмерными.

В качестве граничных условий задаются значения энтальпии и энтропии смеси

$$H_{см} = H_0 = \left(1 + W \frac{c_s}{c_p} \right) \frac{T_0}{\gamma - 1} = \text{const}, \quad S_{см} = \frac{p_0}{\rho_{e0}^{\gamma_e}} = \text{const},$$

где γ_e - равновесный показатель адиабаты смеси, $\rho_e = \rho + \rho_s$ - равновесная плотность смеси.

Для системы уравнений (1') находим уравнение характеристики

$$\frac{dx}{dt} = \frac{u^2 - a^2}{\gamma u} \quad (2)$$

и условие совместности на ней

$$\frac{du}{dt} = \frac{a^2}{\gamma} \frac{1}{F} \frac{dF}{dx} - \frac{1}{\rho} \rho_s u_s \frac{du_s}{dx} + \frac{\gamma-1}{\gamma} W \frac{d}{dx} \left[\frac{c_s T_s}{c_p (\gamma-1)} + \frac{u_s^2}{2} \right] \quad (3)$$

Решение задачи проводится численно. Для определения скорости газа используется обратный метод характеристик, для определения других параметров - явные и неявные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений, а также алгебраические соотношения. По временной координате организуется итерационный процесс, который можно интерпретировать как процесс псевдоустановления по времени. В начальный момент времени t_0 задается некоторое распределение параметров вдоль канала (обычно для параметров газа удобно воспользоваться газодинамическими функциями, а параметры частиц задать следующим образом:

$$T_s = T, \quad u_s = u, \quad \rho_s = W\rho.$$

В качестве критерия сходимости итерационного процесса можно задать сходимость по норме в пространстве сточных функций

$$\|U^{n+1} - U^n\| < \varepsilon$$

для наиболее сильно изменяющейся функции, например скорости или температуры газа. Также сходимость можно контролировать по установлению положения критического сечения или значения массового расхода смеси.

Разностные схемы

Расчетная область, которая представляет собой рассматриваемый участок канала (сопло и сверхзвуковой диффузор), покрывается равномерной разностной сеткой. Шаг разностной сетки по координате x определяются как

$$h = (x_k - x_n) / N,$$

где x_n и x_k - абсциссы начальной и конечной точки расчетной области, N - число ячеек. Шаг по временной координате τ должен удовлетворять условию устойчивости (при расчете не должен происходить выход за границу области зависимости решения от начальных данных) и определяется как

$$\tau = \xi \cdot h \min \left| \frac{\gamma u}{u^2 - a^2} \right|, \quad 0 < \xi < 1.$$

Параметр ξ удобнее выбирать близким к единице, например 0.9.

Для расчета скорости газовой фазы применяется обратный метод характеристик. С временно-го слоя $n+1$ выпускаются характеристики [формула

(2)] и находятся точки их пересечения с предыдущим временным слоем n (рис. 1):

$$x_k^n = x_k^{n+1} - \tau \cdot \left(\frac{u^2 - a^2}{\gamma u} \right)_k^{n+1}.$$

Найденные координаты образуют систему нерегулярных узлов на предыдущем временном слое. Для них введены обозначения \tilde{k} .

Кроме того, формула (2) показывает, что при дозвуковой скорости газовой фазы характеристики имеют отрицательный угол наклона (правая часть отрицательна), а при сверхзвуковой скорости угол наклона положительный (правая часть положительна). В сечении, где происходит переход через скорость звука (критическое сечение), характеристика направлена вертикально.

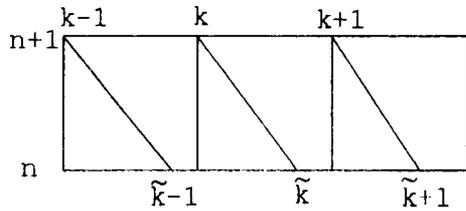


Рис. 1

Используя значения параметров в регулярных узлах сетки на предыдущем слое, с помощью квадратичной интерполяции определяются значения параметров в нерегулярных узлах \tilde{k} .

Для расчета скорости газа используется соотношение на характеристике (3). В разностном виде соотношение на характеристике запишется

$$\frac{U_k^{n+1} - U_k^n}{\tau} = Z_k^n - \alpha_k^n C_{R\tilde{k}} \left(U_k^{n+1} - U_{s\tilde{k}}^n \right), \quad (4)$$

$$Z = \frac{a^2}{\gamma} \cdot \frac{F'}{F} + \frac{W}{\gamma} \cdot \frac{c_s}{c_p} \cdot \frac{C_L}{U_s} (T - T_s), \quad \alpha = \frac{\rho_s}{\rho} - \frac{\gamma-1}{\gamma} W.$$

Чтобы схема имела второй порядок аппроксимации, расчет по формуле (4) проводится по методу предиктор-корректор.

В разностном виде уравнение движения для частиц запишется как

$$\frac{U_{sk}^{n+1} - U_{sk-1}^{n+1}}{h} = \left(\frac{C_R}{U_s} \right)_{k-1/2}^n \left(U_{k-1/2}^{n+1} - U_{sk-1/2}^{n+1} \right).$$

Запишем схему для расчета скорости частиц в узле k на временном слое $n+1$

$$U_{sk}^{n+1} \left(1 + \frac{1}{2} h \left(\frac{C_R}{U_s} \right)_{k-1/2}^n \right) = h \left(\frac{C_R}{U_s} \right)_{k-1/2}^n \times \left(U_{k-1/2}^{n+1} - \frac{1}{2} U_{sk-1}^{n+1} \right) + U_{sk-1}^{n+1}. \quad (5)$$

Уравнение энергии можно использовать в виде полного интеграла

$$\frac{T}{\gamma-1} + \frac{u^2}{2} + W \left(\frac{c_s}{c_p(\gamma-1)} \cdot T_s + \frac{u_s^2}{2} \right) = H_0. \quad (6)$$

В разностном виде уравнение теплообмена между частицами и газом записывается следующим образом:

$$\frac{T_{sk+1} - T_{sk}}{h} = \left(\frac{C_L}{U_s} \right)_{k+1/2} \cdot (T_{k+1/2} - T_{sk+1/2}).$$

Температура газа выражается в конечном виде через энтальпию. Тогда схему для расчета температуры частиц можно построить следующим образом:

$$T_{sk+1} \left(1 + E \cdot \left[1 + W \frac{c_s}{c_p} \right] \right) = E \cdot \left(D_{k+1} + D_k - W \frac{c_s}{c_p} T_{sk} - T_{sk} \right) + T_{sk}, \quad (7)$$

где $E = \frac{1}{2} \frac{C_{L,k+1} + C_{L,k}}{U_{s,k+1} + U_{s,k}} \cdot h,$

$$D_k = \left(H_0 - \frac{U_k^2}{2} - W \frac{U_{sk}^2}{2} \right) \cdot (\gamma - 1).$$

Массовый расход газа определяется из соотношений (в первом узле расчетной сетки течение предполагается равновесным):

$$\frac{p_1}{\rho_1^{\gamma_c}} = S_0 = \frac{p_0}{\rho_0^{\gamma_c}},$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{U_1^2}{2} + W \left(\frac{c_s}{c_p} \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{U_1^2}{2} \right) = H_0,$$

$$\text{откуда } \rho_1 = \left[\frac{\rho_0^{\gamma_c} \gamma - 1 H_0 - 0.5 U_1^2 (1 + W)}{\rho_0 \gamma (1 + W c_s / c_p)} \right]^{\frac{1}{\gamma_c - 1}}. \quad (8)$$

Таким образом, массовый расход газа и «газа» частиц определится как

$$G = \rho_1 U_1 F_1, G_s = W \cdot G. \quad (9)$$

Последовательность расчета параметров следующая: 1) расчет скорости газа [формулы (4)]; 2) расчет скорости частиц [формула (5)]; 3) определение расхода газа [формулы (8), (9)]; 4) расчет распределения плотности газа и плотности «газа» частиц (из соотношений $\rho U F = G$ и $\rho_s U_s F = G_s$); 5) расчет температуры частиц [схема (7)]; 6) расчет температуры газа [из уравнения энергии в виде полного интеграла: соотношение (6)]; 7) давление определяется из уравнения состояния. Все схемы метода расчета имеют второй порядок аппроксимации.

Пример расчета двухфазного течения в сопле Лавала

В качестве примера приводится расчет течения со следующими данными. Температура и давление в камере сгорания $T_0=4329,7\text{ К}$, $p_0=45,32 \cdot 10^5\text{ Па}$, молярная масса газа $M_g=20,54\text{ кг/кмоль}$, показатель адиабаты газовой фазы

$\gamma=1,369$, массовая доля частиц в смеси $z=0,472$, теплоемкость вещества частиц $c_s=1940\text{ Дж/(кг·К)}$, динамическая вязкость газа $\eta=0,698\text{ Па·с}$, число Прандтля $Pr=0,753$, среднемассовый радиус частиц $r_{43}=2\text{ мкм}$. Расчет проводился в радиусно-коническом сопле Лавала, контур сопла показан на рис. 2. Радиус входного сечения сопла $R_{вх}=0,099\text{ м}$, радиус минимального сечения $R_{мин}=0,0587\text{ м}$, угол наклона контура в сверхзвуковой части сопла $\text{tg}\alpha=0,036$.

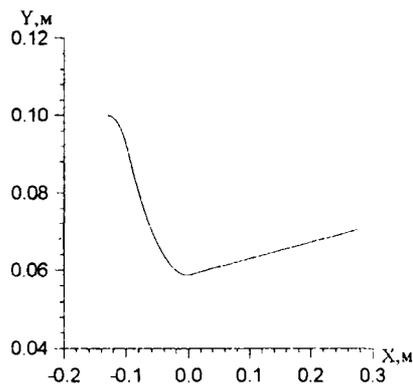


Рис. 2. Контур сопла

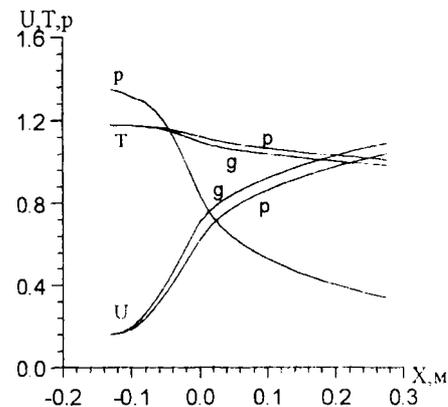


Рис. 3. Параметры газа и частиц, индекс g - газ, p - частицы

Значение массового расхода смеси при указанных данных оказалось равным $G_{\text{max}}=45,42\text{ кг/с}$. Распределение параметров течения вдоль сопла приводится на рис. 3.

Удовлетворительная точность расчета достигается при числе итераций 500-600, а при числе итераций 2000-2500 достигается точность до 7-8 значащих цифр по любому из приведенных критериев сходимости. Для процессоров типа PENTIUM-133 время счета программы порядка нескольких секунд.

Автор благодарит В.Г. Бутова и А.А. Глазуну за полезные обсуждения при создании алгоритма расчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974. 212 с.
2. Годунов С. К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979. 392 с.

ДВУМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В КАНАЛАХ ИМПУЛЬСНЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ МГД-ГЕНЕРАТОРОВ

Смирнов А.А., Еремин И. В.

Томский государственный университет

Постановка задачи и тестовые расчеты

Целью настоящей работы является построение численного метода решения задачи распределения электрического поля в канале импульсного МГД-генератора и апробирование метода для установок с различным типом коммутации электродов.

При создании новых импульсных МГД-генераторов на смешевых, твердых, плазмообразующих топливах необходимо определять газодинамические, электрические и другие параметры потока. Процессы, происходящие в тракте генератора, имеют, как правило, пространственный характер [1,2]. В работе исследуется течение в канале фарадеевского МГД-генератора в рамках модели двумерной электродинамики. При изучении процессы полагаются стационарными.

Плотность тока и распределение электрического поля в канале описываются уравнениями Максвелла и обобщенным законом Ома [1]:

$$\vec{j} + \vec{j} \times \mu_0 \vec{B} = \sigma (\vec{E} + \vec{U} \times \vec{B}),$$

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = 0.$$

Предложенный метод решения базируется на подходах, изложенных в работе [3]. Используя представление напряженности электрического поля через потенциал $\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi$, уравнения для электрического поля сводятся к эллиптическому уравнению относительно φ

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = & -\frac{1}{S} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial S}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{1}{S} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial (S\beta)}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial (S\beta)}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} [S\beta V_z + S\beta U B_z] + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial y} [S\beta V B_z - S\beta U B_z], \end{aligned}$$

где в правой части находятся члены, отвечающие за взаимодействие электромагнитного поля с движущейся плазмой. На границах области ставятся следующие условия:

$$\varphi|_{\Gamma_1 \text{ Эл}} = \varphi^-, \quad \varphi|_{\Gamma_3 \text{ Эл}} = \varphi^+, \quad j_n|_{\Gamma_1 \text{ Из}} = j_n|_{\Gamma_3 \text{ Из}} = 0,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2} = \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_4} = 0.$$

На электродах задается значение потенциала, а на изоляторах полагается равенство нулю плотности тока. На входе в канал и на выходе из него полагается равенство нулю нормальных производных от потенциала.

При численном решении задачи физическая область переводится в прямоугольную расчетную область с помощью преобразования координат $\xi = x, \eta = \frac{1}{2} \left(\frac{y}{Y(x)} + 1 \right)$, где $Y(x)$ - образующая канала,

при этом пределы изменения координат в расчетной области $0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \eta \leq 1$. Для решения используется итерационный метод. На каждой итерации поиск решения в области производится методом переменных направлений, для расчета вдоль каждой координатной линии применяется метод прогонки.

Результаты расчетов тестировались по известным аналитическим решениям красных задач. Показано совпадение решений с точностью до ошибки аппроксимации. Проводились исследования внутренней сходимости решения. На рис.1 демонстрируется сходимость решения по норме для канала со сплошными электродами длины 0.5 м. Показано изменение нормы сеточной функции, которая определялась как $\|f_{i,j}\| = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m f_{i,j}^2 / nm$, в зависимости

от числа итераций, и разность между нормами $\Delta \epsilon$ на $(n+1)$ -м и n -м шагах. При достаточно большом количестве итераций $\Delta \epsilon$ стремится к нулю, а сама величина нормы - к некоторому постоянному значению. Поведение кривой $\Delta \epsilon$ говорит о том, что требуется некоторое количество итераций для стабилизации численного решения.

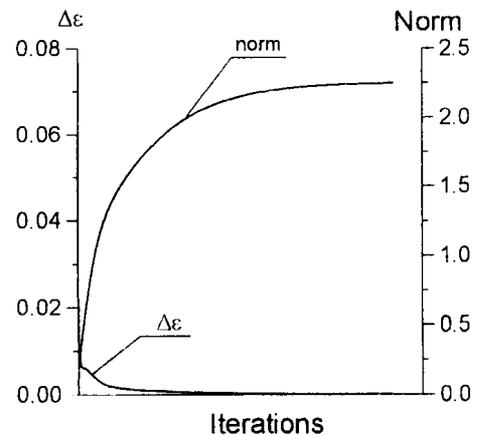


Рис.1

Проведены расчеты для сходимости метода по норме на вложенных сетках. Исследован характер роста количества итераций с ростом количества ячеек расчетной сетки, показано, что с ростом числа расчетных узлов количество итера-

ций возрастает по квадратичному закону. Расчеты на вложенных сетках показывают, что величина нормы не имеет тенденции к расходимости, а наблюдаемые относительные отклонения нормы от некоторого среднего значения составляют величину порядка 10^{-3} (рис. 2).

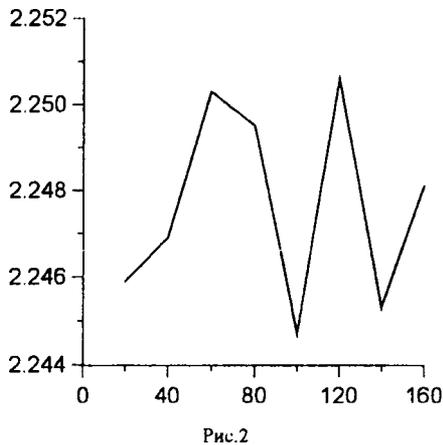


Рис.2

Предложенный численный метод позволяет моделировать поведение электрических полей в двумерных областях достаточно произвольной формы.

Моделирование полей в каналах МГД-генераторов

По предложенному методу проведены параметрические расчеты для различных длин каналов со сплошными электродами: 0.25, 0.5, 1, 2 м, высота канала во входной области $h=0.1$ м, наклон образующей канала $\text{tg } \alpha = 0.02$ (габариты соответствуют каналу МГД-генератора «Памир» с расходом рабочего тела $G \approx 20$ кг/с). Начиная с длины порядка 1 м, в межэлектродном пространстве канала изопотенциальные линии представляют собой параллельные линии, что говорит о правомерности использования в этой области одномерного приближения для вычисления полей и токов, а основные неоднородности, требующие пространственного моделирования, возникают в области входа и выхода в электродную зону. По расчетным данным анализировалось распределение вектора напряженности электрического поля для канала со сплошными электродами. Анализ говорит, что неоднородности поля сосредоточены в областях стыковки электрод - изолятор, поле имеет здесь вихреобразный вид, а во внутренней области между электродами линии вектора напряженности параллельны поперечной оси Oy . На рис. 3 показано поведение изопотенциальных линий для канала длины 1 м (масштаб подобран так, что на рисунке высота выходной части канала равна длине канала).

данной коммутацией электродов (размеры канала прежние), которые показали, что процесс счета устойчив, а полученные распределения качественно соответствуют распределениям в действующих установках. Вид вектора напряженности показан на рис. 4. Также проводились расчеты для канала с диагональным секционированием электродов, по которым можно судить о хорошей работе метода и для данного случая коммутации.

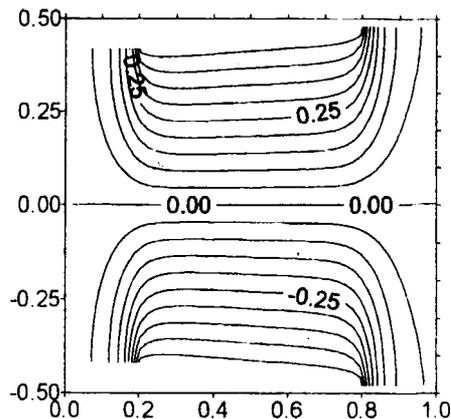


Рис.3

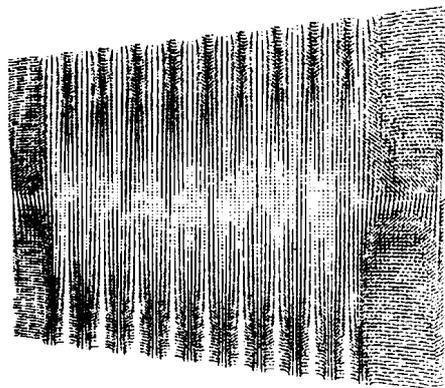


Рис.4

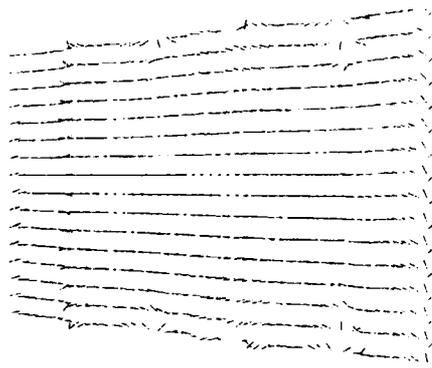


Рис.5

Для уменьшения влияния эффекта Холла в фарадеевском МГД-генераторе используются каналы с секционированными электродами. Были проведены исследования распределения поля в канале с

В целях более широкого применения метода для исследования поведения электрических полей в каналах МГД-генераторов с различной коммутацией электродов был также рассмотрен вариант канала холловского типа. В этом случае расчеты показывают, что векторы напряженности в основной части канала изменяют свою ориентацию на горизонтальную по сравнению с распределением в фарадеевском генераторе, что соответствует реальной физической картине (рис. 5).

Предложенный метод расчета допускает подробное исследование распределения полей для отдельных участков канала. Например, было проведено исследование распределения полей в областях входа и выхода из электродной зоны для каналов со сплошными электродами, в области между двумя последовательными секциями для канала с секционированными электродами. На рис. 6 показано поведение изопотенциальных линий и вектора напря-

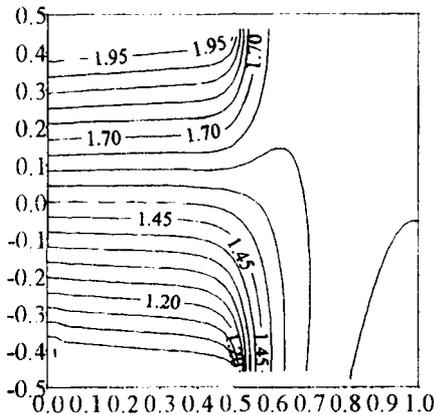


Рис. 6

женности поля в области выхода из электродной зоны. На рис. 7 представлено распределение изопотенциальных линий и вектора напряженности поля для двух последовательных электродных секций.

Заключение

Результатом работы является демонстрация построенного расчетного метода и программы, его реализующей, исследование возможностей метода в

плане получения решений для различных вариантов коммутации электродов. Полученные подтверждения работоспособности метода позволяют рекомендовать его в качестве подпрограммы для расчета двумерных распределений полей в каналах

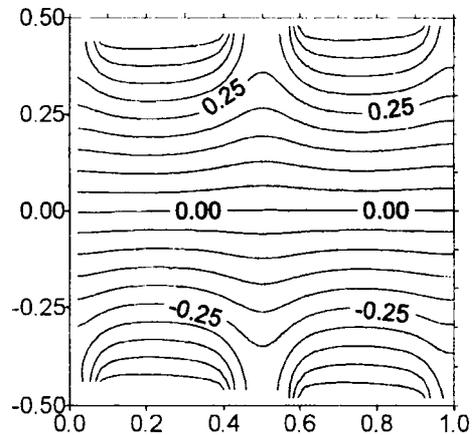


Рис. 7

импульсных МГД-генераторов указанных выше типов при совместной работе с газодинамическим расчетом параметров плазмы в канале.

Кроме того, демонстрируемый расчетный метод рекомендуется использовать для расчета конфигураций полей в каналах с нестандартной коммутацией электродов, когда сплошные электроды смещены относительно друг друга или применяется комбинированный тип коммутации, то есть часть электродной зоны представляет собой секционированные электроды, а часть – сплошные, при этом электроды могут иметь произвольные заданные длины. Могут применяться и более сложные способы коммутации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ватажин А. Б., Любимов Г. А., Регирер С. А. Магнитогазодинамические течения в каналах. М: Наука, 1970. 394 с.
2. Бреся В.В., Губарев А.В., Панченко В.П. Сверхзвуковые МГД-генераторы. М: Энергоатомиздат, 1988. 240 с.
3. Головизнин В.М., Лунин А.Л., Панченко В.П., Чуданов В.В. Численное моделирование электрических полей и токов в каналах кондукционных МГД-генераторов/ Препринт ИАЭ-5132/16. М., 1990. 15 с.

ЧАСТОТНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ В ДЛИННОМ КАНАЛЕ

Сычёв К.А., Либин Э.Е.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

I. В статьях [4, 6] рассматривалась задача о поперечных колебаниях жидкости в длинном канале. Там получен общий вид коэффициентов бесконечной матрицы, определяющей частоты колебаний. При расчете эту матрицу приходится ограничивать, и это приводит к решению малой точности для высоких частот.

Постановка задачи состоит в следующем:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= 0 && \text{внутри области,} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial n} &= \nu\Phi && \text{на свободной поверхности,} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial n} &= 0 && \text{на твердых стенках.} \end{aligned} \quad (1)$$

Для её решения в трехмерном пространственном случае применяют численный метод (вариационный), целью которого является получение элементов некоторой матрицы M бесконечного порядка. Её собственные числа и векторы будут решениями поставленной задачи.

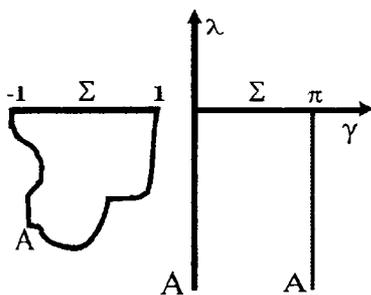


Рис. 1

В двумерном случае решение должно значительно упроститься, так как можно применить конформное отображение. На рис.1 показано поперечное сечение канала Z и его отображение на область Ω - вертикальную полуплоску.

Пусть $Z=P(\Omega)$ - функция, отображающая область Ω в Z . Тогда краевая задача в области Ω выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2\Phi}{\partial\gamma^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\lambda^2} &= 0, && \lambda < 0, \quad 0 < \gamma < \pi, \\ \frac{\partial\Phi}{\partial\gamma} &= 0, && \gamma = 0, \pi, \\ \frac{\partial\Phi}{\partial\lambda} &= \nu f(\gamma)\Phi, && \lambda = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $f(\gamma) = \left. \frac{\partial Z}{\partial\Omega} \right|_{\lambda=0}$.

Для произвольного поперечного сечения функцию $f(\gamma)$ можно получить, применяя численно

конформное отображение по методу, изложенному, например, в статье [5].

Очевидно, что частотная матрица M зависит исключительно от вида функции $f(\gamma)$ или от коэффициентов b_n её разложения в ряд Фурье вида

$$f(\gamma) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos n\gamma. \quad (3)$$

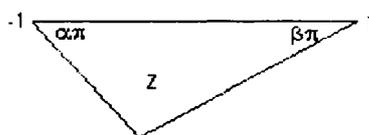
Так как ширина зеркала жидкости в физической плоскости (рис. 1) равна 2 и $f(\gamma) = dx/d\gamma$, то

$$\int_0^{\pi} f(\gamma) d\gamma = 2, \text{ и поэтому всегда } b_0 = \frac{2}{\pi}.$$

Остальные коэффициенты b_n зависят от формы поперечного сечения канала.

Приведём некоторые примеры отображающих функций.

1. Треугольник с углами $\alpha\pi, \beta\pi$.



Функция $t = \cos \Omega$ отображает область Ω (рис.1) на верхнюю полуплоскость t . Далее для dZ/dt , по формуле Шварца - Кристоффеля, имеем

$$\frac{dZ}{d\Omega} = \frac{dZ}{dt} \frac{dt}{d\Omega} = C_* \sin^{2\alpha-1} \frac{Z}{2} \cos^{2\beta-1} \frac{Z}{2}.$$

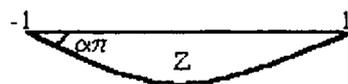
Постоянную C_* получим из условия

$$\int_0^{\pi} \frac{dZ}{d\Omega} d\gamma = 2.$$

Таким образом,

$$f(\gamma) = \frac{2}{B(\alpha, \beta)} \cos^{2\beta-1} \frac{\gamma}{2} \sin^{2\alpha-1} \frac{\gamma}{2}.$$

2. Круговая лунка



$$f(\gamma) = \frac{4\alpha \sin^{2\alpha-1} \gamma}{\left[(1 - \cos \gamma)^\alpha + (1 + \cos \gamma)^\alpha \right]^2}.$$

Решение краевой задачи (2), ограниченное при $\lambda \rightarrow -\infty$, можно искать в виде ряда

$$\Phi(\gamma, \lambda) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\sqrt{n}} \cos \gamma e^{n\lambda}. \quad (4)$$

Элементы частотной матрицы M_{mn} будут тогда следующими:

$$M_{mn} = \frac{(1 + \delta_{mn})b_{|m-n|} + b_{m+n} - \frac{b_n b_m}{b_0}}{2\sqrt{mn}}. \quad (5)$$

II. Для расчёта собственных частот можно поступить иначе – не ограничивать размер матрицы M , а ограничить число гармоник b_n , входящих в формулу (3). Тогда мы получим разностные уравнения для коэффициентов A_n , которые можно решить в аналитическом виде. Наиболее простой случай получается, когда учитываются только два коэффициента b_0 и b_1 . На этом примере покажем, как получить точный вид частотного уравнения. При учёте только первых двух членов $f(\gamma) = b_0 + b_1 \cos(\gamma)$ разностные уравнения примут вид:

$$2A_0 b_0 + A_1 b_1 = 0, \quad (6)$$

$$2A_0 b_1 + 2A_1 \left(b_0 - \frac{1}{\nu} \right) + A_2 b_1 = 0, \quad (7)$$

$$\frac{2}{\nu b_1} (m - \nu b_0) A_m = A_{m-1} + A_{m+1}, \quad (8)$$

$$m = 2, 3, \dots$$

Уравнения (8) служат для определения коэффициентов A_m , а уравнения (6), (7) являются граничными условиями. Решением уравнения (8) являются, с точностью до постоянного множителя, функции Бесселя:

$$A_m = J_{m-\nu b_0}(\nu b_1); \quad m=1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

Коэффициент A_0 тогда из уравнения (6) будет

$$A_0 = -\frac{b_1}{2b_0} J_{1-\nu b_0}(\nu b_1). \quad (10)$$

Подставляя (9) и (10) в уравнение (7) после упрощений, получим

$$J_{-\nu b_0}(\nu b_1) + \frac{b_1}{b_0} J_{1-\nu b_0}(\nu b_1) = 0. \quad (11)$$

Частоты колебаний определяются как корни уравнения (11). Коэффициенты A_0, A_1, A_2, \dots для каждого корня даются формулами (9) и (10).

Очевидно, что другое независимое решение получается заменой функции Бесселя $J_{m-\nu b_0}(\nu b_1)$ на функцию Неймана $Y_{m-\nu b_0}(\nu b_1)$.

Используя какой-либо метод решения разностных уравнений, можно аналогично решить задачу, учитывающую конечное число коэффициентов b_0, b_1, b_2, b_k в разложении (3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ламб Г. Гидродинамика. М.: Гостехиздат, 1947. 956 с.
2. Сртепский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 816 с.
3. Стокер Дж. Дж. Волны на воде. М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. 617 с.
4. Fox D.W., Kuttler J.R. // Sloshing frequencies. Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP). 1983. Vol.34. September. P.668-696.
5. Сычев К.А., Либин Э.Е. О численных методах конформных отображений // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.1. Томск: Изд-во ТГУ, 1997. С.7-13.
6. Сычев К.А. Двумерные колебания жидкости в каналах произвольного сечения // Доклады 5-й Всероссийской научнотехнической конференции молодежи «Механика летательных аппаратов и современные материалы». Томск. Изд-во Том. ун-та, 1998. С.82-83.

Аннотации

изданий авторов Томского государственного университета в 1999 году

Механика летательных аппаратов и современные материалы / Сборник избранных докладов VI Всероссийской научно-технической конференции. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. 200 с.

Сборник содержит материалы докладов конференции, посвященных научным и прикладным проблемам технологий двойного назначения. Материалы сгруппированы по секциям: аэродинамика, ствольные системы и ракетные двигатели, горение ракетных топлив и взрывчатые вещества, гидродинамика и магнитная гидродинамика, физика прочности и пластичности, физика ударных и детонационных волн, СВС-процессы, космические летательные аппараты.

ТРЕХМЕРНОЕ ДВУХФАЗНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ИМПУЛЬСНОМ МГД-ГЕНЕРАТОРЕ С УЧЕТОМ ДВУМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ

Талько Э.Г., Ткаченко А.С., Якутенок В.А.

ЦИОРАН Томского университета

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

При создании новых импульсных МГД-генераторов на смесевых твердых плазмообразующих топливах необходимо определять газодинамические, электрические и другие параметры потока. Процессы, происходящие в тракте генератора, имеют, как правило, пространственный двухфазный характер. Однако полная физико-математическая постановка довольно сложная и поэтому используют допущения, понижающие размерность либо газодинамической, либо электродинамической подзадач [1-5]. В работах [1,3] рассматривались стационарное трехмерное двухфазное течение и одномерные уравнения электродинамики. В данной работе в продолжение этих работ в соответствии с методологией статьи [6] изучается трехмерное двухфазное течение с учетом двумерных в поперечном сечении параметров электродинамики.

Рассматривается неравновесное двухфазное течение смеси газа и жидких полидисперсных частиц конденсата в сверхзвуковой области импульсного МГД-генератора фарадеевского типа со сплошными электродами квадратного поперечного сечения. В канале МГД-генератора индукция магнитного поля имеет одну z -составляющую $\vec{B}\{0,0,B_z(x)\}$, распределенную по произвольному закону.

Для описания двухфазного течения используется феноменологическая многожидкостная модель сплошной среды, предложенная Х.А. Рахматулиным и развитая в работах А.Н. Крайко, Л.Е. Стернина, И.М. Васенина и других авторов.

Кроме «традиционных» допущений для сопел Лавала ракетных двигателей при описании двухфазной плазмы в МГД-генераторах полагают:

- 1) магнитное число Рейнольдса $Re_m \ll 1$.
- 2) частицы k -фазы электрически нейтральны;
- 3) электропроводность и подвижность электронов в двухфазной среде определяется только параметрами плазмы (газовой фазы);
- 4) взаимодействие между газовой фазой и частицами k -фазы не зависит от электромагнитного поля, а взаимодействие частиц k -фазы с магнитным полем пренебрежимо мало.

В рамках этой модели система трехмерных уравнений газодинамики приведена в работе [2].

В двумерном приближении для расчета характеристик электромагнитного поля используется уравнение [4]

$$\nabla^2 \varphi = \operatorname{div}(\vec{U} \times \vec{B}), \quad (1)$$

где φ - потенциал электрического поля ($\vec{E} = -\nabla\varphi$), \vec{E} - вектор напряженности электрического поля, \vec{U} - скорость течения плазмы.

Уравнение (1) решается при следующих граничных условиях:

$$\varphi = \text{const}, \quad (2)$$

$$j_n = 0, \quad (3)$$

где j_n - нормальная к границе плотность тока. Граничное условие (2) ставится на электродах, (3) - на изоляторах.

Для численной реализации подсистемы уравнений газодинамики использовалась явная схема Мак-Кормака, подсистемы уравнений частиц - неявная разностная схема, а для решения уравнения (1) с граничными условиями (2), (3) непрямой вариант метода граничных элементов [7]. Для разбиения границы использовались линейные граничные элементы. Интегралы, входящие в систему линейных алгебраических уравнений, полученную при применении метода граничных элементов, вычислялись аналитически. Сама система решалась методом простых итераций. Подобный подход использовался в работах [8,9].

Расчеты проводились в МГД-генераторе, профиль которого описывался радиусно-конической функцией с $R_s = 0.5R_{\text{экв}}$ ($R_{\text{экв}}$ - радиус круга, эквивалентного по площади минимальному сечению), угол раскрытия варьировался $\alpha = 2, 4, 6^\circ$. Изменялись также весовые доли конденсата $z = 0.2, 0.3, 0.4$. Начальные параметры течения полагались равновесными и в минимальном сечении соответствовали сверхзвуковому квазидномерному потоку.

На рис. 1-2 приведены изолинии чисел Маха для однородной равновесной плазмы при $B = 4$ Тл в сечении $x = 20 r_{\text{экв}}$ для двух углов раскрытия: $\alpha = 2, 4^\circ$. Можно отметить, что картина течения носит пространственный характер, и наибольшая неравномерность течения наблюдается у стенок, особенно у электродных. Картина течения существенно изменяется для двухфазного потока. На рис. 3-4 изображены изолинии чисел Маха для двухфазного потока. В этом случае неравномерность значительно воз-

растает у стенок генератора из-за наличия поверхности раздела, отделяющей двухфазное ядро

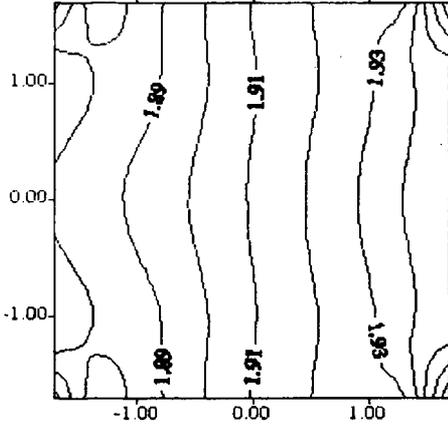


Рис. 1. Изолинии чисел Маха при $\alpha=2^\circ$, $B=4$ Тл, $Z=0$

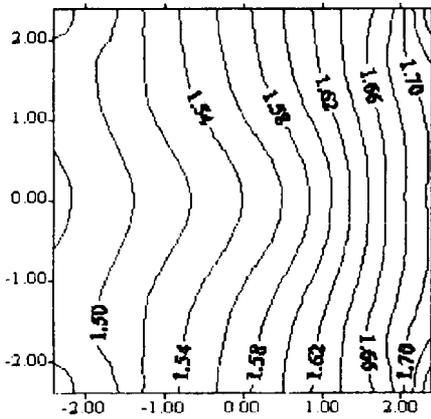


Рис. 2. Изолинии чисел Маха при $\alpha=4^\circ$, $B=4$ Тл, $Z=0$

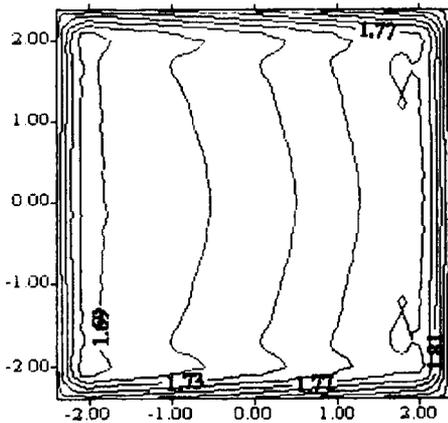


Рис.3. Изолинии чисел Маха при $\alpha=4^\circ$, $B=4$ Тл, $Z=0.2$

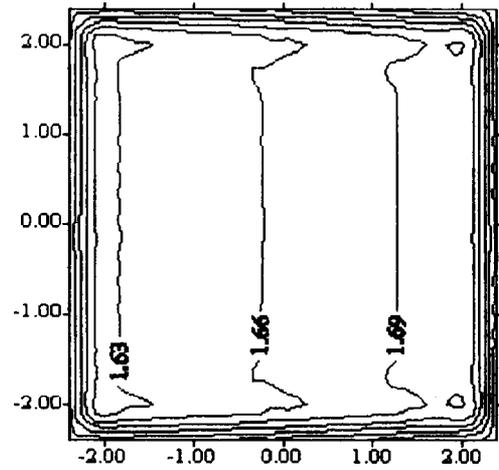


Рис. 4. Изолинии чисел Маха при $\alpha=4^\circ$, $B=4$ Тл, $Z=0.3$

потока от области чистого газа. В этой достаточно тонкой области газ разгоняется значительно быстрее, что в итоге ведет к неравномерности поперек сопла. В ядре же потока неравномерность параметров меньше, по сравнению с соответствующими параметрами равновесной плазмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Талько Э.Г., Шпигунов С.В. // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сборник статей. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1997. С.13-17.
2. Васенин И.М., Глазунов А.А., Кувшинов Н.Е. и др. // Изв. вузов. Физика. 1992. №8. С.71-81.
3. Бутов В.Г., Галкин В.М., Головизнин В.М. // ИАЭ-5267/16. 1990. 48с.
4. Ватажин А.Б., Любимов Г.А., Регирер С.А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука, 1970. 394с.
5. Бреев В.В., Губарев А.В., Панченко В.П. Сверхзвуковые МГД-генераторы. М., 1988. 240с.
6. Bityurin V.A., Zatelepin V.N., Lyubimov Q.A. // XVI Seam, Pittsbursh. Paper VII.6.3.4, 1997.
7. Бреббиа К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987. 524с.
8. Макаренко К.В., Ткаченко А.С., Якутенко В.А. // ИФЖ. 1997. Т.70, №4. С.680-684.
9. Бутов В.Г., Макаренко К.В., Ткаченко А.С., Якутенко В.А. // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сб. статей. Вып.2. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. С.26-29.

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В КАНАЛАХ С ПРОНИЦАЕМЫМИ СТЕНКАМИ

Тушкина Т.М., Алексеев Т.В., Спиридонов Ф.Ф.

Бийский технологический институт АлтГТУ

1. Постановка задачи. Течения в смежных каналах со вдувом (отсосом) через общую проницаемую границу являются актуальной темой экспериментального и математического исследования. Это связано, в частности, с широким развитием в последнее время мембранных методов разделения жидких сред. При этом большинство работ посвящено изучению стационарного режима фильтрования. Однако процессы ультрафильтрации и микрофильтрации, протекающие с образованием на мембране слоя осадка, относятся к числу нестационарных, что обусловлено тем, что изменяющаяся толщина слоя осадка влияет на гидродинамику и массообмен в мембранном канале. В данной работе исследуется нестационарное течение жидкости в плоском канале в случае равномерного вдува (отсоса) через проницаемый барьер.

Рассмотрим течение несжимаемой жидкости ($\rho = \text{const}$) в плоском симметричном канале с полушириной H , имеющем проницаемую стенку, через которую осуществляется вдув (отсос) с постоянной по величине скоростью q такой, что характерное число Рейнольдса $Re = |\rho q H / \mu| \rightarrow \infty$. Движение жидкости рассматривается в декартовой системе координат (z, y) , где ось z совпадает с плоскостью симметрии, а ось y ей ортогональна.

Течение описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} + v \frac{\partial w}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial z}, \\ 0 &= -\frac{\partial p}{\partial y}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Граничные условия следующие:

$$y=0, v=0; \quad y=H, v=q, w=0; \quad z=0, \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0.$$

2. Метод решения. Будем искать решение системы (1.1) в виде

$$w = T(t) \cdot W(z, y), \quad (2.1)$$

$$v = T(t) \cdot V(y). \quad (2.2)$$

Несложно убедиться, что выражения (2.1) и (2.2) удовлетворяют первому уравнению системы (1.1), после их подстановки во второе ее уравнение получим

$$\dot{T} \cdot W + T^2 \cdot (W \frac{\partial W}{\partial z} + V \frac{\partial W}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.3)$$

(точкой обозначено дифференцирование по переменной t).

При $T \equiv 1$ вместо (1.1) имеем стационарную систему уравнений, решение которой при соответст-

вующих граничных условиях получено ранее - в [1]. В этом случае имеет место равенство

$$p = p_0 - \frac{1}{2}(v^2 + w_m^2),$$

где $v = v(y)$ - поперечная компонента скорости, $w_m = w_m(z)$ - максимальное значение продольной компоненты скорости.

Пусть структура решения для давления сохраняется и при $T \neq 1$, то есть

$$p \cong p_0 - \frac{1}{2}(v^2 + W_m^2) \quad (2.4)$$

Продифференцируя (2.4) по z , получим

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -T^2 \cdot W_m \frac{dW_m}{dz} \quad (2.5)$$

Преобразуем уравнение (2.3) в соответствии с (2.5) в вид

$$\frac{\dot{T}}{T^2} \cdot W + W \frac{\partial W}{\partial z} + V \frac{\partial W}{\partial y} = W_m \frac{dW_m}{dz} \quad (2.6)$$

Для того чтобы решение было автомодельным, необходимо выполнение условия

$$\frac{\dot{T}}{T^2} = \lambda = \text{const}, \quad (2.7)$$

накладываемого на $T(t)$ связь вида

$$T = (1 - \lambda t)^{-1}, \quad (2.8)$$

где в силу специфики задачи $\lambda < 0$ (в этом случае $T(t)$ убывающая функция). Конкретное же значение λ определяется параметрами процесса осаждения частиц на мембране. Отметим также, что $|\lambda| \ll 1$.

Обозначив $\lambda = -\varepsilon$, где $0 < \varepsilon \ll 1$, переходим к системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial y} &= 0, \\ W \frac{\partial W}{\partial z} + V \frac{\partial W}{\partial y} &= W_m \frac{dW_m}{dz} + \varepsilon W \end{aligned} \quad (2.9)$$

с соответствующими граничными условиями.

При равномерной проницаемости ($q = \text{const}$) из первого уравнения (2.9) вытекает

$$W = -zV' \quad (2.10)$$

Второе уравнение (2.9) запишется в виде

$$V'^2 - VV'' + \varepsilon V' = V_m'^2, \quad (2.11)$$

где $V_m' = \text{const}$, соответствующее значению W_m , заранее неизвестно, однако близко к V_{m0}' ; штрихом обозначено дифференцирование по переменной y .

Введем безразмерные переменные:

$$\varphi = V/q, \quad \eta = y/H,$$

перейдем от уравнения (2.11) к модельному уравнению:

$$\varphi'^2 - \varphi\varphi'' + \varepsilon\varphi' = \varphi_m'^2 + \varepsilon\varphi_m' \quad (2.12)$$

совместно с граничными условиями

$$\varphi(0) = 0, \quad \varphi(1) = 1 - \varepsilon, \quad \varphi'(1) = 0$$

(штрихом обозначено дифференцирование по переменной η). Нетрудно убедиться, что последнее условие не является основным, поэтому в дальнейшем им пренебрегаем.

Последний член (2.12) добавлен для удовлетворения граничным условиям. Его отсутствие в процессе преобразований явилось результатом допущения (2.4).

Решение уравнения (2.12) должно быть регулярным по параметру ε , так как он не является коэффициентом при старшей производной φ'' . Для того, чтобы получить формальное решение поставленной задачи, перейдем к новой переменной, заменив $\varphi' = z$, а $\varphi'' = z \cdot z'$ (в дальнейшем штрих обозначает дифференцирование по переменной φ). Уравнение (2.12) перепишем в виде

$$z^2 - \frac{1}{2}\varphi \cdot (z^2)' + \varepsilon z = z_m^2 + \varepsilon z_m.$$

Обозначив $z_m^2 - z^2 = \xi$, перейдем к новому уравнению

$$\frac{1}{2}\varphi\xi' = \xi + \varepsilon(z_m - z). \quad (2.13)$$

Поскольку $\xi = (z_m - z)(z_m + z)$, то, заменив слагаемое z второго сомножителя правой части на его среднее значение на интервале $[0, z_m]$, получим в результате преобразований

$$z_m - z = \frac{2}{3}\xi/z_m.$$

В соответствии с последним равенством вместо (2.13) имеем

$$\frac{1}{2}\varphi\xi' = \xi(1 + \alpha(\varepsilon)), \quad (2.14)$$

где $\alpha = \frac{2}{3}\varepsilon/z_m$.

В результате интегрирования (2.14), возвращаясь затем к исходным переменным уравнения (2.12), получим

$$\frac{d\varphi}{d\eta} = \sqrt{\varphi_m'^2 - \varphi_m'^2 \cdot \varphi^{2(1+\alpha)}}. \quad (2.15)$$

Несложно убедиться, что при $\varepsilon = 0$ решение уравнения (2.15) примет вид

$$\varphi_0 = \sin \frac{\pi}{2}\eta,$$

что совпадает с известным точным решением [1].

Пусть $\varphi_m' \approx \varphi_{m0}' = \frac{\pi}{2}$, тогда $2\alpha \approx \varepsilon$. Кроме

того, поскольку для $\varphi \in [0, 1 - \varepsilon]$ и $\varepsilon \ll 1$, то $\varphi^{2\alpha} \approx 1 - \varepsilon$. Тогда уравнение (2.15) запишется в виде

$$\frac{d\varphi}{d\eta} = \varphi_m' \sqrt{1 - (1 - \varepsilon)\varphi^2}. \quad (2.16)$$

Таким образом, формально решение (2.12) имеет вид

$$\int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - (1 - \varepsilon)\varphi^2}} = \varphi_m' \cdot \eta. \quad (2.17)$$

Можно также указать и приближенное значение (2.16):

$$\varphi(\eta) = (1 - \varepsilon) \sin \frac{\pi}{2}\eta, \quad (2.18)$$

которое является регулярным, поскольку $\varphi_m' \rightarrow \varphi_{m0}'$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

3. Анализ результатов. На рис. 1 представлены результаты решения уравнения (2.17) средствами пакета MAPLE V R5 (позиция 1). Здесь же

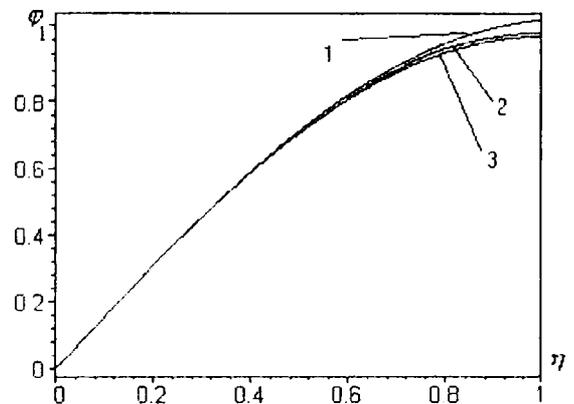


Рис. 1

изображено приближенное решение (2.18) при разных значениях ε : $\varepsilon = 0,001$ (позиция 2), $\varepsilon = 0,1$ (позиция 3). Как видно из рисунка, соответствие зависимостей удовлетворительное.

ЛИТЕРАТУРА

1. Berman A.S. Laminar flow in channels with porous walls// J. Appl. Phys. 1953. Vol. 24, N9. P. 1232-1235.

О МОДИФИКАЦИИ ОДНОМЕРНЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДВИЖЕНИЙ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В ОБЛАСТИ МЕСТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Ушакова О.В., Хоменко Ю.П.

ЦИОРАН Томского университета

При математическом моделировании процессов в легкогазовых метательных установках используют, как правило, одномерные уравнения [1]. При этом обычно предполагается, что влияние пространственных эффектов течения незначительно из-за существенного превышения продольных характерных размеров над поперечными. Следует заметить, что в одномерном приближении невозможен достаточно точный расчет движения газа в окрестности различного рода местных расширений и сужений канала, встречающихся в конструкциях реальных установок, в местах стыка стволов, установки диафрагм и т. п. [2]. В окрестности таких местных сопротивлений течения имеет существенно пространственный характер и возникающие ударные волны будут приводить к дополнительной диссипации механической энергии потока.

В данной работе численно рассчитывается течение идеального газа в окрестности локального расширения канала в осесимметричной постановке и на основе параметрических исследований предлагаются модификации одномерных газодинамических уравнений, позволяющих повысить точность одномерного расчета.

Уравнения, описывающие осесимметричное движение невязкого нетеплопроводного газа, имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(r\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(r\rho u) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial t}(r\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(r\rho u^2) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho uv) &= -\frac{\partial}{\partial x}(rp); \\ \frac{\partial}{\partial t}(r\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(r\rho uv) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v^2) &= -\frac{\partial}{\partial r}(rp) + p; \\ \frac{\partial}{\partial t}(r\rho E) + \frac{\partial}{\partial x}(r\rho uE + r\rho p) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho vE + r\rho p) &= 0; \\ E = e + \frac{(u^2 + v^2)}{2}; \quad e = \frac{1}{(\gamma - 1)} \frac{p}{\rho} \end{aligned} \quad (1)$$

где x, r - цилиндрические пространственные координаты; t - время; u, v - проекции скорости движения газа на оси x и r соответственно; p - давление; e - удельная внутренняя энергия газа; γ - показатель адиабаты.

Расчетная область в плоскости x, r показана на рис.1. Для выделения решения использовались дополнительные условия.

Начальные условия:

$$t=0: \quad u=0; \quad v=0; \quad p=p_0; \quad \rho=\rho_0. \quad (2)$$

Граничные условия:

$$x=0: \quad u=u_1; \quad v=0; \quad p=p_1; \quad \rho=\rho_1; \quad (u_1 \geq a);$$

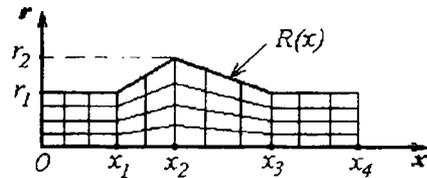


Рис.1. Расчетная область в плоскости x, r

$$x=x_4: \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0; \quad (3)$$

$$r=0: \quad v=0;$$

$$r=R(x): \quad v=uR'(x),$$

где $R(x)$ - уравнение верхней границы области, остальные обозначения ясны из рис.1. Условие при $x=x_4$ вспомогательное, необходимое при численной реализации. В приводимых расчетах при $x=x_4$ выработывалось сверхзвуковое течение. Область покрывалась разностной сеткой с постоянным шагом по оси Ox и пропорциональным расположением узлов по оси Or (см. рис.1). Для численного решения поставленной задачи использовался метод С.К.Годунова [3]. Следует отметить, что схема этого метода является условно-устойчивой и имеет первый порядок аппроксимации.

Расчеты проводились в безразмерных переменных, выбранных таким образом, чтобы в начальный момент плотность и скорость звука в газе были равны $\rho_0 = a_0 = 1$. Остальные масштабы газодинамических параметров выбирались из условия сохранения вида основных формул. Величины, имеющие размерность длины, относились к радиусу входного сечения. Геометрические характеристики области были следующими:

$$x_1 = 1; \quad x_2 = 1.5; \quad x_3 = 3; \quad x_4 = 4;$$

$$r_1 = 1; \quad r_2 = 1.2, \dots, 1.6.$$

Параметры набегающего потока ρ_1, p_1, u_1 выбирались таким образом, чтобы они удовлетворяли условиям динамической совместности на ударной волне, которая движется со скоростью Θ ($\Theta = 2.2, \dots, 2.6$) в направлении оси Ox .

Для анализа результатов расчета проведем перпендикулярно оси канала две плоскости с расстоянием dx между ними и применим к объему, границами которого являются проведенные плос-

кости и стенка канала, законы сохранения массы, импульса и энергии, тогда получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \rho dS + \frac{\partial}{\partial x} \int_S \rho u dS &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_S \rho u dS + \frac{\partial}{\partial x} \int_S \rho u^2 dS &= -S \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + S'(p_* - \bar{p}); \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_S \rho E dS + \frac{\partial}{\partial x} \int_S \rho u E dS + \frac{\partial}{\partial x} \int_S p u dS &= 0, \quad (4) \end{aligned}$$

где чертой обозначены средние по сечению значения параметров, вычисляемые по формуле

$$\bar{\Pi} = \frac{1}{S} \int_S \Pi dS, \text{ а звездочкой - значения параметров}$$

на стенке канала; $S(x)$ - площадь поперечного сечения канала - кусочно-гладкая функция, остальные обозначения общепринятые. Перепишем (4) в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} S) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho} u S) &= \frac{\partial R_1}{\partial x}; \\ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} u S) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho} u^2 S) + S \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} &= S'(p_* - \bar{p}) + \\ + \frac{\partial R_1}{\partial t} + \frac{\partial R_2}{\partial x}; \\ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} E S) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho} u E S) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{p} u S) &= \frac{\partial R_3}{\partial t} + \\ + \frac{\partial R_4}{\partial x} + \frac{\partial R_5}{\partial x}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} R_1 &= \int_S (\bar{\rho} u - \rho u) dS = (1 + \alpha_1) \bar{\rho} u S; \\ R_2 &= \int_S (\bar{\rho} u^2 - \rho u^2) dS = (1 + \alpha_2) \bar{\rho} u^2 S; \\ R_3 &= \int_S (\bar{\rho} E - \rho E) dS = (1 + \alpha_3) \bar{\rho} E S; \\ R_4 &= \int_S (\bar{\rho} u E - \rho u E) dS = (1 + \alpha_4) \bar{\rho} u E S; \\ R_5 &= \int_S (\bar{p} \cdot \bar{u} - p u) dS = (1 + \alpha_5) \bar{p} u S. \end{aligned} \quad (6)$$

Введенные здесь величины α_i являются безразмерными характеристиками отклонения действительного потока от одномерного. Очевидно, что в случае, когда профили распределения газодинамических параметров по поперечному сечению плоские, все α_i обращаются в нуль.

В результате осреднения осесимметричных полей газодинамических величин по формулам (6) могут быть определены поправки α_i ($i = 1, \dots, 5$), введение которых в одномерные уравнения позволяет повысить точность одномерного расчета. Самой существенной,

как показали расчеты, является α_2 - поправка Кориолиса на неравномерное распределение скоростей [4], влиянием остальных можно пренебречь.

Результаты расчетов в вышеуказанных диапазонах изменения геометрических параметров и скорости набегающей ударной волны представлены на рис.2-5.

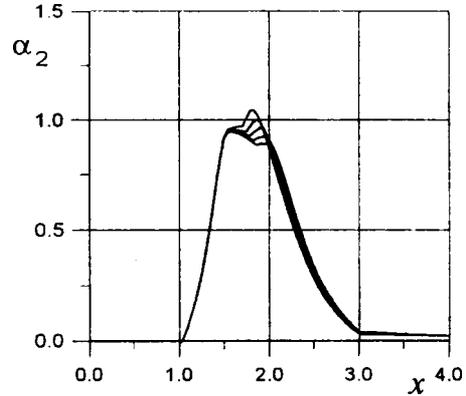


Рис.2. Зависимости $\alpha_2(x)$ при различных скоростях набегающей ударной волны и $\delta V = 0.233$

На рис.2, 3 показаны распределения по x величины α_2 , соответствующие моменту установления потока. Степень расширения канала определялась величиной

$$\delta V = \frac{V_1^2}{S(x_2 - x_1)} - 1,$$

где V_1^2 - объем части канала между сечениями x_1 и x_3 .

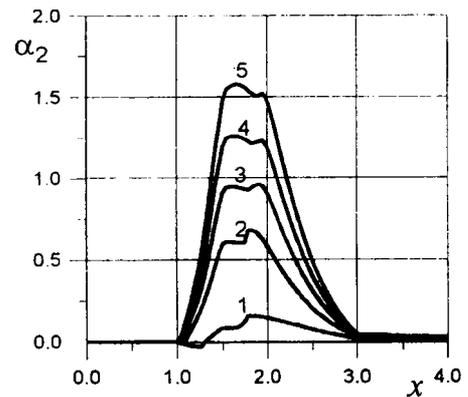


Рис.3. Зависимости $\alpha_2(x)$ при $M_1 = 1.157$:
1 - $\delta V = 0.132$; 2 - $\delta V = 0.181$; 3 - $\delta V = 0.233$;
4 - $\delta V = 0.288$; 5 - $\delta V = 0.345$

Из рис. 2, 3 видно, что поправка $\alpha_2(x)$ слабо зависит от числа Маха набегающего потока в исследованном диапазоне $1.067 \leq M_1 \leq 1.234$, и определяется в основном степенью расширения канала δV .

С достаточной точностью зависимость $\alpha_2(x)$ может быть представлена в виде

$$\alpha_2 = \begin{cases} k \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}, & x_1 < x < x_2; \\ k; & x_2 < x < x_3 - x_1; \\ k \frac{x_3 - x}{x_1}; & x_3 - x_1 < x < x_3; \\ 0 & 0 < x < x_1, x_3 < x < x_4, \end{cases} \quad (7)$$

где зависимость $k = k(\delta V)$ приведена на рис. 4.

В случаях, когда линейный масштаб задачи значительно превышает размеры местного сопротивления, для учета эффектов, вызванных наличием местного сопротивления, можно вводить в одномерные уравнения силу сопротивления.

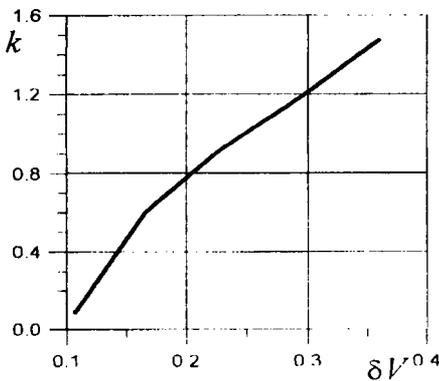


Рис. 4. Зависимость $k = k(\delta V)$

Для того чтобы вычислить эту силу, выделим объем, ограниченный сечениями 1, 2, достаточно удаленными от локального расширения, вне которого течение будет одномерным. Уравнение сохранения импульсов для этого объема в проекции на ось Ox будет

$$\int_{\tau} \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) d\tau + \int_{\Sigma} \rho u v_n d\sigma = - \int_{\Sigma} p n_x d\sigma.$$

В тех случаях, когда характерные времена процессов в метательной установке значительно больше времени установления в области расширения, можно положить $\int_{\tau} \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) d\tau = 0$. Тогда с

учетом

$$\int_{\Sigma} \rho u v_n d\sigma = -\rho_1 u_1^2 S_1 + \rho_2 u_2^2 S_2;$$

$$\int_{\Sigma} p n_x d\sigma = -p_1 S_1 + p_2 S_2 - \int_{x_1}^{x_2} p S' dx,$$

получим

$$(p_1 + \rho_1 u_1^2) S = (p_2 + \rho_2 u_2^2) S - \int_{x_1}^{x_2} p S' dx.$$

Как видим, потеря импульса происходит за счет

$$F = \frac{1}{S} \int_{x_1}^{x_2} p S' dx,$$

которая и будет силой сопротивления типа массовой, приходящейся на участок между сечениями 1, 2.

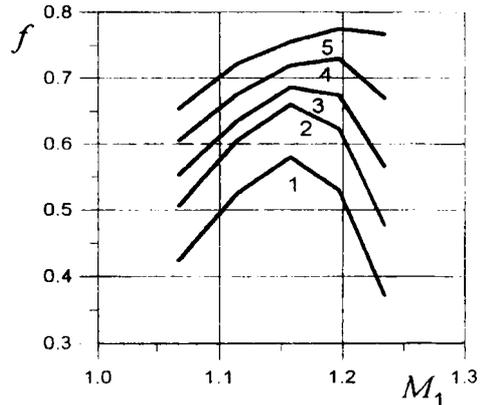


Рис. 5. Зависимости $f = f(M_1)$:

1 - $\delta V = 0.132$; 2 - $\delta V = 0.181$; 3 - $\delta V = 0.233$;

4 - $\delta V = 0.288$; 5 - $\delta V = 0.345$

Силу сопротивления, приходящуюся на единицу длины, возьмем в виде $f = \frac{F}{x_2 - x_1}$. Од-

номерное уравнение импульсов с учетом силы сопротивления тогда примет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u S) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2 S) = -S \frac{\partial p}{\partial x} + f S.$$

На основе осесимметричных расчетов и общих соображений теории размерности можно показать, что $f = f(M_1, \delta V)$. Зависимости $f = f(M_1)$ при различных δV приведены на рис. 5. Найденные зависимости для α_2 и f могут использоваться для уточнения существующих одномерных методик.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жаровцев В. В., Комаровский Л. В., Погорелов Е. И. Математическое моделирование и оптимальное проектирование баллистических установок. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1989. 256 с.
2. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях / Н. А. Златин, А. П. Красильников, Е. И. Мишин, Н. Н. Попов. М.: Наука, 1974. 344 с.
3. Численное решение многомерных газодинамических задач / С.К. Годунов, Л.В. Забродин, М.Я. Ивалов. М.: Наука, 1976. 400 с.
4. Чарный И. А. Основы газовой динамики. М.: Гостоптехиздат, 1961. 267 с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ БЕЗОПАСНОСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ НИЗКОСКОРОСТНОМ УДАРЕ

Алексеев А.Н.

ФНПЦ «Алтай»

Важнейшей задачей отработки безопасности эксплуатации энергетических установок (ЭУ) на твердом топливе (ТТ) является поиск условий, определяющих возникновение взрывчатых превращений при низкоскоростном (НС) ударе. В связи с отсутствием надежных теоретических моделей экспериментальная оценка параметров безопасности ТТ при НС ударе в форме натуральных испытаний является неотъемлемой частью отработки ТТ элементов. Это дорогостоящее мероприятие, однако используемый в настоящее время метод копровых испытаний малоинформативен и не позволяет количественно определить критические области чувствительности для натуральных ТТ элементов [1]. Характерные скорости нагружения и реализуемые давления на копре не соответствуют натурным условиям. Энергия инициирования в условиях копровых испытаний заметно зависит от размеров модельного образца [2]. Поэтому существует необходимость разработки экспериментального метода, который при умеренных затратах позволил бы реализовать на малогабаритных модельных образцах условия динамического нагружения, адекватные натурным изделиям. Адекватности можно достичь, моделируя удар "по полупространству". При выполнении этих условий результаты эксперимента можно было бы использовать для оценки безопасности ТТ элементов ЭУ.

В данной работе предлагается экспериментальный метод определения критических параметров инициирования ТТ, основанный на использовании баллистической ударной установки.

Для проведения экспериментов была разработана и изготовлена экспериментальная установка калибром 70 мм, которая позволяет исследовать весь диапазон НС соударений (10-200 м/с) и допускает использование ударников массой до 20 кг. Конструкция установки позволяет использовать как активное, так и пассивное метаемое тело.

На данной установке были проведены предварительные опыты, в которых использовались образцы алюмосодержащих перхлоратных модельных составов ОМС и ТН высотой 135±10 мм и диаметром 89±5 мм. ОМС содержал 25 % октогена, ТН - 38 % октогена. Метаемые тела представляли собой стальные цилиндры массой 7 и 10 кг. В эксперименте регистрировались максимальное контактное давление и скорость удара.

В ходе работы было проведено 53 зачетных опыта с образцами ОМС и 54 зачетных опыта с образцами ТН. Фактический диапазон скоростей испытаний составлял 10 - 70 м/с. Первичные результаты эксперимента отличаются хорошей воспроизводимостью, разбросы критических параметров не превышают разбросов, получаемых в копровых испытаниях.

При изучении изображения на киноплёнке было установлено, что первичные очаги возгорания, в форме яркой вспышки всегда находятся вблизи поверхности контакта между стальной прижимной пластиной и передним торцом образца. Именно в этой области происходит высокоинтенсивное сдвиговое трение. Этот факт может свидетельствовать в пользу механизма инициирования воспламенения ТТ от трения [2]. В некоторых опытах наблюдались сильные хлопки, которые свидетельствуют о развитии переходных процессов, резком увеличении скорости горения. Однако чистой детонации при НС ударе ни в одном из опытов не наблюдалось.

Обработка результатов испытаний проводилась по методу квантилей, или "распределенных уровней". Критические энергии рассчитывались отдельно для каждой массы ударника и массы образца. Для сравнения с литературными данными вычислялась удельная объемная работа пластической деформации A :

$$A - mW^2 / \pi R^2 H - P M_{\tau} (1/2 + 2\nu f R/H), \quad (1)$$

где m - масса ударника, W - скорость встречи, R - радиус образца ТТ, H - высота образца ТТ, P - давление, M_{τ} - предельная упругая деформация сжатия, ν - коэффициент Пуассона, f - коэффициент трения ТТ по стали. Второй член в уравнении (1) учитывает потери энергии удара на упругую разгрузку и на поверхностное трение.

В таблице представлены рассчитанные по результатам экспериментов в баллистической установке значения критической энергии удара U и величины A . На рис. 1 показана зависимость критической энергии от массы образца, которая построена по экспериментальным данным, представленным в настоящей работе, а также по данным ряда работ по исследованию чувствительности ТТ, выполненных в отрасли.

Состав	Критич. параметр	$M = 7$ $m = 1$	$M = 10$ $m = 1.5$
ОМС	U , Дж	10633	10752
	A , Дж/см ³	19.83	13.24
ТН	U , Дж	15834	15900
	A , Дж/см ³	18.79	12.50

M, m – массы ударника и образца в кг соответственно.

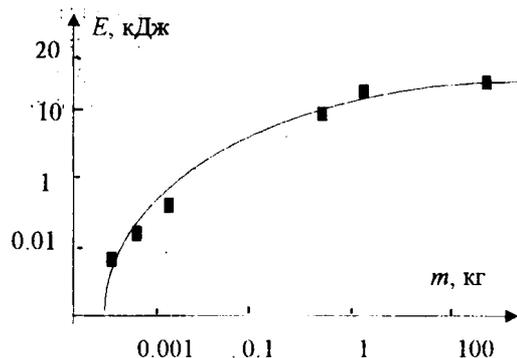


Рис. 1

Приведенные на графике результаты указывают на зависимость критической энергии удара от массы образца, хотя, начиная с массы 1.5 кг, эта зависимость слабо выражена. Величина A в проведенных автором испытаниях также зависит от размеров образца. Вероятно, последний факт связан с тем, что энергия удара распределяется по объему образца не равномерно, а локализуется в ограниченной области вблизи контактной границы [3]. Более корректно было бы относить энергию удара к объему этой области - области инициирования.

Если принять за критерий инициирования вспышки величину A , то критическая энергия удара должна всегда зависеть от массы образца. Однако это противоречит рис. 1 и ряду других экспериментальных данных, указывающих на то, что при любых условиях эксперимента всегда существует предел критической энергии удара (предельная энергия), соответствующей "представительному" образцу. Только в этом случае отнесение энергии удара к объему образца имеет

смысл. Из данных таблицы следует, что для обоих ТТ представительным будет образец с массой более 1.5 кг. Следовательно, за критерий инициирования вспышки можно принимать предельную энергию удара.

Для дальнейшего исследования целесообразно выбрать размеры образца и ударника, обеспечивающие локальный характер разрушения, присущий натурным условиям. Исходя из этого, согласно теории удара "по полупространству" Прандтля [1], в начальном приближении следует выбирать диаметр образца равным трем диаметрам ударника, а толщину образца – равной диаметру образца. Диаметр ударника должен быть больше критического диаметра детонации.

Для расчета критических условий инициирования ТТ элементов при НС ударе следует точно определить объем представительного образца. Предельная энергия удара $E_{пред}$ связана с критической энергией удара $E_{нат}$, полученной из натуральных испытаний следующим образом:

$$E_{нат} = \kappa F_{пред}$$

Коэффициент κ можно определить, установив долю энергии удара при падении ТТ элемента, поглощаемую представительным объемом образца. Для этого потребуются применение численных методов расчета полей НДС в ТТ элемента при падении. Однако этот вопрос выходит за рамки настоящей работы.

Выводы

1. Разработан экспериментальный метод исследования условий инициирования при НС ударе, характерных для натуральных условий.
2. Критерием инициирования ТТ элементов ЭУ является предельная энергия удара.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев Г.Т., Боблев В.К. Иницирование твердых взрывчатых веществ ударом. М.: Наука, 1968. 173 с.
2. Амосов А.П. Теория разогрева и воспламенения ВВ при трении. Куйбышев, 1984. 78 с.
3. Coffey C.S., De Vost V.F.// JPEP. 1995. Vol.20. № 3. P. 105-113.

Аннотации

изданий авторов Томского государственного университета в 1999 году

Ищенко А.Н., Якушев В.К. Исследование баллистики дробового снаряда: Учебно-методическое пособие. Томск: Томский госуниверситет, 1999. - 18 с.

Приведены сведения о дробовом оружии и боеприпасах к нему. Описана экспериментальная баллистическая установка, имитирующая выстрел из ружья двенадцатого калибра. Рассматриваются методики проведения эксперимента и обработки полученных результатов.

Для студентов, изучающих курс «Экспериментальная баллистика» в рамках специальности 070300 «Баллистика».

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ГРАДИЕНТНЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ГОРЕНИЯ

Архипов В.А., Зверев Е.А.

Томский государственный университет

Основной целью экспериментальных исследований эрозионного горения (ЭГ) является получение зависимости скорости горения твердого топлива от параметров, характеризующих условия обдува. В исследованиях процессов эрозионного горения представляются перспективными методы, основанные на решении обратной задачи интерпретации - определения искомой характеристики явления по некоторому ее косвенному проявлению.

При решении обратных задач внутренней баллистики, и в частности теории горения, используется три группы методов: прямые методы, методы оптимизации и технологии прямого поиска [1]. В настоящем сообщении проводится сравнительный анализ двух градиентных методов (метода сопряженных градиентов и метода наискорейшего спуска) решения обратных задач внутренней баллистики в вариационной постановке. Анализ проводился на примере модельной задачи восстановления эрозионной скорости горения. В работе [2] данная задача решалась прямым методом, где приведены подробная схема установки и сам метод.

Рассматривается участок плоскопараллельного расширяющегося канала, одна из сторон которого образована исследуемым образцом твердого топлива (рис.1). В начальный момент времени $t=0$ во входное сечение поступает сверхзвуковой поток продуктов сгорания, формируемый газогенератором. Состав продуктов сгорания газогенераторного и исследуемого образцов предполагается одинаковым. Поступающий поток воспламеняет исследуемый образец твердого топлива. Вследствие его выгорания происходит изменение конфигурации канала, параметров течения и горения.

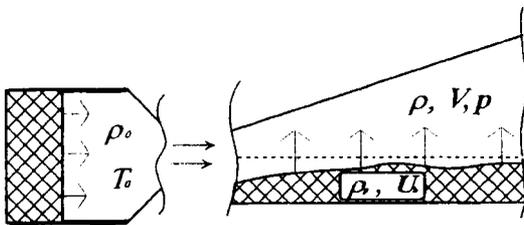


Рис.1. Принципиальная схема экспериментальной установки

В процессе горения могут быть измерены давление и температура в нескольких точках канала. Затем в момент времени t_b осуществляется принудительное гашение и определяется выгорание образца. Требуется на основе проведенных измерений определить эрозионную скорость горения.

Как отмечалось в [3], обратные задачи определения количественных характеристик явления по

известным с погрешностью результатам их косвенных проявлений являются некорректными. Факторами, определяющими некорректность обратной задачи, служат: 1) неточность задания измеряемой величины вследствие погрешности измерений; 2) неточность задания оператора, выражающего связь измеряемой величины с искомой вследствие необходимости использования идеализированных моделей.

Наиболее общие подходы к решению некорректных задач - метод квази-решений В.К. Иванова и метод регуляризации А.Н. Тихонова. Метод квази-решений состоит в априорном задании компактного множества, на котором осуществляется поиск решения, на базе физических соображений (количественных и качественных) о характере решения. Метод регуляризации заключается в требовании от решения определенных условий гладкости. При этом привлекается информация о погрешности экспериментальных данных, которая должна быть согласована с величиной невязки. [3]

Выбор подхода определяется спецификой предметной области - особенностями измерений, характером используемых математических моделей и дополнительной априорной информации о решении обратной задачи. Анализ особенностей исследований процессов горения твердых топлив показывает, что невязка экспериментально измеренных и расчетных параметров, минимизируемая при решении обратной задачи, определяется не столько погрешностями измерений, которые, как правило, невелики и могут быть легко оценены, но в большей степени упрощениями математической модели, принятой при решении конкретной обратной задачи. С другой стороны, используя обширную априорную информацию об искомых решениях обратной задачи, можно эффективно задать множество решений, которое будет являться классом корректности задачи. Поэтому наиболее органичным представляется подход, связанный с отысканием квази-решений.

Для численной реализации метода квази-решений обратная задача формулируется в экстремальной постановке и решается с использованием методов теории оптимизации. Задача восстановления эрозионной скорости горения в экстремальной постановке заключается в определении решения, принадлежащего некоторой заданной области допустимых решений, которое обеспечивает минимум функционала невязки экспериментально измеренных и расчетных величин в рамках принятой модели.

Выбор измеряемой величины (косвенного проявления) и, соответственно, функционала невязки

ки определяется простотой и точностью измерения проявления и его чувствительностью к искомому параметру. В качестве измеряемой величины выбрана толщина сгоревшего свода после принудительного гашения образца $\Delta e(x)$ и функционал невязки

$$J = \int_x \left(\Delta e(x) - \int_t u_b(x, t) dt \right)^2 dx, \quad (1)$$

где u_b - эрозионная скорость горения. Функционал (1) задается алгоритмически и рассчитывается на основе заданной модели течения.

Модель течения в сверхзвуковом канале, связывающая измеряемое конечное выгорание с искомой эрозионной скоростью горения, основывается на следующих допущениях: 1) воспламенение исследуемого образца твердого топлива происходит мгновенно, процессы зажигания и нестационарного горения не учитываются; 2) течение предполагается одномерным и квазистационарным; 3) теплопотери пренебрегаются. Система уравнений, описывающая течение газа в канале, в рамках принятых предположений имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v A) = \rho_p b u_b, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(pA + \rho v^2 A) = p \frac{\partial A}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} p + \frac{\rho v^2}{2} = c_p T_0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = b u_b, \quad (5)$$

где p - давление, ρ , v - плотность и скорость потока, b - ширина горящей поверхности, ρ_p - плотность топлива, A - площадь проходного сечения, γ , c_p - показатель адиабаты и теплоемкость продуктов сгорания, T_0 - температура торможения в газогенераторе.

Начальные условия определяются из расчета системы (2)-(5) для невыгоревшего канала. Условия на левой границе рассчитываются для входного сечения канала при помощи изэнтропических газодинамических функций по известным параметрам торможения потока в газогенераторе.

Известно, что в области положительной эрозии опытные результаты с удовлетворительной точностью аппроксимируются линейной двухпараметрической зависимостью от параметра Виллонова [4].

В то же время представляет интерес получение данных по эрозионному горению в более общем виде [1]. Поэтому естественно решать обратную задачу при менее жестких ограничениях на множество функций ε . Предлагается задавать коэффициент эрозии в виде

$$\varepsilon = E(p/p_{atm})^\eta (\lambda)^\mu,$$

p_{atm} - атмосферное давление, $\lambda = v/a_*$ - приведенная скорость потока. Такое представление в виде степенной зависимости от безразмерных симплексов типично для обработки экспериментальных данных и позволяет отразить результаты, отклоняющиеся от линейной зависимости, не требуя при численной реализации перехода к методам функциональной оптимизации. Тогда искомая эрозионная скорость горения выражается как

$$u_b = u_0 E(p/p_{atm})^\eta (\lambda)^\mu. \quad (6)$$

Здесь $u_0 = a(p/p_{atm})^v$ - скорость горения в отсутствие обдувающего потока. Скорость горения положительна, конечна и возрастает с ростом давления и скорости потока - параметры E , η , μ положительны и ограничены сверху. Множество, на котором ищется решение, является компактом, как зависимость от конечного числа ограниченных действительных параметров [5].

Таким образом, обратная задача состоит в отыскании параметров функции (6) E, η, μ , доставляющих минимум функционалу невязки (1), при ограничениях (2)-(5).

В качестве оптимизационных методов для поиска минимума функционала (1) использовались метод наискорейшего спуска и метод сопряженных градиентов. Их использование связано с регуляризирующими свойствами градиентных методов, которые позволяют эффективно начинать итерационный процесс от далекой начальной оценки и резко замедляются при приближении функционала к минимуму. В качестве метода одномерного поиска использовался метод Фибоначчи.

В целях верификации предложенного метода проводилось решение модельной задачи. Решалась прямая задача (2)-(5) с заданными значениями параметров скорости горения (6): $\tilde{E} = 0.8$, $\tilde{\mu} = 0.8$, $\tilde{\eta} = 0.1$ которые рассматривались в дальнейшем как «точное» решение. Полученная в ходе решения прямой задачи толщина сгоревшего свода $\Delta e(x)$ использовалась в качестве входных данных при решении обратной задачи. Результаты решения модельной задачи представлены на рис. 2. Траектория спуска наглядно демонстрирует работу метода наискорейшего спуска.

Сравнение метода наискорейшего спуска и метода сопряженных градиентов (рис. 3.) показало, что метод наискорейшего спуска обладает более высокой скоростью сходимости и таким образом эффективнее для решения данной задачи. Из рисунка видно, что шаги по сопряженным направлениям фактически не приводят к уменьшению функционала невязки: вследствие ошибок вычисления эти направления перестают быть сопряженными [6].

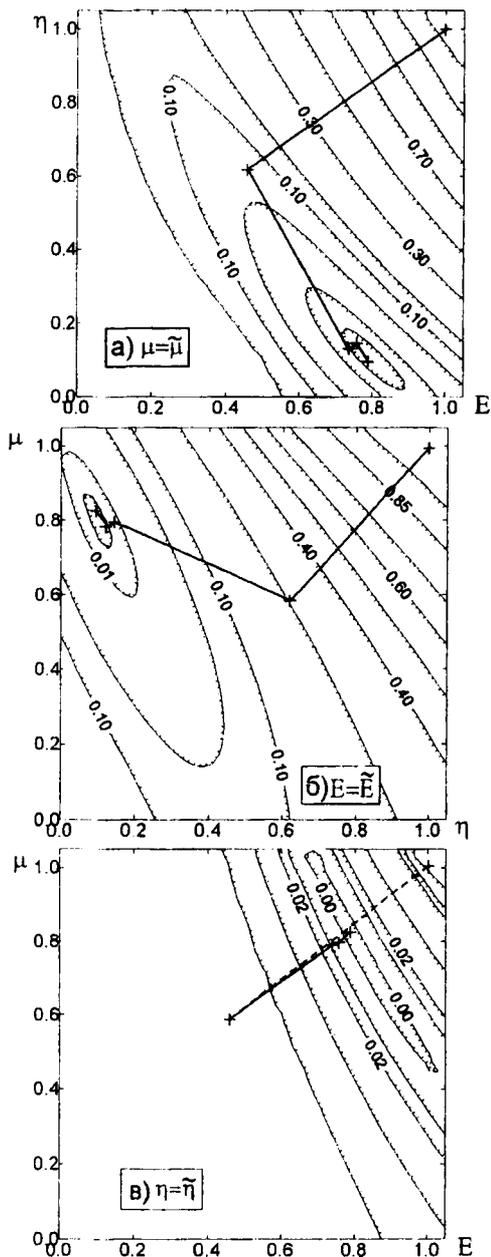


Рис.2. Проекция траектории спуска на поверхность отклика функционала невязки (1) в зависимости от параметров эрозивной скорости горения

В ходе решения модельной задачи метод был отработан в плане подбора оптимальных параметров расчета, обеспечивающих минимальное машинное время, необходимое для решения данной задачи.

Методическая погрешность расчета составила ~3% по сравнению с «точным» решением, что позволяет рекомендовать этот метод для обработки экспериментальных данных по эрозивному горению.

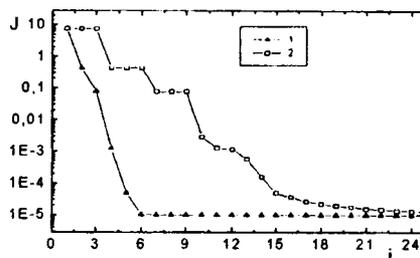


Рис.3. Зависимость функционала невязки (1) от числа итераций для двух градиентных методов: 1 – метод наискорейшего спуска; 2 – метод сопряженных градиентов

В заключение следует также отметить, что конкретность постановки не ограничивает общность подхода, он может быть легко обобщен на случай другой схемы эксперимента по ЭГ, а рассуждения, связанные с выбором подхода к преодолению некорректности, являются общими для исследований процессов горения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зимин Д.А. Обратные методы в экспериментальном изучении эрозивного горения // Доклады всероссийской научной конференции "Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики". Томск, 1998. С. 55-56.
2. Архипов В.А., Зимин Д.А. Эрозивное горение твердого топлива в сверхзвуковом потоке // Физика горения и взрыва. 1998. Т.34, №1. С. 61-64.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
4. Вилюнов В.Н. К теории эрозивного горения порохов // Докл. АН СССР. 1961. Т.136, вып. 2. С.381-383.
5. Тихонов А.Н., Кальнер В.Д., Глазко В.Б. Математическое моделирование технологических процессов и метод обратных задач в машиностроении. М.: Машиностроение, 1990. 264с.
6. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. С.503.

Аннотации

изданий авторов Томского государственного университета в 1999 году

Якушев В.К. Исследование газодинамических неоднородностей методом Теплера. Прибор ИАБ-451: Учебно-методическое пособие. Томск: Томский госуниверситет, 1999. 20 с.

Приведена общая характеристика оптических методов исследования газодинамических неоднородностей, проводится их сравнительный анализ. Рассматриваются основы метода Теплера. Описано устройство прибора ИАБ-451, элементы его настройки и порядок работ. Приведены рекомендации по визуализации тепловых потоков.

Для студентов, изучающих курс «Экспериментальная баллистика» по специальности 070300 - «Баллистика».

МОДЕЛИРОВАНИЕ АТМОСФЕРНЫХ ЯВЛЕНИЙ, СВЯЗАННЫХ С ВЫПАДЕНИЕМ ДОЖДЯ

Астанин А.В., Ёлкин К.Е., Марченко В.В.

Томский государственный университет

Гидродинамические задачи окружающей среды представляют большой интерес для таких разделов науки, как метеорология, экология и т.п. В настоящее время по вопросам гидродинамики и переноса примесей в атмосфере и океане было решено большое количество задач. Однако все они решались либо для однородных сред, либо для многофазных, но без учета влияния частиц на несущую среду. Тем не менее такое влияние, например в случае дождя, может быть существенным. Известно, что падающие капли дождя за счет силы лобового сопротивления приводят в движение окружающие воздушные массы, и в атмосфере образуется восток. Существуют эмпирические оценки скорости этого ветра [1].

В настоящей работе предлагается оценочная модель такого явления в представлении воздуха как идеального однородного газа и пренебрежении всеми термодинамическими эффектами, возникающими при дожде. Считается, что капли дождя имеют одинаковый диаметр, атмосфера до начала дождя находится в покое; дождевое облако лежит на слое стратификации, поэтому конвективное движение воздуха происходит в приземном слое; сквозь уровень стратификации воздух в систему не поступает; интенсивность дождя считается заданной на уровне стратификации; динамическая сжимаемость воздуха не учитывается. Задача решалась в плоской постановке. Симметричность начальных и граничных условий позволяет решать ее в одной полуплоскости.

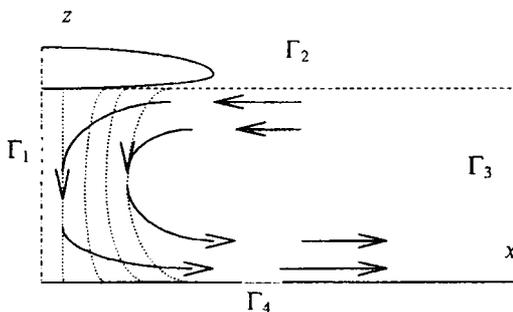


Рис. 1. Схема задачи о дожде

В векторном виде в прямоугольной плоской декартовой системе координат XOZ уравнение движения для газа имеет вид

$$\rho \frac{du}{dt} = -gradP + g\rho + g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{воды}}} \right) \rho_{\text{об}}$$

Здесь ρ , $\rho_{\text{воды}}$ – плотности воздуха и воды соответственно, u – вектор скорости, P – давление, $\rho_{\text{об}}$ – плотность облака частиц дождя, g – ускорение

свободного падения. При этом учитывается, что плотность воздуха изменяется по высоте, её можно вычислить по формуле [2]:

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{z}{44300} \right)^{4.256}, \text{ где } \rho_0 \text{ – плотность}$$

атмосферы у поверхности Земли, z – высота над поверхностью. Уравнение неразрывности для воздуха в стационарном виде можно записать:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z) = 0,$$

где u_x , u_z – составляющие вектора скорости частиц воздуха, а стационарное уравнение переноса вихря примет вид

$$u_x \frac{\partial \Omega}{\partial x} + u_z \frac{\partial \Omega}{\partial z} = \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho_{\text{об}}}{\partial x} + \Omega u_x \frac{\partial}{\partial z} (\ln \rho),$$

где $\Omega = \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}$ – завихренность. Функция тока, заданная соотношениями:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \rho u_z, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\rho u_x,$$

удовлетворяет уравнению $\Delta \Psi - \frac{\partial}{\partial z} (\ln \rho) \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \rho \Omega$.

На правой границе (Γ_3) согласно рис. 1, завихренность задается в зависимости от знака горизонтальной составляющей скорости. В случае втекания воздушных масс внутрь области, задается нулевая завихренность, а в случае вытекания – мягкие граничные условия. Уравнение переноса вихря решалось методом установления.

Уравнение для плотности дождя и плотности воздуха имеет вид

$$v_x \frac{\partial \rho_{\text{об}}}{\partial x} + v_z \frac{\partial \rho_{\text{об}}}{\partial z} = -\rho_{\text{об}} u_z \frac{\partial}{\partial z} (\ln \rho)$$

где $v_x = u_x$; $v_z = u_z + \Delta u$, где v_x , v_z – составляющие вектора скорости для капли дождя, Δu – равновесная скорость падения капель дождя, $\rho_{\text{об}}$ – плотность облака частиц дождя.

Граничные условия выставлялись следующим образом:

$$\Gamma_1: \Psi = 0, \quad \rho_{\text{об}} = \exp \left(- \int_z^{z_0} \frac{u_z}{u_z + \Delta u} \frac{d \ln \rho}{dz} dz \right);$$

$$\Gamma_2: \Psi = 0; \quad \rho_{об} = e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}};$$

$$\Gamma_3: \frac{\partial \Omega}{\partial x} = 0 \text{ при } u_x > 0; \quad \Omega = 0 \text{ при } u_x < 0;$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0; \quad \rho_{об} = 0;$$

$$\Gamma_4: \Psi = 0.$$

Граничные условия для вихря ставились из решения дифференциальных уравнений:

$$u_x \frac{\partial \Omega}{\partial x} = \frac{l}{u_0^2} \left(\frac{\rho_{об}}{\rho_0} \right)_0 \frac{g}{\rho(z)} \frac{\partial \rho_{об}}{\partial x} \quad \text{на } \Gamma_2 \text{ и } \Gamma_4,$$

$$u_z \frac{\partial \Omega}{\partial z} = u_z \Omega \frac{\partial}{\partial z} (\ln \rho) \quad \text{на } \Gamma_1.$$

Расчеты проводились для области шириной 15 км и высотой 5 км. На верхней границе плотность дождя была задана вероятностной функцией так, что на оси симметрии она максимальна, а на расстоянии 5 км от нее соответствует 1% от максимальной. Максимальная плотность выбрана из расчета интенсивности дождя на земле 5 см/ч. Считается, что капли имеют диаметр 3 мм. Установлено [1], что они падают относительно воздуха со скоростью 8,1 м/с.

Для решения уравнения переноса вихря использовался метод установления на основе разностной схемы Мак-Кормака [3], для функции тока применялся метод нижней релаксации, для плотности частиц дождя применялся стационарный вариант схемы Мак-Кормака.

В ходе рассмотрения данной задачи сначала исследовалась сеточная сходимость решения в зависимости от числа узлов сетки.

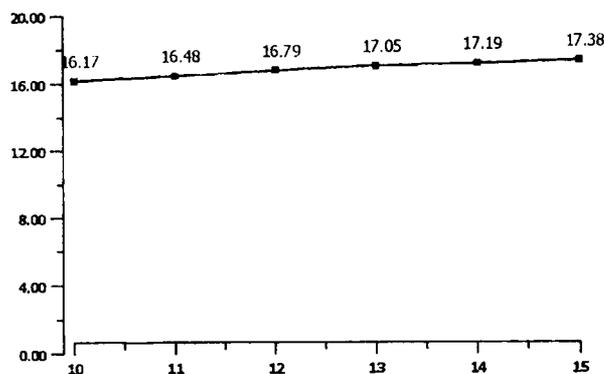


Рис. 2. Сходимость сетки

Исследовались сетки следующих размеров: 30x10, 33x11, 36x12, 39x13, 42x14, 45x15. В качестве параметра, характеризующего изменение решения, бралась максимальная скорость ветра в области решения. Результаты расчетов показаны на рис. 2. По осям абсцисс отложены соответственно число точек

сетки в вертикальном направлении Z и максимальная скорость ветра. Из рисунка видно, что в указанном диапазоне сеток максимальное значение скорости ветра практически не изменилось, что указывает на численную достоверность результатов, полученных на данных сетках.

Для области длиной 15 км и высотой 5 км при интенсивности выпадения осадков 50 мм/ч имеет место картина течения, приведенная на рис. 3.

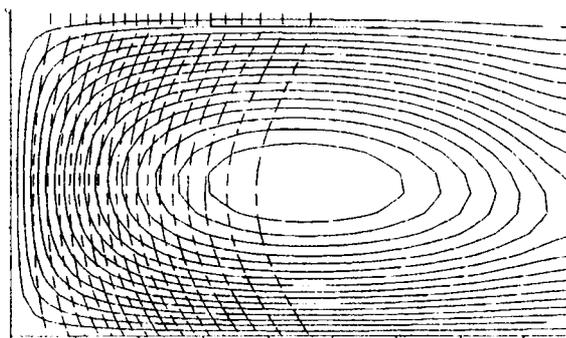


Рис. 3. Картина течения

В области решения образуется сильный вихрь, который и приводит к возникновению ветра. В нижней части вихрь направлен наружу, в верхней части в силу влияния вихря обеспечивается подсос воздуха.

На этом же рисунке штриховыми линиями показаны траектории каплей дождя. Из рисунка видно, что в верхней части капли сносятся внутрь области (под дождевое облако), а в нижней выносятся в сторону внешней границы в соответствии с направлением ветра, что обусловлено наличием вихря.

При таких исходных данных экспериментально установлено [1], что вызванный дождем нисходящий поток воздуха имеет скорость 4 м/с. В результате расчетов получено, что соответствующая скорость равна 5,7 м/с. Таким образом, даже для такой упрощенной постановки получены удовлетворительные результаты.

В результате проведенных исследований была получена математическая модель конвективного движения среды, вызванного неравномерностью распределения частиц в поле силы тяжести. Полученная картина течения качественно соответствует метеорологической картине и дает удовлетворительные оценки скорости ветра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скорер Р. Аэрогидродинамика окружающей среды. М.: Мир, 1980.
2. Лойцанский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970.
3. Андерсон Д., Таннехил Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990. Т.2.

КОМПЬЮТЕРИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА ОПТИЧЕСКОЙ МИКРОСКОПИИ И АНАЛИЗА РАЗМЕРОВ ЧАСТИЦ

Бирюков А.Ю., Богданов Л.Н., Кириков А.А.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Так как в порошковой технологии фракционный состав порошков является важнейшей, а во многих случаях и конечной целевой характеристикой готовой продукции, гранулометрический анализ остается основным методом контроля процессов переработки. Если в ситовой области размеров частиц ($\delta > 50$ мкм) особых сложностей с гранулометрическим анализом не возникает, то в подситовой области, а особенно для порошков с частицами микронных и субмикронных размеров, анализ фракционного состава является дорогостоящей и трудно разрешимой задачей. Существующие приборы анализа дисперсного состава: седиментометры, лазерные счетчики, приборы для определения удельной поверхности, по мнению авторов, не дают объективной характеристики размеров частиц на субмикронном уровне. Это обусловлено тем, что указанные приборы основаны на косвенных методах измерения, когда о размерах частиц и их количестве судят по изменению свойств дисперсных сред, содержащих изучаемые частицы (удельная поверхность, оптическая плотность, электропроводность и т.д.). Как правило, такие приборы требуют специальной тарировки и не гарантируют достаточную достоверность результатов измерений. Поэтому практически всегда требуется контроль для корректировки результатов с помощью оптических и электронных микроскопов.

Необходимость адекватной и достаточно достоверной оценки размеров и количества частиц в диапазоне 0.5 - 100 мкм поставила задачу разработки принципиально новых методов анализа, использующих прямые измерения. За основу новых методов приняты оптическая микроскопия, обеспечивающая прямое измерение размеров частиц, и весовая седиментация из стартового слоя как метод, позволяющий проводить прямое взвешивание оседающих фракций анализируемой пробы.

Основными и традиционными недостатками оптической счетной микроскопии считаются:

- большие субъективные ошибки в оценке размеров частиц и их количества при "ручном" анализе лаборантом;
- необходимость обсчета большого количества частиц (до 10 тысяч), что увеличивает трудоемкость и время анализа;

- трудности визуальной оценки размеров частиц в диапазоне менее 5 мкм.

Указанные недостатки в значительной степени устраняются с использованием метода компьютеризированной оптической счетной микроскопии. Принципиальная схема этого метода включает оптический микроскоп, телекамеру, устройство ввода изображения в компьютер, компьютер Pentium II, монитор 17". Программное обеспечение включает демонстрацию на экране монитора реального изображения анализируемой пробы, выбор достаточного количества полей для анализа, исключение из анализа агломератов частиц, замену реального изображения на модель, которая может быть обработана математическими методами, расчет размеров и количества частиц каждого размера, построение графиков и таблиц численного или весового распределения частиц по размерам, оценку погрешности анализа. Кроме того, компьютеризированный анализ обеспечивает автоматическое протоколирование и создание банка данных, включая изображения анализируемых проб. С помощью представленной системы получены изображения анализируемых проб оксида алюминия в отраженном и проходящем свете в диапазоне размеров частиц 0.7 мкм и выше.

Представленные здесь новые методы создают основу для разработки компьютеризированного комплекса гранулометрического анализа микропорошков путем измерения геометрических и динамических характеристик частиц. Изучение геометрических характеристик производится с помощью микроскопа и телекамеры, соединенной через устройство ввода видеоизображения с компьютером. Динамические характеристики измеряются с помощью весового седиментометра, соединенного через блок связи с тем же компьютером. Специальное программное обеспечение управляет процессом измерения, ведет статистическую обработку и представление результатов анализа. Анализ одной пробы двумя способами, построенными на различных физических принципах, позволяет учесть систематические ошибки, присущие каждому из способов, и получить более точные и достоверные результаты измерений.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПРОИЗВОДСТВЕ СУБМИКРОННЫХ ПОРОШКОВ

Бирюков Ю.А., Мальцев А.А., Перков В.В., Иванов А.В.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Во многих процессах, таких как точная обработка поверхностей, получение сверхпроводников или компонентов функциональной и конструкционной керамики, производство лекарственных субстанций, дальнейший прогресс связан с возможностью получения субмикронных порошков, размер частиц которых должен быть на уровне сотен нанометров. В настоящее время существуют различные подходы к получению таких порошков: электро-взрыв, истирание в жидкости, испарение с последующей конденсацией, другие химические методы. Нами исследовался прямой метод получения субмикронных порошков со средним размером частиц до 0,3 мкм, основанный на самоистирании частиц в недорасширенных турбулентных газовых струях. Его преимущество заключается в значительно меньших затратах (по сравнению с вышеназванными) и в возможности организации крупного промышленного производства на его основе. Принципиальная схема установки ПЦА, разработанной в НИИ ПММ [1-2], по получению субмикронных порошков представлена на рис. 1. Сжатый воздух подается в донную часть корпуса аппарата 1 через сопловой блок 4. Материал эжектируется в транспортную трубу 2, на выходе из которой проходит стадию классификации посредством центробежного классификатора 3.

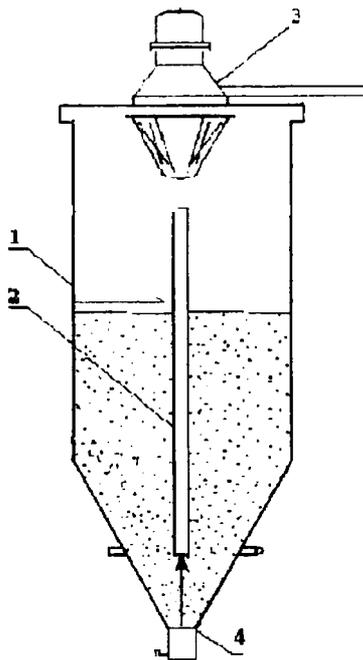


Рис.1. Схема установки ПЦА

Интенсивность измельчения в комплексных пневматических установках в первую очередь определяется рабочим давлением, параметрами разгонной камеры и сопел, физико-механическими свойствами исходных порошков. Как показали исследования, профилирование сопел и установка преград заметного влияния на процесс не оказали, то есть определяющим является процесс самоистирания частиц. Высокая чистота конечного продукта при измельчении твердых и сверхтвердых материалов (карбидов, нитридов, оксидов некоторых металлов) также объясняется доминированием взаимодействия частиц (самоистирания), а не столкновения с рабочими поверхностями. Эксперименты при давлениях выше 10 кг/см² (до 100кг/см²) качественного изменения характеристик и повышения эффективности процесса не дали, но дальнейшие исследования в этом направлении ведутся. Удельные энергозатраты при получении субмикронного порошка электрокорунда из исходного с $\delta_{50} \approx 30 \mu\text{м}$ с использованием комплексной технологии составляют 3-5 кВт·ч/кг. Производительность установки при этом на уровне 15 - 20 кг/ч, рабочее давление 7-8 кг/см². Существующие потенциальные возможности усовершенствования процессов порошковой технологии субмикронных и ультрадисперсных порошков как оксида алюминия, так и других абразивных и тугоплавких материалов. Это может быть достигнуто за счет дальнейшего изучения газодинамики потоков "газ-твердые частицы" в пневматической циркуляционной установке.

Главным элементом в сепарационной системе пневматического циркуляционного аппарата является центробежный классификатор специальной конструкции. Основным рабочим элементом классификатора служит дисковый или лопаточный ротор, который при быстром вращении создает вокруг себя интенсивное центробежное поле, преодолеть которое способны лишь очень мелкие частицы. Рабочие и геометрические характеристики классификатора (расход воздуха, число оборотов, концентрация частиц в зоне сепарации, особенности конструкции) определяют качество конечной продукции. Проведенные экспериментальные исследования показали также значительное влияние на эффективность классификации таких факторов, как влагосодержание и температура воздуха, адгезионные и морфологические свойства частиц.

Совмещение процесса диспергирования и фракционирования в верхней сепарационной зоне аппарата позволяет получать достаточно узкие по фракционному составу порошки (рис. 2а, 2б).

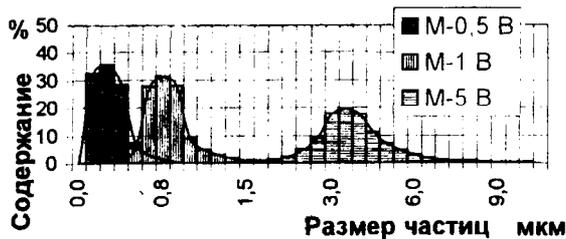


Рис.2а. Массовое распределение абразивных порошков электрокорунда Al_2O_3 (гранулометрический состав определен методом оптической микроскопии)



Рис.2б. Массовое распределение частиц ZrO_2 по размерам (гранулометрический состав определен методом электронной и оптической микроскопии)

При анализе гранулометрического состава применялись методы оптической микроскопии и технического зрения на базе цифровой видеокамеры ELMO SR482. На рис. 3а, 3б представлены фотографии порошка электрокорунда, сделанные в проходящем свете, и порошка двуокиси циркония, сделанные в отраженном свете. Нанесенная масштабная сетка позволяет оценить средний размер частиц полученных порошков.

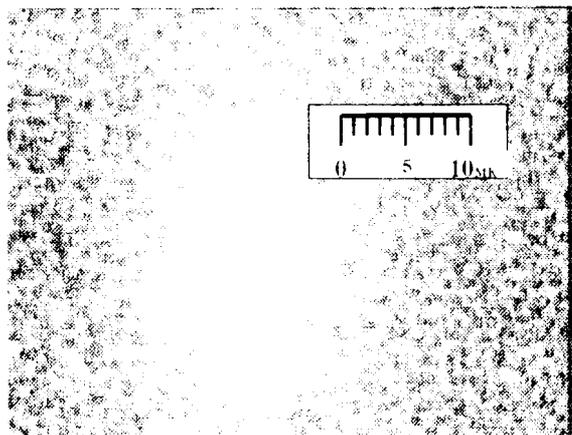


Рис.3а. Фотография порошка электрокорунда, сделанная при помощи оптического микроскопа и цифровой видеокамеры

За последние время в НИИ ПММ было разработано несколько тонн абразивных микропорошков на основе электрокорунда. Полученные порошки

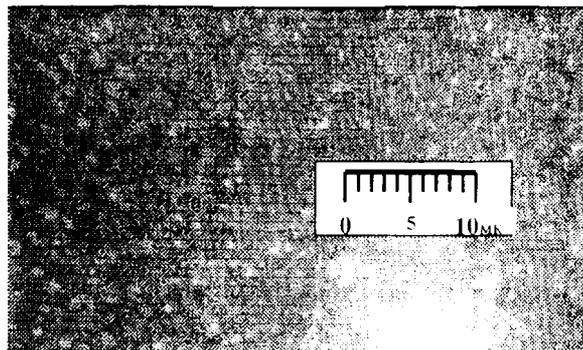


Рис.3б. Фотография порошка двуокиси циркония, сделанная при помощи оптического микроскопа и цифровой видеокамеры

прошли успешные испытания на более чем 10 подшипниковых заводах России и СНГ. Применение строго нормированных абразивных порошков, полученных на пневматических установках НИИ ПММ, позволило не только поднять класс точности подшипников, но и снять проблему с утилизацией токсичных отходов окиси хрома, которая была заменена электрокорундом на финишной и суперфинишной стадии обработки шариков. Пневматическая технология отделения крупных включений в ультрадисперсных порошках меди, получаемых методом электрического взрыва, позволила производить высокоэффективные присадки к маслам и смазкам.

Подобные характеристики получены также при совмещении процессов измельчения и фракционирования некоторых органических (полиэтилен, поливинилхлорид, нозепам, циннаризин, пентоксифиллин, сорбит, пектин, витаминные концентраты, витаминная мука) и неорганических материалов (нитрид кремния, карбид кремния, карбид титана, тальк, мел, перхлорат аммония).

ЛИТЕРАТУРА

1. Росляк А.Т., Бирюков Ю.А., Пачин В.Н. Пневматические методы и аппараты порошковой технологии. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990.
2. Патент Российской Федерации № 1273193, авторы: Бирюков Ю.А. и др. Способ пневматической сепарации порошкообразных материалов и устройство для его осуществления.
3. Biryukov Yuri, Vorozhsov Alexander, Bogdanov Leonid. Obtaining Submicron Abrasive Powders by Pneumatic Processing of Electric Corundum and Products of Solid Rocket Propellants Combustion// 29th International Annual Conference of ICT "Energetic Materials, Production, Processing and Characterization". Karlsruhe. 1998.

ПАРАМЕТРЫ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ КОМПОНЕНТОВ СМЕСЕВЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Ердакова В.П., Леонов Г.В.

Бийский технологический институт
Алтайского государственного технического университета

Цой В. А., Попок Н. И., Суханов Г. Т.

ФНПЦ «Алтай», г.Бийск

Совершенствование существующих и создание новых видов специальной техники, как правило, основано на использовании более мощных энергоёмких материалов, обладающих высокой чувствительностью к отдельным видам или комплексу внешних воздействий. В процессе переработки указанные компоненты могут образовывать промежуточные смеси, чувствительность которых будет существенно выше чувствительности индивидуальных веществ. Практика производства и эксплуатации изделий из смесевых энергоёмких материалов показывает, что с увеличением теплоты взрывчатого превращения чувствительность их к механическим воздействиям возрастает. Так, увеличение теплоты взрывчатого превращения на 10-20% приводит к росту чувствительности материалов примерно на порядок [1]. Поэтому для обеспечения безопасности производства и эксплуатации изделий из композиционных материалов необходимо исследовать возможность управления параметрами чувствительности без ухудшения энергетических характеристик. Под управлением параметрами чувствительности понимается снижение чувствительности к внешним воздействиям, то есть флегматизация. Проведение флегматизации ЭМ с учётом очагового механизма инициирования возможно по двум направлениям:

- 1) модификация физико-химических свойств активных компонентов;
- 2) модификация химического строения активных компонентов, то есть «внутренняя» флегматизация.

Наиболее распространённым направлением является модификация физико-химических свойств, которая широко используется для уменьшения уровня чувствительности индивидуальных ВВ [2]. Общая флегматизация наблюдается при значительном разбавлении ВВ инертным разбавителем (20-25%), однако при этом ухудшаются энергетические показатели. К флегматизаторам предъявляются следующие требования: низкая температура плавления, высокая температура разложения, стойкость, совместимость с другими компонентами. Флегматизаторы могут

действовать либо на стадии образования очагов разогрева, либо при распространении взрыва в объём. Современный уровень развития специальной техники обуславливает необходимость использования активных горюче-связующих в составе композиционных энергоёмких материалов [3]. Энергетические свойства полимерному связующему придают активные пластификаторы, в качестве которых в основном используются нитроэфир: НГЦ и ДНДЭГ. Однако использование нитроэфиров в чистом виде проблематично из-за их высокой чувствительности к механическим воздействиям. С целью снижения их чувствительности представляется интересным рассмотреть возможность флегматизации нитроэфиров активными компонентами нитротриазольного и нитроаминного рядов. В табл. 1 представлены соединения нитротриазольного и нитроаминного рядов, находящиеся в основном в твёрдом состоянии, которые использовались в качестве флегматизаторов.

Таблица 1
Физико-химические свойства флегматизаторов
нитротриазольного типа и некоторых нитроаминов

Вещество	$\rho_1, \text{г/см}^3$	$T_{\text{пл}}, \text{°C}$	$Q_{\text{пл}}, \text{Дж/г}$	$T_{\text{взр}}, \text{°C}$	$Q_{\Sigma}, \text{Дж/г}$
МЕТИЛ-3Н	1,390	65	93,2	310	1807
ЭТИЛ-3Н	1,315	32	68,6	309	2252
АЛЛИЛ-3Н	1,280жид.	---	---	265	490
ТРИАНИТ	1,6	37	97	270	995
МОМ-3Н	1,385жид.	---	---	---	---
ДИНА	1,670	49,5- 51,5	98,5	---	---
ДНП	---	55	125	---	---

Существующая стандартная методика определения чувствительности жидких ЭМ к удару и трению не позволяет отчётливо дифференцировать их по уровню чувствительности. Поэтому методика испытаний была изменена. Определение чувствительности к удару проводилось на вертикальном копре К-44-II в приборчике №2, на нижний ролик помещался кружок наждачной бумаги. В экспериментах по определению чувстви-

тельности к ударному трению в штемпельный приборчик добавлялся кварцевый песок. Результаты исследования влияния содержания и типа флегматизирующих добавок на чувствительность к удару и трению ряда нитроэфирсодержащих пластификаторов представлены в табл. 2.

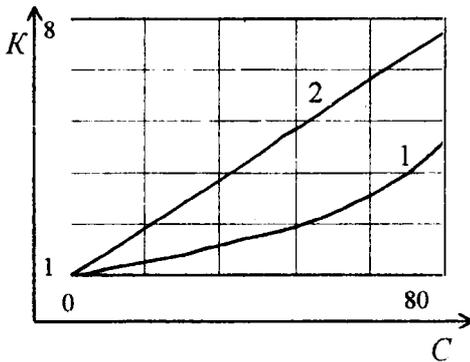
Таблица 2

Влияние содержания и типа флегматизирующих добавок на чувствительность к удару и трению ряда нитроэфирсодержащих пластификаторов

Состав пластификатора, % (вес.)	H_0 , м	P_0 , МПа
НГЦ (100)	0,06	20
ФК (100)	0,11	50
ДНДЭГ (100)	0,35	80
НГЦ/ДНЦ (73/27)	0,10	40
НГЦ/ТРИАНИТ (70/30)	0,25	80
НГЦ/МЕТИЛ-3Н (70/30)	0,22	-
НГЦ/ЭТИЛ-3Н (70/30)	0,30	-
НГЦ/ДНДЭГ (50/50)	0,12	60
НГЦ/ДНДЭГ/М-3Н (45/45/10)	0,20	-
ДНДЭГ/Э-3Н (70/30)	0,45	---
НГЦ/ДНДЭГ/ТРИАНИТ (40/40/20)	0,35	---
НГЦ/ДНДЭГ/ДИНА/ДНЦ (30/30/18/22)	0,23	80

Из представленных данных видно, что хорошими флегматизирующими свойствами обладают трианит, метил-3Н; этил-3Н.

На рис. 1 показаны обобщённые зависимости влияния вида и количества флегматизатора на снижение уровня чувствительности пластификатора.



K - коэффициент снижения чувствительности;
 C_d - концентрация флегматизатора в пластификаторе, мас. %;
1 - нитраминами и инертными разбавителями;
2 - нитротриазолами

Рис. 1

Приведённые зависимости позволяют сделать вывод о большей флегматизирующей способности нитротриазолов по сравнению с нитраминами и инертными разбавителями.

Помимо флегматизации жидких взрывчатых веществ (ЖВВ) были рассмотрены кристаллические ВВ, используемые в составе штатных и перспективных композиционных ЭМ. В табл.3 приве-

дены результаты экспериментов по определению чувствительности к механическим воздействиям ряда кристаллических ВВ и влиянию вида флегматизирующей добавки.

Таблица 3

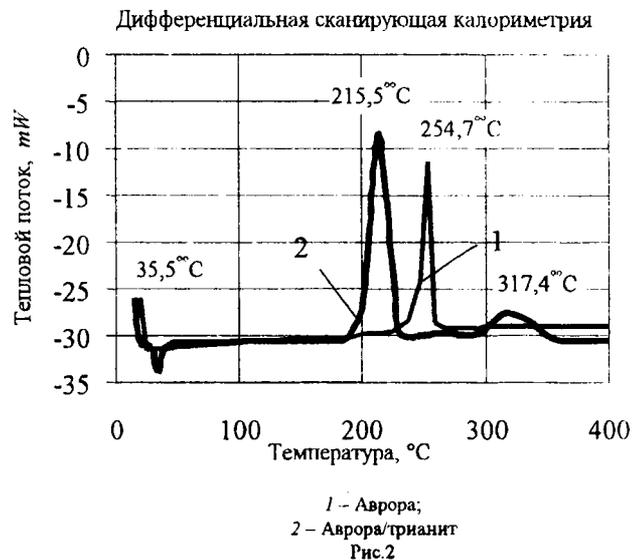
Влияние типа и количества флегматизатора на параметры чувствительности кристаллических ВВ

Вещество/флегматизатор	H_0 , мм, $m=2$ кг	P_0 , МПа
ПР."О"(100)	150-200	150-200
ПР."О"/М-3Н (95/5)	500	360
ПР."О"/Э-3Н (95/5)	400	360
ПР."О"/АЛЛИЛ-3Н (95/5)	300	180
ПР."О"/ТРИАНИТ (95/5)	300	300
БЦО (100)	100	120
БЦО/М-3Н (95/5)	70	80
БЦО/Э-3Н (95/5)	250	180
БЦО/ТРИАНИТ (95/5)	120	180
АВРОРА (100)	300	80
АВРОРА/М-3Н (95/5)	450	120
АВРОРА/Э-3Н (95/5)	300	120
АВРОРА/ТРИАНИТ (95/5)	300	80

Анализируя экспериментальные данные, следует отметить, что использование М-3Н и Э-3Н для флегматизации пр. «О» позволяет снизить параметры его чувствительности в 2-2,5 раза, аллил-3Н и трианит—в 1,5 раза. В смеси БЦО/М-3Н (5%) наблюдается слабый эффект сенсibilизации.

На рис.2 показаны диаграммы, полученные методом дифференциального сканирующего анализа (DSC), для вещества «Аврора» и его смеси с трианитом (48:52), позволяющие судить о механизме флегматизирующего действия триазолов на кристаллические ВВ.

На диаграмме смеси Аврора/трианит, показанной на рис.2, отчетливо виден эндоэффект, соответствующий плавлению трианита. В то же время



смещение начала разложения смеси в область низких температур не приводит к существенному снижению общего экзотермического эффекта разложения. Однако необходимо учитывать влияние масштабного фактора при использовании результатов DSC для анализа процессов взрывчатого превращения больших объёмов композиционных материалов. В качестве примера промежуточных смесей целесообразно рассматривать наполненный пластифицированный полимер, используемый в композиционных материалах. Содержание связующего в композите определяет технологичность топливной массы. В свою очередь, технологичность полимерного связующего обуславливается вязкостью и молекулярной массой самого полимера. В зависимости от свойств полимера и его содержания меняется и уровень чувствительности. В табл. 4 приведены результаты экспериментального исследования влияния характеристик тетразолсодержащего полимера на параметры чувствительности.

Таблица 4

Влияние характеристик тетразолсодержащего полимера в связующем на параметры чувствительности к механическим воздействиям

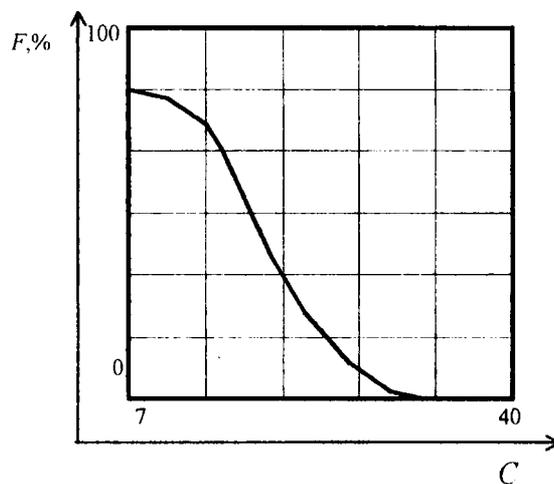
Вид полимера	Содержание полимера, %	Вязкость Пз, $t=50^{\circ}\text{C}$	Нижний предел H_0 , мм	Частота инициирования, f %, $H=100$ мм
Высокомолекулярный	0	-	120	-
	5	2-4	30	44
	10	9-15	30	76
	13	22-32	10-20	92
	17	80	20	96
	20	180	30	88-100
	25	720	40	64
	30	3000	60	28
Низкомолекулярный	0	-	120	-
	5	1	100	4
	10	2	60	20
	13	3	-	72
	17	7	-	88
	20	12	30	100

Указанные результаты изображены на рис. 3.

Анализ экспериментальных данных позволяет сделать вывод о том, что увеличение вязкости массы приводит к снижению её чувствительности к механическим воздействиям.

Представленные выше результаты иллюстрировали возможность так называемой «внешней»

флегматизации, когда эффект снижения чувствительности достигался за счёт модификации физико-химических свойств компонентов и смесей. Примером «внутренней» флегматизации может служить полимер нитротриазольного ряда с привитыми группами окислителя. Для сравнения исследовалась смесь данного полимера с окислителем в соотношении 50/50.



F - частота инициирования,
 C - концентрация флегматизатора в пластификаторе
Рис. 3

Полученные результаты по чувствительности к механическим воздействиям и теплотам сгорания подтверждают эффективность «внутренней» флегматизации и необходимость проведения дальнейших работ в этом направлении.

В результате работы были определены параметры чувствительности к механическим воздействиям жидких и кристаллических взрывчатых веществ: рассмотрена возможность использования соединений триазольного и нитраминного рядов в качестве флегматизирующих добавок для жидких и кристаллических взрывчатых веществ; показана большая флегматизирующая способность триазолов по сравнению с нитраминами и инертными разбавителями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубнов Л.В., Бахаревич Н.С., Романов А.И. Промышленные взрывчатые вещества. М.: Недра, 1988. 358 с.
2. Андреев С.Г., Соловьёв В.С. Основы теории чувствительности энергетических материалов. М.: ЦНИИНТИ, 1985. 177 с.
3. Боуден Ф.П., Иоффе А.Д. Возбуждение и развитие взрыва в твёрдых и жидких веществах. М.: Иностранная литература, 1955. 119 с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭФФЕКТОВ ПРИ ГОРЕНИИ ЗАРЯДА ЗЕРНЕННОГО ПОРОХА

Жалнин Е.В., Христенко Ю.Ф.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

В процессе экспериментальной отработки различных баллистических установок было установлено, что при некоторых параметрах заряжания имеют место эффекты, которые не могут быть объяснены в рамках классической теории горения порохов [1]. В частности, в работе [2] показано, что параметры в геометрическом законе горения (κ , λ , μ , I_k) для трубчатого зернового пороха ВТМ, взятые из [1], не подходят для идентификации кривых давления в пороховой камере и зависят от плотности заряжания. Кроме этого, оказалось, что неустойчивость процесса воспламенения и горения порохового заряда при плотностях заряжания $\Delta < 0,5 \text{ г/см}^3$ приводит к большому разбросу (в 2...3 раза) максимального давления в пороховой камере легкогазовых установок с легким поршнем [2]. Это вызывает необходимость развития экспериментальных методов для более углубленного изучения закономерностей функционирования порохового заряда.

На рис. 1 показана модернизированная манометрическая бомба, с помощью которой можно исследовать выполнение собственно геометрического закона горения (подобия формы [1]) в широком диапазоне изменения плотностей заряжания. Наличие разрушаемой стеклотекстолитовой крышки позволяет практически мгновенно (за 0.1...0.2 мс) сбрасывать давление в бомбе, прекращая горение заряда.

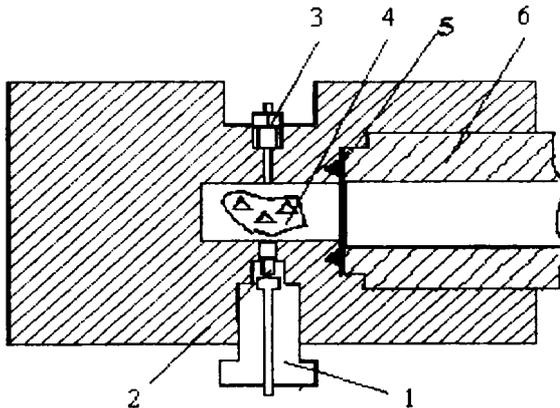


Рис. 1. Модернизированная диафрагменная бомба: 1 - запальная пробка; 2 - ЭКВ; 3 - датчик давления; 4 - пороховая камера; 5 - крышка; 6 - сопло

На такой бомбе была проведена серия экспериментов для пороха ВТМ при плотностях заряжания $\Delta = 0.21$ и 0.61 г/см^3 . Изменением толщины крышки варьировалось максимальное давление и, следовательно, относительная сгоревшая часть порохового зерна ψ . В ходе эксперимента измерялись величины сгоревшего свода внутри канала и на наружной по-

верхности зерна. Были построены кривые $z_n(\psi)$ и $z_v(\psi)$, которые наглядно иллюстрируют (рис. 2), что общепринятое мнение [1] о том, что внутренняя поверхность зерна воспламеняется позже, но затем выгорает быстрее (из-за более высокого давления в канале), справедливо только при $\Delta > 0.5 \text{ г/см}^3$, для меньших Δ это несправедливо. Несмотря на то, что давление в канале выше, скорость горения внутри канала ниже, чем на внешней поверхности зерна.

Измеряя внутренний диаметр зерна по его длине, можно исследовать влияние эрозийного эффекта. В данном случае диаметры недогоревших трубок измерялись на половине их длины, где скорость истечения близка к нулю, и такое поведение кривой $z_n(\psi)$ не может быть следствием эрозийного эффекта.

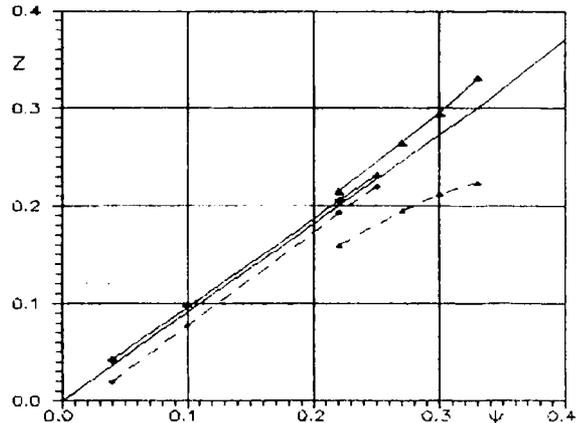


Рис. 2. Зависимость z_n наружного и z_v внутреннего от относительной сгоревшей части зерна ψ .

- z , геометрический закон;
- + + + + z_n наружное, $\Delta = 0.61 \text{ г/см}^3$;
- • • • z_v внутреннее, $\Delta = 0.61 \text{ г/см}^3$;
- ▲ ▲ ▲ ▲ z_v внутреннее, $\Delta = 0.21 \text{ г/см}^3$;
- ■ ■ ■ z_n наружное, $\Delta = 0.21 \text{ г/см}^3$

Объяснение этим явлениям может быть получено в рамках теории нестационарного горения пороха [3, 4], согласно которой скорость горения определяется давлением и градиентом температуры в k -фазе. В свою очередь, величина градиента зависит от толщины теплового слоя и распределения температуры в нем [5]. На рис. 3 схематично показаны распределение температуры в зерне трубчатого пороха в момент его воспламенения, а также распределение температуры, соответствующее стационарной скорости горения при некотором давлении $P(t)$. Учитывая то, что изменение скорости горения при изменении давления происходит с некоторым запаздыванием (на время релаксации τ_r [3-5]), и используя обозначения рис. 3, основные постулаты геометрического закона горения, можно записать в виде

$$1. (\Delta X_{\text{гв}} + \Delta X_{\text{гн}}) / 2e_1 \ll 1,$$

$$2. |P(t + \tau_r) - P(t)| / P(t) \ll 1,$$

$$3. |t_{вн} - t_{вн}| \ll t_k,$$

где индексы "н" и "в" относятся соответственно к параметрам наружной и внутренней поверхностей, t_v - время воспламенения, а t_k - время полного сгорания порохового заряда.

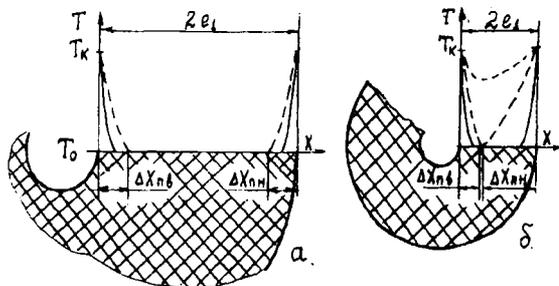


Рис. 3. Схематическое распределение температуры в к-фазе в момент воспламенения: T_k - температура поверхности; - - - начальное распределение температуры; — - распределение температуры при стационарном горении

На рис. 3,а представлена конфигурация, которая реализуется для толстого трубчатого пороха (выполняется первый постулат). В этом случае скорость нарастания давления невысока из-за малой поверхности горения и, соответственно, велико полное время процесса t_k . Вследствие этого выполняются два других постулата и, следовательно, закон Шмица (полный импульс давления I_k не зависит от плотности заряжания и равен e_1/u_1) [1].

При очень быстром воспламенении тонкого зерна распределение температур, показанное на рис. 3,а, остается справедливым. Однако при большой плотности заряжания за время релаксации ($\tau_r > 0.1$ мс, [3, 6]) давление может меняться в 2...3 раза (с 0.8 до 2.3 кбар [2]). Скорость горения при таком законе изменения давления зависит не только от P , но и от скорости нарастания давления dP/dt , которая зависит от плотности заряжания. Второй постулат и закон Шмица в этом случае не выполняются.

При небольших плотностях заряжания процесс воспламенения происходит медленно и реализуется картина, представленная на рис. 3,б (начальная толщина прогретого слоя сравнима с полутолщиной горящего свода). Действительно, по разным оценкам [4, 5, 7] толщина прогретого слоя составляет от 0.25 мм при давлении воспламенения 1 бар до 0.08 мм при давлении воспламенения 50 бар, а величина e_1 для мелких порохов, например, ВТМ - 0.15 мм, "Сокол" - 0.075 мм, 4/7 - 0.2 мм. Таким образом, весь горящий свод является прогретым, и закон горения в этом случае определяется начальным распределением температуры, то есть предысторией процесса. Этим и объясняется расхождение кривых $z_r(\psi)$ и $z_b(\psi)$ на рис. 2 при $\Delta = 0.21$ г/см³, а также нестабильность горения при таких плотностях заряжания.

Проведенный выше анализ основан на предположении о постоянстве температуры поверхности к-фазы T_k [3, 4]. Известно, однако, что T_k зависит также от давления и градиента температуры в газовой фазе [6, 7]. Так как в процессе выстрела давление газопороховой смеси постоянно меняется, то это

приводит к еще большему влиянию нестационарности на процесс горения порохового заряда.

Для исследования законов горения зерновых порохов в условиях, близких к реальному выстрелу, предлагается конструкция динамической манометрической бомбы (рис. 4). Бомба представляет собой трубу, закрытую с одного торца разрабатываемой крышкой, а с другого - запальной пробкой, в которую вставлена воспламенительная трубка - "флейта".

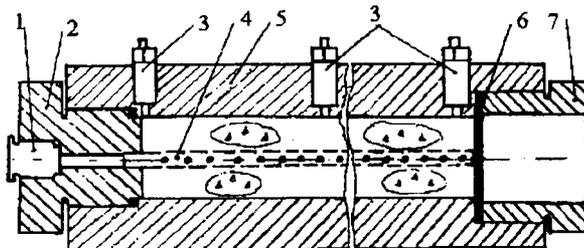


Рис. 4. Динамическая манометрическая бомба: 1 - ЭКВ; 2 - запальная пробка; 3 - датчик давления; 4 - "флейта"; 5 - труба; 6 - крышка; 7 - гайка (сопло)

Вдоль канала бомбы расположено несколько датчиков давления. Исследуемый порох засыпается в зазор между пробкой и флейтой с гравиметрической плотностью, а истинная плотность заряжания задается изменением диаметра флейты, что обеспечивает воспроизводимость условий воспламенения и горения заряда. Толщина (время разрушения) крышки и длина трубы подбираются так, чтобы волна разрежения, возникающая в газопороховой смеси при разрушении крышки, подходила к датчику давления, расположенному у запальной пробки, в момент достижения максимально допустимого для датчика давления (6 кбар для датчика Т6000 и 10 кбар - Т10000). Наличие нескольких датчиков позволяет помимо зависимости $P(t)$, по которой определяется закон горения, регистрировать скорость волны разрежения (скорость звука) при различном давлении газопороховой смеси. Это дает возможность определить параметры уравнения состояния смеси, которые зависят от плотности заряжания [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Серебряков М.Е. Внутренняя баллистика. М.: Оборонгиз, 1949. 458с.
2. Христенко Ю.Ф. Экспериментальные исследования основных внутрибаллистических процессов легкогазовых установок// Избр. доклады междунар. конф. "Восибирские чтения по математике и механике". Томск: Изд. Том. ун-та, 1997. Т.2. С.114-122.
3. Зельдович Я.Б. Горение пороха при переменном давлении// Теория горения порохов и взрывчатых веществ. М.: Наука, 1982. С.278-300.
4. Зельдович Я.Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ// Теория горения порохов и взрывчатых веществ. М.: Наука, 1982. С.49-86.
5. Лейпунский О.И. О поверхностном слое горящего пороха// Теория горения порохов и взрывчатых веществ. М.: Наука, 1982. С.301-305.
6. Новожилов Б.В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973. 176с.
7. Лейпунский О.И., Зенин А.А., Пучков В.М.// Горение и взрыв. Материалы 3-го Всесоюз. симпозиума по горению и взрыву. М.: Наука, 1972. С.74-81.
8. Бруд Г., Энстром Дж. // Расчеты взрывов на ЭВМ. М.: Мир, 1976. С.160-186.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОНДЕНСАЦИИ ВТОРИЧНЫХ ВЕЩЕСТВ, ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ АТМОСФЕРУ, НА ПОВЕРХНОСТИ ФИТОЦЕНОЗОВ

Зотова Л.В.

Томский государственный университет

Окислы серы, азота, хлора, относящиеся к приоритетным загрязняющим веществам, эмиттируются в атмосферу при сжигании различных ракетных топлив. Эти соединения легко вступают в химические реакции с компонентами атмосферы, образуя вторичные загрязняющие вещества. С точки зрения эффективности воздействия на растительность вторичные загрязняющие вещества представляют большую опасность, чем первичные загрязнения атмосферы. Накопление значительного количества ядовитых веществ в растении приводит к поражению листьев, образованию некрозов, а также гибели растений [1]. В литературе известно много работ, посвященных исследованию выпадения вредных примесей атмосферы на поверхность фитоценозов. Большинство этих работ связано с экспериментальным изучением процессов кислотной и сухой седиментации [2]. Но загрязняющие вещества могут попадать на поверхность фитоценозов и при конденсации. Исследования таких процессов ранее не проводились.

Рассматривается задача моделирования процесса конденсации вредных примесей атмосферы на поверхности фитоценозов при снижении температуры воздуха, обусловленном суточным циклом положения Солнца. В вечернее и ночное время температура воздуха падает и поверхность фитоценоза начинает охлаждаться. Пары веществ, способных к конденсации, находящиеся в воздухе (в приземных слоях), приближаются к состоянию насыщения. Если температура поверхности фитоценоза достигает значения «точки росы», начинается конденсация. Процесс продолжается до восхода солнца, когда температура воздуха начинает повышаться и конденсация на поверхности фитоценоза сменяется процессом транспирации. В предлагаемой модели газовая фаза может включать воздух, водяной пар и пары кислотных компонент. В качестве примера рассмотрен случай с одной кислотной компонентой. Исходную концентрацию кислотной компоненты принимали равной среднесуточной предельно допустимой [3]. Теплофизические свойства фитоценоза считались известными [4].

Вследствие того, что фитоценоз имеет криволинейную поверхность с малым углом кривизны, данную задачу можно рассматривать в прямоугольной системе координат. Однако необходимо учесть,

что величина угла кривизны поверхности имеет достаточное значение, чтобы пленка конденсата растекалась.

Внешнее давление считалось постоянным и равным 10^5 Па. Задача решалась в двухмерной постановке с учетом кондуктивного и радиационного механизмов переноса тепла, конденсации кислотных компонентов на поверхности фитоценозов, диффузии кислотных компонентов к поверхности конденсации, нестационарности процессов тепломассопереноса.

Конденсация компонентов на поверхности фитоценоза начиналась при температурах ниже соответствующей критической. Учитывалось выделение теплоты фазового перехода при конденсации.

На внешней границе области задана температура, которая изменяется во времени в связи с изменением в течение суточного цикла положения Солнца [4].

Предполагалось, что в течение всего процесса конденсации на поверхности фитоценоза происходит накопление пленки конденсата. Вследствие того, что поверхность фитоценоза имеет выгнутую форму, образовавшаяся пленка под действием силы тяжести будет стекать к краям поверхности. Так как толщина пленки и скорость являются малыми величинами, то течение будет ламинарным.

При решении задачи принимались следующие допущения:

1. Не происходит химического взаимодействия вредной компоненты и влаги.
2. Плотность пара мала по сравнению с плотностью конденсата.
3. Рассматривается пленочная конденсация.
4. Пренебрегается конвективным переносом массы и тепла.
5. Силы поверхностного натяжения на свободной поверхности пленки не влияют на характер ее течения.
6. Силы инерции, возникающие в пленке конденсата, пренебрежимо малы по сравнению с силами вязкости и силами тяжести.

Исследования проводились в два этапа:

- 1) задача тепломассопереноса решалась в прямоугольной системе координат и фитоценоз принимали в форме прямоугольной пластины;
- 2) рассчитывалось растекание пленки конденсата с учетом криволинейной поверхности конденсации.

Решение задачи осуществлялось методом конечных разностей [5]. Разностные аналоги исходных дифференциальных уравнений решены методом расщепления с применением метода итераций и неявной четырехточечной разностной схемы для решения одномерных уравнений. При расчете полей концентраций применялась сетка с нерегулярным шагом. Расчет коэффициентов диффузии проводился методом Фуллера, Шеттлера, Гиддингса [6]. Коэффициент теплопроводности газовой смеси рассчитывался методом Мэсона и Саксены [6]. Для определения растекания пленки конденсата на поверхности фитоценоза использовался подход автора [7], рассматривавшего процесс конденсации на горизонтальной трубе.

В результате проведенных численных исследований получены зависимости скорости конденсации от времени, концентрации кислотной компоненты в атмосфере, распределение пленки конденсата по поверхности фитоценоза и зависимости толщины пленки от времени.

На рис.1 показана зависимость массовой скорости конденсации кислотной компоненты от времени при разной относительной влажности воздуха. Из рисунка видно, что скорость конденсации с падением температуры окружающей среды плавно растет. Чем выше относительная влажность, тем скорость конденсации выше и, соответственно, больше толщина пленки конденсата.

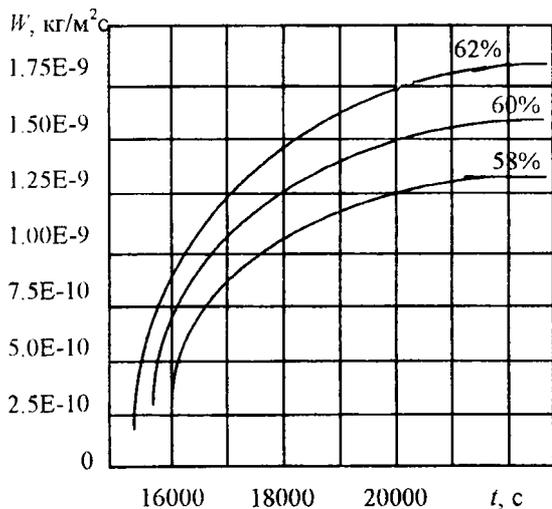


Рис.1. Зависимость массовой скорости конденсации кислотной компоненты от времени при разных значениях относительной влажности

На рис.2 представлено распределение пленки конденсата по поверхности фитоценоза.

Из рисунка видно, что концентрация кислотной компоненты имеет более высокое значение на краях. Этот результат объясняет, например, тот факт, что поражение листьев, образование некрозов начинаются с краев поверхности фитоценоза [1].

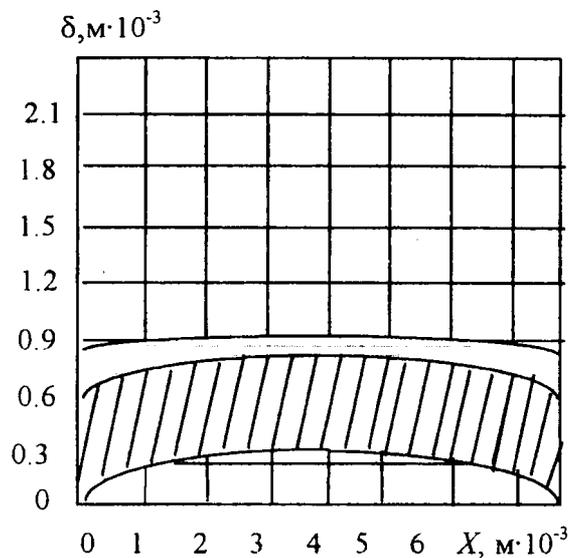


Рис.2. Распределение пленки конденсата по поверхности фитоценоза:
□ - пленка конденсата; ▨ - фитоценоз

На основании полученных результатов можно сделать вывод о возможности формирования в определенных условиях на поверхности фитоценозов пленки конденсата с содержанием кислотной компоненты, значительно превышающей предельно допустимые концентрации при сохранении ПДК газовой фазы в пределах нормы. Данная модель позволяет прогнозировать влияние загрязняющих атмосферу веществ на элементы фитоценозов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трешоу М. Загрязнение воздуха и жизнь растений. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 534 с.
2. Хорват Л. Кислотный дождь. М.: Стройиздат, 1990.
3. Беспамятников Г.П. Предельно допустимые концентрации вредных веществ в воздухе и воде. Л.: Химия, 1975. С. 16.
4. Гришин А.М. Математические модели лесных пожаров. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1981. 277 с.
5. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 616 с.
6. Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей. Л.: Химия, 1982. С. 561-608.
7. Исаченко В.П. Теплообмен при конденсации. М.: Энергия, 1977. С. 43.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ГОРЕНИЯ (КГ) И УДАРНОГО ИНИЦИИРОВАНИЯ ДЕТОНАЦИИ В НИЗКОПОРИСТОМ ТОПЛИВЕ

Ищенко А. Н., Салганский Е. А.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

КГ - процесс зажигания холодных слоев топлива горячим газом. Поэтому КГ является основной формой горения топлив, обладающих пористой структурой. Даже в сплошных топливах в процессе горения вследствие деформаций могут образовываться трещины. При определенных условиях горячие пороховые газы, фильтрующиеся в эти трещины, под действием перепада давления могут вызвать интенсивные деформации топлива, вызывающие диссипацию энергии, что в свою очередь приводит к переходу горения в детонацию. Процесс КГ является переходной стадией к нормальной детонации через стадию низкоскоростного режима превращения. Детонация и низкоскоростной режим превращения часто встречаются в природе и в технологических процессах.

В данной работе рассмотрены влияние некоторых параметров заряжания на особенности горения топлив и задача об ударном инициировании детонации в топливах.

Рассмотрим горение пористого заряда, который обладает недиспергированной матрицей и помещен в жесткую замкнутую оболочку постоянного сечения. Длина заряда совпадает с длиной оболочки. В начальный момент времени происходит воспламенение поверхности пор на отрезке $0 < X < X_0$, без повышения давления.

Исследовался процесс горения пористого моноблока на основе математической модели идеального грунта, предложенной в [1, 2]. Она включает следующие предположения. Все поры являются связанными. При возрастании пористости до некоторого заданного значения скелет диспергируется на совокупность одинаковых частиц, при этом давление в частицах принимается равным давлению в газе. В недиспергированной пористой матрице давления в фазах не совпадают. Реальные поры заменяются эффективными цилиндрическими каналами с эквивалентными объемом и поверхностью. Вязкость и теплопроводность газа учитываются лишь при взаимодействии фаз, а пористый скелет при этом предполагается состоящим из эффективных сферических частиц. Скорость его горения считается стационарной, определяемой при горении в замкнутом объеме. Топливо - вязкопластичное.

Модель включает уравнения неразрывности, сохранения импульса, сохранения энергии, состояния газовой и конденсированной фаз. При определении температуры топлива рассматриваются две области: пограничная область, подверженная воздействию фильтрующихся горячих газов, и область

внутренних слоев топлива, которые могут разогреваться при диссипации энергии деформации. Система замыкается уравнением для деформации эффективной цилиндрической поры, выражениями для радиальной составляющей скорости частиц топлива и диссипируемой энергии. Уравнение для напряженно-деформированного состояния деформации поры получено при описании единичной поры в предположении, что она адекватно отражает деформацию всего топлива. После диспергирования топлива в модель вносятся изменения, которые позволяют ее существенно упростить и избежать описания эффектов, становящихся в новых условиях второстепенными.

Интегрирование системы уравнений осуществлялось по явной разностной схеме типа предиктор - корректор. На этапе предиктора использовалась схема Лакса, а на этапе корректора аппроксимировались интегральные законы сохранения, полученные из исходной системы. Расчеты проводились на подвижной разностной сетке, узлы которой движутся со скоростью топлива, таким образом, для скелета является лагранжевой. Применение последней дает возможность более точно рассчитывать области максимальных деформаций сжатия скелета, поскольку здесь сетка естественным образом сгущается, т.е. адаптируется под получаемое решение. В начальный момент времени сетка задается равномерной.

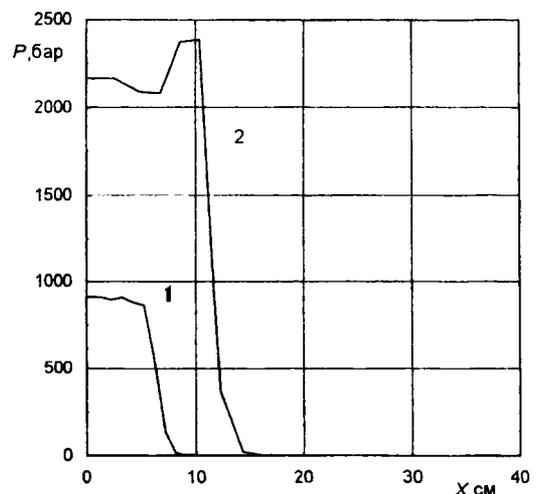


Рис.1. Распределение давления в газе по длине заряда: 1 - длина заряда 20 см; 2 - длина заряда 40 см ($S_{\text{уп}}^0 = 42 \text{ см}$, $\Phi_0 = 0,44$)

Рассматривалось влияние начальной удельной поверхности пор, начальной пористости заряда

и его длины на особенности горения и длину преддетонационного участка. Под длиной преддетонационного участка будем понимать координату начала перехода конвективного горения в низкоскоростной режим детонации. Это координата воспламенения топлива за счет диссипируемой энергии. Удельная поверхность пор изменялась в пределах от 42 до 50 см⁻¹; начальная пористость заряда - в диапазоне от 0.3 до 0.44; длина заряда - от 20 до 40 см.

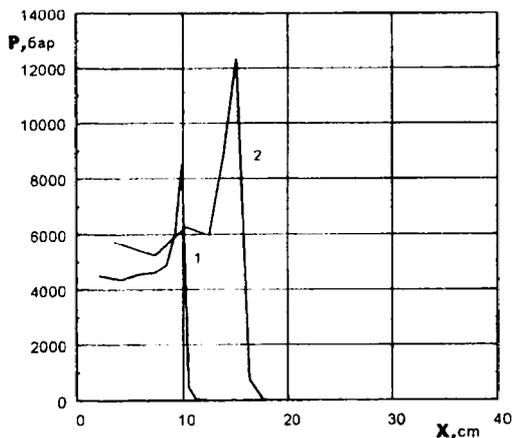


Рис.2. Распределение давления в газе по длине заряда: 1 - длина заряда 20 см; 2 - длина заряда 40 см ($S_{уд}^0 = 50 \text{ см}^{-1}$, $\Phi_0 = 0,3$)

Анализ полученных результатов показывает (рис. 1, 2), что из трех рассматриваемых параметров заряжения на процесс горения пористого заряда в большей степени влияет начальная удельная поверхность пор, в меньшей степени - начальная пористость и его длина. Причем незначительное увеличение начальной удельной поверхности пор приводит к резкому подъему давления в газе, к увеличению скорости диспергирования заряда и скорости конвективного горения. Также оно приводит к значительному уменьшению длины преддетонационного участка.

На основе данной модели можно рассчитать задачу об иницировании детонации в низкопористом топливе набегающей ударной волной. Задавался профиль ударной волны, скелет деформировался, происходил нагрев топлива за счет диссипации энергии. Это могло привести к зажиганию образца.

Исследовалось влияние предела текучести топлива, его вязкости и пористости на амплитуду ударной волны, вызывающей воспламенение топлива. Предел текучести изменялся на интервале от 1 до 50 МПа; вязкость на интервале от 10 до 1000 г/(см·с); пористость - от 0.1 до 0.4. По результатам расчетов (рис. 3, 4) можно сделать следующие выводы: при увеличении предела текучести в 5 раз амплитуда ударной волны уменьшалась на 40%; при увеличении вязкости топлива в 10 раз амплитуда увеличивалась на 40%. При увеличении пористости амплитуда вела себя не линейным

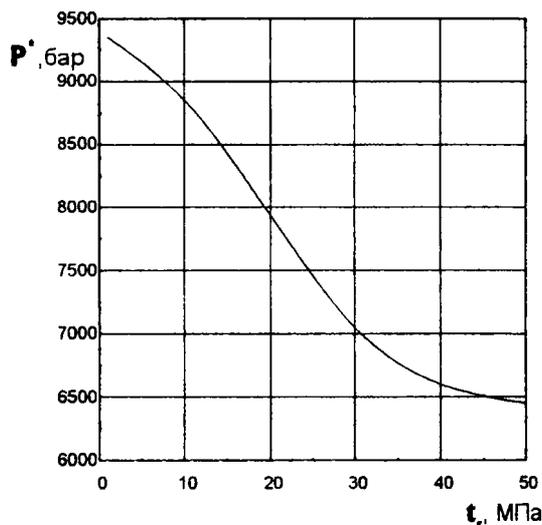


Рис.3. Зависимость амплитуды ударной волны от предела текучести топлива

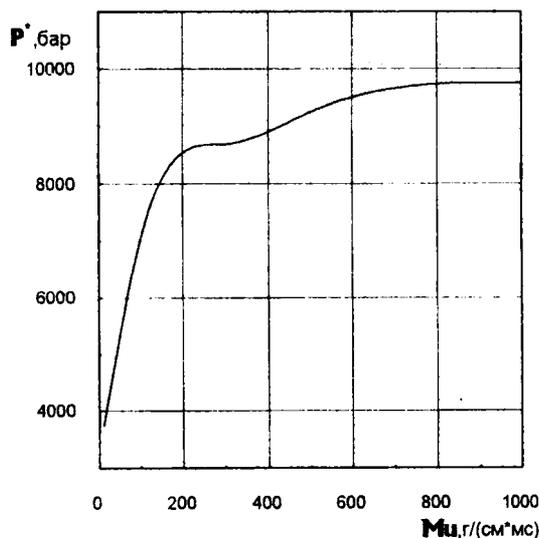


Рис.4. Зависимость амплитуды ударной волны от вязкости топлива

образом: сначала она возрастала на 25%, а потом уменьшалась на 10%.

В работе было рассмотрено влияние отдельных параметров на процесс конвективного горения и перехода в детонацию и выделены параметры с наибольшим влиянием.

ЛИТЕРАТУРА

- Ищенко А. Н., Хоменко Ю. П. //Изв. вузов. Физика. 1992. Т.35, №8. С. 96-103.
- Ищенко А.Н., Хоменко Ю.П. Исследование особенностей КГ низкопористого топлива/ НИИ ПММ. Томск, 1990. 71с.

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕН ПО ПЛЕНКАМ ЖИДКОГО ТОПЛИВА НА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОДЛОЖКАХ

Коржавин А.А., Бунев В.А., Намятов И.Г., Минаев С.С., Бабкин В.С.

Институт химической кинетики и горения СО РАН

В данной работе рассматривается проблема распространения пламени по поверхности жидкого топлива, нанесенного на тонкую металлическую подложку.

Пламя способно распространяться по поверхности деревянных и металлических изделий, по горючим жидкостям, тканям, пластмассам и другим материалам. Изучение этого явления осложнено тем, что процессу газофазного горения сопутствуют многие физико-химические процессы: пиролиз, газификация, фазовые переходы, гетерогенные реакции. Исследователи рассматривают две модельные постановки задачи – термически толстую и тонкую системы. Используемая в работе система является термически тонкой и привлекательна сравнительной простотой для анализа и имеет возможность для варьирования в широких пределах параметры задачи (теплоту испарения, температуру кипения топлива, теплопроводность и толщину подложки).

Исследовано распространение волны горения над пленками жидкого топлива (н-бутанола, н-ундекана, этанола) на подложках из меди, алюминия, молибдена, ниобия в условиях термически тонкой слоевой системы.

В эксперименте измерялись скорость распространения пламени и распределение температуры в подложке. Для измерения температуры использовали термопару медь-константан, медным элементом которой была сама подложка.

Показано, что для стационарного процесса скорость пламени зависит от эффективного коэффициента температуропроводности

$$\kappa_* = \frac{\lambda_f h_f + \lambda_s h_s}{c_f \rho_f h_f + c_s \rho_s h_s}$$

где λ , h , c , ρ – коэффициенты теплопроводности, толщина, теплоемкость и плотность соответственно, индекс f относится к жидкости, s – к подложке.

Обработка экспериментальных данных показывает, что в перед фронтом пламени имеется достаточно протяженная (≈ 15 мм) зона подогрева, в которой распределение температуры подчинится закону

$$T - T_0 = (T_* - T_0) \exp(ux/\kappa_*),$$

где u – скорость распространения пламени, T_* – температура в точке $x = 0$. Вышеприведенная зави-

симость справедлива при $x < 0$. Получено, что $T_* = 72^\circ\text{C}$ для ундекана ($71,4^\circ\text{C}$), 43°C для бутанола (45°C) и 42°C для этанола ($22,1^\circ\text{C}$). В скобках приведена температура (T_v), при которой образуется стехиометрическая смесь паров топлива с воздухом при атмосферном давлении. Свечение пламени появляется также, когда температура в подложке достигает T_* .

Эти данные позволяют считать, что основным механизмом распространения пламени является рецикл тепла от продуктов сгорания по металлической подложке в предпламенную зону, где происходит подогрев, испарение жидкого топлива и образование горючей смеси. Равновесное давление паров растет и достигает стехиометрической смеси у кромки пламени.

Вышеприведенные результаты позволили сформулировать математическую модель со следующими приближениями. Область газовой фазы разбивается на три зоны. Первая заполнена воздухом с начальной температурой T_0 , во второй происходит горение паров топлива. Эта зона заполнена продуктами горения с температурой T_b и имеет длину l . Третья зона заполнена смесью из остывших продуктов горения с воздухом с температурой T_0 . Такая постановка позволяет свести решение полной системы уравнений, описывающих волну горения, к решению кусочно-линейной задачи. Дальнейшее упрощение достигается при использовании предположения термически тонкой системы. Таким образом можно получить одномерное дифференциальное уравнение на температуру в конденсированной фазе. В результате решения было найдено распределение температуры в подложке и следующее выражение для скорости распространения пламени как функция параметров задачи

$$u^2 = \frac{\alpha \kappa_s}{c_{ps} \rho_s h_s} \frac{T_b + T_0 - 2T_v}{T_v - T_0}$$

Полученные зависимости хорошо согласуются с экспериментальными данными для различных топлив, подложек и начальных температур.

Работа выполнена при частичной поддержке INTAS-96-1173.

ВЛИЯНИЕ ОКТОГЕНА И ЦИКЛИЧЕСКОГО НИТРОЗОАМИНА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ГОРЕНИЯ ПОРОХОВЫХ КОМПОЗИЦИЙ

Попенко Е.М., Сергиенко А.В., Мамашев Р.Г., Леонов Г.В.

БТИ АлтГТУ, г.Бийск

Ибрагимов Н.Г.

НИИ ПМ, г. Пермь

С целью повышения работоспособности артиллерийских и ракетных зарядов в их состав вводят энергонасыщенные кристаллические ВВ. Наиболее перспективными наполнителями в этой связи являются октоген и циклический нитрозоамин (НА).

Предметом исследования в данной работе явилось поведение октогена и НА в волне горения пороха. Основой для введения ВВ послужили композиции следующего состава: коллоксилин "Н" - 49%, централит N2 - 1%, вазелиновое масло - 1% и 49% пластификатора. В качестве пластификатора использовали нитроглицерин (НГЦ) - серия 1; НГЦ с динитратом диэтиленгликоля (ДНДЭГ) в соотношении 1:1 - серия 2 и ДНДЭГ - серия 3. Общее содержание наполнителя составило 30%.

Средний диаметр частиц октогена различался на порядок. Дисперсность НА не изменялась. Рецептуры наполненных композиций приведены в табл. 1.

Таблица 1

Индекс составов	Фракция наполнителя и его содержание, % мас.		
	октоген, 200 мкм	октоген, 20 мкм	НА, 4 мкм
1.0, 2.0, 3.0	-	-	-
1.1, 2.1, 3.1	30	-	-
1.2, 2.2, 3.2	-	30	-
1.3, 2.3, 3.3	15	-	15
1.4, 2.4, 3.4	-	15	15
1.5, 2.5, 3.5	-	-	30

В работе определялись температурные параметры неизотермического разложения порохов и ВВ на дериватографе системы F.PAULIK, J.PAULIK, L.ERDEY (рис.1) и термоанализаторе Du Pont (рис.2) при скорости нагрева 10 К/мин. Масса навески - от 0,45 до 10 мг - без разбавления инертным веществом. Основные параметры термического разложения приведены в табл. 2.

Термограммы разложения ВВ и порохов приведены на рис. 1, 2.

С целью прогнозирования поведения исследуемых наполнителей в процессе горения был проведен анализ термического разложения индивидуальных ВВ, их смесей и порохов на их основе.

Таблица 2

Индекс состава	$T_{\text{нпр}}$	T_{max}	$T_{\text{нпр}}$	T_{max}
	$I_{\text{ст}},$ °С	$I_{\text{ст}},$ °С	$P_{\text{ст}},$ °С	$P_{\text{ст}},$ °С
1.0	185	226	-	-
1.1	185	202	270	293
1.2	189	202	267	290
1.3	185	200	-	220
1.4	187	198	-	218
1.5	188	199	-	215
2.0	175	205	-	-
2.1	181	211	279	298
2.2	190	210	273	290
2.3	174	213	-	253
2.4	172	208	-	248
2.5	181	202	-	258
3.0	176	205	-	-
3.1	181	210	280	295
3.2	190	210	273	288
3.3	176	214	-	251
3.4	180	209	-	249
3.5	181	208	-	248

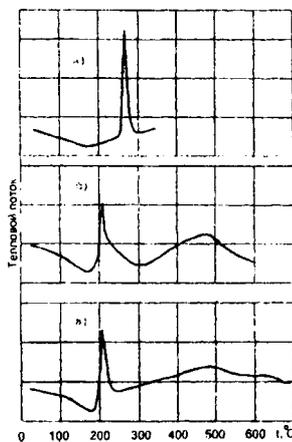


Рис. 1. Термограммы разложения ВВ: а - октоген; б - НА; в - смесь октогена с НА в соотношении 1:1. Масса навесок - 10 мг

Октоген характеризуется значительно более высокой термостойкостью по сравнению с основной и НА [1]. При 282,6 °С происходит его плавление с

разложением ярко выраженного автокаталитического характера. Интенсивное разложение НА протекает при 217,1 °С.

Интересной особенностью разложения механической смеси октогена и циклического нитрозоамин является их совместный распад в одну стадию при температуре, значительно меньшей температуры начала интенсивного разложения ($T_{нпр}$) октогена. Можно предположить, что продукты распада НА активируют разложение октогена. Выявленная закономерность сохраняется также и в наполненных порохах. $T_{нпр}$ порохов определяется уровнем термостабильности НЦ и составляет 185-189 °С. На термограммах составов с октогеном присутствуют пики разложения основы и ВВ (рис.2). Разложение поро-

порохов с циклическим нитрозосоединением протекает в одну стадию в интервале температур 181-208 °С. На термограммах порохов со смесью октогена и НА исчезает пик, соответствующий температуре разложения октогена. Термограммы данных составов представляют собой широкий пик, имеющий максимумы в интервале 198-213 °С (разложени основы), 213-220 и 240-246 °С (температуры, отмечающиеся при разложении пороха, содержащего НА). Таким образом, обнаруженная закономерность имеет общий характер и проявляется как при разложении смеси индивидуальных ВВ, так и в порохах со смесью этих ВВ, независимо от вида пластификатора.

В ходе работы исследовали влияние наполнителей на скорость горения и термическую структуру зон стабильного горения порохов. Температурные параметры волн горения определяли с помощью микротермопарной методики, позволяющей находить температурные параметры волн горения [2-4]. Использовались вольфраморениевые микротермопары ВР 5/20 толщиной 3,5 мкм, получаемые из исходных проволочек диаметром 15 мкм посредством прокатки на вальцах. Термопары клеивались в цилиндрические образцы пороха диаметром 10 мм с помощью ацетона по две штуки, одна под другой на расстоянии 2-3 мм. Ацетон удаляли сушкой. Шашки бронировали по боковой поверхности раствором нитролинолеума.

Сжигание проводили в атмосфере азота при давлении 4 МПа в бомбе постоянного давления. Термопарные сигналы записывались на фотобумагу с помощью шлейфного осциллографа. Осциллограммы перестраивали в профили "температура - координата", поскольку изучались режимы стабильного горения. Скорость горения определяли по времени прохождения волны горения между термопарами. Данная методика позволяет определять скорость горения с точностью $\pm 1\%$ при доверительной вероятности 0,95, точность определения T_s - 17 град. В работе [5] показано, что для большинства конденсированных систем справедливы одномерный подход и квазистационарное приближение при обработке температурных профилей.

Значения скоростей горения и температур зон горения приведены в табл. 3.

Влияние бризантных ВВ на скорость горения зависит от соотношения линейных скоростей горения наполнителя и основы. При давлении 4 МПа скорость горения октогена составляет 7,8 мм/с, НА - 6 мм/с. При введении данных веществ в пороховую основу с более высокой скоростью горения (серии 1 и 2) происходит ее снижение. Напротив, в случае основы на ДНДЭГ скорость горения наполненных порохов несколько увеличивается, особенно при увеличении содержания НА. Уровни скоростей горения наполненных составов в общем коррелируют с величинами термостабильности и скоростей горения наполнителей.

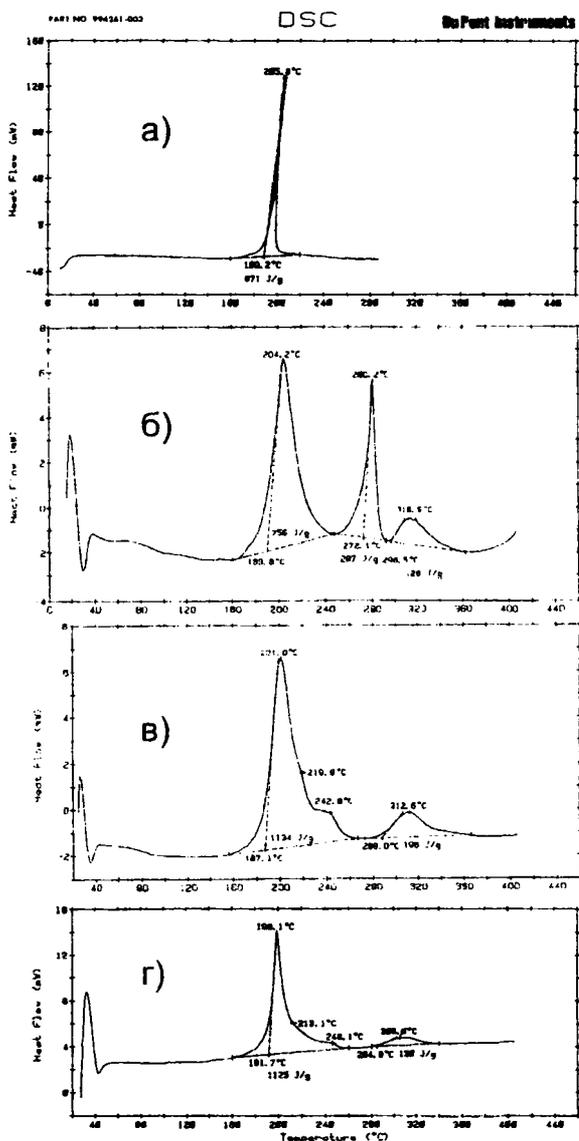


Рис. 2. Термограммы разложения порохов: а - состав 2.0 (3,83 мг); б - состав 2.2 (0,75 мг); в - состав 2.4 (0,52 мг); г - состав 2.5 (0,45 мг)

хойвой основы и октогена происходит независимо друг от друга. Термостойкость НА сравнима с термостойкостью основы, вследствие чего разложение

Высокая термостабильность октогена обуславливает его поведение в процессе горения. В реакционном слое конденсированной фазы (РС к-фазы) октоген поглощает тепло на нагрев и плавление, тем самым снижая T_s (табл.3). В дальнейшем, стояя в дымогазовой зоне, октоген увеличивает общее тепловыделение в газовой фазе, следствием чего является рост максимальной температуры горения T_r . Изменение исходной дисперсности октогена на порядок практически не влияет на его термостабильность и скорость горения составов на его основе в области умеренных давлений (до 5 МПа) при 20 °С.

Таблица 3

Со- став	U , мм/с	m , мм/с	Δm , %	T_r ,расч, °С	T_r ,эксп, °С	ΔT_s , °С	T_r , °С
1.0	9,9	1,61	-	439	435	4	2350
1.1	6,5	1,1	-31	403	385	18	2500
1.2	6,3	1,07	-34	400	380	20	2600
1.3	8,0	1,33	-17	420	412	8	2400
1.4	8,0	1,34	-17	421	413	8	2400
1.5	7,2	1,18	-27	409	386	23	2200
2.0	7,2	1,11	-	404	390	14	2150
2.1	5,5	0,89	-20	384	344	40	2350
2.2	5,2	0,86	-23	381	336	45	2300
2.3	6,2	1,0	-10	394	304	90	2200
2.4	6,1	0,99	-11	393	298	95	2200
2.5	6,1	0,97	-13	391	285	106	1800
3.0	4,9	0,74	-	369	323	46	1600
3.1	4,7	0,75	1	370	295	75	1900
3.2	4,8	0,77	4	372	298	74	1950
3.3	5,3	0,83	12	378	298	80	1700
3.4	5,2	0,83	12	378	275	103	1800
3.5	5,5	0,85	15	380	264	116	1400

Напротив, НА вызывает снижение T_r , уменьшая поток тепла в к-фазу. Судя по значению $T_{нпр}$, НА способен частично разлагаться уже в к-фазе. В результате экзотермического характера разложения нитрозоамина, РС к-фазы может получить дополнительное количество тепла, следствием чего являются более высокие скорости горения по сравнению с составами на индивидуальном октогене.

Активирующее влияние НА на термическое превращение октогена проявляется и в процессе горения: составы, содержащие смесь октогена и НА, горят с более высокими скоростями, чем пороха с индивидуальными ВВ.

Благодаря влиянию НА, начало экзотермического разложения смеси ВВ может осуществляться в РС к-фазы, вызывая увеличение скорости горения.

Для порохов "Н", "НБ" и некоторых других порохов без катализаторов, А.А. Зениным найдена зависимость массовой скорости горения от температуры горячей поверхности:

$$m = 1800 \cdot \exp(-5000/T_s) \quad (1)$$

В случае высокоэнергетического пороха (с НГЦ) расхождение между расчетными и экспериментальными значениями T_s незначительно и находится в пределах погрешности эксперимента. С понижением калорийности (замена НГЦ на ДНДЭГ) это расхождение начинает превышать уровень погрешности. Формальной причиной снижения скорости горения наполненных составов 1.1-1.5 и 2.1-2.5 согласно уравнению (1) является снижение температуры горячей поверхности при введении ВВ. В случае порохов серии 3 массовая скорость горения возрастает с увеличением содержания НА, но при этом снижается температура горячей поверхности. Несоблюдение закона газификации (1) в случае низкокалорийных составов можно объяснить склонностью таких порохов к образованию объемных газопроницаемых сажистых структур - углеродистого каркаса (УК) [6]. Наличие УК является доказательством того, что разложение НА начинается уже в РС к-фазы.

Частицы сажи на поверхности пороха могут играть роль катализатора, увеличивая скорость горения. По данным [7], при горении порохов с катализаторами отсутствует связь между уровнем скорости горения и температурой горячей поверхности: при увеличении скорости горения за счет катализатора в 5 раз T_s оставалась практически неизменной.

При визуальном наблюдении процесса горения порохов, содержащих НА при атмосферном давлении, отмечено интенсивное образование объемных сажистых пластинок. Граница УК, обращенная к газовой фазе, перемещается со скоростью горения пороха. При достижении определенной толщины УК отрывается под воздействием скоростного напора газообразных продуктов горения, оттекающих с поверхности пороха, и выносится в газовую фазу. Сразу после отрыва предыдущего начинается формироваться следующий каркас, данный процесс повторяется с определенной периодичностью в продолжение всего процесса горения.

Нарастание и отрыв каждой пластинки УК сопровождаются изменением местной скорости горения. Роль каркаса в этом случае можно объяснить сопротивлением оттоку газов от поверхности за счет роста его толщины вплоть до момента отрыва. Вероятно, нарастание плотного каркаса сопровождается повышением давления под ним, а соответственно, и повышением скорости горения; отрыв пластинки УК сопровождается выбросом пламени из-под нее в стороны, после чего каркас со скоростью оттекающих газов уносится от поверхности пороха.

Данное явление можно рассматривать как один из вариантов реализации автоколебательного режима горения. Анализ результатов сжигания (табл. 3) показывает, что с уменьшением кислородного баланса композиций возрастает отклонение экспериментальных значений T_s от расчетных. Сопоставляя закономерности образования УК и характер отклонения T_s , можно заключить, что эти явления взаимосвязаны.

Вследствие накопления на поверхности пороха углеродистых структур каркасного типа может измениться тепловой баланс РС к-фазы, поскольку трансформируются теплофизические характеристики данного слоя.

На основании проведенных исследований выявлены следующие особенности механизма горения порохов, наполненных октогеном и циклическим нитрозоамином:

– продукты неизоэнтальпического разложения нитрозомина вызывают существенное снижение $T_{нгр}$ октогена как в смеси ВВ, так и в наполненных составах;

– октоген снижает скорость горения и температуру поверхности горения, забирая тепло из к-фазы на нагрев и плавление. Горение октогена протекает в газовой зоне и приводит к росту максимальной температуры;

– нитрозоамин претерпевает экзотермические превращения в РС к-фазы с образованием углеродистого каркаса. За счет этого он активизирует и вовлекает в к-фазные процессы термостойкие компоненты пороха.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попенко Е.М., Мамашев Р.Г., Ибрагимов Н.Г., Сергиенко А.В. Изучение закономерностей горения баллистических порохов, содержащих гетероциклические нитрозо- и нитраминные соединения // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сборник статей. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1997. С. 52-58.
2. Фияков С.В. Исследование механизма горения порохов при обдуве горячей поверхности: Дис. ... канд. физ.-мат. наук М., 1992.
3. Зенин А.А. О теплообмене термопар в условиях горения, конденсировавшихся веществ // ПМТФ. 1963. №5. С. 125-131.
4. Лейпунский О.И., Зенин А.А., Пучков В.М. Влияние катализатора на характеристики зоны горения конденсированного вещества // Горение и взрыв: Материалы III Всесоюз. симпоз. по горению и взрыву. М., 1972. С. 74-77.
5. Зенин А.А. Структура температурного распределения при стационарном горении баллистического пороха // Физика горения и взрыва. 1966. Т. 2, №3. С. 67-76.
6. Бабук В.А., Белов В.П., Романов О.Я., Ходосов В.В. К вопросу о структуре поверхностного слоя при горении конденсированных веществ // Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение конденсированных систем: Материалы IX Всесоюз. симпоз. по горению и взрыву. Суздаль, 1989. С. 21-25.
7. Денисюк А.П., Архипов А.Г., Калашников И.В., Пашкова О.В. Зависимость скорости горения от температуры поверхности для различных составов на основе нитрокетчатки // Физика горения и взрыва. 1984. №5. С. 26-29.

Информация о ЦИОРАН

Центр исследований и образования в области ракетных и артиллерийских наук (ЦИОРАН) создан как структурное подразделение Томского государственного университета в 1994 году. ЦИОРАН реализует целевые индивидуальные научно-образовательные программы высшего и послевузовского элитарного образования дополнительно к программам государственных образовательных стандартов параллельно с выполнением научных исследований в области механики, прикладной математики и смежных наук, связанных с решением научно-технических проблем и задач ракетно-космической и артиллерийской техники. С целью повышения уровня и качества подготовки специалистов ЦИОРАН осуществляет индивидуальную подготовку по приоритетным направлениям науки и техники путем реализации дополнительных образовательных программ, согласованных с программами долгосрочных научных исследований, разработку новых учебных курсов на основе достижений научных школ ИИИ ПИМ при ТГУ и факультетов университета, реализацию их в комплексных научно-образовательных процессах на базе НИИ ПИМ при ТГУ. Важнейшие направления научной и образовательной деятельности ЦИОРАН, сложившиеся к 2000 году: внутренняя баллистика металловых систем (пороховых, легкогазовых, электродинамических, комбинированных и т.д.), внутрикамерные процессы в ракетных двигателях; аэродинамика и теплообмен; моделирование процессов тепловой защиты элементов летательных аппаратов и энергоустановок; системы автоматизированного проектирования энергоустановок и космических аппаратов; космическая баллистика; прочность и разрушение материалов и конструкций в широком диапазоне скоростей нагружения.

При поддержке Российской академии ракетных и артиллерийских наук ЦИОРАН выпускает ежегодно периодические сборники «Исследования по баллистике и смежным вопросам механики», в которых публикуются научные статьи студентов, аспирантов и молодых специалистов региона по тематике ЦИОРАН.

В настоящее время ЦИОРАН готовит элитных специалистов с целью сохранения и воспроизводства сложившихся перспективных научно-педагогических школ Томского государственного университета и готов принять решение по индивидуальной подготовке научных кадров целевого назначения по заказам организаций и предприятий Российской Федерации, а также по выполнению НИР фундаментального и прикладного характера в области научного обеспечения разработок ракетных, космических и артиллерийских комплексов. В 1999 г. в ЦИОРАН обучались около 100 студентов и 20 аспирантов Томского университета. В результате обучения в ЦИОРАН студенты получают дополнительную специализацию к основной специальности и удостоверение установленной формы. Процесс повышения качества подготовки не заканчивается на вузовском периоде, а становится непрерывным, включая послевузовское образование через аспирантуру, докторантуру или соискательство ученой степени. Полученные в Центре знания, навыки, опыт выступлений и публикаций создают предпосылки для защиты диссертаций в сжатые сроки, признания в среде специалистов и обеспечивают высокоэффективную, длительную научно-педагогическую деятельность в возрасте высокой творческой активности.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ПАДЕНИИ ОТРАБОТАННЫХ СТУПЕНЕЙ РАКЕТ И ВЫБРОСАХ В АТМОСФЕРУ ОСТАТКОВ ТОПЛИВА

Халецкая О.В.

ЦИОРАН Томского университета

Стартующие ракеты представляют собой потенциальный источник неблагоприятного воздействия на окружающую среду. Это объясняется тем, что практически у всех стартующих объектов более трех четвертей всего объема занято высокоэнергетическими и токсичными компонентами ракетных топлив [1].

Возможное влияние на экологию земного пространства можно схематически разбить на три основные группы:

1. Влияние, оказываемое при заправке и запуске космических ракет. При заправке возможны проливы топлива, попадание токсичных компонентов топлива в почву. Наибольшее число аварий приходится именно на этот этап работы двигателя. Такое воздействие носит локальный характер, т.е. загрязнение происходит на небольшой территории, в основном это прилегающая к месту запуска земля, близлежащие водосмы, а также нижние слои атмосферы.

2. Наибольшее время работы двигателя в стационарном режиме приходится на высокие слои атмосферы, и в случае штатного полета ракеты продукты горения топлива сосредоточены в "следе". В высоких слоях атмосферы размеры поперечного сечения этого "следа" можно считать бесконечно малыми по отношению к размерам окружающей среды. Считая, что "след" за счет диффузии и атмосферной турбулентности быстро рассеется в разреженной атмосфере и влияние от этого этапа работы двигателя будет мало, но даже в этом случае оно наносит большой вред окружающей среде, так как такое загрязнение может накапливаться.

3. Конечный этап работы двигателя - сброс отработанной ступени на поверхность Земли. На этом этапе основное загрязнение оказывает "гарантийный" запас топлива, содержащийся в сбрасываемой ступени космической ракеты. Такое загрязнение локально, и проблема оценки этого загрязнения с учетом перемещения облака загрязнения в атмосфере является актуальной.

Необходимо отметить, что данная научная проблема, учитывающая все многообразие физических процессов, является относительно новой и практически не проработанной научно-методически. До недавнего времени все материалы, связанные с данной проблемой, были закрыты для публикации. И лишь в последнее время в прессе появились статьи, поднимающие вопрос о падении сбрасываемой аппаратуры на территорию севера Томской области и Республики Горный Алтай.

Основной является задача об эволюции примеси в приземном пространстве. Данная задача имеет много вариантов реализации в реальной ситуации. Например, могут реализовываться такие ситуации, когда отработанная ступень ракеты разгерметизировалась в воздухе, не достигнув поверхности Земли, либо на поверхности Земли, либо не разгерметизировалась вовсе. Возможна реализация случая, когда при разгерметизации происходит взаимодействие только части топлива или один из его составляющих прореагирует с окружающей его средой (в космической ракете, работающей на жидком топливе, горючее и окислитель находятся в разных объемах и посредством подающей аппаратуры подаются в камеру сгорания).

В данной работе рассматривается идеальный случай: отработанная ступень с содержащимся в ней гарантированным запасом топлива падает на поверхность Земли, происходит повреждение корпуса таким образом, что горючее и окислитель взаимодействуют в полном объеме (рис. 1). Необходимо провести оценку влияния загрязнения земной поверхности.

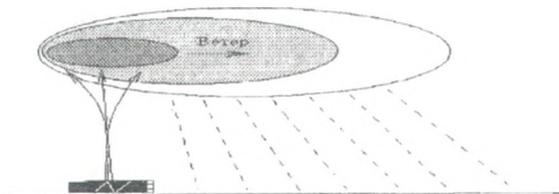


Рис. 1

Задача рассматривается на примере конкретного топлива, состоящего из: 1) несимметричного диметилгидразина ($N_2H_2(CH_3)_2$); 2) азотной кислоты (HNO_3); 3) добавки.

Надо отметить, что в чистом виде азотная кислота в космических технологиях не используется, для стабильности в азотной кислоте (98-99%) растворяют 15-20% тетроксида азота N_2O_4 или такое же количество гидроксида азота N_2H_2 . Азотная кислота обладает высокой коррозионной активностью, поэтому для уменьшения коррозии в нее вводят ингибиторы (H_2SO_4 , HF , H_3PO_4 , Me). Немаловажен факт, что взаимодействие паров несимметричного диметилгидразина с парами окислителя на основе азотной кислоты при любых температурах сопровождается самовоспламенением.

Рассматриваемая задача достаточно сложна и для ее решения необходимо учитывать множество факторов.

Во-первых, необходимо знать, какие продукты будут получаться при взаимодействии компонент топлива, их токсичные свойства, количественное содержание, активность и предрасположенность к вторичным реакциям. Для этого с помощью целевого программного комплекса "АСТРА" были определены термодинамические характеристики ($T=2500\text{ K}$, $P=1\text{ атм}$, $V=1,15 \cdot 10^6\text{ м}^3$) и основные продукты разложения топлива [8].

Во-вторых, необходимо определить, как облако с токсичными продуктами будет эволюционировать в окружающем пространстве. В частности, необходимо рассмотреть следующие процессы:

1. Первоначальное расширение облака. Оценка первоначального расширения облака примеси была определена из экспериментальных данных [4]. По этим данным увеличение объема составит 2.5-3 раза.

2. Подъем облака примеси на высоту зависания. Оценка высоты зависания проводилась по эмпирической формуле Бригса [3,5]. Формула дает приемлемые результаты при предположении, что начальный участок подъема облака можно рассматривать как распространяющуюся вверх струю, в которой за счет ее расширения по мере увеличения высоты собственная скорость затухает:

$$h = 1,5 \cdot \frac{R_0 W_0}{u} \cdot \left(2,5 + 3,3 \cdot \frac{R_0 \Delta T}{u^2 T_a} \right),$$

где R_0, W_0 - начальные радиус и скорость подъема струи; ΔT - перепад температур между температурой атмосферы (T_a) и собственной температурой облака; u - средняя скорость ветра.

Затем была рассмотрена задача о подъеме перегретого облака за счет архимедовой силы на высоту зависания и отслеживалось изменение его температуры. Полученные результаты показали, что характерное время выпадения частиц много больше характерного времени образования облака и поднятия на высоту зависания. Поэтому можно считать, что облако поднимается на высоту зависания мгновенно. Данное допущение позволяет упростить рассматриваемую задачу.

3. Расширение облака за счет турбулентной диффузии в атмосфере и высеивание частиц примеси из токсичного облака. Здесь рассматриваются два физических процесса: диффузионное расширение облака под действием сил турбулентной диффузии и сопровождающий его процесс высеивания частиц из облака под действием силы тяжести. Полагая, что направление ветра совпадает с осью Oy , рассмотрим уравнение, описывающее механизм диффузии для концентрации частиц в облаке:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_y \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right),$$

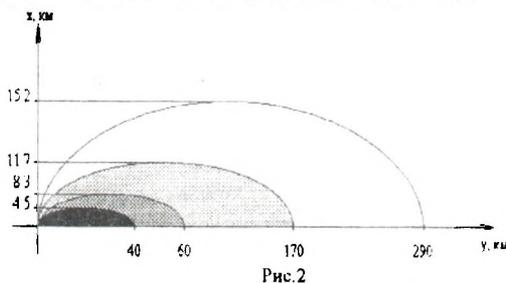
где D - коэффициент турбулентной диффузии среды, отнесенный к общей массе частиц в облаке. А процесс высеивания частиц из облака можно отслеживать за счет изменения общей массы частиц в облаке:

$$\frac{dM}{dt} = -\rho(t) \cdot U_p(t) \cdot S(t);$$

где $\rho(t)$ - плотность частиц в облаке; $U_p(t)$ - скорость высеивания частиц из облака находится по известной формуле Стокса; $S(t)$ - площадь облака, через которую происходит высеивание частиц. При начальном условии $M = M_0$ при $t = 0$. Таким образом, в работе рассматривается система:

$$\begin{cases} \frac{dM}{dt} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{MU}{L}; & M = M_0 \text{ при } t = 0; \\ \frac{dU}{dt} = g - 18 \cdot \nu \cdot \frac{\rho_g}{\rho_p} \cdot \frac{1}{d^2} \cdot U; & U = 0 \text{ при } t = 0; \\ \frac{\partial C}{\partial t} + U_y \frac{\partial C}{\partial y} = D \cdot \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right); \\ C = \begin{cases} 1, & 0 < x, y < L; \\ 0, & x, y > L; \end{cases} & \text{при } t = 0; \\ \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial y} = 0, & \text{при } x, y = 0 \text{ и } x, y = \infty. \end{cases}$$

Поставленная задача численно решалась методом Рунге-Кутты-Мерсона. В качестве примера на рис.2 приведен результат расчета зоны влияния облака загрязнения для частиц различного диаметра.



Значения физических параметров взяты в следующем виде: $\rho = 3010\text{ кг/м}^3$; $d = 10, 50, 100, 500\text{ [мкм]}$; $g = 9.81\text{ м/с}^2$; $u = 10\text{ [м/с]}$; $\mu = 1.7 \cdot 10^6\text{ [кг/(м·с)]}$; $\varepsilon = 0.03$; $M_0 = 1000\text{ [кг]}$.

Автор выражает благодарность проф. Козлову Е. А. за постановку задачи, руководство и поддержку в проведении настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Романов В.И. Авария твердотопливной ракеты на стартовой позиции // Космические исследования, 1996. Т.34, №1.
2. Трушляков В.И., Шалай В.В. Уменьшение вредного воздействия ракетных средств выведения на окружающую среду: Учебное пособие. Омск: ОмПИ. 1993.
3. Атмосферная турбулентность и моделирование распределения примеси // Под ред. Ф.Т.М. Ньистадта, Х. Ван Допа. Л.: Гидрометеониздат, 1985.
4. Брузова Н.Л., Гаргер Е.К., Иванов В.Н. Экспериментальные исследования атмосферной диффузии и расчеты рассеивания примеси. Л.: Гидрометеониздат, 1991.
5. Теверовский Е.Н., Дмитриев Е.С. Перенос аэрозольных частиц турбулентными потоками. М.: Энергоатомиздат, 1988.
6. Медников Е.П. Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей. М.: Наука, 1981.
7. Сабденов К.О., Зубков С.В. О выпадении частиц загрязняющих веществ из облака большого размера в устойчиво стратифицированной атмосфере // Прикладная механика и техническая физика. 1996. Т. 37. №6.
8. Трусев Б.Г. // АСТРА. Моделирование химических и газовых равновесий при высоких температурах. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1989.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПЕРЕНОСА ВО ВСПУЧИВАЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛАХ С УЧЕТОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

Гольдин В.Д., Михайлова И.А.

ЦИОРАН Томского университета

Одним из перспективных путей повышения огнестойкости материалов и конструкций к тепловому воздействию пожара является использование вспучивающихся огнезащитных покрытий [1]. При нагревании такие покрытия разлагаются, многократно увеличивают свой объем, образуя пористый коксовый слой с низкой теплопроводностью.

Ранее в работах [1-4] рассматривалось моделирование тепло- и массопереноса во вспучивающихся материалах. Эффект распространения излучения в покрытии учитывался путем использования коэффициента лучистой теплопроводности. С другой стороны, использование коэффициента лучистой теплопроводности является обоснованным только при больших значениях оптической толщины среды. Для материалов с большой кратностью вспучивания это предположение нарушается, поскольку при нагреве такие материалы становятся сильно пористыми. В этих случаях для определения лучистого потока внутри материала необходимо решать уравнение переноса излучения. В настоящей работе этот вопрос рассматривается более подробно.

Математическая постановка задачи

Для рассмотрения процессов тепломассопереноса во вспучивающемся покрытии используется физическая модель, изложенная в работе [2]. При этом покрытие представляет собой пористую двухфазную одностепенную реагирующую сплошную среду, которая включает в себя собственно твердый материал и газообразные продукты разложения. В лагранжевой системе координат (рис. 1) законы сохранения массы и энергии имеют вид [2]:

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{m}}{\partial t} + \frac{\partial G_g}{\partial x} = 0, \quad x \in (0, h_0), \quad (1)$$

$$\bar{\rho} c_T \frac{\partial T}{\partial t} + G_g c_{p,g} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda}{\bar{\theta}} \frac{\partial T}{\partial x} - q_R \right) + \rho_0 Q \frac{\partial \bar{m}}{\partial t}, \quad (2)$$

где t - время; x - лагранжева координата, расстояние от подложки в начальный момент времени (рис. 1); h_0 - начальная толщина покрытия; T - температура покрытия; \bar{m} - локальная доля твердого остатка при разложении; $\bar{\theta}$ - локальная кратность вспучивания; ρ_0, ρ - начальная и текущая плотности покрытия; q_R - лучистый поток; λ - коэффициент теплопроводности; c_T - суммарный коэффициент теплоемкости, $c_{p,m}, c_{p,g}$ - изобарическая удельная те-

плоемкость твердого вещества и газа соответственно; Q - тепловой эффект перехода "твердое тело - газ" при вспучивании; G_g - массовый поток газов фильтрации [2].

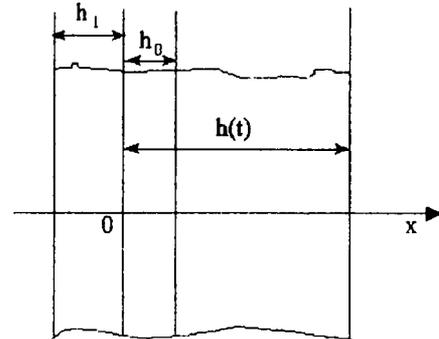


Рис. 1. Схема нагрева вспучивающегося покрытия и система координат: $h(t)$ - текущее значение толщины покрытия, h_0 - ее начальное значение, h_1 - толщина подложки

В настоящей работе предполагается, что скорость потери массы $\bar{m}(T)$ и величина $\bar{\theta}(T)$ зависят только от температуры и определяются по экспериментальным данным о термостабилизированных состояниях материала [2]. Это равносильно предположению о квазиравновесном протекании процессов разложения и деформации.

При заданном лучистом потоке q_R система уравнений (1) - (2) является замкнутой. Для косвенной оценки применимости модели вспучивания можно определить внутрипоровое давление газа из уравнения, получающегося из (2) при использовании закона Дарси [6]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_g \frac{k}{\eta} \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{\partial p}{\partial x} \right] = \frac{\partial \bar{m}}{\partial t}, \quad (3)$$

где k - коэффициент проницаемости, η - вязкость, ρ_g - плотность газа.

Перенос лучистой энергии в поглощающей и рассеивающей среде описывается уравнением переноса излучения [7-8], которое в случае серой среды в лагранжевой системе координат в одномерном случае имеет вид

$$\cos \Omega \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{\partial I}{\partial x} = \alpha \frac{\sigma T^4}{\pi} - (\alpha + \beta) I + \frac{\beta}{4\pi} \int P d\Omega', \quad (4)$$

где Ω - угол между направлением распространения луча и координатной линией; α, β - коэффициенты поглощения и рассеяния среды, P - индикатриса рассеяния, Ω' - телесный угол, по которому идет

интегрирование при учете рассеяния, I – интегральная по спектру интенсивность излучения.

Если использовать P_1 – приближение метода сферических гармоник [8] и предположить, что рассеяние является изотропным, то уравнение (4) сведется к уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{3(\alpha + \beta)\bar{\theta}} \frac{\partial u_R}{\partial x} \right) + \alpha \bar{\theta} (4\sigma T^4 - u_R) = 0, \quad (5)$$

где u_R – величина, пропорциональная плотности излучения, лучистый поток q_R выражается через нее следующим образом:

$$q_R = -\frac{1}{3(\alpha + \beta)\bar{\theta}} \frac{\partial u_R}{\partial x}.$$

В случае разреженной двухфазной среды, когда размеры элементов твердой фазы много меньше расстояний между ними, так что можно пренебречь их взаимным затенением, коэффициенты α , β пропорциональны NS , где N – число элементов твердой фазы в единице объема, S – средняя площадь их поперечного сечения. Если считать, что элементы твердой фазы представляют собой цилиндры диаметром d_v и длиной L , то средняя площадь поперечного сечения волокон будет равна Ld_v , откуда

$$NS = NLd_v = NL \frac{d_v^2}{d_v} \cong \frac{\varphi_T}{d_v}, \quad \alpha = \varepsilon_T \frac{\varphi_T}{d_v},$$

$$\beta = (1 - \varepsilon_T) \frac{\varphi_T}{d_v}.$$

Полная система уравнений, учитывающая перенос излучения и фильтрацию газообразных продуктов разложения, состоит из уравнений (2), (3), (5) совместно с формулами, определяющими все необходимые коэффициенты, входящие в эти уравнения.

Рассмотрим применение этой модели к задаче о слое SGK-1, расположенном на теплоизолированной сзади стальной пластине, подвергающейся конвективному и лучистому нагреву от стандартного пожара. Граничные условия приведены ниже.

На стыке «покрытие-подложка» при $x = 0$ ставятся следующие условия:

$$\frac{\lambda}{\bar{\theta}} \frac{\partial T}{\partial x} = \rho_s c_{ps} d_s \frac{\partial T}{\partial t} + q_R, \quad (6)$$

$$G_g = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$-\varepsilon_b u_R + \frac{2(2 - \varepsilon_b)}{3(\alpha + \beta)} \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{\partial u_R}{\partial x} + 4\varepsilon_b \sigma T_b^4 = 0, \quad (8)$$

где ρ_s , c_{ps} , d_s , ε_b – плотность, теплоемкость, толщина и степень черноты подложки.

Условие (6) получено из условия идеального теплового контакта, (7) соответствует условию непротекания, а (8) – условию взаимодействия падающего излучения со стальной подложкой.

На нагреваемой поверхности покрытия при $x = h_0$:

$$\frac{\lambda}{\bar{\theta}} \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_e (T_e - T), \quad p = p_0, \quad (9)$$

$$\varepsilon_e u_R + \frac{2(2 - \varepsilon_e)}{3(\alpha + \beta)} \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{\partial u_R}{\partial x} - 4\varepsilon_e \sigma T_e^4 = 0, \quad (10)$$

где ε_e , T_e , p_0 – степень черноты, температура и давление внешней среды; α_e – коэффициент теплоотдачи.

Условие (9) соответствует конвективному нагреву покрытия, (10) – заданию величины внешнего падающего лучистого потока.

Уравнения (1)–(3) с граничными условиями (6)–(10) решались численно с помощью метода И.В. Петухова [8], имеющего 4-й порядок аппроксимации по пространственной переменной и 1-й – по времени.

На рис. 2 – 5 приведены результаты решения задачи в условиях стандартного пожара. При этом температура внешней среды считалась зависящей от времени по закону:

$$T_e = T_{e0} + 345 \cdot \lg(0.133 \cdot t + 1),$$

где температура выражена в градусах Кельвина, а t – время в секундах; теплофизические характеристики теплозащитного материала SGK-1 брались из

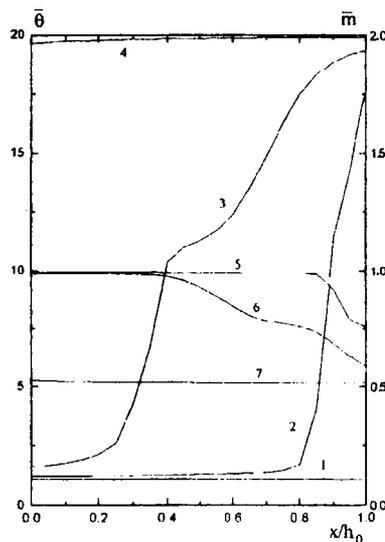


Рис. 2

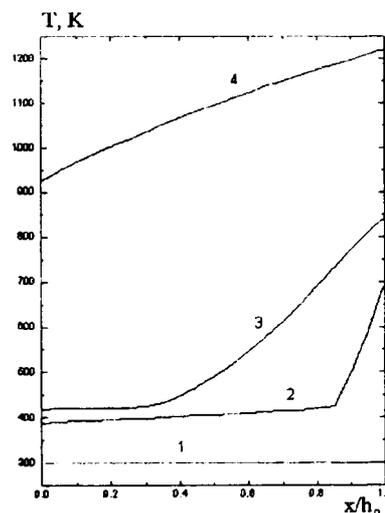


Рис. 3

работы [2], толщина слоя теплозащиты $h_0 = 2$ мм, а толщина стальной подложки $d_s = 4$ мм. Для расчета коэффициентов поглощения и рассеяния было принято, что диаметр волокна $d_v = 1.5 \cdot 10^{-5}$ м.

На рис.2 показано распределение локальной кратности вспучивания по глубине теплозащитного материала в моменты времени $t = 0, 2.5, 5, 60$ мин (кривые 1 - 4 соответственно); кривыми 5 - 7 показаны профили локальной доли твердого остатка в моменты $t = 2.5, 5, 60$ мин. Профили температуры в те же моменты времени приведены на рис. 3. На приведенных графиках хорошо видна зона пиролиза и вспучивания материала. По истечении часа нагрева ТЗП практически полностью исчерпало ресурс увеличения объема, а процесс пиролиза практически закончился.

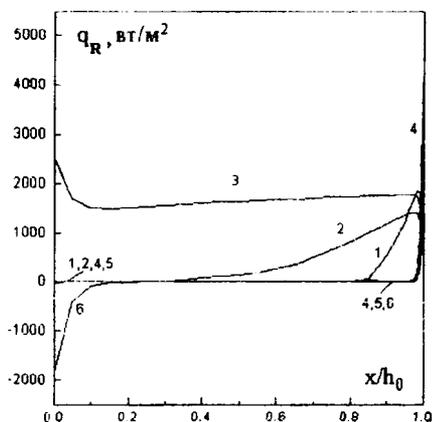


Рис.4

На рис. 4 показаны профили изменения величины лучистого потока с глубиной; при этом кривые 1-3 соответствуют значениям потока, вычисленным в приближении лучистой теплопроводности, а кривые 4-6 показывают отличие полного лучистого потока от вышеупомянутых величин. Как видно из рисунка, приближение лучистой теплопроводности не работает лишь в узкой зоне около нагреваемой поверхности; в случае же, когда весь слой ТЗП становится высокопористым, это приближение перестает работать также около подложки.

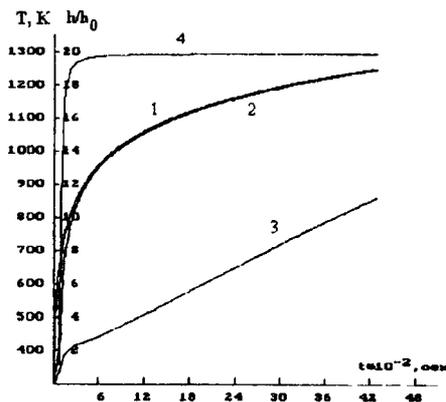


Рис.5

На рис. 5 показаны температура внешней среды, нагреваемой поверхности материала и стальной подложки в зависимости от времени (кривые 1-3), а также текущая толщина покрытия (кривая 4). Как видно из результатов расчета, применение покрытия СГК-1 позволяет защитить металлическую подложку от нагрева стандартным пожаром в течение длительного времени.

ЛИТЕРАТУРА

- Исаков Г.Н., Несмелов В.В. О некоторых закономерностях тепло- и массопереноса во вспучивающихся огнезащитных покрытиях // Физика горения и взрыва. 1994. Т. 30, № 2. С.57-63.
- Зверев В.Г., Гольдин В.Д., Несмелов В.В., Цимбалюк А.Ф. Моделирование тепло- и массопереноса во вспучивающихся огнезащитных покрытиях // Физика горения и взрыва. 1998. Т.34, № 2. С.90-98.
- Исаков Г.Н., Кузин А.Я. Моделирование тепло- и массопереноса в многослойных тепло- и огнезащитных покрытиях при взаимодействии с потоком высокотемпературного газа // Физика горения и взрыва. 1998. Т.34, №2. С.80-89.
- Страхов В.Л., Чубаков Н.Г. Расчет температурных полей во вспучивающихся материалах // Инж.-физ. журн. 1983. Т.45, №3. С.472-479.
- Гришин А.М., Фомин В.М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение. 1984. 320с.
- Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976. 392с.
- Пилогин Н.Н., Тирский Г.А. Динамика нонизированного излучающего газа. М.: Изд-во МГУ, 1989. 312с.
- Петухов И.В. Численный расчет двумерных течений в граничном слое// Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964.

Аннотации

изданий авторов Томского государственного университета в 1999 году

Исаков Г. Н. Тепломассоперенос и воспламенение в гетерогенных системах. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 142 с.

Книга содержит методологию и стратегию проведения комплексных исследований по нестационарному тепломассопереносу и воспламенению в гетерогенных системах различного назначения, включая смесевые твердо-жидкие. Комплексность подхода предполагает теоретическое решение конкретных задач с последующей экспериментальной проверкой, исходя из условий моделирования и полученных уравнений подобия. Рассмотрен широкий класс гетерогенных систем, экспериментальных установок и методов измерений, позволяющих изучать механизмы воспламенения в различных условиях тепломассообмена с внешней средой, математически описывать их и определять недостающие параметры из решения обратных задач.

Для научных и инженерно-технических работников, аспирантов и студентов, специализирующихся в области теплофизики, механики реагирующих сред, тепломассообмена, физики горения и взрыва.

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ОХЛАЖДЕНИЯ В ПЛАЗМЕННОМ ПОКРЫТИИ ПОСЛЕ ОПЛАВЛЕНИЯ ГАЗОПЛАМЕННЫМ ИСТОЧНИКОМ

Губарьков Д.В.

ЦИОРАН Томского университета.

Одним из способов упрочнения и восстановления деталей механизмов и машин является газотермическое нанесение покрытий. Среди множества газотермических методов наиболее перспективным является плазменное напыление [1]. Изменяя основные параметры процесса напыления, можно получать изделия с заданными поверхностными свойствами (износостойкость, коррозионная стойкость и т.п.). Однако низкая прочность сцепления с основой и пористость получаемых покрытий сдерживают их широкое применение.

С целью улучшения структуры и физико-механических свойств плазменных покрытий, вслед за напылением, проводят термическую обработку - оплавление покрытия различными тепловыми источниками.

Оплавление покрытия газопламенным источником может способствовать устранению дефектности границы раздела композиции "основа-покрытие". Для этого выбирается такой режим термической обработки, чтобы полностью оплавить покрытие без существенного плавления основы. С точки зрения структурообразования необходимо создать условия достижения высоких скоростей охлаждения для формирования неравновесных мелкокристаллических структур. Это обеспечивает высокие прочностные свойства покрытия.

Непосредственный контроль величины скорости охлаждения в процессе оплавления покрытия существенно затруднен. В этой связи теоретические расчёты профиля скорости охлаждения имеют большое значение. Необходимы и теоретические оценки термических условий, влияющих на скорость охлаждения.

В данной работе проводится численный расчёт профилей скорости охлаждения по толщине покрытия в зависимости от степени прогрева основы. При постановке задачи учитывается комплекс теплофизических процессов: кондуктивный перенос тепловой энергии в композиции; конвективный перенос тепловой энергии в атмосферу; излучение с поверхности покрытия в атмосферу; поглощение (выделение) скрытой теплоты при плавлении (отвердевании); изменение основных теплофизических характеристик в зависимости от температуры. С целью упрощения вычислений задача ставится без учёта выделения фронта фазового перехода. Для учёта скрытой теплоты применяется энтальпийный подход [2]. Расчёт задач проводится с использованием явной разностной схемы, имеющей второй поряд-

ок точности по пространственной переменной и первый порядок по времени.

Задача ставится с момента завершения действия источника нагрева ($t=0$). При этом варьирование мощности источника и времени его действия отражается в начальном распределении температуры по композиции. Физически это можно представить так: некоторое время композиция подвергалась термической обработке, в результате чего в ней к моменту $t=0$ установилось определённое температурное поле. Его вид зависит от времени действия источника и его мощности. Изменяя в задаче вид распределения температуры в момент $t=0$, исследуются различные варианты по времени действия и мощности источника. В силу малости толщины покрытия считается, что в момент $t=0$ оно везде имеет одинаковую температуру, превышающую температуру плавления T^* . В основе температура уменьшается по экспоненциальному закону по мере удаления от покрытия, пока не достигнет величины, равной температуре невозмущённой среды T_{cp} . Изменение вида распределения температуры (варьирование начального распределения температуры по композиции) осуществляется с помощью коэффициента k в законе распределения температуры в основе и задания начальной температуры покрытия.

Теплофизические процессы в композиции описываются следующим дифференциальным уравнением:

$$\rho \left[c + L \delta(T - T^*) \right] \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T), \quad t > 0, \quad (1)$$

где $T=T(z, t)$ - температура; $\rho=\rho(z, T)$ - плотность; $c=c(z, T)$ - удельная теплоёмкость; $\lambda=\lambda(z, T)$ - коэффициент теплопроводности; L - удельная теплота фазового перехода; $\delta(T-T^*)$ - дельта-функция Дирака.

Для получения однозначного решения уравнения (1) ставятся начальное и граничное условия:

$$\begin{cases} T(z, 0) = T_0, & 0 \leq z \leq h; \\ T(z, 0) = T_{cp} + (T_0 - T_{cp}) e^{-k(z-h)^2}, & h < z \leq lz, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \lambda(0, T) \frac{\partial T(0, t)}{\partial z} = \alpha(T) (T(0, t) - T_{cp}) + \\ + \varepsilon \sigma (T^4(0, t) - T_{cp}^4), & t > 0; \\ \lambda(lz, T) \frac{\partial T(lz, t)}{\partial z} = 0, & t > 0, \end{cases} \quad (3)$$

где T_0 - начальная температура покрытия; h - толщина покрытия; l_z - толщина композиции; k - коэффициент прогрева основы; α - коэффициент поверхностной теплоотдачи; ε - степень черноты поверхности покрытия; σ - постоянная Стефана - Больцмана.

Коэффициент поверхностной теплоотдачи находится из критериальной зависимости [3]:

$$Nu = 0,137(Gr \cdot Pr)^{1/3}, \quad (4)$$

где Nu - критерий Нуссельта; Gr - критерий Грасгофа; Pr - критерий Прандтля.

В результате предварительной оценки произведения $Gr \cdot Pr$ получена величина порядка 10^7 , в то время как пренебрегать процессом конвективного теплообмена допустимо при величинах много меньше 10^3 [4]. По этой причине при постановке задачи конвекция была учтена.

Для решения уравнения (1) используется метод сглаживания [2]. Дельта-функция заменяется дельтаобразной функцией $\delta(T-T^*, \Delta)$ в виде трапеции, тогда эффективная сглаженная теплоёмкость будет иметь вид

$$c_{\gamma} = \begin{cases} \rho c, & T^* - \Delta > T > T^* + \Delta; \\ \bar{\rho} [\bar{c} + L\delta(T - T^*, \Delta)], & |T - T^*| \leq \Delta, \end{cases} \quad (5)$$

где $\bar{\rho}$, \bar{c} - средние на интервале сглаживания $[T^* - \Delta, T^* + \Delta]$ значения плотности и удельной теплоёмкости соответственно, Δ - полуинтервал сглаживания.

На рис. 1 показаны начальные распределения температуры в композиции "основа-покрытие" и схематично изображен слой покрытия толщиной 2 мм. Кривые соответствуют заданию $T_0 = 1420K$ для покрытия и коэффициентов прогрева основы $k=100$, $k=1000$. Распределение с $k=1000$ соответствует режиму быстрого оплавления мощным источником. При этом основа не успевает существенно прогреться. Распределение с $k=100$ соответствует режиму медленного оплавления маломощным источником, что обуславливает существенный прогрев основы.

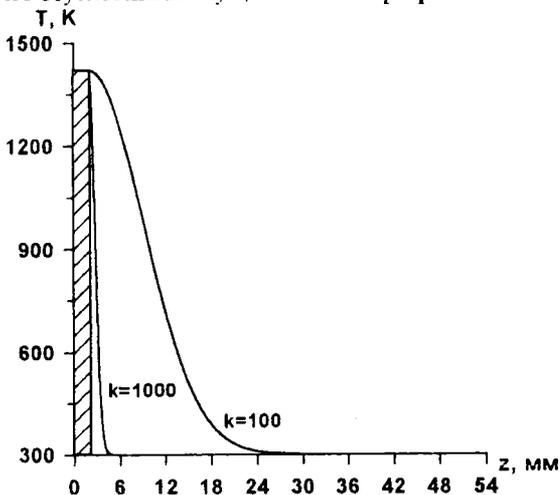


Рис. 1

Результаты расчётов представлены на рис. 2а–2б. На рис. 2а и 2б изображены положения фронтов затвердевания в покрытии, рассчитанные при начальных распределениях температуры в основе соответствующих $k=1000$ (рис.2а) и $k=100$ (рис.2б).

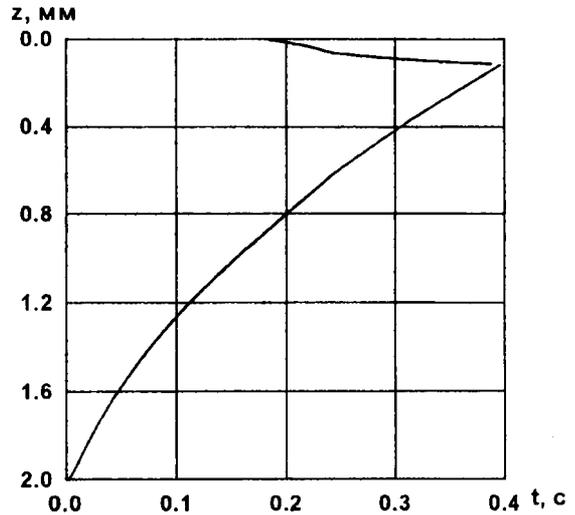


Рис. 2а

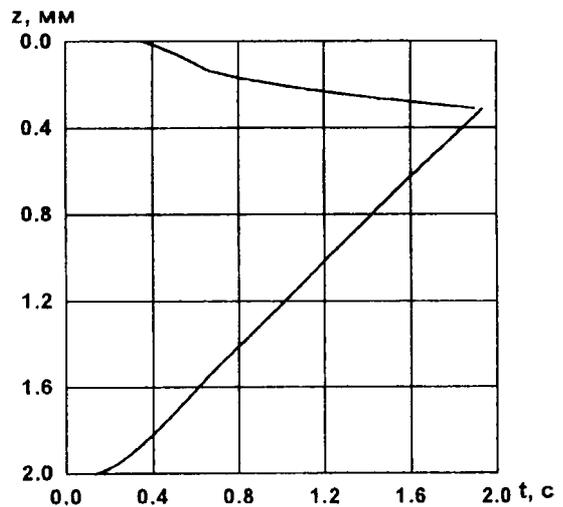


Рис. 2б

Характерным является наличие двух фронтов затвердевания, которые движутся навстречу друг другу. Движение фронта затвердевания от контактной поверхности ($z=2\text{мм}$) обусловлено теплоотводом в основу, а от свободной поверхности покрытия ($z=0\text{мм}$) - конвективной теплоотдачей и излучением. Очевидно, что образование двух фронтов определено начальной температурой покрытия, которая близка к температуре плавления ($T_p = 1400K$). При более высоких начальных температурах покрытия верхний фронт может отсутствовать.

Для получения распределений средней скорости охлаждения по толщине покрытия использует-

ся формула $V = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} \frac{\partial T}{\partial t} dt$, где t_c - время охлаждения

в данной точке до T^* .

На рис.3а и 3б представлены распределения средней скорости охлаждения по толщине покрытия, рассчитанные при начальных распределениях температуры в основе соответствующих $k=1000$ (рис.3а) и $k=100$ (рис.3б). Можно выявить качественное сходство полученных распределений. Скорость охлаждения достигает максимумов на контактной и свободной поверхностях покрытия, убывая по мере удаления от них. Однако количественно эти распределения существенно отличаются, что связано с разным начальным прогревом основы. В случае сильного прогрева основы ($k=100$), скорость охлаждения

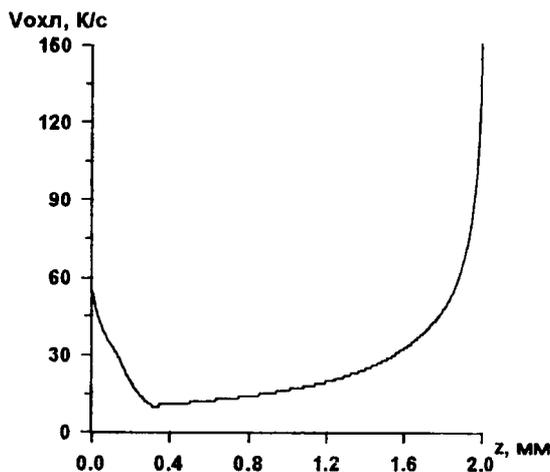


Рис.3б

в приконтактной зоне существенно меньше, чем в случае слабого прогрева ($k=1000$). Это связано с различием величин тепловых потоков. Слабый прогрев основы обеспечивает большой градиент температуры, а значит большие величины тепловых потоков и большую скорость охлаждения.

Работа проведена под руководством д.ф.-м.н. В.Г. Бутова (НИИПММ при ТГУ).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудинов В.В., Иванов В.М. Нанесение плазмой тугоплавких покрытий. М.: Машиностроение, 1981. 192с.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 616с.
3. Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров: Справочник. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1979.
4. Мирошниченко И.С. Закалка из жидкого состояния. М.: Металлургия, 1982. 168с.

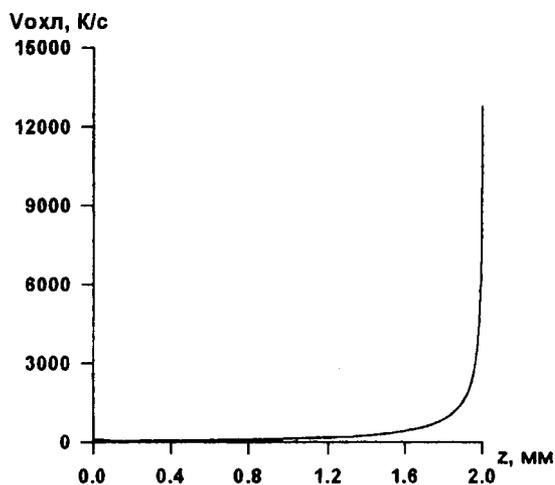


Рис.3а

Аннотации

изданий авторов Томского государственного университета в 1999 году

Бураков В.А. Тепломассоперенос при взаимодействии двухфазных потоков с материалами. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. 280 с.

В монографии изложены новые физико-математические модели и результаты численных исследований основных закономерностей процессов и явлений тепломассопереноса при взаимодействии до-, транс- и сверхзвуковых высокотемпературных двухфазных потоков продуктов сгорания металлизированных твердых топлив с разрушающимися (аблирующими) теплозащитными материалами в условиях теплового, химического и механического воздействия осаждающейся инерционно конденсированной фазы жидких горящих агломератов активного металла и частиц его оксида в диапазоне режимных параметров камер, сопел и каналов современных и перспективных энергоустановок.

Для научных сотрудников и инженеров, работающих в области ракетно-космической техники и энергетики, а также аспирантов и студентов, специализирующихся по высокотемпературному тепломассопереносу.

ТЕПЛОВАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРИБОРНО-РАДИАТОРНОЙ ПАНЕЛИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Елизаров В.В., Яньков А.А.

ЦИОРАН Томского университета

Для анализа теплового состояния элементов КА используются дифференциальные тепловые математические модели с сосредоточенными параметрами (ТММСП), описываемые системами обыкновенных дифференциальных уравнений теплового баланса и распределенными параметрами (ТММРП), основу которых составляют уравнения с частными производными.

Целью данной работы является разработка динамической ТММСП приборно-радиаторной панели КА и ее сравнение со стационарной ТММРП при установлении.

Рассматривается плоская прямоугольная сплошная панель с локально-распределенными источниками тепла заданной мощности от теплонагруженных блоков бортовой аппаратуры (БА), которая представляет собой одну из шести стенок приборного отсека КА. С внешней стороны панель нагревается потоком прямого солнечного излучения, а в случае нахождения КА на теневом участке Земли поток солнечного излучения отсутствует. Общее охлаждение происходит за счет собственного излучения по закону Стефана-Больцмана. На границе панели происходит контактный теплообмен со смежными панелями приборного отсека.

В рамках ТММСП [1] нестационарная температура i -го элемента плоской прямоугольной панели в рамках ТММСП находится по уравнению

$$m_i c_i \frac{dT_i}{dt} = P_i(t) + q_s(t)F_i + \sigma_{ij}(T_i - T_j) - E_{own,i}F_i, \quad (1)$$

$$T_i(0) = T_{i,0},$$

где $m_i c_i$ - полная теплоемкость i -го элемента, T_i - температура i -го элемента, F_i - его площадь, $P_i(t)$ - мощность тепловыделения приборов БА на i -м элементе, σ_{ij} - тепловая проводимость за счет теплопроводности с j -м элементом, $T_{i,0}$ - начальная температура.

Расчет внешнего теплообмена в режиме перегрев осуществляется по соотношению:

$$q_s = A_s S_0 \cos \theta, \quad (2)$$

где q_s - плотность поглощенного теплового потока прямого солнечного излучения, A_s, S_0 - коэффициент поглощения и плотность падающего теплового потока прямого солнечного излучения, θ - угол между нормалью к внешней поверхности и направлением на Солнце.

Плотность потока собственного излучения определяется по формуле

$$E_{own,i} = \varepsilon_i \sigma_0 T_i^4, \quad (3)$$

где ε_i - степень черноты i -го элемента, σ_0 - постоянная Стефана-Больцмана.

Число элементов, на которое разбивается панель, составляет $(N_x \cdot N_y)$, где N_x, N_y - число разбиений прямоугольной сплошной панели на элементы по осям декартовой системы координат X и Y .

В рамках ТММРП [2] в декартовой системе координат квазидвумерная стационарная тепловая математическая модель плоской прямоугольной термически тонкой сплошной панели приборного отсека КА имеет следующий вид:

$$\lambda_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \lambda_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + Q(T) = 0, \quad (4)$$

$$0 < X < L_X, \quad 0 < Y < L_Y,$$

$$-\lambda_{xx} \left. \frac{\partial T}{\partial X} \right|_{X=0} = \alpha_{K,X} (T_{K,1} - T), \quad (5)$$

$$\lambda_{xx} \left. \frac{\partial T}{\partial X} \right|_{X=L_X} = \alpha_{K,X} (T_{K,3} - T), \quad (6)$$

$$-\lambda_{yy} \left. \frac{\partial T}{\partial Y} \right|_{Y=0} = \alpha_{K,Y} (T_{K,4} - T), \quad (7)$$

$$\lambda_{yy} \left. \frac{\partial T}{\partial Y} \right|_{Y=L_Y} = \alpha_{K,Y} (T_{K,2} - T), \quad (8)$$

где $\lambda_{xx}, \lambda_{yy}$ - ортотропные коэффициенты теплопроводности, $\alpha_{K,X}, \alpha_{K,Y}$ - коэффициенты контактной тепловой проводимости, $T_{K,1}, T_{K,2}, T_{K,3}, T_{K,4}$ - температуры смежных к рассматриваемой панелей, L_X, L_Y - линейные размеры.

Нелинейный источник тепла $Q(T)$ в уравнении (4) отражает механизмы внешнего и внутреннего теплообмена панели

$$Q(T) = \frac{A_s S_0 \cos \theta + \sum q_{se,i} - \varepsilon \sigma_0 T^4}{\delta}, \quad (9)$$

$q_{se,i}$ - плотность тепловыделения i -го прибора БА ($i = \overline{1, N_{se}}$), N_{se} - число приборов БА, δ - толщина панели.

Реализация динамической ТММСП для приборно-радиаторной панели (1)-(3) осуществлялась численным методом [1]. Вычислительный алгоритм включал: разбиение панели на произвольное число

элементов с автоматическим определением доли мощности тепловыделения на его поверхности и расчет нестационарного поля температур элементов двухшаговым методом предиктор-корректор второго порядка точности. Численная реализация ТММРП (4)-(9) проведена вариационным методом конечных элементов [2].

Разработаны версии компьютерных программ PANEL0 и FESCAP1 на алгоритмическом языке Visual C++ (v. 6.0) для IBM-совместимых ПЭВМ, реализующие представленные ТММСП и ТММРП приборно-радиаторных панелей КА. Контроль вычислений осуществлялся по интегральному балансу тепла и на посадочных местах приборов.

В качестве примера рассматриваются результаты численных расчетов и сравнительного анализа температурных полей, получаемых по ТММСП при установлении и ТММРП, типичной приборно-радиаторной панели КА связного назначения в режимах перегрев и переохлаждение в конце срока активного существования.

Использовались следующие исходные данные: линейные размеры панели - 1.2x2.0x0.005 м; суммарная мощность тепловыделения приборов БА панели - 600 Вт; теплофизические характеристики алюминиевого сплава - $\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$, $c = 880 \text{ Дж/(кг·К)}$, $\lambda = 130 \text{ Вт/(м·К)}$; коэффициент поглощения прямого солнечного излучения панели - 0.26; степень черноты радиационных поверхностей панели - 0.85; угол между внешней нормалью к панели и направлением на Солнце - $66^\circ.5$; начальная температура 0°C .

Число элементов, на которое разбивалась панель при численных расчетах по ТММСП, составляло: 4, 9, 16, 25, а по ТММРП- 1920 треугольных элементов и 1025 узлов.

Результаты показывают, что качественное распределение температурных полей совпадает. Различие между максимальными температурами, при разбиении на 25 элементов, составляет: 3°C в режиме перегрев и 2°C в режиме переохлаждение ($A_s = 0$). Типичное распределение температурных полей в режиме перегрев, рассчитанных по ТММСП, представлено на рис. 1, а на рис.2 представлены аналогичные изотермы температурных полей, полученных по ТММРП. Различие по минимальным температурам на посадочных местах приборов в режиме перегрев составляет 4°C , а в режиме переохлаждение 0.5°C . На рис. 3 представлены графики, демонстрирующие сходимость среднеповерхностных температур при различном числе разбиений на элементы (где 1 - режим персохлаждение, 2 - режим перегрев). Показано, что в режиме перегрев различие между ТММСП и ТММРП составило 1.4°C , а в режиме переохлаждение 2.1°C . Как видно, наблюдается четкая тенденция сходимости при увеличении числа разбиений на элсмнты и результаты можно признать хорошими. Таким образом, подтверждена

возможность применения динамических ТММСП для моделирования без большой потери точности температурных полей приборно-радиаторных панелей КА, что даст возможность при минимальных затратах машинного времени осуществлять быстрое многопараметрическое прогнозирование и оптимизацию теплового режима приборов БА на различных стадиях проектирования.

-27	-23	15	4	-24
-25	-23	-2	-6	-21
-1	8	10	14	-2
7	17	20	26	8
-3	-1	23	46	17

Рис. 1

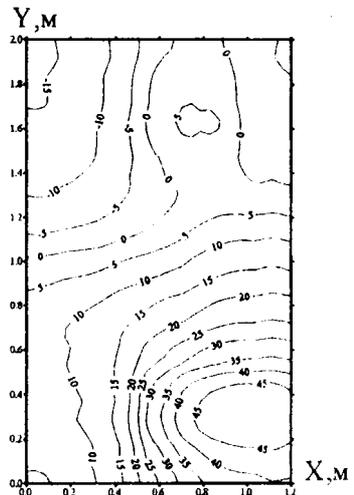
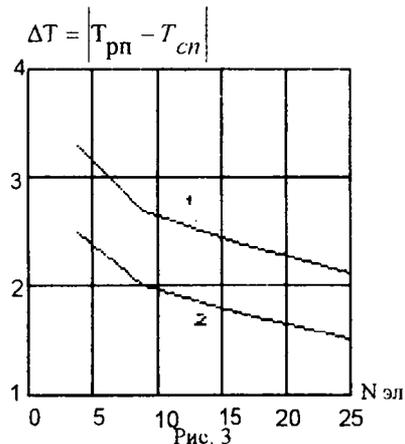


Рис.2



ЛИТЕРАТУРА

1. Бураков В.А., Флизаров В.В., Кожухов В.П., Корчагин Е.Н., Щербакова И.В. Тепловая математическая модель модуля полезной нагрузки космического аппарата негерметичного исполнения // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. С.74-79.
2. Бураков В.А., Щербакова И.В., Яньков А.А. Численное моделирование температурных полей панелей приборного отсека космических аппаратов методом конечных элементов // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. С.80-85.

ИЗУЧЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛОМАССОБМЕНА ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ

Катаев А.Г.

НИИ прикладной математики и механики при ТГУ

При высокосубзвуковом обтекании затупленных тел возникает проблема тепловой защиты, в частности – проблема отвода тепла с затупления головной части, на котором реализуются максимальные тепловые нагрузки. В данной работе рассматриваются некоторые результаты решения задачи прогрева оболочки сферически затупленного конуса при пространственном сверхзвуковом обтекании потоком воздуха.

Характеристики сопряженного теплообмена отыскивались в газовой фазе - из решения системы уравнений пространственного пограничного слоя в переменных Дородницына - Лиза в естественной системе координат, связанной с внешней поверхностью обтекаемого тела, и в конденсированной части - из нестационарного уравнения теплопроводности [1,2].

Геометрия модели, давление торможения соответствовали данным [3], угол атаки $\alpha=10^\circ$, температура торможения T_{∞} принималась равной 1500К, теплофизические характеристики материала оболочки брались постоянными [4] и соответствовали случаю нетеплопроводной стенки с характеристиками асбеста, высокотеплопроводному материалу, выполненному из меди, оболочке из стали и предельный случай, когда коэффициент теплопроводности $\lambda \rightarrow \infty$. Расчеты проведены для тонкой оболочки $L/R_N=0.0425$, для которой достигаются максимальные температуры стенки.

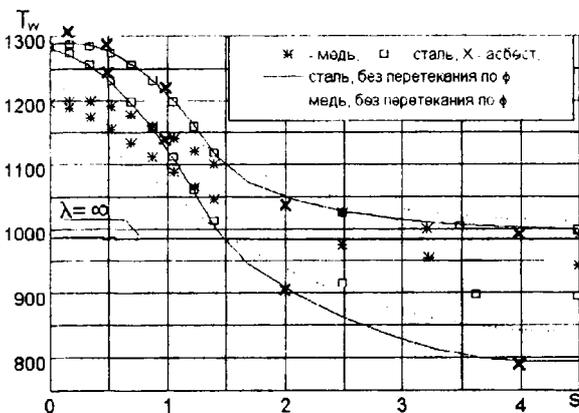


Рис.1

На рис.1,2 приведены кривые распределения температур и тепловых потоков в плоскостях симметрии для наветренной и подветренной сторон обтекаемого тела для оболочек из асбеста,

стали, меди и для высокотеплопроводного материала ($\lambda \rightarrow \infty$).

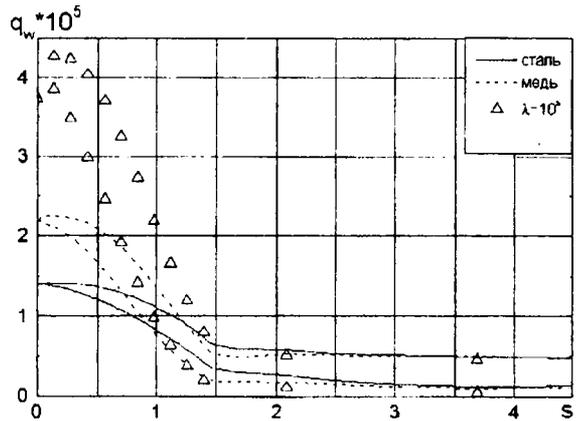


Рис.2

Все распределения взяты для моментов времени выхода на стационарный режим протекания процесса. Верхние и нижние кривые отвечают наветренной и подветренной сторонам соответственно. Для рассматриваемых материалов наглядно иллюстрируется влияние теплопроводности материала. Так, если разница максимальных значений температур для меди и стали составляет порядка 90К, то в случае нетеплопроводного материала эта величина превышает 100К. Разница же между нетеплопроводным материалом и высокотеплопроводным ($\lambda \rightarrow \infty$) – свыше 300К. Здесь же на рис.1 приведены результаты расчетов, проведенных без учета перетекания тепла по окружной координате для стальной и медной оболочек, из которых следует, что “трехмерность” процесса вносит существенный вклад в формирование температурных полей, и он тем значительнее, чем больше теплопроводность материала.

На рис.3,4 приведены кривые распределения температур для времен выхода на стационарный режим протекания процесса для четырех случаев: а) случай расчета задачи в сопряженной постановке с учетом, б) без учета перетекания тепла вдоль окружной координаты, в) расчет задачи прогрева при фиксированном распределении коэффициента теплоотдачи α/c_p (в данном случае бралось распределение α/c_p в начальный момент времени), г) расчет при фиксированном (начальном) распределении коэффициента теплоотдачи без учета перетекания по окружной координате.

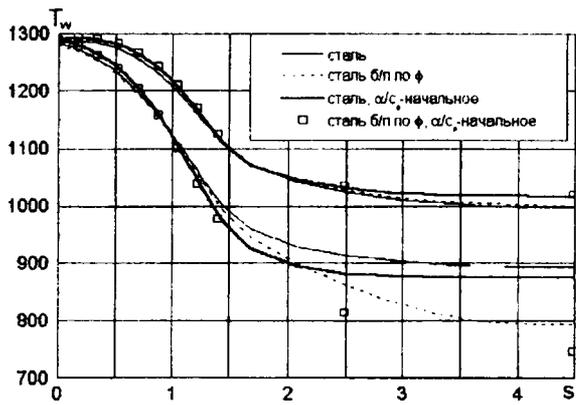


Рис.3

Из анализа рис.3,4 можно заключить, что для данных определяющих параметров, при достаточно точном совпадении с решением сопряженной постановки, задача может быть решена автономно, используя только блок для решения задачи в конденсированной фазе, не прибегая к сопряженной постановке.

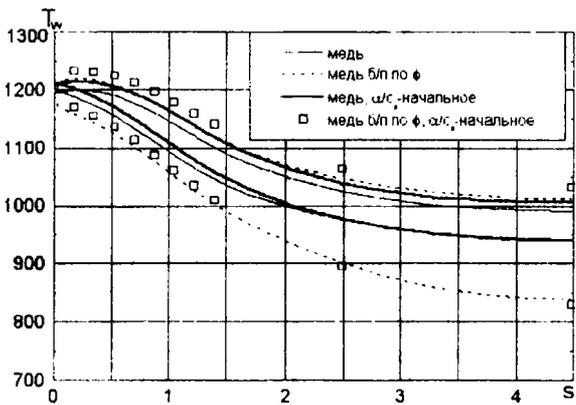


Рис.4

Это подтверждает анализ динамики изменения теплового потока q_w и коэффициента теплоотдачи α/c_p от начального момента времени до выхода на стационарный режим протекания процесса (рис.5,6).

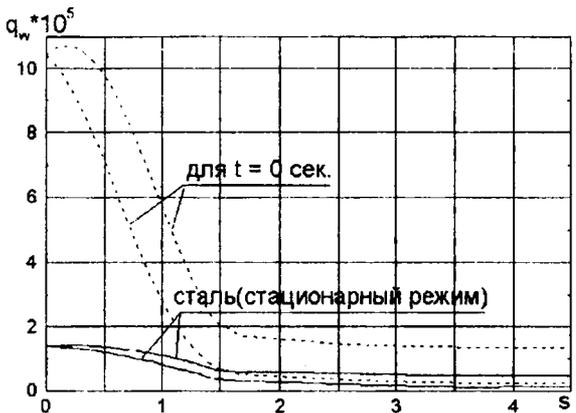


Рис.5

Действительно, если величина теплового потока за время прогрева претерпевает существенные изменения, то коэффициент теплоотдачи, как величина более консервативная, для данных условий задачи меняется слабо, что позволяет при удовлетворительной точности получаемого решения существенно упростить задачу и сократить время расчета на ЭВМ.

В то время как расчет задачи с фиксированным распределением α/c_p дает удовлетворительное согласование с решением в сопряженной постановке, варианты расчетов без учета перетекания тепла по окружной координате, как видно из рис.3,4, существенно отличаются от точного решения.

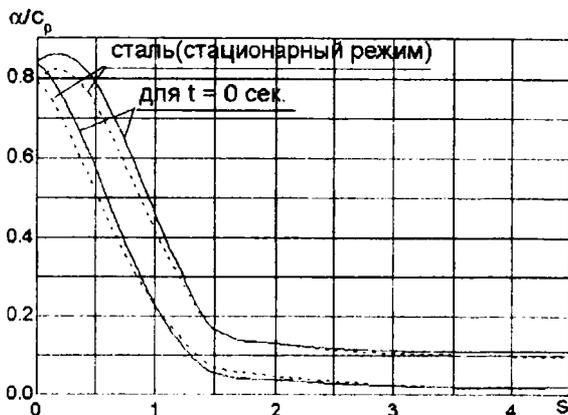


Рис.6

Таким образом, из анализа проведенных расчетов можно сделать вывод, что теплофизические характеристики тела и пространственный характер рассматриваемых процессов вносят существенный вклад в формирование поля температур, причем этот вклад тем существеннее, чем выше теплопроводящая способность материала, и что применение теплопроводных материалов может быть использовано как один из способов тепловой защиты конструкций.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта № 99-01-00352).

ЛИТЕРАТУРА

1. Зинченко В.И., Ефимов К.Н., Катаев А.Г., Якимов А.С. Изучение характеристик сопряженного теплообмена при сверхзвуковом обтекании тел // *Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики (Доклады Всероссийской конференции)*. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. С.220-222.
2. Зинченко В.И., Ефимов К.Н., Катаев А.Г., Якимов А.С. Исследование сопряженного теплообмена при сверхзвуковом обтекании тел с учетом теплопроводности материала. // *Сопряженные задачи механики и экология: Материалы международной конференции*. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. С.105-109.
3. Feldhuhn R.H. Heat transfer from a turbulent boundary layer on a porous hemisphere // *ALAA Paper*. 1976. №119. 9p.
4. Зинченко В.И., Катаев А.Г., Якимов А.С. Расчет характеристик сопряженного теплообмена при вдуве газа и термохимическом разрушении в завесной зоне // *ПМТФ*. 1995. Т.36, №2. С.126-135.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНЕ С УЧЁТОМ ПРОЦЕССА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Крайнов А.В.

Томский государственный университет

Исследование гидродинамики и теплообмена при затекании струи вязкой несжимаемой неизоотермической жидкости в полости прямоугольного типа имеет важное научно - практическое значение, поскольку такие течения имеют место в сложных технологических процессах различных отраслей промышленности независимо от уровня механизации и автоматизации производства. Моделирование теплообмена при движении вязкой жидкости в выемке прямоугольного вида сопряжено с решением достаточно сложных задач вынужденной конвекции несжимаемой жидкости. В ходе изучения данного процесса возникает необходимость численного моделирования, так как создание надёжного аналитического аппарата для расчёта параметров течения жидкости в ограниченном объёме исключено из-за сложности таких течений. В данной работе рассматривается нестационарное взаимодействие дозвуковой ламинарной вязкой струи несжимаемой неизоотермической жидкости с прямоугольной полостью (каверной) (рис.1).

Цель данной работы – исследовать процесс движения вязкой несжимаемой неизоотермической жидкости в прямоугольной каверне с учётом кристаллизации и процесс теплообмена с её стенками.

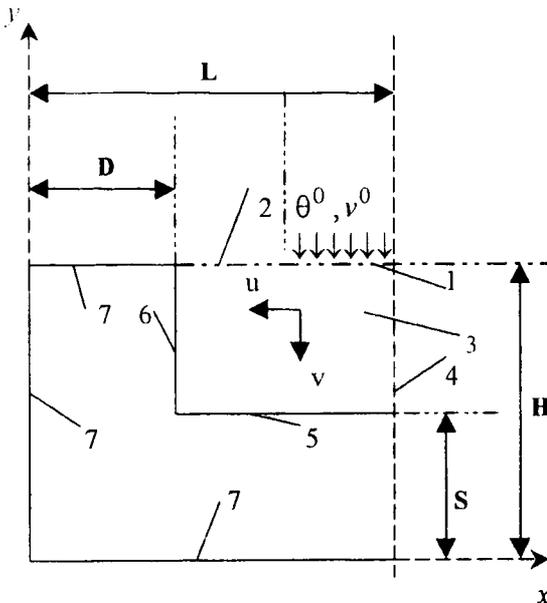


Рис.1. Общая схема течения в прямоугольной полости и геометрия расчётной области: 1 - участок входа в полость; 2 - участок выхода из полости; 3 - гидродинамическая область; 4 - ось симметрии; 5 - дно полости; 6 - боковая стенка полости; 7 - внешняя стенка полости

Исследование данных процессов ведётся с использованием математической модели на основе безразмерной системы уравнений Навье – Стокса в переменных функция тока - вихрь при умеренных числах Рейнольдса $100 \leq Re \leq 800$, уравнения энергии, уравнения теплопроводности для твёрдой фазы (материал каверны):

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{\partial \theta}{\partial Fo}. \quad (4)$$

Здесь ψ , ω - функция тока и вихрь соответственно; θ - температура; u - продольная составляющая скорости; v - поперечная составляющая скорости; τ - время; Pr - число Прандтля; Re - число Рейнольдса; Fo - число Фурье; x, y - координаты. Численное решение гидродинамической задачи осуществляется в области, ограниченной участками входа и выхода, линией симметрии, боковой стенкой и дном выемки.

На боковой стенке ($x = D, S < y < H-S$) и дне ($y = S, D < x < L-D$) каверны задаются условия непротекания, прилипания, а также граничное условие четвёртого рода для уравнения энергии.

Условия неразрывности тепловых потоков и непротекания заданы на оси симметрии струи ($x = L, S < y < H-S$). На выходе из прямоугольной полости для продольной и поперечной составляющих скорости использовалось условие „сноса“ [1], для температуры „мягкое“ граничное условие - вторая производная температуры по координате y равна 0 [1]. Условия теплоизоляции задаются на внешних границах каверны. На входе в каверну задаются начальные условия в виде

$$\psi^0 = \psi(x, y), \theta^0 = \theta(x, y). \quad (5)$$

Система уравнений Навье-Стокса в переменных функция тока-вихрь, уравнение теплопроводности, уравнение энергии для (1)-(5) решены методом конечных разностей. Явным итерационным методом решены разностные аналоги уравнений Навье-Стокса [1], а уравнения энергии и теплопроводности методом прогонки [1,2]. Использовалась разностная схема второго порядка точности [1].

В результате численного исследования были получены распределения функции тока и вихря, поля скорости, а также температурные поля для обеих фаз. Был изучен процесс кристаллизации затекающей в каверну жидкости. Получены температурные профили и контур слоя кристаллизовавшейся жидкости.

Как следует из анализа установившегося поля течения, жидкость доходит до дна выемки, разворачивается и вытекает на всём участке 2 (рис. 1). Исходя из этого при исследовании процесса движения вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в каверне можно выделить два этапа. К первому этапу можно отнести прохождение струи жидкости от входного участка до дна каверны с учётом взаимодействия с ним. Течение при взаимодействии струи с дном выемки сопровождается торможением жидкости и возникновением области с повышенным давлением, что приводит к растеканию жидкости вдоль дна полости. Второй этап движения жидкости проходит от дна каверны до выходного участка, образуя область возвратного течения. На данном этапе продолжается торможение жидкости, в результате чего возникает также область с повышенным давлением. На рис.2 хорошо видны области прямого и возвратного течения.

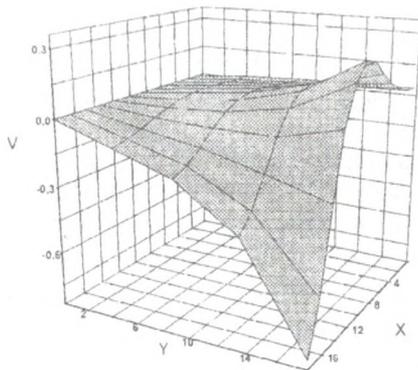


Рис.2. Распределения поперечной составляющей скорости на плоскости x,y в фиксированный момент времени

Распределения продольной составляющей скорости $u(x,y)$ в фиксированный момент времени показано на рис.3. Максимум скорости соответствует зоне $10 < x < 20$ около дна каверны. Анализируя рис. 2; 3, можно заметить, что поперечная составляющая скорости падает по мере продвижения жидкости вглубь каверны, а продольная составляющая растёт. Обратное наблюдается по мере продвижения жидкости к выходному участку. В ходе дальнейшего изучения

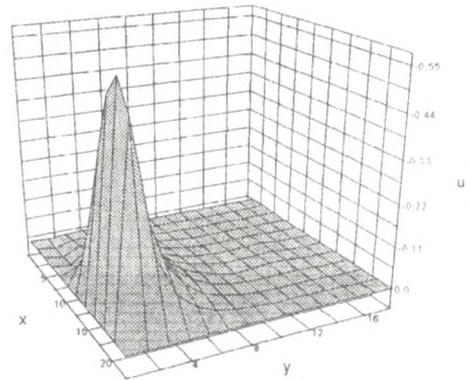


Рис.3. Распределения продольной составляющей скорости на плоскости x,y в фиксированный момент времени

движения вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в полости прямоугольного типа был исследован процесс кристаллизации. В результате численного исследования был получен контур кристаллизовавшейся жидкости, затекающей в прямоугольную выемку (рис.4).

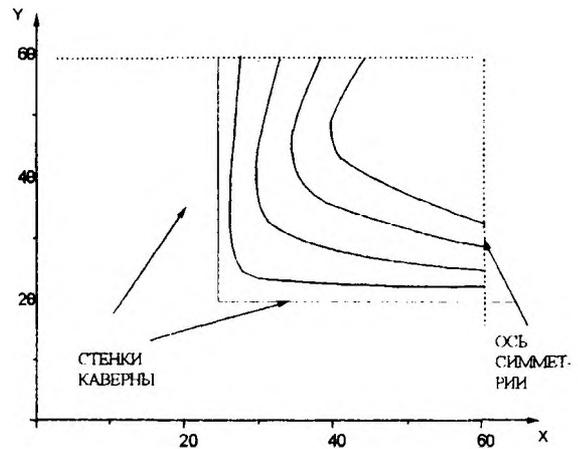


Рис.4. Контур кристаллизовавшейся жидкости в различные моменты времени

Сравнение температурных профилей на стенках каверны, полученных в сопряжённой и несопряжённой задачах, позволяет сделать вывод о целесообразности сопряжённой постановки. Следует отметить также, что, вероятно, впервые показана возможность применения аппарата [1] для решения задач в сопряжённой постановке для областей с более сложной геометрией, чем канал или обтекаемое тело.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 288с.
2. Ши Д. Численные методы для решения задач теплообмена. М.: Мир, 1988. 44с.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В АНИЗОТРОПНЫХ ОБЛАСТЯХ

Крицкий О.Л.

ЦИОРАН Томского университета

Математическое моделирование тепловых полей в анизотропных композиционных материалах, превосходящих по различным параметрам металлы и сплавы, является актуальной задачей для современной техники. Широкое их применение в значительной степени обуславливает развитие соответствующего математического аппарата, однако влияние анизотропии расчетных областей на вид тепловых полей изучено недостаточно.

Пусть анизотропная область $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 = ((0, b) \times (0, d_1) \times (0, A)) \cup ((0, b) \times (d_1, d) \times (0, A))$ является прямоугольным параллелепипедом, состоящим из двух материалов (среда I, среда II) с

тензорами теплопроводности $\Lambda_1 = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{12} & k_{22} & k_{23} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} \end{pmatrix}$,

$\Lambda_2 = \begin{pmatrix} \bar{k}_{11} & \bar{k}_{12} & \bar{k}_{13} \\ \bar{k}_{12} & \bar{k}_{22} & \bar{k}_{23} \\ \bar{k}_{13} & \bar{k}_{23} & \bar{k}_{33} \end{pmatrix}$ соответственно и идеальным

тепловым контактом на границе раздела сред $y = d_1$.

Задача определения температуры в Ω имеет вид: найти функцию

$$T = T(x, y, z, t) \in C^2(\Pi_{[0, T_{кон}]}) \cap C^1(\bar{\Pi}_{[0, T_{кон}]})$$

$\Pi_{[0, T_{кон}]} = \Omega \times [0, T_{кон}]$, удовлетворяющую уравнениям:

$$\rho_i \cdot c_{pi} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\Lambda_i \cdot \nabla T(x, y, z, t)) + f_i(x, y, z, t). \quad (1)$$

начальному и граничным условиям:

$$T(x, y, z, t)|_{t=0} = u_0(x, y, z), \quad (2)$$

$$-\Lambda_i \nabla T = \alpha(T - V), \quad (3)$$

а также условиям идеального теплового контакта

$$\left[\bar{k}_{21} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \bar{k}_{22} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} + \bar{k}_{23} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right]_{y=d_1-0} = \left[k_{21} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + k_{22} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} + k_{23} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right]_{y=d_1+0}, \quad (4)$$

$$[T]_{y=d_1} = 0,$$

где $i = 1$ соответствует среде I, $i = 2$ - среде II, ρ_i, c_{pi} - плотности и удельные теплоемкости материалов соответственно, V - температура внешней среды.

В такой постановке краевая задача (1)-(4) трудно разрешима. Рассмотрим ее, когда $d_1 = 0$, а тензор

$$\Lambda_1 = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 \\ k_{12} & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{pmatrix}. \quad \text{При таких условиях задача}$$

решается методом слабой аппроксимации с введением дробного слоя по времени:

$$1) \quad 2 \cdot \tilde{T}_t = \Lambda \tilde{T}, \quad (5)$$

$$2) \quad 2 \cdot \tilde{T}_t = \Lambda_{33} \tilde{T} + f(x, y, z, t_k), \quad (6)$$

где $\tilde{T}_{i,j}^s = T(x_i, y_j, z_s, t_{k+1})$, $\Lambda = \Lambda_{11} + \Lambda_{12} + \Lambda_{22}$,

$$\tilde{T}_{i,j}^s = T(x_i, y_j, z_s, t_{k+0.5}), \quad T_{i,j}^s = T(x_i, y_j, z_s, t_k),$$

$$\Lambda_{11} T = k_{11} T_{xx}, \quad \Lambda_{22} T = k_{22} T_{yy}, \quad \Lambda_{12} T = k_{12} T_{xy}$$

$$\Lambda_{33} T = k_{33} T_{zz}.$$

При сделанных предположениях из вида граничных условий (3) следует, что их также можно разделить:

$$1) \quad k_{21} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + k_{22} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_1 \cdot (T - V) \quad \text{при } y = 0,$$

$$k_{21} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + k_{22} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_2 \cdot (V - T) \quad \text{при } y = d,$$

$$k_{11} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + k_{12} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_3 \cdot (T - V) \quad \text{при } x = 0,$$

$$k_{11} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + k_{12} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_4 \cdot (V - T) \quad \text{при } x = b;$$

$$2) \quad k_{33} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_5 \cdot (T - V) \quad \text{при } z = 0,$$

$$k_{33} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_6 \cdot (V - T) \quad \text{при } z = A.$$

Таким образом, трехмерная краевая задача (1) - (4) разделена на двумерную и одномерную. Решение (5) производится в соответствии с [1], а (6) - скалярной прогонкой.

Можно показать, что разностная схема (5)-(6) обладает суммарной аппроксимацией $O(\tau, |h|^2)$.

В [1] показано, что (5) устойчива по начальным данным (2). Устойчивость схемы (6) хорошо известна. Значит, получаемая методом слабой аппроксимации схема устойчива по начальным данным.

Произведены расчеты краевой задачи (1)-(4) для случая, когда $k_{13}, k_{23}, \bar{k}_{13}, \bar{k}_{23}$ равны нулю, а поверхности $z = 0, z = A$ теплоизолированы. Данные предположения позволяют понизить порядок исход-

ного уравнения на единицу, так как теплообменом по z можно пренебречь.

$$\text{На рис.1 при } d_1 = 0, \quad \Lambda_1 = \begin{pmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{pmatrix},$$

$$u_0(x, y) = 300 \text{ K}, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad V = 1000 \text{ K},$$

$$T|_{x=0} = T|_{x=1} = 300 \text{ K},$$

$$k_{22} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=1} = \alpha_2 (V - T|_{y=1}),$$

$$k_{11} = 45 \text{ Вт/(м·К)}, \quad k_{22} = 30 \text{ Вт/(м·К)},$$

$$\alpha_2 = 100, \quad \alpha_2 = 10000, \quad \alpha_2 = 1000,$$

$$h_1 = h_2 = 0,01 \text{ м}, \quad \tau = 0,5 \text{ с}$$

в момент времени $t = 20 \text{ с}$ изображена изотерма $T = 1000 \text{ K}$, причем 1, 2 - изотерма $T = 1000 \text{ K}$ в изотропном материале с соответствующими коэффициентами теплопроводности и $\alpha_2 = 10000$, 3, 4, 5 - изотерма $T = 1000 \text{ K}$ в ортотропном материале с коэффициентами теплопроводности k_{11}, k_{22} , указанными в виде стрелок, и соответствующим α_2 .

Как следует из рис.1, с ростом α_2 при прочих равных условиях зона прогрева материала увеличивается.

Как показали расчеты, с ростом k_{11} при прочих равных условиях прогрев материала уменьшается.

Пусть в рассмотренном выше примере $k_{12} = 13 \text{ Вт/(м·К)}$. Тогда при различных значениях α_2 изотерма $T = 1000 \text{ K}$ в момент времени $t = 20 \text{ с}$ имеет вид, представленный на рис.2.

Из анализа рис.2 следует, что с ростом k_{12} ($k_{12} > 0$) возникает более равномерный прогрев материала вблизи границы $y = 1$, а температура среды в окрестности $y = 0$ уменьшается.

На рис.3 при $t = 5 \text{ с}$ приведена температура на границе $y = 1$ в ортотропной и анизотропной средах, причем для кривых 1,2 коэффициенты тензора $k_{11} = 45 \text{ Вт/(м·К)}, k_{22} = 30 \text{ Вт/(м·К)}$, а для кривых 3,4 - $k_{11} = 45 \text{ Вт/(м·К)}, k_{22} = 30 \text{ Вт/(м·К)}, k_{12} = 13 \text{ Вт/(м·К)}$.

Из анализа рис.3 следует, что при заданных краевых условиях в анизотропном материале тепловое поле асимметрично относительно $x = 0,5$.

Как показывают результаты расчетов (рис. 1-3), наличие смешанных компонент тензоров $\Lambda_i, i = 1, 2$ может существенно влиять на структуру теплового поля. При определенных условиях может возникать существенный перенос тепла в окрестности границ рассматриваемой области [2-4]. Этот эффект являет-

ся отличительной особенностью переноса тепла в анизотропных элементах конструкций.

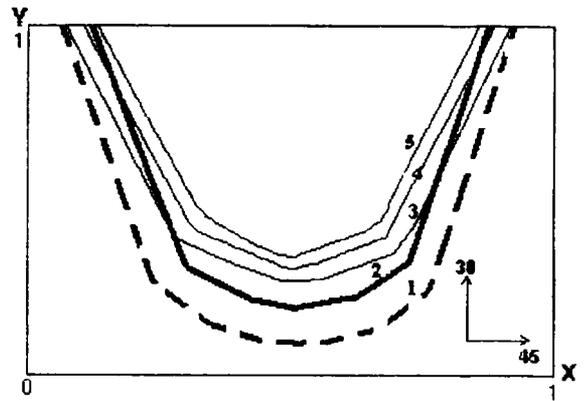


Рис. 1

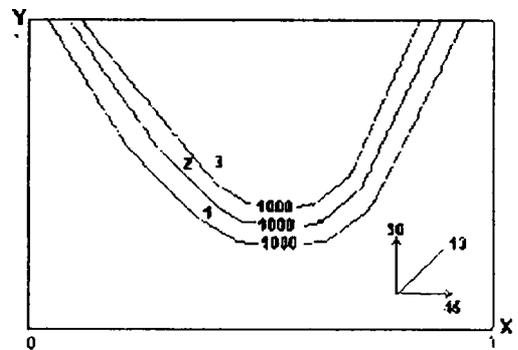


Рис. 2

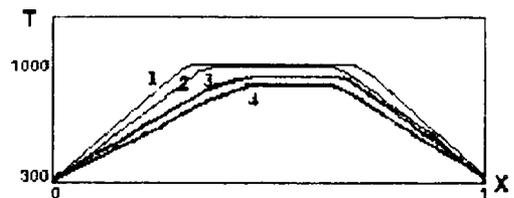


Рис. 3

ЛИТЕРАТУРА

1. Берцун В.Н., Крицкий О.Л. К вопросу о математическом моделировании тепловых полей в средах с анизотропной теплопроводностью// Математическое моделирование и теория вероятностей. Томск: Пеленг, 1998. С.12-19.
2. Формалев В.Ф. О краевых условиях в сопряженных задачах пограничного слоя и теплопроводности в анизотропных телах// Математические методы механики жидкости и газа. Днепропетровск, 1985. С. 80-84.
3. Формалев В.Ф., Тюкин О.А. Исследование температурных полей на основе аналитического решения двумерной задачи анизотропной теплопроводности// Теплофизика высоких температур, 1994. Т.32, № 4.
4. Формалев В.Ф. Численное исследование двумерных нелинейных задач теплопроводности в анизотропных телах// ТВТ. 1988. Т.26, №6. С.1122-1128.

ПРИМЕНЕНИЕ $\alpha - \beta$ АЛГОРИТМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ АНИЗОТРОПНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Крицкий О.Л.

ЦИОРАН Томского университета

Для численного решения нестационарных задач анизотропной теплопроводности чаще всего используют прямые методы, такие как метод дробных шагов или слабой аппроксимации. Однако трудности в реализации граничных условий даже для регулярных областей в первом и проблемы с устойчивостью разностной схемы на каждом полуинтервале по времени во втором методе усложняют их применение для решения таких задач. Использование итерационных алгоритмов, построенных на основе неявных разностных схем, позволяет избавиться от этих недостатков.

В работе рассматривается итерационный метод Б.Н. Четверушкина [1-2, 4-6], впервые примененный для решения нестационарного уравнения анизотропной теплопроводности (1) с граничными условиями (2). Исследуется скорость сходимости метода, обсуждается его использование для класса нелинейных, существенно анизотропных задач стационарной и нестационарной теплопроводности.

Рассмотрим красную задачу

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\Lambda \cdot \nabla T) + f(x, y, t), \quad (1)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned} T|_{t=0} &= u_0(x, y), \\ -\Lambda \cdot \nabla T|_{\Gamma=\partial\Omega} &= \alpha(T - V), \end{aligned} \quad (2)$$

где V - температура внешней среды, α - коэффициент теплоотдачи, $\Lambda = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{pmatrix}$ - тензор теплопроводности, $T(x, y, t) \in C^2(\Pi_{[0, M]}) \cap C^1(\overline{\Pi_{[0, M]}})$,

$$\Pi_{[0, M]} = G \times [0, M], \quad G = (0, a) \times (0, b).$$

Согласно [6], разностную схему для (1) запишем в виде

$$\begin{aligned} AU_{i-1, n-1} + BU_{i-1, n} + LU_{i=1, n-1} + KU_{i-1, n} - \\ - CU_{i, n} + EU_{i+1, n} + DU_{i-1, n+1} + VU_{i, n+1} + YU_{i+1, n+1} + F_{i, n} = \\ = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{где } A = \frac{k_{12}}{2h_1h_2}, \quad B = \frac{k_{22}}{h_2^2}, \quad K = \frac{k_{11}}{h_1^2}, \quad L = -A,$$

$$E = K, \quad D = L, \quad V = B, \quad Y = A,$$

$$C = 2 \cdot \left[\frac{k_{11}}{h_1^2} + \frac{k_{22}}{h_2^2} \right] + \frac{\rho \cdot c_p}{\tau}, \quad h_1 = a \cdot N^{-1}, \quad h_2 = b \cdot N^{-1},$$

$$\tau = M \cdot M_1^{-1}, \quad F_{i, n} = f_{i, n}^k + \frac{\rho \cdot c_p \cdot U_{i, n}^k}{\tau},$$

$$\begin{aligned} U_{i\pm 1, n\pm 1} &= T(x_{i\pm 1}, y_{n\pm 1}, t_{k+1}), \quad i = \overline{2, N-1}, \quad n = \overline{2, N-1}, \\ k &= \overline{2, M_1}. \end{aligned}$$

Пусть решение системы (3) удовлетворяет соотношениям:

$$U_{i, n} = \alpha_{i+1, n} U_{i+1, n} + \beta_{i+1, n}, \quad U_{i, n} = \tilde{\alpha}_{i, n+1} U_{i, n+1} + \tilde{\beta}_{i, n+1}, \quad (4)$$

$$U_{i, n} = \gamma_{i-1, n} U_{i-1, n} + d_{i-1, n}, \quad U_{i, n} = \tilde{\gamma}_{i, n-1} U_{i, n-1} + \tilde{d}_{i, n-1}. \quad (5)$$

Подставляя их в (3), получаем формулы правой и левой прогонки [3].

Граничные условия (2) аппроксимируются по девятиточечному шаблону. Для того, чтобы порядок аппроксимации по пространственным переменным и времени и на границе, и внутри расчетной области

был $O(\tau, |h|^2)$, используется центральная разность, что приводит к дополнительным прогонок по границе. В этом случае прогоночные коэффициенты будут зависеть от $\alpha_{i, n}, \beta_{i, n}, \tilde{\alpha}_{i, n}, \tilde{\beta}_{i, n}, \gamma_{i, n}, d_{i, n}, \tilde{\gamma}_{i, n}, \tilde{d}_{i, n}$.

Отметим, что в формулах правой прогонки, полученных при подстановке (4) - (5) в (3), прогоночные коэффициенты левой прогонки считаются известными. Аналогично в формулах левой прогонки прогоночные коэффициенты правой так же полагают известными. Образуется итерационный процесс, который можно разделить на два автономных: по $\alpha_{i, n}, \tilde{\alpha}_{i, n}, \gamma_{i, n}, \tilde{\gamma}_{i, n}$ и по $\beta_{i, n}, \tilde{\beta}_{i, n}, d_{i, n}, \tilde{d}_{i, n}$.

Вычисления производятся в следующем порядке: $\alpha_{i, n}, \gamma_{i, n}, \tilde{\alpha}_{i, n}, \alpha_{i, n}, \gamma_{i, n}, \tilde{\gamma}_{i, n}, \beta_{i, n}, d_{i, n}, \tilde{\beta}_{i, n}, \beta_{i, n}, d_{i, n}, \tilde{d}_{i, n}$.

Условием сходимости метода является

$$\text{выполнение неравенств } \max_{i, n} \left| \frac{\alpha_{i, n}^{s+1} - \alpha_{i, n}^s}{\alpha_{i, n}^s} \right| < \varepsilon,$$

$$\max_{i, n} \left| \frac{\beta_{i, n}^{s+1} - \beta_{i, n}^s}{\beta_{i, n}^s} \right| < \varepsilon, \quad \varepsilon - \text{точность вычислений,}$$

s - номер итерации.

Рассмотрим модельную задачу (1) - (2) со следующими значениями параметров: $f = 0, k_{12} = 0,$

$$k_{11}/(\rho c_p) = 1000 \text{ м}^2/\text{с}, \quad k_{22}/(\rho c_p) = 10 \text{ м}^2/\text{с},$$

$$\alpha \gg 1, \quad a = 0,05 \text{ м}, \quad b = 0,05 \text{ м}, \quad V = 1000 \text{ К}, \quad u_0 = 300 \text{ К},$$

$$\varepsilon = 10^{-4}, \quad \tau = 1 \text{ с}, \quad h_1 = a \cdot N^{-1} \text{ м}, \quad h_2 = b \cdot N^{-1} \text{ м}.$$

Точное ее решение при $t \rightarrow \infty$ - однородное тепловое поле $T = 1000 \text{ К}$.

Как показали численные расчеты, итерационный процесс, построенный на основе алгоритма Б.Н. Четверушкина, сходится к точному решению. Максимальная относительная погрешность при $t = 50 \text{ с}, N = 32$ составила 0,4%, абсолютная погрешность была равна 4,2 К.

Сходимость α -итераций происходит исключительно быстро. Так, например, для центральной точки с координатами $x = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $y = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ при $N=32$ получено, что $\alpha_{16,16}^{(1)} = 0,8659162$, $\alpha_{16,16}^{(2)} = 0,8659218$, т.е.

значения $\alpha_{16,16}$ на первой и второй итерациях различаются в пятом знаке после запятой.

Сходимость β -итераций в центре расчетной области показана на рис. 1 (s - номер итерации).

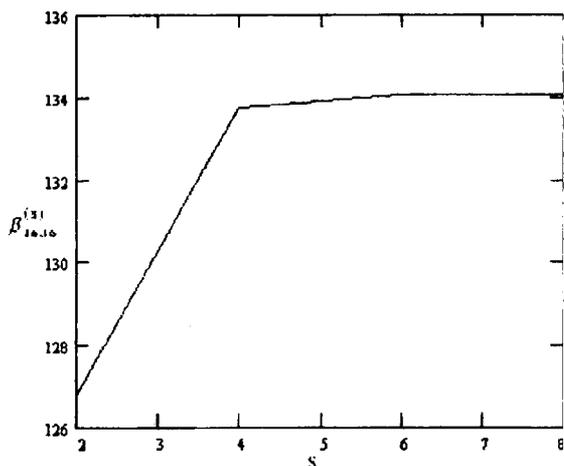


Рис. 1. Сходимость β -итераций

Количество итераций, необходимых для сходимости метода при решении модельной задачи с различными N , приведено в табл. 1.

Таблица 1
Число $\alpha - \beta$ итераций при различных N

N	8	32	64	128	256
α	3	3	3	3	3
β	5	11	16	22	31

Рассмотрим модельную задачу, где

$$k_{11}/(\rho c_p) = 10000 \text{ м}^2/\text{с}, \quad k_{22}/(\rho c_p) = 1 \text{ м}^2/\text{с}.$$

Зависимость числа итераций от количества узлов по пространственным переменным приведена в табл. 2.

Таблица 2
Зависимость числа $\alpha - \beta$ итераций от количества узлов сетки

N	8	32	64	128	256
α	3	3	3	3	3
β	3	4	5	7	10

Как следует из табл. 1, 2, скорость сходимости метода с ростом степени анизотропии $\sigma = k_{11}/k_{22}$ повышается. Если при $\sigma = 10^2$ суммарное количество итераций $\alpha - \beta$ алгоритма с возрастанием N

увеличивается в 4 раза, то при $\sigma = 10^4$ - только в 2 раза.

Зависимость числа итераций от σ при $N = 32$ приведена в табл. 3.

Таблица 3
Зависимость числа $\alpha - \beta$ итераций от степени анизотропии σ

σ	1	100	1000	10000
α	5	3	3	3
β	26	11	6	4

Из табл. 3 видно, что эффективность итерационного алгоритма с ростом σ увеличивается. Для случая изотропного материала ($\sigma = 1$) сходимость итераций наименьшая $-O(N^{-6/7})$. Это подтверждают и данные численных расчетов, представленных в табл. 4.

Таблица 4
Количество $\alpha - \beta$ итераций для изотропного материала при различном числе узлов сетки

N	8	32	64	128
α	5	5	5	5
β	7	26	42	71

С увеличением σ скорость существенно повышается и составляет $O\left(\frac{1}{1,8 \cdot \ln N}\right)$, но в то же время с ростом числа узлов сетки N она асимптотически уменьшается как N^{-2} . Количество же α -итераций с ростом N существенно не изменяется и обычно не превосходит 2-5.

Таким образом, метод наиболее эффективен для существенно анизотропных задач нестационарной теплопроводности. Также его можно применять для нелинейных уравнений эллиптического и параболического типа с полным тензором теплопроводности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волчинская М.И., Четверушкин Б.Н. Об одном итерационном методе решения двумерных уравнений диффузии излучения // ЖВМ и МФ. 1977. Т. 17, №2. С. 428 - 436.
2. Волчинская М.И., Четверушкин Б.Н. Решение двумерных нестационарных задач радиационной газовой динамики // ЖВМ и МФ. 1979. Т. 19, №5. С. 1262 - 1275.
3. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1989.
4. Четверушкин Б.Н. Решение двумерных задач динамики излучающего газа // Современные проблемы вычислительной математики и математической физики. М.: Наука, 1982. С. 321 - 332.
5. Четверушкин Б.Н. Об одном итерационном алгоритме решения разностных уравнений // ЖВМ и МФ. 1976. Т. 16, №2. С. 519 - 524.
6. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука, 1985.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ЧАСТИЦЫ ПРИ ЕЕ ИНЕРЦИОННОМ ОСАЖДЕНИИ ИЗ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ГАЗОВОГО ПОТОКА

Нестерова Е.С.

Томский государственный университет

Современный этап развития техники характеризуется повышенным интересом к технологиям, обеспечивающим возможность модификации поверхностей конструкционных материалов, нанесения на них покрытий с защитными и другими свойствами. Одной из таких технологий является плазменное напыление. Характеристикой процесса, приводящего к образованию прочных связей при таком виде напыления, является полного химического взаимодействия, которая, в свою очередь, определяется температурой в зоне контакта материала с поверхностью основы [1]. Расчет термического цикла процесса кристаллизации представляет значительный интерес, поскольку он позволяет с большей точностью прогнозировать значения температурного поля напыляемых частиц и подложки, что является необходимым при выборе оптимальных технологических режимов.

Решена задача о температурном поле частицы, осаждающейся на поверхность элемента конструкции. Описание фазового перехода "плавление-кристаллизация" выполнено методом учета скрытой теплоты плавления без явного выделения границы раздела фаз. Рассматривалась разогретая до высоких температур частица металла, осаждающаяся на поверхность ненагретого элемента конструкции из высокотемпературного газового потока, протекавшего перпендикулярно нагреваемой поверхности. Предполагалось, что частица имеет цилиндрическую форму заданных размеров, поскольку такая форма является наиболее типичной при осаждении частицы на поверхность. Также были сделаны следующие допущения: частица и подложка при их взаимодействии не изменяют формы, на поверхности подложки в зоне контакта не происходит никаких химических реакций, оси симметрии частицы и подложки совпадают, условия теплообмена на всех гранях одинаковы.

Задача рассматривалась в цилиндрической системе координат, в двумерной постановке, при допущении об идеальности контакта частицы с поверхностью. Система нестационарных дифференциальных двумерных уравнений теплопроводности для системы "частица-подложка" в рамках рассматриваемой модели имела следующий вид:

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \left[\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right] + \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} + \frac{Q_n \cdot W}{h}, \quad (1)$$

$$c_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \left[\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} \right] + \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2}. \quad (2)$$

В уравнении (1) скорость кристаллизации $W = \rho_1 \cdot V$, где линейная скорость кристаллизации V определяется из простых геометрических интерпретаций как скорость движения границы фазового перехода.

Подложка имеет размеры: $0 \leq r \leq r_2$ и $0 \leq z \leq L$, частица - $0 \leq r \leq r_1$ и $0 \leq z \leq h$. При задании граничных условий учитывались конвективный и радиационный механизмы теплообмена внешнего потока с частицей и нагреваемой поверхностью.

В соответствии с принятыми допущениями граничные условия (3)-(9) и начальные условия (10) для данной модели записывались следующим образом:

$$z=h, r_1 \leq r \leq r_2$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = \alpha_1 (T_g - T_2) + \sigma \varepsilon_{np} (T_g^4 - T_2^4), \quad (3)$$

$$z=h, 0 \leq r \leq r_1$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z}, T_1 = T_2, \quad (4)$$

$$z=0, 0 \leq r \leq r_1$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = \alpha_1 (T_g - T_1) + \sigma \varepsilon_{np} (T_g^4 - T_1^4), \quad (5)$$

$$z=h+L, 0 \leq r \leq r_2$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = \alpha_2 (T_g - T_2) + \sigma \varepsilon_{np} (T_g^4 - T_2^4), \quad (6)$$

$$r=0, 0 \leq z \leq h+L \quad -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} = 0, i=1,2, \quad (7)$$

$$r=r_2, h \leq z \leq L \quad -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} = 0, \quad (8)$$

$$r=r_1, 0 \leq z \leq h$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = \alpha_1 (T_g - T_1) + \sigma \epsilon_{np} (T_g^4 - T_1^4) \quad (9)$$

$$\text{при } t=0 \quad T_1(r,z)=T_g, \quad T_2(r,z)=T_0. \quad (10)$$

Здесь Q_p - скрытая теплота плавления материала частицы; ϵ_{np} - приведенная степень черноты материалов; индексы "1" и "2" относятся к материалам частицы и подложки соответственно; индекс "g" относится к характеристикам газа.

Задача решена методом конечных разностей [2]. Для решения двумерных уравнений применялся локально-одномерный метод, а для одномерных уравнений на каждом временном слое в связи с нелинейностью краевых условий - метод итераций в сочетании с методом прогонки.

Численный анализ выполнен для материалов с различными теплофизическими характеристиками. При проведении исследований использовались следующие значения параметров и постоянных: $T_g=3000\text{K}$; $T_0=300\text{K}$; $\epsilon_g=0,9$; $\alpha_1=1000\text{Вт}$; $\alpha_2=5\text{Вт/м}\cdot\text{К}$; для алюминиевой частицы: $c_1=900\text{Дж/кг}$; $\rho_1=2700\text{кг/м}$; $\lambda_1=100\text{Вт/м}\cdot\text{К}$; $Q_{np}=393\text{кДж/кг}$; $\epsilon_n=0,8$; для стальной подложки: $c_2=500\text{Дж/кг}$; $\rho_2=7800\text{кг/м}$; $\lambda_2=46\text{Вт/м}\cdot\text{К}$; $\epsilon_n=0,5$; для углеграфитовой подложки:

$$c_2=1500\text{Дж/кг}; \rho_2=2100\text{кг/м}; \lambda_2=120\text{Вт/м}\cdot\text{К}; \epsilon_n=0,6.$$

На рис.1 приведены зависимости максимальных значений температур в зоне контакта частицы с поверхностью (T_k), достигающихся на оси симметрии алюминиевой частицы размером 100мкм, от времени с учетом (1,3) и без учета (2.4) процесса кристаллизации расплава на стальной (1.2) и углеграфитовой (3.4) подложках.

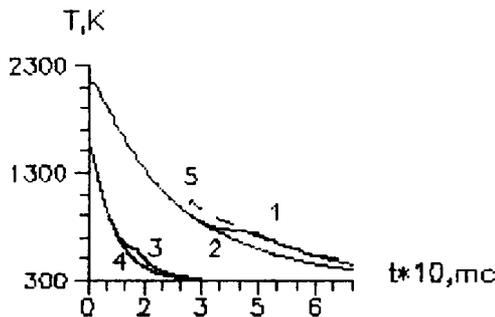


Рис.1. Зависимость T_k от времени для различных сочетаний материалов частицы и подложки

Видно, что расчет температурных полей без учета процесса кристаллизации дает значительные (до 150-200К) отклонения T_k от аналогичных значений, полученных с учетом процесса кристаллизации. Время кристаллизации частицы составило $t_{кр}=1 \cdot 10^{-5} - 5 \cdot 10^{-4}$ с, время выравнивания температур частицы и подложки - около $3 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-3}$ с для частиц размером $5 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-4}$ м. Также видно, что чем выше тепло-

проводность подложки, тем быстрее происходит выравнивание температур частицы и основы.

В большинстве рассмотренных работ, касающихся проблемы кристаллизации расплава, делается допущение о постоянстве теплофизических свойств частицы в процессе ее остывания. Но ввиду существенной переменности температуры во времени и по пространственной координате влияние этих свойств на процесс теплопереноса в системе "частица-подложка" может быть существенным. Так, для большинства металлов при температурах, близких к температуре плавления, коэффициент теплопроводности λ для жидкой фазы меньше, чем для твердой в 1,5-2 раза [3].

На рис.1 проведено сравнение значений T_k алюминиевой частицы, осажденной на стальную подложку, при постоянном ($\lambda=100\text{Вт/м}\cdot\text{К}$) коэффициенте теплопроводности (кривые 1,2) и изменяющемся ($\lambda_{тв}=280\text{Вт/м}\cdot\text{К}$, $\lambda_{ж}=62\text{Вт/м}\cdot\text{К}$) на границе фазового перехода (кривая 5). Очевидно, что учет зависимости теплофизических характеристик от температуры позволяет с большей точностью определить значение T_k .

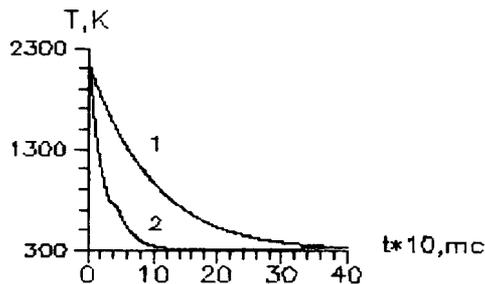


Рис.2. Сравнение расчетов зависимости $T_k(t)$, выполненных по одномерной (1) и двумерной (2) моделям теплопроводности

Сравнение значений температур в зоне контакта по одномерной и двумерной моделям теплопроводности (рис.2) показало, что использование одномерной модели приводит к более высоким значениям T_k в одни и те же моменты времени. Расчеты были выполнены для алюминиевой частицы размером 100мкм, осажденной на стальную подложку.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о необходимости использования многомерных уравнений теплопроводности, учета кристаллизации расплава на подложке и зависимости теплофизических свойств материалов от температуры для прогнозирования с высокой точностью значений температур в зоне контакта частицы с подложкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудинов В.В. Нанесение покрытий плазмой. М.: Наука, 1990. 408с.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. 616с.
3. Калинин Г.М., Кудинов В.В., Иванов В.М. и др. Влияние перегрева напыляемых частиц и окисной пленки на поверхности металлических подложек на тепловой процесс между частицей и подложкой при напылении // Физика и химия обработки материалов. 1979. № 6. С.44-47.

ТЕПЛОМАССОБМЕН В ЛАМИНАРНОМ СТАБИЛИЗИРОВАННОМ ВОЗДУШНО-ПАРОКАПЕЛЬНОМ ПОТОКЕ В ТРУБЕ

Терехов В.И.¹, Чичиндаев А.В.², Пахомов М.А.²

¹ Институт теплофизики СО РАН, г. Новосибирск

² Новосибирский государственный технический университет

В современной технике для охлаждения элементов оборудования широко используются воздушно-парокапельные потоки. Интенсификация теплоотдачи в таких течениях осуществляется за счет испарения капель жидкости.

Имеющиеся расчётные исследования посвящены в основном изучению однокомпонентных парокапельных потоков [1,2]; экспериментальная информация также носит ограниченный характер [3-7].

Цель работы: разработка модели расчета и проведение численного исследования тепломассообмена воздушно-парокапельного потока при движении его по трубе, а также сопоставление полученных результатов с имеющимися в этой области теоретическими и экспериментальными работами.

Модель расчёта. В работе рассмотрено двухмерное стабилизированное стационарное течение двухфазного парокапельного потока в трубе с учётом испарения капель жидкости и диффузии пара в воздух. Теплообмен, обусловленный непосредственным контактом капли со стенкой, пренебрежимо мал, лучистый теплообмен также не учитывается. Определяющим механизмом теплообмена между паровоздушной смесью и каплей является теплопроводность. Профиль скорости воздушнопарового потока и капель по сечению является параболическим. Температуры воздушнопаровой смеси и капли в начальном сечении одинаковы и равны температуре насыщения при данном давлении. Во входном сечении трубы капли имеют одинаковый размер. Капли представлены в виде распределённых стоков теплоты и источников пара. С учётом допущений рассматриваемое течение описывается системой дифференциальных уравнений энергии и диффузии паровоздушной смеси.

Дифференциальные уравнения были преобразованы с помощью конечно-разностных схем в систему сеточных уравнений, решение которых осуществлялось численно с помощью метода прогонки по алгоритму Томаса [8]. Точность вычислений составила 0,1%. Шаг по продольной координате составил 1 калибр, по поперечной координате – 0,01 калибра.

Численный расчёт тепломассообмена воздушно-парокапельного потока выполнен при нормальных физических условиях для ламинарного стабилизированного режима течения в следующем диапазоне исходных данных: температура 0...120°C, скорость потока 0...2 м/с, диаметр капель 1...100 мкм, массо-

вые концентрации капель жидкости 0,01...0,1 и воздуха – 0...0,5. Расчёты проводились при постоянной плотности теплового потока на стенке. В результате расчётов определялись температуры капель и паровоздушной смеси, массовые концентрации компонент и диаметр капель для 100 сечений по длине трубы. В каждом сечении определялось распределение параметров в 50 сечениях по радиусу трубы.

Проверка достоверности модели. Тестовые расчеты модели для однофазной среды (при отсутствии капель) совпадают с погрешностью менее 1 % с общеизвестными аналитическими зависимостями закономерностей теплообмена для ламинарного потока, описанными в [9]. Произведено сравнение разработанной модели численного расчёта тепломассообмена с аналитическими расчетами для парокапельного потока [1] и с экспериментальными данными для ламинарного воздушнокапельного потока [5]. Получено хорошее согласование результатов численного исследования с известными данными численных расчётов и экспериментальными результатами.

Изучение парокапельного потока. В результате исследований выявлены факторы, оказывающие влияние на скорость испарения капель в двухфазном парокапельном потоке (плотность теплового потока, начальная температура теплоносителя, начальный диаметр капель и массовая концентрация жидкости).

Установлено, что с уменьшением диаметра капель наблюдается рост теплоотдачи и при малых диаметрах капель ($d_{1к}=1...10$ мкм) степень интенсификации достигает 200...300 %. Этот рост теплоотдачи объясняется существенным увеличением площади межфазной поверхности для частиц малого диаметра, учитывая при этом, что массовая концентрация жидкой фазы на входе остаётся одной и той же для капель всех размеров. Увеличение массовой концентрации жидкости также приводит к интенсификации теплообмена. В частности, рост массовой концентрации жидкости в диапазоне от 0,01 ... 0,1 приводит к увеличению теплоотдачи практически в 1,5 раза. Данный эффект достигается за счет роста межфазной поверхности пар - капля вследствие увеличения числа капель на единицу объема пара при одинаковой величине массовой концентрации жидкости.

В работе приводятся распределения параметров двухфазного потока (температуры капель и пара, массовая концентрация жидкости и диаметр капель) по длине и радиусу трубы в зависимости от величины указанных факторов. Установлено, что скорость испарения частиц повышается с ростом теплового потока и начальной температуры воздуха и, наоборот, уменьшается с ростом диаметра капель и массовой концентрации капель жидкости. Также в работе произведён расчёт длины участков, на котором наблюдается полное испарение капель.

Проведено исследование влияния на теплообмен полного перемешивания частиц по радиусу трубы при их радиальной миграции. Показано, что эффекты перемешивания приводят к ослаблению теплообмена на 8...12% по сравнению с режимом слоистого течения фаз.

Исследование воздушно-парокапельного потока. Изучены процессы тепломассообмена в ламинарном воздушно-парокапельном потоке. Установлено, что увеличение содержания воздуха приводит к интенсификации теплоотдачи по сравнению с однокомпонентным течением.

Проведённое сопоставление результатов анализа с опытными данными свидетельствует о качественном и количественном согласии расчётных и экспериментальных данных.

В случае увеличения массовой концентрации капель в работе установлен дополнительный фактор, оказывающий воздействие на теплоотдачу. За счет испарения пара с поверхности капли происходит увеличение скорости несущего потока пара. Поэтому рост массовой концентрации жидкости приводит к деформации параболического профиля скорости. Предельная величина массовой концентрации жидкости, при которой деформация профиля практически не проявляется, составляет $\kappa_{L1}=0,1$.

Выводы. Разработана физическая модель совместного тепломассообмена при ламинарном течении газо-парокапельного потока в трубе. Жидкая фаза представляет собой локализованные стоки тепла и источники массы (пара). Составлена замк-

нутая система уравнений переноса, представляющая собой уравнение энергии с источником членом, уравнение диффузии для парогазовой смеси с источником и уравнение тепло- и массообмена для единичной капли. Создана численная программа для решения системы этих уравнений.

В целом испарение капель приводит к существенной интенсификации теплоотдачи в двухфазном потоке (до 200...300 %) по сравнению с сухим воздухом.

Полученные данные имеют прикладной интерес при проектировании и разработке теплообменных устройств с газочапельными теплоносителями.

Работа выполнена в рамках гранта РФФИ-98-02-17898 и гранта Федеральной целевой программы "Государственная поддержка интеграции высшего образования и фундаментальной науки" (проект № 330).

ЛИТЕРАТУРА

1. Яо Ш.-Ч., Рейн А.Г. Теплообмен при ламинарном течении мелкодисперсной парокапельной смеси в трубах // Труды АОИМ. Сер. Теплопередача. 1980. Т.102, №4. С. 93-101.
2. Ganic' E.N., Rohsenow W.M. Dispersed Flow Heat Transfer // Int. J. Heat Mass Transfer. 1977. Vol. 20, №18. P. 855-865.
3. Мастания К., Ганич Е.Н. Теплообмен в двухкомпонентном дисперсном потоке // Труды АОИМ. Сер. Теплопередача. 1981. Т.103, №2. С.131-140.
4. Koizumi Y., Ueda T., Tanaka H. Post Dryout Heat Transfer to R-113 Upward Flow in a Vertical Tube // Int. J. Heat Mass Transfer, 1979. Vol 22, №6. P. 669 -678.
5. Хишида К., Маэда М., Икаи С. Теплоотдача от плоской пластины в двухкомпонентный туманообразный поток // Труды АОИМ. Сер. Теплопередача. 1980. Т.100, №2. С.197-202.
6. Чичиндаев А.В. Исследование теплоотдачи к низкотемпературному потоку водного аэрозоля. Автореф. дис... канд. тех. наук. Новосибирск. 1998. 20 с.
7. Буглаев В.Т., Васильев Ф.В., Стребков А.С. Экспериментальное исследование теплоотдачи при испарительном охлаждении воздушных потоков мелкодисперсной влагой // Известия вузов. Энергетика. 1985. №1. С. 89-93.
8. Ши Д. Численные методы в задачах теплообмена: Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 544 с.
9. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Атомиздат, 1979. 415 с.

Аннотации

изданий авторов Томского государственного университета в 1999 году

Хоменко Ю.П., Ищенко А.Н., Касимов В.З. **Математическое моделирование внутрибаллистических процессов в ствольных системах.** Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 256 с.

В книге рассмотрены вопросы математического моделирования основных внутрибаллистических процессов в газодинамических ствольных метательных устройствах и экспериментальные методы их исследования. В рамках механики сплошных и гетерогенных сред построены феноменологические математические модели выстрела из одноступенчатых и легкогазовых пушек, позволяющие прогнозировать скорость метания и возмущения, получаемые снарядом при вылете из ствола с учетом индивидуальных характеристик метательной системы и снаряда. Предложены новые экспериментальные методики исследования законов горения и газообразования унитарных толиив.

Для научных сотрудников, студентов и аспирантов, специализирующихся в области внутренней баллистики ствольных систем.

ГИДРОДИНАМИКА И ТЕПЛОМАССОБМЕН ПРИ ТЕЧЕНИИ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ ПЛАЗМООБРАЗУЮЩЕГО КОМБИНИРОВАННОГО ТОПЛИВА В КАНАЛЕ С АБЛИРУЮЩИМИ СТЕНКАМИ

Тимашёва И.Е.

ЦИОРАН Томского университета

Для тепловой защиты камер, сопел и каналов современных и перспективных энергоустановок с высокотемпературными одно- и двухфазными рабочими телами широко применяются аблирующие материалы, обеспечивающие поглощение тепла за счет жертвенного уноса массы.

Кварцевая керамика (КК) относится к классу оплавляющихся стеклообразных аблирующих материалов [1]. Из термостойкой КК выполнена цилиндрическая камера дожига в новом поколении МГДГ на плазмообразующем комбинированном топливе (КТ).

Целью данной работы является математическое моделирование в приближении «псевдогаза» гидродинамики и теплообмена при течении продуктов сгорания плазмообразующего магнизированного КТ в канале с аблирующими стенками.

Рассматривается дозвуковое квазистационарное высокотемпературное ламинарное химически, динамически и энергетически равновесное течение продуктов сгорания плазмообразующего магнизированного КТ в канале, переменного по длине из-за процесса абляции оплавляющейся КК, проходного сечения. Вдув массы газообразного диоксида кремния (SiO_2) изменяет состав, переносные и теплофизические свойства продуктов сгорания, уменьшает поверхностное трение и конвективный теплообмен совместно с увеличением проходных сечений канала.

Принимается приближение узкого канала, которое основывается на характерных геометрических особенностях анализируемого течения.

В цилиндрической системе координат (r, x) размерные уравнения неразрывности, импульсов, диффузии компонентов, энергии состояния и интегрального баланса массы (уравнение сохранения расхода) при ламинарном течении двухкомпонентной смеси продуктов сгорания плазмообразующего магнизированного КТ имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho U) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho v) = 0, \quad (1)$$

$$\rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho v \frac{\partial U}{\partial r} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial U}{\partial r} \right), \quad (2)$$

$$\rho U \frac{\partial K_1}{\partial x} + \rho v \frac{\partial K_1}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho D_{12} \frac{\partial K_1}{\partial r} \right), \quad (3)$$

$$P = \rho R T \left(\frac{K_1}{m_1} + \frac{1-K_1}{m_2} \right), \quad (4)$$

$$K_1 + K_2 = 1, \quad (5)$$

$$\int_0^{r_w} \rho U r dr = \int_0^x \dot{m}_w(x) r_w dx + \frac{1}{2} \rho_0 U_0 r_0^2, \quad (6)$$

$$\rho C_P U \frac{\partial T}{\partial x} + \rho C_P v \frac{\partial T}{\partial r} = -U \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_r) + \mu \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)^2, \quad (7)$$

$$q_r = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} + \rho D_{12} \frac{\partial K_1}{\partial r} (h_2 - h_1), \quad (8)$$

где U, v - составляющие скорости; P - давление; T - температура; ρ - плотность; K - массовая концентрация; h - энтальпия; μ - коэффициент динамической вязкости; λ - коэффициент теплопроводности; D_{12} - коэффициент бинарной диффузии; m - молекулярная масса; q - конвективный поток. Индексы: 1 - «псевдогаз» продуктов сгорания; 2 - пары абляции.

Интегральный баланс массы (6) используется для определения градиента давления, необходимость вычисления которого отличает приближение узкого канала от обычной задачи пограничного слоя.

Для единственности решения системы уравнений сохранения (1) - (8) выставляются следующие начальные и граничные условия:

$$x = 0: U = U_0, K_1 = 1, P = P_0,$$

$$\rho = \rho_0, T = T_0, \quad (9)$$

$$x > 0, r = 0: \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial K_1}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (10)$$

$$x > 0, r = r_w:$$

$$U = 0, \rho_w \left(\frac{\dot{m}_w}{\rho_m} - v_w \right) = \dot{m}_w(x), \quad (11)$$

$$\dot{m}_w K_{1,w} = \rho D_{12} \left(\frac{\partial K_1}{\partial r} \right)_w, \quad (11a)$$

$$q_{r,w} = \dot{m}_w(x) [C_m (T_w - T_{in}) + \Delta H_w],$$

$$\text{или } T_w = T_w(x), \quad (11b)$$

где c_m - удельная теплосмкость КК; ΔH_w - тепловой эффект поверхности физико-химических превращений;

T_{in} - начальная температура.

Динамика изменения контура канала при квазистационарном режиме абляции КК описывается известным образом:

$$x > 0: \quad r_w(x) = r_0 + \frac{\dot{m}_w}{\rho_M} t, \quad (12)$$

где t – время процесса.

Расчет переносных и теплофизических характеристик двухкомпонентной смеси «псевдогаза» продуктов сгорания плазмообразующего магнизированного КТ и паров абляции диоксида кремния производился по формулам Манна и зависимости Брокау [1]. Коэффициент бинарной диффузии является функцией температуры и давления. Удельная теплосмкость двухкомпонентной смеси находится по правилу аддитивности.

Равновесный состав, переносные и теплофизические свойства «псевдогаза» продуктов сгорания плазмообразующего магнизированного КТ определялись при характерных температурах и давлениях по программе «Астра» [2].

Численная реализация математической модели (1) – (12) после приведения к безразмерному виду осуществлялась по равномерной сетке по двухслойной неявной конечно-разностной схеме (типа [3] и др.) с запаздывающими коэффициентами. Градиент давления и продольная скорость определялись известным методом Л.М. Симуни [4].

Представленный алгоритм расчета реализован на алгоритмическом языке Visual C++ (V.6.0) в написанной версии компьютерной программы CAMBER 1. Достоверность получаемых с ее помощью результатов подтверждена численными расчетами на множестве сеток и ряде известных решениях задач гидродинамики и теплообмена входного участка каналов. В качестве примера рассматриваются некоторые предварительные результаты численных расчетов задачи о ламинарном дозвуковом несжимаемом течении продуктов сгорания плазмообразующего магнизированного КТ при неравномерном вдуве паров диоксида кремния. Вычисления проводились при следующих параметрах: $Re_0 = 1600$, $Pr = 0.7$, $Ec = 0$. Безразмерная массовая скорость вдува в выделенном по длине сечении ($\xi = 0.012$) составляла нуль (неаблирующий канал), 14.03 и 28.05, а температура 0.8 соответственно. На рис. 1-3 кривые 1 отвечают случаю отсутствия вдува, кривые 2 и 3 – остальным вариантам. Приход газа через стенку вызывает затормаживание газового потока, причем тем сильнее, чем меньше его кинетическая энергия, поэтому у стенки эффект вдува должен быть выше. Как видно из рисунков, безразмерная массовая скорость подвода паров диоксида кремния в поток продуктов сгорания магнизированного КТ оказывает существенное качественное и количественное влияние на распределение профилей продольных и поперечных скоростей, а также профилей температур. Вдув массы вызывает увеличение скорости на оси цилиндрического канала и приводит к возрастанию длины начального гидродинамического и теплового участков течения. При этом профили температур при вдуве деформируются больше, чем профили скорости.

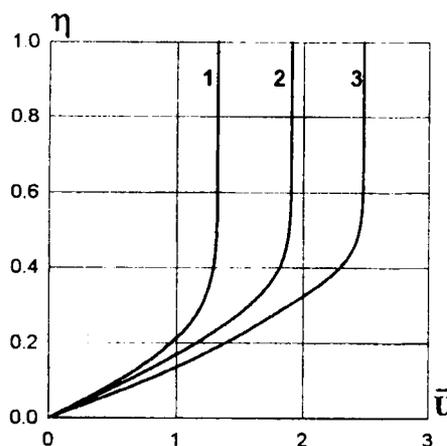


Рис.1

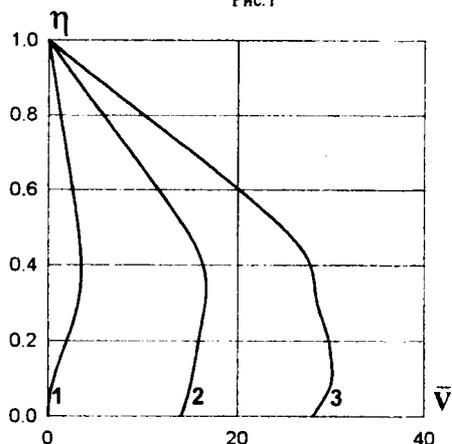


Рис.2

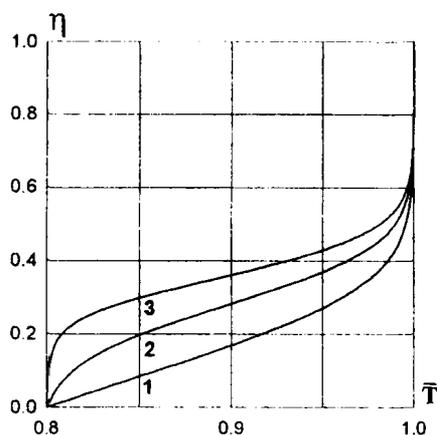


Рис.3

ЛИТЕРАТУРА

1. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Теплозащита. М.: Энергия, 1976. 392с.
2. Трусов Б.Г. АСТРА. Моделирование химических и газовых равновесий при высоких температурах. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1989. 36 с.
3. Ветлуцкий В.Н., Мучная М.И. Расчет вязкого течения в гиперзвуковом сопле // Изв. АН СССР. МЖТ. 1977. № 4. С. 29 – 35.
4. Симуни Л.М. Численное решение задачи о неизоэнтальпическом движении вязкой жидкости в плоской трубе // ИФЖ. 1966. Т.10, №1. С. 86-91.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТЕОРИТНОГО УДАРА

Афанасьева С.А., Белов Н.Н., Крамшонков Е.Н., Морозов Е.В.,
Трушков В.Г., Хабибуллин М.В., Югов Н.Т.

ЦИОРАН Томского университета

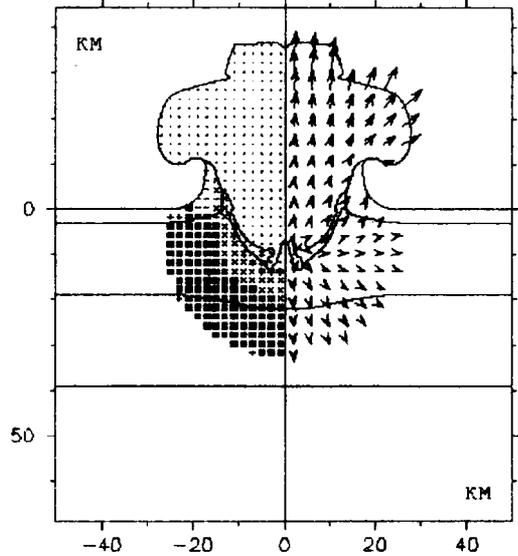
В работе приводятся теоретические исследования высокоскоростного взаимодействия тел в режиме движения космических объектов с учетом существующих в настоящее время представлений об основных эффектах, влияющих на это явление: упруго-пластического течения, разрушения, плавления и испарения веществ.

Из-за математической сложности подобные задачи даже при сильных упрощающих предположениях допускают лишь численный анализ. Используется эйлеровская численная методика [1,2]. Термодинамические параметры взаимодействующих сред определяются с помощью широкодиапазонного уравнения состояния [3]. Для расчета разрушения материалов используются критерии по сдвигу и отрыву в рамках модели пористой сплошной среды.

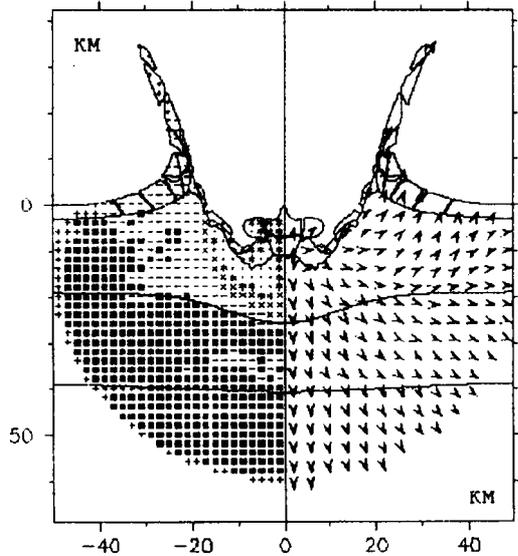
Рассматривается задача об ударном взаимодействии высокоскоростного астероида с земной поверхностью. Астероид (ударник) имеет форму шара диаметром 10 км и состоит из льда. Земная поверхность (преграда) в разрезе задается в виде слоистой структуры по данным строения Западно-Сибирской плиты в районе Колпашево - Белый Яр [4]. Первый приповерхностный слой толщиной 3 км составляют осадочные горные породы типа глинозема плотностью $\rho_0=2,2 \text{ г/см}^3$, объемной скоростью звука $C_0=2,1 \text{ км/с}$. Второй слой до 20 км глубиной составляют складчатые комплексы на основе гранита при $\rho_0=2,78 \text{ г/см}^3$, $C_0=3,5 \text{ км/с}$. Третий - базальтовый, гранитно-метаморфический слой до 40 км глубиной при $\rho_0=2,89 \text{ г/см}^3$, $C_0=4,0 \text{ км/с}$. Четвертый слой представляет верхнюю мантию с $\rho_0=3,25 \text{ г/см}^2$, $C_0=5,3 \text{ км/с}$ как полубесконечный фундамент. Соударение происходит со скоростью 30 км/с.

На рис. 1,2 приведены результаты расчета до 8 с, при котором сформировалась ударная волна, распространяющаяся по геологической среде. Приняты следующие обозначения: (+) - сдвиговое разрушение материала при достижении удельной работы пластических деформаций критического значения $A^P \geq A_{*}^P$; (•) - интенсивное сдвиговое разрушение при $A^P \geq 10A_{*}^P$; (-) - отрывное разрушение при достижении критического значения пористости $\eta \geq \eta_{*}$; (x) - расплавленный материал; (*) - внутренняя энергия материала больше энергии сублимации; (.) - испаренный материал при $\rho/\rho_{0m} < 0,2$ (ρ_{0m} - начальная плотность материала матрицы); V_1 , V_2 - скорость задней и передней точек ударника на оси

симметрии соответственно; V_{max} - модуль максимальной скорости, соответствующей максимальной длине стрелки.



t=3 с; $V_1=-22,0 \text{ км/с}$; $V_2=-1,2 \text{ км/с}$; $V_{max}=24,1 \text{ км/с}$
Рис.1



t=8 с; $V_{max}=5,5 \text{ км/с}$
Рис.2

На рис.1 наблюдается процесс внедрения в 3 с. Ударник разгружен и испарен. Облако пара распространяется над кратером. На рис.2 представлено состояние преграды в 8 с (материал ударника исключен из расчета).

В таблице представлены параметры ударной волны вдоль оси симметрии, где обозначено: t - время; H_H - глубина проникания ударной волны; P_H - максимальное давление; V_H - осевая составляющая массовой скорости на ударной волне.

t , с	H_H , км	P_H , ГПа	V_H , км/с
1	14,7	119,4	4,70
2	24,2	42,7	2,05
3	31,2	23,2	1,32
4	37,2	15,0	0,95
5	42,7	11,0	0,74
6	48,2	8,7	0,62
7	53,2	7,0	0,52
8	58,2	5,8	0,45

Анализ результатов расчета показывает, что удар при вышеизложенных условиях приводит к взрывному преобразованию кинетической энергии падающего тела в энергию разрушения сред, выбрасывающегося испаренного материала из кратера и распространяющейся по полупространству земной коры мощной ударной волны. Полученные результаты дают основу для прогнозирования некоторых последствий падения опасного космического объекта для окружающей среды.

Ниже рассматривается задача о взаимодействии метеоритной частицы со стальной преградой. Анализ высокоскоростного взаимодействия монолитной и пористой частицы из железа со стальным экраном [1] показал, что высокопористая частица имеет аномально глубокое проникание. На рис. 3, 4 приведена глубина проникания в стальную плиту частицы из железа и вольфрама соответственно при различной пористости (объема пустот в %) материала.

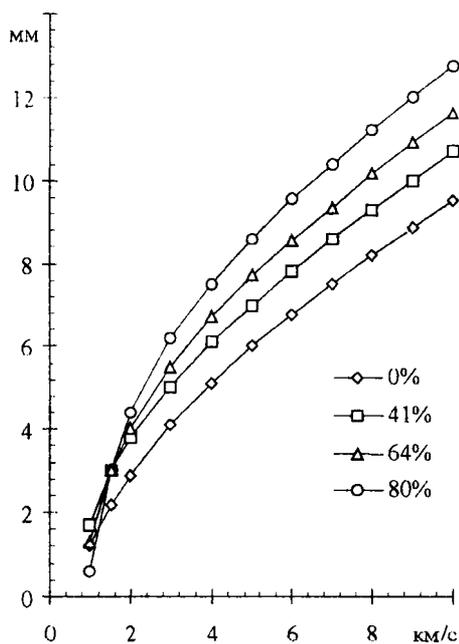


Рис.3

Диаметр (3 мм) и масса ударников остаются постоянными. Высота монолитного цилиндра (пористость равна 0 %) равна его диаметру.

С увеличением скорости и пористости наблюдается рост глубины проникания, причем с нарастанием эффективности. При пористости 41...64 % наблюдается превышение глубины проникания над длиной железного ударника, начиная со скоростей 3 и 6 км/с соответственно. Этот же эффект присутствует при проникании вольфрамового ударника.

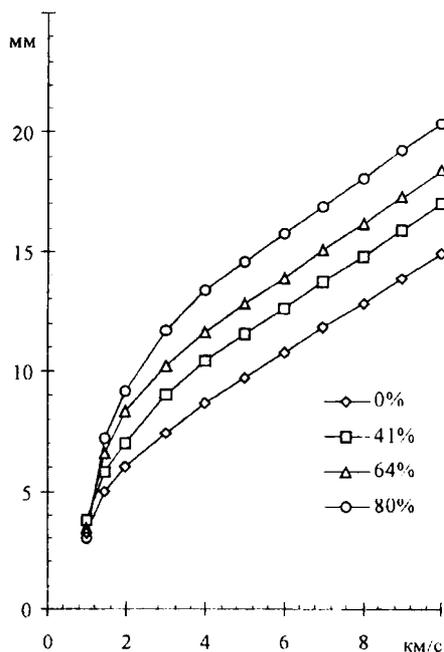


Рис.4

Превышение глубины кратера над длиной ударника наблюдается при пористости 41, 64, 80 %, начиная со скоростей удара 1, 2, 6 км/с соответственно. Таким образом, высокопористые метеоритные частицы представляют большую опасность при столкновении с космическими аппаратами.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (№ 098-05-03190) и МОПО по исследованиям в области фундаментальных проблем окружающей среды и экологии человека.

ЛИТЕРАТУРА

- Афанасьева С.А., Белов Н.Н., Козорезов К.И. и др.// Изв. РАН. МТГ. 1999. №2. С.91-100.
- Афанасьева С.А., Трушков В.Г.// Изв. РАН. МТГ 1997. №4. С.77-86.
- Жуков А.В.// Механика деформируемого твердого тела. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1987. С.70-79.
- Дружинин В.С., Крылов С.В., Мишенькин Б.П. и др.// Проблемы строения земной коры и верхней мантии. Верхняя мантия. №7. М.: Наука, 1997. С.125-130.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОНИКАНИЯ ДЛИННЫХ СТЕРЖНЕЙ В МИШЕНИ, СОДЕРЖАЩИЕ СЛОИ КОРУНДОВОЙ КЕРАМИКИ

Белов Н.Н., Югов Н.Т., Хабибуллин М.В., Афанасьева С.А., Толкачев В.Ф.,
Назаров А.Г., Мельникова Н.А., Князев А.С., Чепис Д.В.

ЦИОРАН Томского университета

Введение

Получение объективной информации о функционировании ударников и преград в условиях высокоскоростного соударения возможно при сочетании физического эксперимента и математического моделирования. Действительно, современные математические модели, созданные с использованием обширной экспериментальной информации, позволяют не только описывать уже известные факты, но и прогнозировать поведение веществ в таких условиях, когда измерения затруднены, а иные и вообще невозможны. Математическое моделирование позволяет глубже понять результаты проведенных исследований, сопоставить их с теорией и на основе этого дать им верную физическую интерпретацию.

В данной работе экспериментально - теоретическим методом исследуется процесс проникания длинных стержней из высокоплотных материалов в полубесконечные мишени, содержащие вблизи свободной поверхности керамические слои.

1. Экспериментальные исследования

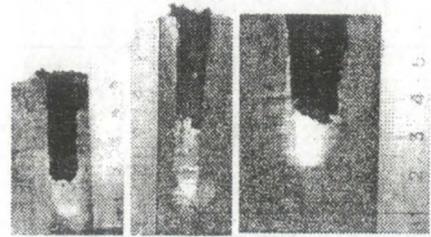
Исследовался процесс ударного взаимодействия цилиндрического стержня из ВПЖ-90 диаметром $d_0=0,6$ см и длиной $l_0=6$ см с тремя типами преград. Первая мишень представляла собой стальной цилиндр (Ст.30) диаметром, равным высоте ($d=H=12$ см). Во второй мишени на ее лицевой поверхности дополнительно устанавливалась керамическая пластина (Al_2O_3) толщиной 0,72 см. В третьем варианте поверх керамического слоя устанавливалась стальная пластина толщиной 0,33 см. Результаты экспериментов приведены в таблице.

V_0 , м/с	Тип преграды	Толщина мишени, см			l_k , см	$l_{ж.}$, см	l_p , см
		1	2	3			
1370	1	п/б			4,8	4,8	-
1381	2	0,72	п/б		4,7	5,1	4,5
1393	3	0,33	0,72	п/б	4,2	4,9	4,3

На рис.1 приведены фотографии разреза кратеров в основной стальной преграде для трех типов преград. В них формируется удлинённый кратер, на дне которого отчетливо виден остаток ударника. Необходимо отметить, что после динамического нагружения происходит дробление керамического слоя на довольно мелкие осколки.

В первом варианте при скорости удара $V_0=1370$ м/с глубина проникания в стальную преграду

ду $l_k=4,8$ см. Во втором при скорости $V_0=1381$ м/с $l_k=4,7$ см и с учетом веса керамики на единицу площади в относительном стальном эквиваленте $l_{ж.}=5,1$ см. В третьем варианте при $V_0=1393$ м/с глубина внедрения в стальную преграду $l_k=4,2$ см, а с учетом стального экрана и керамики общая глубина проникания, приведенная к общему эквиваленту по стали на единицу площади, составляет $l_{ж.}=4,9$ см.



Экспериментальные данные по глубине кратера показывают, что при скорости соударения $V_0=(1380 \pm 12)$ м/с глубина проникания стержня из высокоплотного материала в пределах ошибки эксперимента остается постоянной.

2. Результаты математического моделирования

При описании поведения конструкционных материалов в условиях высокоскоростного удара и взрыва одной из основных трудностей является проблема моделирования процессов динамического разрушения твердых тел. Следует различать динамическое разрушение пластичных и хрупких материалов. В отличие от пластичных сред высокотвердые керамики содержат большое число концентраторов напряжений - пор, трещин, границ зерен, зарождение разрушения на которых происходит в области упругого деформирования материала в целом. Микроурушения в таких материалах могут появиться в фазе сжатия, что приводит к падению сопротивления разрушению. Модель динамического разрушения пластичных материалов приведена в [1], а ее обобщение на хрупкие пористые материалы, каковыми являются высокопрочные керамики, в [2].

На рис.2,3 представлены результаты математического моделирования ударного взаимодействия цилиндрического ударника из ВПЖ-90 диаметром $d_0=0,6$ см и длиной $l_0=6$ см с преградами второго и третьего типов. Данные расчета соответствуют экспериментальным, приведенным в таблице.

Рис.2 иллюстрирует в два момента времени (5, 115мкс) процесс ударного взаимодействия стержня с мишенью, содержащей на лицевой поверхности керамический слой. Скорость удара - 1381м/с. Области разрушенного материала на рисунке помечены точками. К моменту времени 5мкс керамический слой полностью разрушается, и в последующие моменты времени ударник проникает в сталь через слой керамического песка. Процесс проникания заканчивается в 115мкс. Расчетная глубина $l_p=4,5$ см.

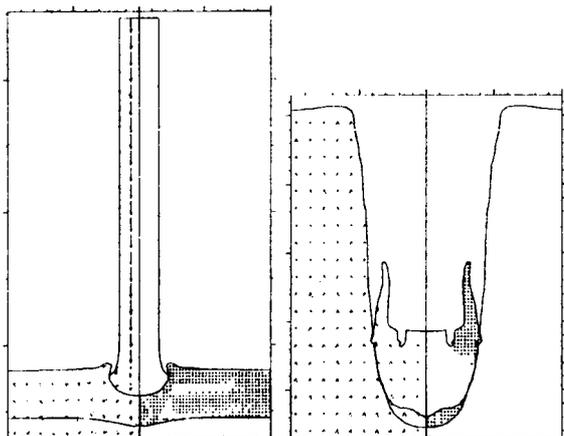


Рис.2

На рис.3 приведены данные расчета взаимодействия ударника с трехслойной мишенью. Скорость удара 1393м/с. К моменту времени 5мкс лицевая стальная пластина находится на грани пробития, в окрестности оси симметрии керамический слой разрушен. Проникание ударника заканчивается к моменту времени 125мкс, глубина проникания $l_p=4,3$ см. Сравнение расчетных и экспериментальных данных приведено в таблице. Получено удовлетворительное согласование по глубине проникания стержней.

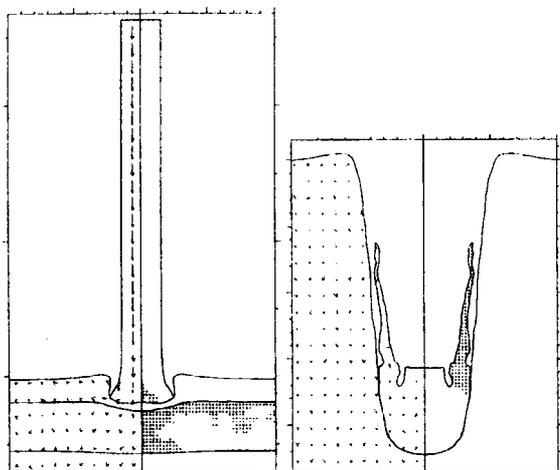


Рис.3

Проведенное сравнение данных математического моделирования показывает, что используемые в расчетах математические модели, описывающие деформа-

цию и разрушение в пластичных и хрупких материалах, могут быть использованы для анализа процессов, протекающих при ударном взаимодействии стержней с различными слоисто-разнесенными мишенями.

Так, например, на рис.4 приведены данные расчета взаимодействия со скоростью $V_0=1600$ м/с стержня из ВНЖ длиной $l_0=30$ см и диаметром $d_0=3$ см с полубесконечной стальной мишенью, содержащей на расстоянии 10см от лицевой поверхности слой керамики АД-85 такой же толщины. К моменту пробития первого слоя (210мкс) керамика полностью разрушается. В этот момент времени длина ударника составляет 16,8см (58% от начальной длины), а скорость его центра масс 1160м/с (72,5%). Окончательная глубина проникания, отсчитываемая от лицевой поверхности первого слоя, равна 36,7см (641мкс), длина ударника сократилась до 7см (23,3%).

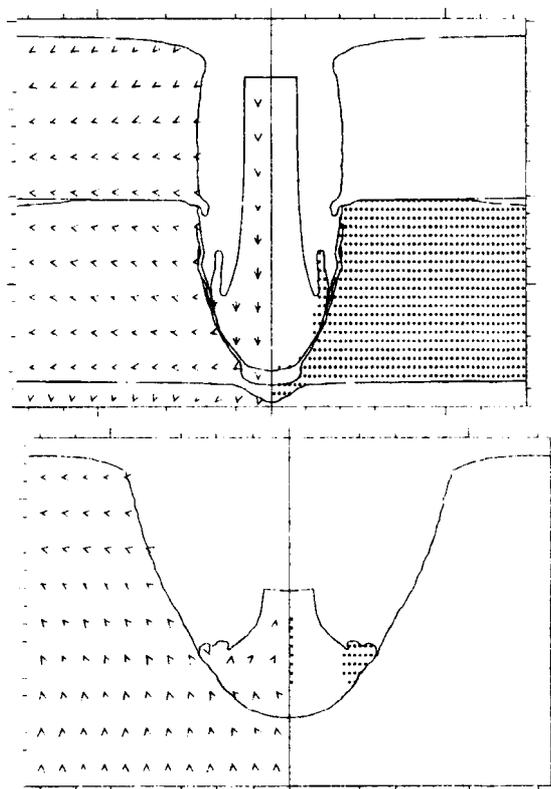


Рис.4

Работа выполнена при поддержке РФФИ (код проекта 98-01-00293).

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов Н.Н., Демидов В.Н., Ефремова Л.В. и др. Компьютерное моделирование динамики высокоскоростного удара и сопутствующих физических явлений// Изв. вузов. Физика. 1992. №8. С.5-49.
2. Белов Н.Н., Гриднева В.А., Хабибуллин М.В. и др. Разрушение пористых керамических материалов в условиях ударно-волнового нагружения// Механика летательных аппаратов и современных материалы: Докл. конф. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. С.174-175.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН В СЛОИСТЫХ ПРЕГРАДАХ С ГРАДИЕНТАМИ ПОРИСТОСТИ

Герасимов А.В., Михайлов В.Н.

ЦИОРАН Томского университета

Толстостенные и тонкостенные оболочки, являющиеся конструктивными элементами различных летательных аппаратов (ракет, самолетов, космических аппаратов и т.д.), иногда подвергаются воздействию интенсивных импульсных нагрузок. Это может вызвать разрушение стенок оболочек, повреждение элементов аппаратуры и как следствие - нарушение нормального режима функционирования указанных систем. Обработка поставленных задач чисто экспериментальными методами приводит к значительным материальным затратам. Поэтому численное моделирование процессов разрушения и исследование возможных способов его предотвращения с помощью варьирования геометрии и физико-механических свойств специальных защитных слоев представляют определенный практический интерес. Проблемы снижения уровней напряжений и разрушений в стенках взрывных установок, при внутреннем подрыве зарядов ВВ, посвящен ряд исследований [1,2]. Отмечены более высокие защитные свойства пористых прокладок по сравнению со слоистыми оболочками той же толщины. Целью данной работы является исследование защитных свойств пористых слоев при внешнем импульсном воздействии.

Основные соотношения, описывающие осесимметричное одномерное движение пористой прочной сжимаемой идеально-упругопластической среды, базируются на законах сохранения массы, импульса и энергии [3]. Физические соотношения для идеально-упругопластической среды брались в форме Прандтля-Рейсса при условии текучести Мизеса. Уравнение состояния использовалось в форме Ми-Грюнайзена [3]. Все величины в указанных соотношениях относятся к пористой среде. Эти уравнения дополняются кинетическим уравнением, описывающим рост и сжатие сферических пор [4]. Давление в пористой среде определялось по уравнению состояния для сплошной компоненты [4].

Откольные разрушения моделировались достижением параметром пористости f своего предельного значения f^* . Параметр пористости f определяется как

$$f = \frac{V}{V_s} = \frac{V_p + V_s}{V_s},$$

V_s - удельный объем сплошной компоненты пористой среды; V_p - удельный объем пор; V - текущий удельный объем пористой среды.

Рассматривалась задача о воздействии треугольного импульса давления на систему, состоящую из оболочки, пористого слоя и сплошного вкладыша с внутренним каналом.

Задача решалась с использованием лагранжевого подхода к описанию движения сплошной среды, что удобно для отслеживания контактных границ и фронтов ударных волн. В качестве расчетного метода применялся метод Уилкинса [5]. В качестве начального условия бралось невозмущенное состояние исследуемой системы. Граничные условия: на внутренней поверхности канала ставилось условие на свободной поверхности, то есть равенство нулю напряжений, на внешней поверхности задавалось давление и на контактных поверхностях между слоями - равенство радиальных напряжений и скоростей. Для пористых слоев использовалось как равномерное, так и градиентное распределение параметра начальной пористости f_0 по толщине защитного слоя. Материал всех слоев - медь. Треугольный импульс давления с амплитудой 20 ГПа, временем нарастания 1 мкс, временем спада 2 мкс и общей длительностью 3 мкс прикладывался к внешней поверхности оболочки. Геометрические параметры рассчитываемой системы: радиус канала - 1,3 см, толщина вкладыша - 3,4 см, пористого слоя - 1,3 см, оболочки - 0,5 см.

В качестве исходной рассматривалась задача о нагружении системы, в которой пористый слой заменен сплошным материалом. Результаты расчета изменения текущего значения параметра пористости f при возникновении в слоях системы растягивающих напряжений приведены на рис.1. Номера кривых соответствуют времени t , прошедшему от начала процесса нагружения в микросекундах (мкс). Здесь наблюдаются формирование зоны поврежденностей и ее рост с течением времени. В момент времени $t = 20$ мкс параметр пористости достигает своего предельного значения $f^* = 1,43$ и материал в этой точке полагается разрушенным. Происходит откол внутреннего слоя вкладыша.

С целью оценки влияния пористости на уровень разрушения в системе оболочка - пористый слой - вкладыш рассматривалась задача с использованием защитного слоя с постоянным по его толщине параметром пористости f_0 , равным 1,3. В процессе импульсного нагружения системы на поверхности раздела пористый слой - оболочка формируется волна разгрузки, взаимодействующая с волной разгрузки от внешней поверхности оболочки, что при-

водит к формированию зоны растягивающих усилий в оболочке и появлению участка роста поврежденно-

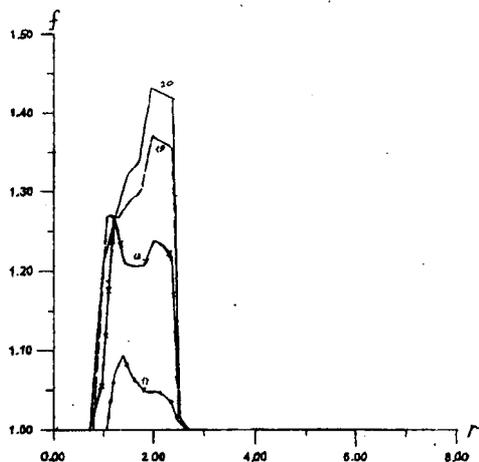


Рис. 1. Система без пористого слоя

стей. Аналогичный участок роста поврежденностей отслеживается и во вкладыше. На рис.2 приведена картина распределения параметра пористости f вдоль радиальной координаты системы в различные моменты времени.

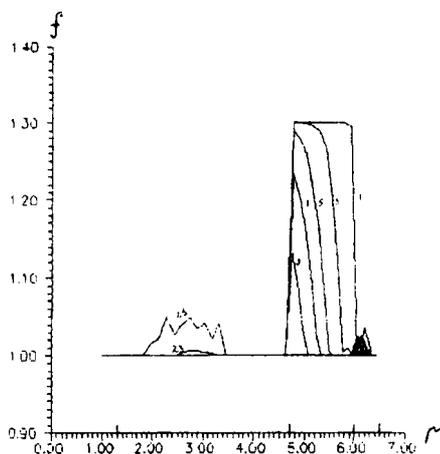


Рис. 2. Равномерное распределение пористости в защитном слое

Результаты расчета системы с начальным градиентным распределением пористости f_0 вдоль защитного слоя представлены на рис.3. В данном случае начальное значение параметра пористости изменяется от величины $f_0 = 1,2$ у внешнего края защитного слоя до величины $f_0 = 1,4$ у внутреннего края этого слоя. Можно отметить отсутствие значимых уровней поврежденности в элементах системы, исследовавшихся в предыдущем расчете. Введение градиентного изменения пористости в защитном слое уменьшает интенсивность разгрузки от внутренней поверхности оболочки и как следствие - приводит к отсутствию значимой области поврежденностей в оболочке.

Этот же градиент величины начального параметра пористости f_0 определяет снижение интенсивности разгрузки во вкладыше и приводит к тому, что уровень растягивающих напряжений в этом случае более низкий, чем для предыдущего варианта расчета с постоянным уровнем исходной пористости в защитном слое. Все это приводит к отсутствию в оболочке и вкладыше заметных областей поврежденностей и откольных эффектов.

Следовательно, введение пористого градиентного слоя дает возможность предотвратить появление зон поврежденностей и разрушения как в

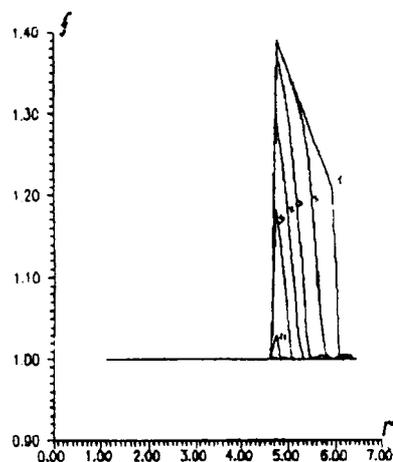


Рис. 3. Градиентное распределение пористости в защитном слое

оболочке, так и во вкладыше. Варьирование геометрических параметров и физико-механических характеристик используемых материалов для защитных слоев позволяет оказывать влияние на напряженно-деформированное состояние оболочки и вкладыша и снижать в них недопустимо высокий уровень напряжений с целью предотвращения откольных разрушений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герасимов А.В. Численное моделирование защиты толстой упругопластической оболочки от разрушения // Труды 12-й Всесоюзной конференции по численным методам решения задач теории упругости. Новосибирск, 1992. С.90-95.
2. Герасимов А.В. Защита взрывной камеры от разрушения детонационной волной // ФГВ. 1997. Т.33, N1. С.131-137.
3. Физика взрыва /Под ред. К.П. Станюковича. М.: Наука, 1975.
4. Johnson J.N. Dynamic fracture and spallation in ductile solids // J.Appl.Phys. 1981. Vol.52, N4. P.2812-2825.
5. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С.212-263.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗАРЯДОВ В ОБОЛОЧКЕ С ОДНОРОДНЫМИ И НЕОДНОРОДНЫМИ ПЛИТАМИ

Герасимов А.В., Пашков С.В.

ЦИОРАН Томского университета

Исследование взаимодействия зарядов взрывчатого вещества (ВВ), помещенных в оболочку, с деформируемыми преградами представляет определенный интерес с точки зрения создания перспективных технологий обработки материалов взрывом для оценки последствий аварийных ситуаций (падение зарядов ВВ), а также для изучения процессов разрушения преград, преодоления динамической защиты и т.д. Ранее экспериментально и теоретически исследовалось взаимодействие неподвижных зарядов в оболочке и без нее с монолитными плитами [1-4]. В [5] изучалось влияние оболочки и скорости падения заряда на напряженно-деформированное состояние (НДС) и разрушение толстых однородных упругопластических плит при взрывном нагружении. Было показано существование оптимального (с точки зрения максимального откольного эффекта в плите) размера контактного пятна в момент подхода к плите детонационной волны (ДВ) для движущегося заряда с оживальным дном.

Представляет практический интерес исследование процесса взаимодействия движущегося заряда в оболочке с неоднородной деформируемой преградой и сравнение полученных результатов с результатами расчета деформирования однородной плиты. Неоднородная преграда состоит из двух металлических пластин с расположенным между ними слоем высокопластичного материала. Взаимодействие с преградой заряда ВВ, заключенного в сплюсцивающуюся оболочку и движущегося со скоростью V , - сложный многостадийный процесс. Он включает следующие этапы: движение и соударение системы (оболочка - ВВ) как инертного деформируемого тела с деформируемой преградой, инициирование детонации, распространение ДВ по заряду ВВ, взаимодействие ДВ с оболочкой, разлет и разрушение оболочки, формирование ударной волны (УВ) в плите, деформирование плиты и ее возможное разрушение в интенсивных волнах разгрузки. На рис.1 приведена расчетная схема для задачи взаимодействия движущегося заряда в оболочке с неоднородной преградой. Схема взаимодействия заряда с однородной плитой аналогична схеме, приведенной на рис.1. Днище заряда имеет форму сегмента эллипса. Основные соотношения, описывающие пространственное осесимметричное движение пористой прочной сжимаемой упругопластической среды, базируются на законах сохранения массы, импульса и энергии [2,6]. Физические соотношения для идеально-упругопластического тела брались в форме Прандтля-

Рейса при условии текучести Мизеса. Уравнение состояния использовалось в форме Ми-Грюнаизена [6]. Полученная система уравнений дополнялась кинетическим уравнением, описывающим рост и сжатие сферических пор [7]. При достижении пористостью своего предельного значения материал в данной точке полагался разрушенным и все силовые параметры занулялись. Система уравнений, описывающая движение продуктов детонации (ПД) как невязкого нетеплопроводного газа, может быть получена из соотношений для упругопластической среды, если положить равными нулю параметры, определяющие прочностные свойства. При моделировании процесса детонации заряда ВВ применялся подход, предложенный в работе [8]. При сжатии ВВ в счетной ячейке до критического значения уравнение состояния, описывающее поведение твердого тела, заменяется уравнением состояния продуктов детонации (уравнение Ландау-Станюковича). Для детонации основного заряда ВВ необходимо срабатывание детонатора, который моделируется несколькими ячейками с повышенной плотностью ВВ, а следовательно, и повышенным давлением ПД.

Полученная система уравнений дополняется начальными и граничными условиями. В начальный момент времени все точки оболочки и заряда ВВ имеют осевую скорость V с учетом ее знака, а состояние плиты полагается невозмущенным. Граничные условия (задача взаимодействия заряда ВВ с неоднородной плитой) ставятся следующим образом (рис.1):

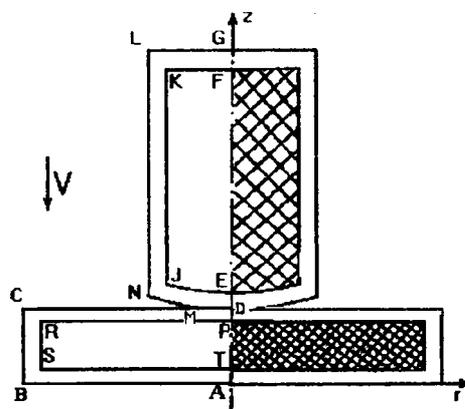


Рис. 1

Граница ABCMNLG предполагается свободной от напряжений $\sigma_n = \tau_n = 0$.

На оси симметрии АТPDEFГ ставится условие скольжения вдоль жесткой стенки: $\tau_n=0, \nu_n=0$. На переменном контактом участке DM между плитой и оболочкой ставятся условие идеального скольжения одного материала по другому по касательной и условие непротекания по нормали к поверхности контакта:

$$\sigma_{n1}=\sigma_{n2}, \nu_{n1}=\nu_{n2}, \tau_{n1}=\tau_{n2}=0.$$

Так как контактное пятно DM изменяется в процессе взаимодействия заряда и преграды, необходимо определять его текущие размеры в ходе решения задачи для каждого момента времени.

На поверхности контакта ВВ с оболочкой ЕJKF ставятся условия, аналогичные предыдущим. На поверхности TSRP ставилось условие прилипания. На линии АВ ставится условие скольжения вдоль жесткой стенки.

На поверхностях контакта ПД с оболочкой используются следующие условия:

$$\sigma_{n1}=-P, \nu_{n1}=\nu_{n2}, \tau_{n1}=\tau_{n2}=0,$$

где σ_n, τ_n - нормальная и касательная компоненты вектора напряжений в точке контакта; ν_n - нормальная компонента вектора скорости; P - давление; индексы 1 и 2 относятся к контактирующим средам. Постановка граничных условий для задачи взаимодействия заряда ВВ в оболочке с однородной плитой проводится аналогично, но здесь отсутствует наполнитель, поэтому соответствующие ему граничные условия не ставятся. Поверхность АВ полагается свободной от напряжений. Смещения в точке А считаются равными нулю. Для решения использовалась конечно-разностная схема, подробно изложенная в работе [2]. Она позволяет в полной мере реализовать удобство лагранжевого способа описания движения сплошной среды, а именно приемлемую точность определения УВ, контактных и свободных границ, а также возможность варьировать геометрию расчетных областей и проводить расчеты неоднородных тел вращения.

Для подавления нефизических осцилляций за фронтом УВ в численную схему вводится комбинация искусственной вязкости. Для исключения неустойчивости типа "песочные часы" введена тензорная вязкость, реализуемая на треугольных ячейках, прилегающих к рассчитываемому узлу [2]. Для расчета контактных границ используется специальная процедура [5], которая позволяет рассчитывать скольжение сеток различных областей (металл-металл, металл-ВВ, металл - ПД) относительно друг друга при граничных условиях со скольжением.

В качестве тестовых задач рассматривались задачи о распаде разрыва на контактной поверхности (КП) [6] и о разрушении толстой плиты [1]. Расчет распада разрыва на КП плита-ПД для меди и ТГ 36/64 дал следующие значения давления и массовой скорости: $P=42,01$ ГПа, $u=920$ м/с (аналитическое решение [6]: $P=44,9$ ГПа, $u=933$ м/с). Для задачи о подрыве заряда ВВ без оболочки на поверхности

толстой плиты имеются обширные экспериментальные данные в работе [1]. Сравнение расчета с экспериментом проводилось для систем со следующими геометрическими размерами: толщина медной плиты 3,8 см, диаметр 15,2 см, высота заряда 5,1 см, диаметр 2,54 см. Картина разрушения плиты в конце процесса взаимодействия (см. также [5]) хорошо согласуется с экспериментальными данными работы [1]. Расчеты взаимодействия движущегося заряда с однородной плитой проводились для плиты, оболочки и ВВ со следующими размерами: длина оболочки 14 см, внешний радиус 3,5 см, внутренний радиус 2,5 см, длина заряда 11,6 см, толщина нижнего днища 0,4 см, верхнего днища 2 см; радиус плиты 11 см, толщина 2 см. Материал оболочки - медь со следующими физико-механическими характеристиками (ФМХ): $\rho_0=8,9$ г/см, $\mu=46$ ГПа, $\sigma=0,2$ ГПа. Материал плиты - сталь: $\rho_0=7,86$, $\mu=81,4$, $\sigma=0,64$ ГПа. Характеристики ВВ: $\rho_0=1,6$, $D=6000$ м/с. Здесь ρ_0 - начальная плотность, μ - модуль сдвига, σ - предел текучести, D - скорость детонации. Скорость падения заряда в оболочке равнялась 200 м/с. Параметры кинетического уравнения изменения пористости брались для меди из работы [7], для стали - из работы [3]. При постановке задачи предполагалось, что ВВ основного заряда и наполнителя неоднородной плиты не детонируют от удара по плите. Процесс детонации обусловлен только срабатыванием детонатора.

На рис.2 приведены текущие конфигурации и расчетные сетки для плиты, оболочки и продуктов детонации для момента времени 32 мкс. В силу осевой симметрии задачи показана только половина системы плита - ВВ. Заштрихованы зоны возникновения повреждений, черным цветом выделены участки, где материал плиты разрушен.

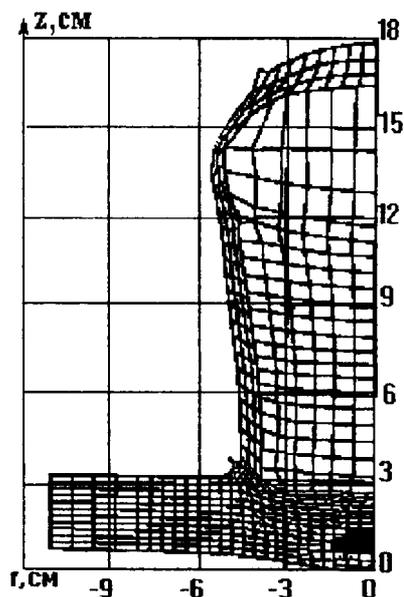


Рис. 2

Как видно из рис.2, наиболее интенсивно деформируется материал оболочки. Большие деформации плиты наблюдаются в районе края кратера. Основные результаты взаимодействия движущегося заряда в оболочке с неоднородной плитой получены для оболочки длиной 14 см. Толщина заднего днища равняется 2 см, боковой стенки - 1 см и оживального днища - 0,5 см. Максимальный радиус преграды равняется 11 см, толщина боковой стенки, нижнего днища, верхнего днища 0,4 см, полная толщина плиты 2,5 см. Скорость соударения конструкции с преградой равняется 200 м/с. Материал преграды - сталь, для сплюсывающегося корпуса бралась медь. Физико-механические характеристики ВВ заряда аналогичны приведенным выше. Параметры заполнителя неоднородной плиты следующие: $\rho_0=1,68$ г/см, $\mu=36,47$ ГПа, $\sigma=0,1$ ГПа.

На рис.3 для момента времени 49 мкс представлена картина взаимодействия сплюсывающегося элемента с неоднородной плитой. В этом случае полагалось, что плита лежит на достаточно жестком

мирующемся в заполнителе поле скоростей приобретает и осевую компоненту, направленную против движения оболочки с зарядом. Это обусловлено в определенной степени жесткостью нижней границы плиты и невысокими прочностными характеристиками заполнителя. Уменьшение толщины заполнителя на оси симметрии приводит в итоге к его вытеснению и образованию на этом месте участка со значительно уменьшенным слоем заполнителя.

Как видно из рис.3, оболочка разлетается в направлении к оси r . Скорости частиц верхнего днища невелики по сравнению со скоростями боковой стенки оболочки с зарядом и направлены вдоль оси z .

Проведенные исследования показали также, что заполнитель может быть полностью вытеснен из области действия заряда, что является необходимым требованием при работе некоторых технических устройств.

Предложенная физико-математическая модель процесса взаимодействия движущегося заряда, заполненного ВВ, с однородными и неоднородными плитами позволяет варьировать физико-механические параметры оболочки и заряда ВВ, скорость подхода к плите, момент инициирования ВВ с целью создания оптимальных и эффективных систем, позволяющих получать наиболее широкие зоны откола или наиболее интенсивное вытеснение заполнителя для однородных и неоднородных плит соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Райнхарт Дж., Пирсон Дж. Поведение материалов при импульсных нагрузках. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
2. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С.212-263.
3. Белов Н.Н., Корнеев А.И., Николаев А.П. Численный анализ разрушения в плитах при действии импульсных нагрузок // ИМТФ. 1985. N 3. С.132-136.
4. Сугак С.Г., Канель Г.И., Фортов В.Е. и др. Численное моделирование действия взрыва на железную плиту // Физика горения и взрыва. 1983. Т.19, N 2. С.121-128.
5. Герасимов А.В. Численное моделирование разрушения плит зарядами ВВ, заключенными в оболочку // Физика горения и взрыва. 1996. Т.32, N 3. С.126-133.
6. Физика взрыва / Под ред. К.П.Станюковича. М.: Наука, 1975.
7. Johnson J.N. Dynamic fracture and spallation in ductile solids // J.Appl.Phys.1981. Vol.52, N 4. P.2812-2825.
8. Гольдин В.Я., Калиткин Н.Н., Левитан Ю.Л., Рождественский Б.Л. Расчет двумерных течений с детонацией // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 1972. Т.12, N 6. С.1606-1611.

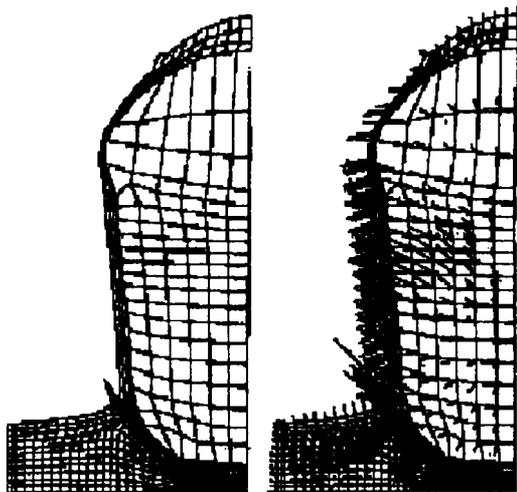


Рис.3

основании, и пренебрегалось деформированием нижнего днища. Днище считалось недеформируемым, и на нем ставилось условие скольжения заполнителя неоднородной плиты вдоль жесткой стенки. Рис.3 позволяет отчетливо наблюдать интенсивное вытеснение заполнителя плиты в радиальном направлении и уменьшении его толщины вдоль оси симметрии. Одновременно можно видеть, что фор-

Аннотации

изданий авторов Томского государственного университета в 1999 году

Павлов С.Л. Расчет конструкций на срез и смятие: Учебно-методическое пособие. Томск: Томский госуниверситет, 1999. 29 с.

Рассмотрены принципы расчета конструкций на срез и смятие с учетом различных критериев прочности. Приведены примеры расчета конкретных деталей и различных соединений конструкций.

Для студентов, обучающихся по курсу «Сопротивление материалов» по направлению «Прикладная механика».

ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФРАГМЕНТАЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ НАГРУЖЕНИИ

Герасимов А.В., Пашков С.В.

ЦИОРАН Томского университета

Численный метод, используемый для расчета фрагментации твердых тел, должен учитывать распределение начальных неоднородностей по объему тела, а также описывать накопление поврежденностей в процессе деформирования, возникновение, рост и слияние трещин. При этом возникает ряд трудных вопросов относительно выбора вида расчетных ячеек, механизма раздвоения сеток (при образовании трещин), используемых моделей роста повреждений и образования трещин.

Одним из самых важных моментов при этом является выбор критерия разрушения (КР). КР по напряжениям позволяет решить ряд проблем, связанных с моделированием данного процесса: образование свободных поверхностей приводит к тому, что напряжения на них обнуляются и происходит концентрация напряжений в вершине трещины, что позволяет более корректно прогнозировать ее рост. В обычном виде ($\sigma_{\max} \geq \sigma^*$, где σ^* - динамический предел прочности на растяжение) КР по напряжениям описывает хрупкий материал, и обязательным условием описания разрушения пластичного материала является введение упрочнения. В импульсных задачах (при высокоскоростных соударениях и взрывном нагружении) возникают ударные волны, которые при выходе на свободную поверхность образуют область отрицательных давлений. Даже для слабых ударных волн среднее напряжение при этом кратковременно на 1-2 порядка превышает динамический предел прочности, поэтому при высокоинтенсивных нагрузках следует использовать КР в виде $f(\sigma_{ij}, p) \geq \sigma^*$, то есть некоторым образом учитывать среднее напряжение.

Не менее важным с точки зрения исследования процесса высокоскоростного разрушения и для правильного определения ориентации трещины является вопрос о том, какая трещина реализовалась - отрывная или сдвиговая, и если сдвиговая, то как определить ее ориентацию (ведь максимальные касательные напряжения равны на взаимно перпендикулярных площадках). К сожалению, даже в тех немногих работах, где эта проблема упоминается, авторы лишь отмечают ее сложность и оставляют на уровне постановки задачи.

При выполнении в ячейке условия разрушения считается, что в данной ячейке образовалась микротрещина. При грубых расчетах микротрещины можно считать независимыми и просто обнулять напряжения в разрушенных ячейках. Однако при более тщательном подходе и для расчета скольжения в

сдвиговых трещинах требуется вводить поверхность разрушения (макротрещину), т.е. перестраивать сетку. В настоящее время в задачах, когда характер разрушения недетерминирован, в основном используют два подхода для численного расчета фрагментации. Первый подход [1] состоит в том, что узел сетки раздваивается при выполнении в его окрестности некоторого КР. Второй подход [2-3] (для случая четырехугольных ячеек) заключается в том, что при выполнении в ячейке выбранного КР происходит локальная перестройка сетки. В этом случае параметры, характеризующие состояние среды, пересчитываются к новой ячейке как сумма по входящим в нее старым ячейкам, пропорционально их массовой доле.

Метод раздвоения узлов более прост, однако имеет ряд серьезных ограничений. Если среда обладает большой пластичностью, то перед разрывом в предельно растянутом материале ячейки вытянуты перпендикулярно росту трещины и при ветвлении по узлам невозможно обеспечить более-менее гладкую поверхность трещины и соответствие ориентации плоскости трещины максимальным напряжениям. Это приводит к тому, что становится невозможной полная и своевременная разгрузка на вновь образовавшихся поверхностях, что очень важно при высоких скоростях деформации. Если релаксация не происходит, то концентрации напряжений в вершине трещины практически не наблюдаются и трещина распространяется не прямолинейно, что приводит к значительному ветвлению и более сильному дроблению. Расчет сдвиговых трещин при непрямолинейности трещины также затруднителен из-за невозможности скольжения берегов трещины друг по другу.

Метод локальной перестройки сетки свободен от недостатков метода раздвоения узлов и единственными недостатками при работе с ним являются относительная сложность и то, что при перестройке сетки накапливается вычислительная погрешность, но при аккуратном подходе это практически не влияет на баланс энергии и точность получаемых результатов. Численные расчеты показывают, что при значительных деформациях расчетной сетки перестроение сетки в вершине трещины при ее росте необходимо производить на глубину порядка 2 ячеек. Если область перестроения брать меньше, то сетка может получиться сильно неравномерной, с вытянутыми ячейками и тупыми углами и степень неоднородности будет увеличиваться при каждом акте перестроения.

средним арифметическим, равным табличному значению, и варьируемой дисперсией с помощью модифицированного генератора случайных чисел, выдающего случайную величину, подчиняющуюся выбранному закону распределения.

На рис.1 приведены результаты расчета процесса фрагментации для двух моментов времени, полученные при использовании метода локальной перестройки разностной сетки, на рис.2 - при использовании метода раздвоения узлов. На представленных на рис.1 фрагментах оболочки видно, что характер разрушения совпадает с данными, полученными экспериментально (многочисленные трещины сдвига на внутренней поверхности и ограниченное число магистральных радиальных трещин на внешней стороне). На основании проведенных численных расчетов можно сделать вывод о том, что при скоростях деформации $\approx 10^3 \text{ с}^{-1}$ и выше метод раздвоения узлов становится слишком грубым по сравнению с методом локальной перестройки сетки и не отражает реального характера фрагментации.

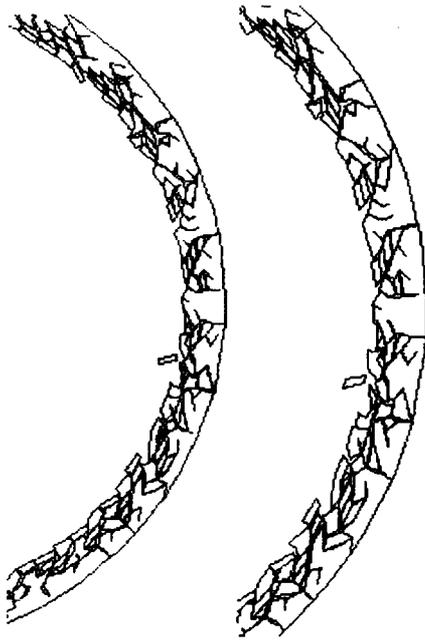


Рис. 1

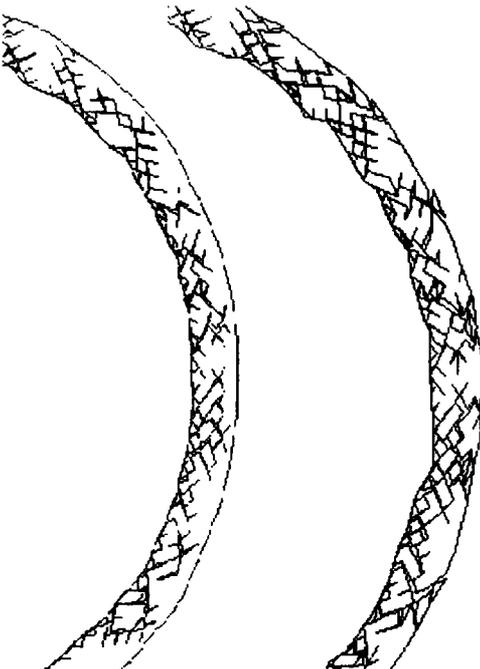


Рис. 2

В плоской двумерной постановке был проведен анализ фрагментации толстостенной цилиндрической оболочки под действием продуктов детонации ВВ. С использованием метода конечных элементов на треугольной сетке был сделан ряд расчетов для пары мсдь (оболочка) - гексоген (ВВ). В данной работе начальные неоднородности моделировались тем, что предел текучести изменялся по ячейкам оболочки по нормальному закону распределения со

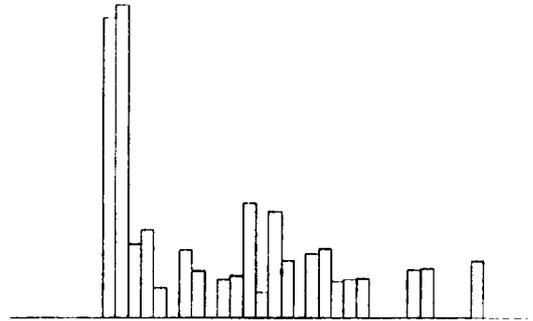


Рис. 3

Осколочный спектр, полученный при использовании метода локальной перестройки сетки и представленный на рис.3, качественно подтверждает экспериментальные данные о бимодальности распределения осколков по массе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Flis W.J. Advanced algorithms for computer simulation of hypervelocity impact // Int.J.Impact Engng. 1987. Vol.5. P. 269-275.
2. Гулидов А.И., Фомин В.М., Шабалин И.И. Алгоритм перестройки разностной сетки при численном решении задач соударения с образованием трещин // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы 7-й Всесоюзной конференции. Новосибирск, 1982. С.182-193.
3. Гулидов А.И., Шабалин И.И. Численное моделирование криволинейной трещины отхода при соударении пластин// Численные методы теории упругости и пластичности: Материалы 9-й Всесоюзной конференции. Новосибирск, 1986. С.117-121.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ В МОДЕЛИРОВАНИИ ПЛЕТЕНОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Гергерт А.В., Петренко В.И., Олейник Б.Д.

Пермский государственный технический университет

Композиционные материалы (КМ) находят все более широкое применение в промышленном производстве. Высокая удельная прочность и жесткость, теплофизические, радиотехнические, электроизоляционные и другие заранее спроектированные свойства позволяют применять композиционные материалы в различных отраслях промышленности, таких как химическая, электротехническая, строительная, аэрокосмическая техника, машиностроение и т.д. Композиционные материалы, в зависимости от предполагаемой области применения, различаются по исходным компонентам, структуре, методу формования и методу отверждения.

В данной работе рассматривается такой класс композиционных материалов, как плетеные композиты. Этот композиционный материал образован системой переплетенных нитей и отвержденным связующим. Армирующая структура в виде трубчатой оболочки образована двумя группами нитей, направленных по пересекающимся спиральным траекториям, при этом каждая нить одного направления последовательно проходит под и над нитями другого направления (рис. 1).

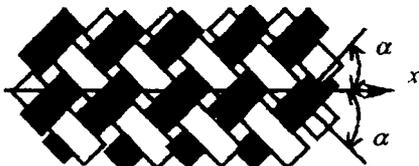


Рис. 1. Схема плетеного КМ

По виду плетеная структура представляет оболочечный каркас с устойчивым рисунком ячейки в форме ромба или квадрата. Каркас обладает свойством деформативности вдоль оси и в окружном направлении, сохраняя свою целостность за счет переплетения нитей и сил трения между ними. Если такой каркас натянуть на формообразующую основу, а затем пропитать низковязким полимерным связующим и отвердить, то получим композиционный материал в виде стержня с переплетенной структурой.

Для успешного проектирования конструкций из плетеных композитов в первую очередь необходимо построить математическую модель данного класса материалов. Трудность решения этой задачи связана с такой особенностью плетеной структуры, как значительное искривление волокон в местах переплетения.

Нами разработана математическая модель плетеного композита для определения таких упругих характеристик, как модуль упругости (E), модуль сдвига (G) и коэффициент Пуассона (ν). Рассматривался плетеный КМ, у которого направление

армирующих нитей не совпадает с направлением оси стержневой конструкции. Вследствие этого решение задачи было разбито на две части.

В первой части определялось влияние искривления волокон на упругие характеристики в местах переплетения (угол искривления β). Использовалась методика, разработанная в Рижском политехническом институте для расчета тканепластов [1] с некоторыми дополнениями для плетеного КМ [2]. В этой методике определяются упругие свойства плетеных КМ с помощью условного разложения материала на два фиктивных слоя. При этом каждый слой будет армирован нитями одного направления, а упаковка волокон в обоих слоях принимается одинаковой. В таком случае плетеный КМ можно условно представить в виде двухслойного материала (рис. 2), у которого каждый слой армирован в одном направлении с сохранением формы и изгибов, какие они имеют в данном композите. Коэффициенты армирования слоев одинаковы, так как рассматриваемый плетеный КМ образован одинаковыми и симметричными семействами нитей.

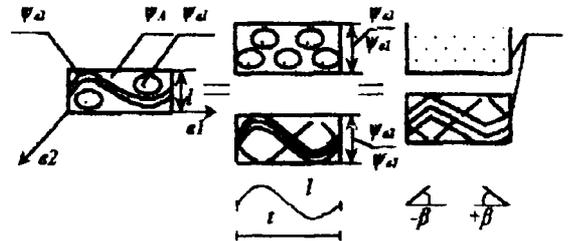


Рис. 2. Расчетная схема плетеного композита

Были проведены расчеты для определения влияния искривления волокон на упругие характеристики плетеного КМ со следующими исходными данными: стекловолокно ВМП - $E = 75$ ГПа; $\nu = 0.35$; $G = 31$ ГПа; $\psi = 0.6$; связующее ЭХД-У - $E = 3$ ГПа; $\nu = 0.22$; $G = 1.1$ ГПа; $\psi = 0.4$.

На рис. 3 представлены графики зависимости модуля упругости и коэффициента Пуассона от угла искривления волокон.

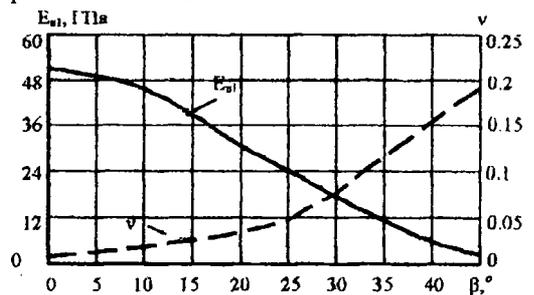


Рис. 3. График зависимости модуля упругости (E_{n1}) и коэффициента Пуассона (ν) от угла искривления волокон (β)

Во второй части учитывалось влияние угла армирования α . При этом расчет упругих характеристик производился через обобщенные жесткости B_{ij} [3]. Исходными данными для расчета являлись полученные в первой части: модуль упругости $E(\beta)$, модуль сдвига $G(\beta)$ и коэффициент Пуассона $\nu(\beta)$.

На рис. 4 приведены графики зависимости модуля упругости (E_x^n) и коэффициента Пуассона (ν^n) от угла армирования для плетеного КМ. Для сравнения на том же графике приведены расчетные данные для намотанного из того же материала КМ (E_x^m, ν^m). Из графика видно, что характеристики плетеного КМ ниже, чем намотанного, это объясняется влиянием искривления волокон.

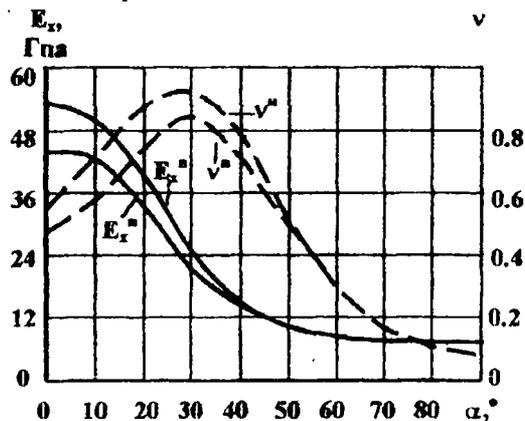


Рис. 4. График зависимости модуля упругости (E_x) и коэффициента Пуассона (ν) от угла армирования (α) для КМ с плетеной и мотаной структурами

Наличие изгибов армирующих нитей в плетеной структуре снижает прочность на растяжение, модуль упругости, а также герметичность КМ, что определяет его возможные области применения.

С учетом вышеизложенного конструкциями с использованием плетеных КМ могут быть элементы разборных теплиц, парников, ангаров, стержневых ферм. Возможно использование материала для игровых снарядов на детских площадках, для некоторых видов спортивного инвентаря, например хоккейных клюшек, лодочных весел, гимнастических палок и др. Перспективным направлением является использование плетеного каркаса как подкрепляющей оболочки к цилиндрам и трубам из полимерных материалов. Возможно изготовление криволинейных труб водопровода, переходников различной формы с дополнением герметизирующего слоя. Учитывая особые свойства плетеных КМ, а именно высокую сдвиговую прочность и жесткость, может оказаться эффективным их применение для легких и прочных валов, передающих значительные крутящие моменты, например карданных валов автомобилей.

С целью проверки работоспособности и корректности математической модели разработаны способ и установка для изготовления плетеных КМ. По разработке оформлена заявка и получен патент на изобретение (авторы: Олейник Б.Д., Петренко В.И., Гергерт А.В. Способ получения трубчатого плетено-

го изделия и устройство для его осуществления). Схема устройства показана на рис. 5.

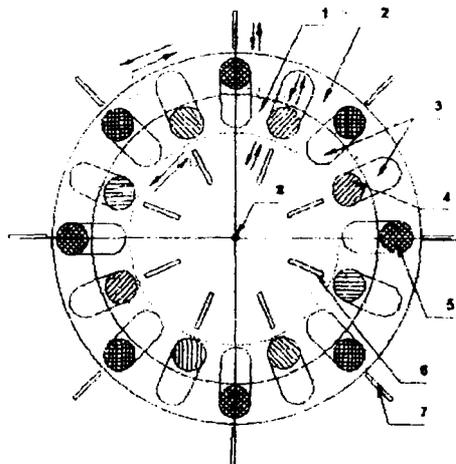


Рис. 5. Схема устройства для изготовления трубчатого плетеного изделия

Устройство содержит горизонтальный стол, состоящий из двух подвижных концентрических колец 1 и 2, на которых выполнены радиальные пазы 3 по числу катушек « n ». В радиальных пазах размещаются две группы катушек 4 и 5 с нитями. Внутри и снаружи колец 1 и 2 расположены толкатели 6 и 7. Устройство имеет ось оплетки 8, а также привод и механизмы вращения стола, движения толкателей и приема на барабан готовой продукции (на рисунке не показаны).

Изобретение относится к области получения трубчатых армированных изделий из композиционных материалов на основе прочных и легких волокон типа стекловолокна и полимерного связующего и может найти применение при изготовлении криволинейных водопроводных труб, отводов, переходников и других разнопрофильных армированных изделий в кабельной, резинотехнической и текстильной промышленности.

Изобретение реализовано в модельном варианте. На следующем этапе будут изготовлены и испытаны образцы с различными плетеными структурами. На основании полученных экспериментальных данных будет произведено уточнение предложенной математической модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скудра А.М., Кружлинш А.А. Определение упругих свойств тканепластов // Механика композитных материалов. Рига, 1980. 45с.
2. Гергерт А.В., Петренко В. И., Олейник Б.Д. Вопросы моделирования плетеных структур из композиционных материалов // Регулируемые твердотопливные энергоустановки: Сборник трудов VII Всероссийской научно-технической конференции. Пермь, 1998. 128 с.
3. Конструкции ракетных двигателей на твердом топливе / Под ред. Л.Н. Лаврова. М.: Машиностроение, 1993. 82 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОБИТИЯ СЛОИСТЫХ ПРЕГРАД КОМБИНИРОВАННЫМ УДАРНИКОМ

Глазырин В.П., Орлов М.Ю., Орлов Ю.Н.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

В работе решается задача высокоскоростного пробития разнесенных преград. Материалы взаимодействующих тел представляются упругопластическими и описываются на основе уравнений пластического течения Прандтля – Рейса, ассоциированных с условием текучести Мизеса. Влияние пористости на напряженно-деформированное состояние тел и их деформационное упрочнение учитываются коррекцией предела текучести и модуля сдвига [1].

Поставленная задача решается численно, с использованием известного метода Джонсона (Johnson G.R.), базирующегося на лагранжевом подходе, который модифицирован на случай больших деформаций и разрушений на фракции посредством введения в численный метод механизмов расщепления узлов и элиминирования расчетных элементов с большой дисторсией на контактных поверхностях [1]. Такой подход позволяет, сохраняя присущую лагранжевым методам высокую экономичность и точность в отслеживании контактных и свободных поверхностей, моделировать различные типы ударного взаимодействия: глубокое проникание, откол, сквозное пробитие с возможностью получения численных характеристик запреградных осколков.

Созданная на этой основе компьютерная программа использовалась для проведения численного эксперимента по пробитию комбинированным ударником разнесенных преград. Исследовалось влияние разнесения преград на степень их поражения выраженное в относительных размерах пробитого отверстия и измерения скорости образовавшихся запреградных осколков.

В численном эксперименте стальной ударник прямоугольного сечения диаметром 1.2 см и длиной 1 см, заключенный в медную оболочку, ударял по разнесенным стальным преградам толщиной 0.2 и 0.5 см со скоростями 2.5, 3.5 и 4.5 км/с. Разнесение составляло 0.5, 1 и 1.5 калибра (диаметра) ударника.

На рис.1 приведена начальная конфигурация взаимодействующих тел, на рис. 2 через 15 мкс после соударения со скоростью 4.5 км/с и разнесением $H=0.5d_0$ (0.5 калибра). Запреградная скорость измерялась как средняя скорость осколков, лежащих на куполе осколочного облака вблизи оси симметрии. Размером пробития считался максимальный размер отверстия, образовавшегося во второй преграде.

В процессе проведения численного эксперимента изучалось влияние величины разнесения преград и варьирования скорости встречи на запреградную скорость осколков и диаметр пробития во

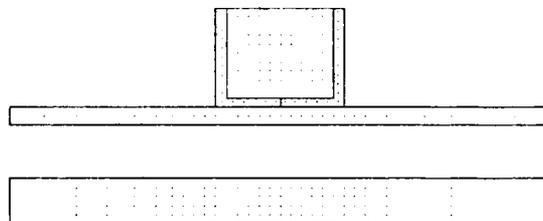
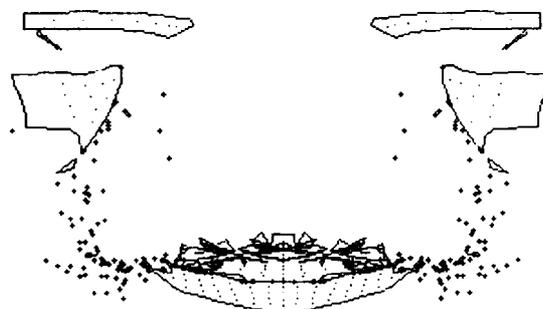


Рис. 1



$t=15 \text{ мкс}$ $U_0=4.5 \text{ км/с}$ $H=0.5D_0$

Рис. 2

второй преграде. Запреградная скорость измерялась как средняя скорость осколков, лежащих на куполе осколочного облака вблизи оси симметрии. Полученные данные приведены в табл. 1-2.

Таблица 1

Начальная скорость $V_0=3.5 \text{ км/с}$

Разнесение	0.5 клб	1.0 клб	1.5 клб
$T, \text{ мкс}$	15	25	35
V/V_0	0.41	0.42	0.41
d/d_0	2.4	3.0	3.5

Таблица 2

Разнесение преград $H=0.5 \text{ калибра}$

$V_0, \text{ км/с}$	2.5	3.5	4.5
V/V_0	0.4	0.41	0.42
d/d_0	2.3	2.4	2.5

По этим данным можно заключить, что в выбранном диапазоне геометрий тел и их скоростей измеренная вышеописанным способом относительная запреградная скорость остается практически постоянной и не зависит от разнесения и начальной скорости. Относительные же размеры пробития увеличиваются с увеличением разнесения, что связано, очевидно, с увеличением времени движения деформированного на первой преграде ударника в радиальном направлении.

С целью проверки достоверности полученных результатов проводился расчет высокоскоростного удара сферической стальной частицы диаметром 1 см по стальной плите толщиной 0.2 см. Полученный результат сравнивался с приведенным в [3]. Сравнение проводилось по форме осколочного облака и распределению осевых скоростей частиц, его составляющих. На рис. 3 и 4 изображены результаты этого взаимодействия в начальный момент времени и через 16 мкс.

На рис. 4 видна типичная картина пробития

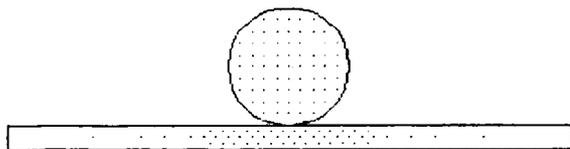


Рис.3

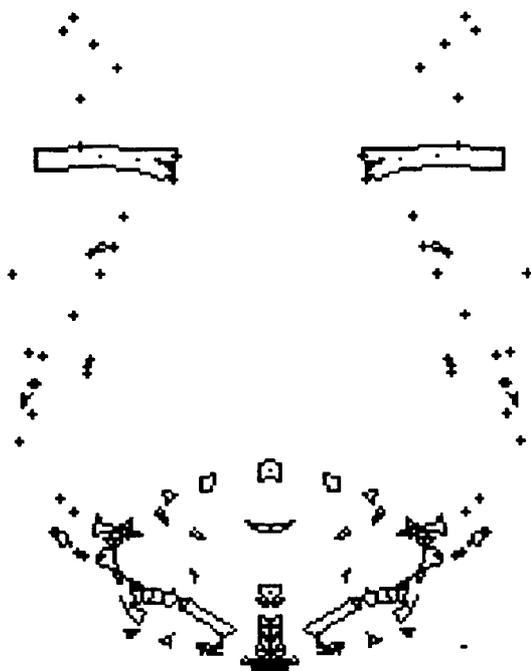


Рис.4

тонкой плиты высокоскоростным ударником. Лидирующая группа осколков в основном образована разрушенным в волнах нагружения ударником. Гистограмма осевых и радиальных скоростей осколочного облака строилась для частиц, лежащих на внешнем его периметре, и изображены на рис. 5 и 6. Видно, что значение осевой составляющей скорости частиц запреградного облака осколков уменьшается от оси к периферии примерно по экспоненциальному закону.

В то же время радиальная составляющая скорости осколков на этом промежутке радиуса сначала увеличивается, а затем вновь уменьшается,

как бы повторяя форму осколочного облака в осевой развертке.

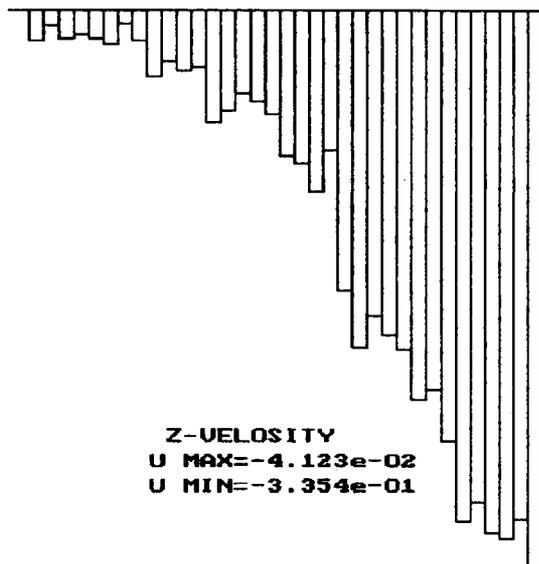


Рис.5.

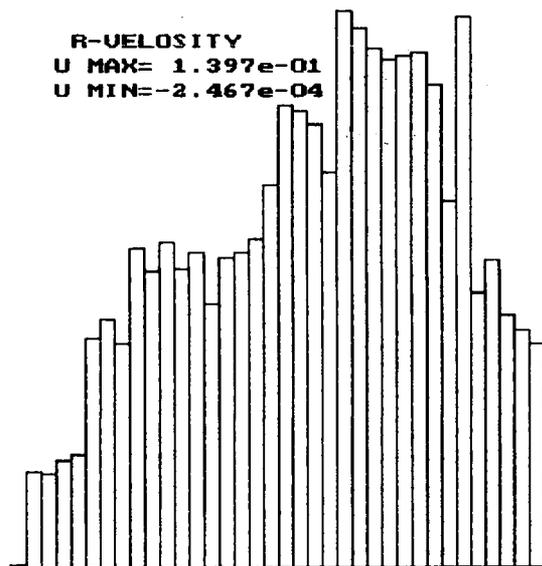


Рис.6

ЛИТЕРАТУРА

1. Johnson J.N. and Stryk R.K. Eroding interface and improve tetrahedron element alg. for high-veloc. impact computer in three dim.//Int.j.impact engng. 1987. Vol.5. P.411-422.
2. Steinberg D.J. Constitutive model used in computer simulation of time-resolved, shock-wave data// Int.j.impact engng.1987. Vol.5. P. 603-611.
3. Piekutowwski A.J. A simple dynamic model for the formation of debris clouds// Int j.impact engng. 1987. Vol.10. P. 453-471.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ С ВЫТОЧКОЙ И ОСЕВОЙ ПОЛОСТЬЮ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ВАРИАЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ

Кашлатая И.А., Павлов С.Л.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Явление увеличения напряжений по сравнению с номинальными (определяемыми по формулам сопротивления материалов) в местах изменения формы тела или детали называется концентрацией напряжения. В многочисленной справочной литературе приведены графики коэффициентов напряжений в зависимости от различных геометрических параметров. Для кручения тел вращения и для плоского напряженного состояния данные зависимости получены в основном из эксперимента при моделировании этих процессов (электроаналогии, фотоупругости, голографической интерферометрии, тензометрии и муаровых полос).

Что касается имеющихся зависимостей коэффициентов концентрации напряжений для тел вращения при осесимметричном напряженном состоянии, то они, как правило, получены из решения задач теории упругости методами, дающими сходимость в среднем (метод конечных элементов, конечно-разностный и др.). Однако если рассматривать эти расчеты с точки зрения тех целей, которые ставятся при решении задачи на прочность, то надо предъявлять существенно более высокие требования к "качеству" приближенного решения, чем задача о действии штампа на полупространство. Эти повышенные требования связаны с тем, что прочность определяется максимумом по области от некоторых локальных характеристик напряженно-деформированного состояния.

Более того, одна и та же задача механики деформируемого твердого тела предъявляет различные требования к "качеству" решения в зависимости от того, с какой целью она решается. Например, классическую задачу о действии штампа на полупространство можно решать с целью определения предельной нагрузки на штамп до разрушения материала (прочностной расчет) либо с целью определения зависимости осадки штампа от нагрузки (типичная цель в механике оснований и грунтов). Разная цель решения задач предъявляет разные требования к "качеству" решения. В первом случае эти требования оказываются существенно более высокими, чем во втором. С математической точки зрения понятие разного "качества" решения заключается в том, что приближенное решение и его сходимость рассматриваются в разных функциональных пространствах. Для многих задач механики сплошной среды достаточно рассматривать функциональное пространство с некоторой "осредненной" по области метрикой, а сходимость в среднем - по энергетической норме и т.д. При этом можно ожи-

дать, что интересующие нас интегральные характеристики решения будут сходиться к точным, если приближенное решение сходится к точному, в среднем. При решении задач, связанных с расчетами на прочность, необходимо переходить к более сильным функциональным пространствам и требовать сходимость приближенного решения к точному в каждой точке области.

Если оценивать с этой точки зрения численные методы, использованные для расчета коэффициентов концентраций, то оказывается, что эти методы имеют, как правило, сходимость в среднем. Сходимостью в среднем обладает и популярный в настоящее время метод конечных элементов. Таким образом, эти методы пригодны в целом для оценки жесткости деформируемых тел, но использовать их при решении задач, связанных с расчетом прочности, можно с большой осторожностью, особенно если граница области не является достаточно гладкой, а коэффициенты в граничных операторах терпят разрыв.

Для численного исследования коэффициентов концентрации напряжений был выбран метод граничных вариационных уравнений [1], для которого достаточным условием сходимости приближенного решения к точному является достаточно слабое условие аппроксимации полученного оператора по скалярному произведению, а не по норме.

Алгоритм решения заключается в следующем. Рассматривается система 4 дифференциальных уравнений 1-го порядка, которая эквивалентна традиционным дифференциальным уравнениям осесимметричной теории упругости. Уравнения равновесия осесимметричной упругости, эквивалентные традиционной записи в виде двух уравнений 2-го порядка, имеют вид [1]:

$$\begin{aligned} 2W_{3,r} + W_{1,z} + W_{2,r} &= 0, \\ 2W_{4,z} - W_{1,z} - W_{2,r} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$(1 - 2\nu)W_{3,z} - \nu W_{2,z} - (1 - \nu)\left(W_{1,r} + \frac{W_1}{r}\right) = 0,$$

$$(1 - 2\nu)\left(W_{4,r} + \frac{W_4}{r}\right) + (1 - \nu)W_{2,r} + \nu\left(W_{1,r} + \frac{W_1}{r}\right) = 0,$$

где ν - коэффициент Пуассона;
 W_1, W_2 - компоненты вектора смещений по осям r, z ;
компоненты W_3, W_4 связаны с вектором напряжения следующими соотношениями:

$$W_3 = \frac{1}{2\mu} \int_{M_0}^M [\sigma_{rr} \cos nr + \sigma_{rz} \cos nz] ds + \int_{M_0}^M W_1 \frac{\cos sz}{r} ds,$$

$$W_4 = \frac{1}{2\mu r} \int_{M_0}^M r [\sigma_{rz} \cos nr + \sigma_{zz} \cos nz] ds, \quad (2)$$

где μ - модуль сдвига; $\sigma_{rr}, \sigma_{zz}, \sigma_{rz}$ - компоненты напряжений.

Линейные операторы (3) вводятся в следующей форме:

$$T_1 = W_1^+, \quad T_2 = W_2^+ - \int_{\Gamma_*} r W_2 ds \cdot \left(\int_{\Gamma_*} r ds \right)^{-1}, \quad (3)$$

где W_j^+ являются предельными соотношениями интегралов типа Коши для уравнений осесимметричной теории упругости [1].

Компоненты $\tilde{h}_j \in H$ в правых частях уравнения (3) связываются с компонентами вектора смещений на границе контура h_j соотношениями:

$$\tilde{h}_1 = h_1, \quad \tilde{h}_2 = h_2 - \int_{\Gamma_*} r h_2 ds / \int_{\Gamma_*} r ds.$$

Решение операторного уравнения сводится к минимизации соответствующего функционала

$$G = (x, Tx) - 2(x, y) \quad (4)$$

методом наискорейшего спуска.

Теория [1] показывает, что итерационный процесс при удовлетворительной аппроксимации оператора в k -мерном, а функции в n -мерном пространствах сходится со скоростью геометрической прогрессии.

Исследуется концентрация напряжений для конкретного тела вращения, приведенного на рис. 1.

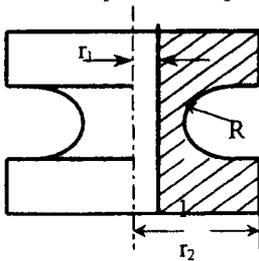


Рис.1

Меридиональное сечение тела вращения ограничено кусочно-гладким контуром:

- 1) $\Gamma_1: r_1 \leq r \leq r_2, \quad z = 0,$
- 2) $\Gamma_2: r = r_2, \quad 0.0 \leq z \leq 0.4,$
- 3) $\Gamma_3: r_2 \geq r \geq r_2 - l, \quad z = 0.4,$
- 4) $\Gamma_4: r = r_2 - l - R \sin \varphi, \quad z = 0.4 + R - R \cos \varphi,$
 $0 \leq \varphi \leq \pi,$
- 5) $\Gamma_5: r_2 - l \leq r \leq r_2, \quad z = 0.4 + 2R,$
- 6) $\Gamma_6: r = r_2, \quad 0.4 + 2R \leq z \leq 0.8 + 2R,$
- 7) $\Gamma_7: r_2 \geq r \geq r_1, \quad z = 0.8 + 2R,$
- 8) $\Gamma_8: r = r_1, \quad 0.8 + 2R \geq z \geq 0,$

где r_1 - радиус внутренней полости;
 r_2 - наружный радиус детали;
 R - радиус круговой выточки;
 l - длина полочки.

На границе задавались усилия:

$$\Gamma_1: R_n = -1.0, \quad Z_n = 0.0,$$

$$\Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5, \Gamma_6, \Gamma_8: R_n = Z_n = 0.0,$$

$$\Gamma_7: R_n = 1.0, \quad Z_n = 0.0,$$

где

$$R_n = \sigma_{rr} \cos(nr) + \sigma_{rz} \cos(nz),$$

$$Z_n = \sigma_{rz} \cos(nr) + \sigma_{zz} \cos(nz).$$

По результатам вычислений для конкретного случая получена зависимость коэффициента концентрации напряжений от соотношения R/r (рис.2)

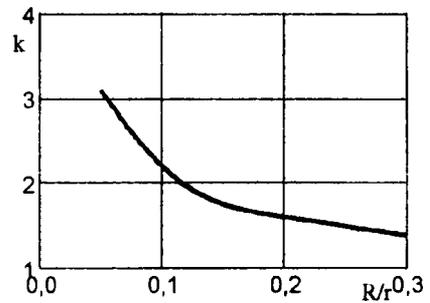


Рис. 2

Итерационный процесс контролировался на каждой итерации определенными соотношениями. Относительной ошибкой удовлетворения операторного уравнения

$$\varepsilon_n = \frac{\|T_n^k x_n - y_n\|}{\|y_n\|} \quad (5)$$

Относительным изменением решения при переходе от i -й итерации к $(i+1)$ -й

$$\delta_i = \frac{\|x_n^{i+1} - x_n^i\|}{\|x_n^i\|} \quad (6)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Тараканов В.И. // Граничные вариационные уравнения в краевых задачах теории упругости. Томск: Изд-во ТГУ, 1982. С.141.
2. Павлов С.Л., Тараканов В.И. // Механика деформируемого твердого тела. Томск: Изд-во ТГУ, 1992. С. 119-130.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МАКРОРАЗРУШЕНИЯ ПЛАСТИН КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ, ПРОБИВАЕМЫХ БОЙКАМИ РАЗЛИЧНОГО УДЛИНЕНИЯ

Коняев А. А., Елгашев А. А., Толкачев В. Ф., Назаров А. Г.

ЦИОРАН Томского университета

В процессе решения задач оптимизации характеристик бойков различной формы и поиска новых эффективных схем защитных конструкций возникает проблема нахождения количественных взаимосвязей определяющих параметров повреждения элементов конструкций и ударяемых бойков при том или ином наблюдаемом механизме разрушения материалов, имеющих различные исходные прочностные свойства. Параметры динамического разрушения – толщина откола и средний диаметр области макроразрушений в сплавах из стали, алюминия, титана, меди, свинца – определялись на баллистическом стенде в диапазоне скоростей соударения 2...4 км/с и массы бойков 1...1000 г.

Величины, характеризующие макроразрушение плоскопараллельной пластины: относительный диаметр, относительная толщина осесимметричного откола и диаметр пробиваемого отверстия – монотонно увеличиваются с ростом скорости соударения для преграды заданной фиксированной толщины. Зависимость этих же величин от толщины пластины при заданной скорости соударения имеет максимум – с ростом толщины пластины до предельно пробиваемой диаметр откола растет, а при превышении предельно пробиваемой толщины наблюдается уменьшение диаметра откола. Подобный характер зависимости, по-видимому, объясняется влиянием толщины пластины на затухание волн напряжений: для тонких преград ускоренное ослабление напряжений в области ударного сжатия связано с близостью свободных тыльной и лицевой поверхностей. Для преград толщиной, превышающей предельно пробиваемую, определяющим становится механизм затухания, связанный с геометрической расходимостью волны напряжений.

Откольная поверхность исследованных металлов имеет структуру, типичную для хрупкого разрушения. Гладкие отколы в сталях различных марок и исходной твердости, титане марки ВТ1-0, испытывающих полиморфные превращения, в опытах не обнаруживаются. Отсутствие гладких отколов в диапазоне давлений, где заведомо существует полиморфное превращение стали и титана, по-видимому, связано с более высоким по сравнению с плоским нагружением темпом затухания амплитуды осесимметричной расходящейся волны напряжений. Время существования двухволновой конфигурации и ширина плато давления обратного перехода ограничены в данном случае малым временем сброса пиковых давлений. Видимо, по этой причине экспери-

ментально регистрируется монотонный характер и отсутствие изломов на кривых затухания осесимметричных волн напряжений в стали Ст. 3 в области фазового превращения [1].

С ростом абсолютных размеров ударника и пластины время существования двухволновой конфигурации растет, что, по-видимому, увеличивает ширину плато давления обратного перехода и вероятность образования осесимметричных гладких (фазовых) отколов.

Из приведенных на рис. 1 и 2 данных следует, что абсолютные размеры откольного макроразрушения уменьшаются с ростом удлинения ударника постоянной начальной массы: уменьшение объема и массы тыльного откола связано с ускоренным затуханием амплитуды упругопластической волны при ударе удлиненным бойком.

На рис. 1 показана средняя глубина откольного разрушения в преграде при варьировании удлинения ударника.

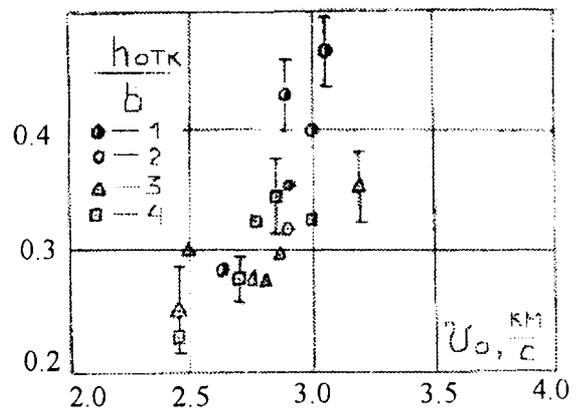


Рис. 1

Масса медного (М2) ударника – 10,8 г. $h_{отк}$ – глубина откола, b – толщина преграды. Материал преграды – сталь (НВ330). 1 – удлинение $\lambda = l_c / d_c = 1$, толщина пластины $b = 15$ мм; 2 – $\lambda = 4$, $b = 11$ мм; 3 – $\lambda = 4$, $b = 15$ мм; 4 – $\lambda = 4$, $b = 20$ мм, v_0 – скорость бойка. На рис. 2 приведены средние диаметры тыльного откольного разрушения при изменении удлинения ударника при тех же условиях. Здесь $d_{отк}$ – диаметр откола, d_c – диаметр стержня.

Удлинение стержня в направлении вектора скорости, при постоянной массе, приводит к уменьшению диаметра стержня. Длительность импульса сжатия пропорциональна диаметру ударника, поэтому волны разрежения от лицевой поверхности преграды тем эффективней ослабляют волну сжатия, чем меньше диаметр стержня. При фиксированном удлинении стержня и скорости соударения абсолютные размеры тыльного откола $d_{отк}$, $h_{отк}$ увеличиваются с ростом толщины преграды. Рост абсолютной толщины откольной пластины в данном случае связан с размытием профиля упругопластической волны по мере движения в преграде.

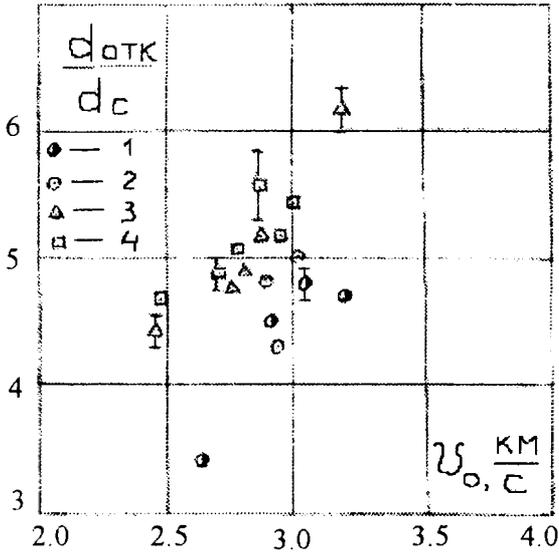


Рис. 2

Возрастание абсолютного диаметра откола с ростом толщины преграды, по-видимому, обусловлено расхождением волны напряжений и более интенсивным деформированием головной части стержня в поперечном направлении. При удлинении в большую единицу, то есть $\lambda > 1$, зависимость относительного диаметра откола от толщины пластины, как и при $\lambda = 1$, имеет максимум. Дальнейшее увеличение толщины преграды ослабляет амплитуду волны сжатия и уменьшает объем откольного макроразрушения.

В общем случае сосредоточенной нагрузки условия приближенного подобия поля массовых скоростей в преграде без учета влияния прочности и вязкости можно записать в виде

$$\frac{u_z}{u_0} = f\left(\frac{\rho_{0n} u_0^2}{k_{0n}}, \frac{\rho_{0y}}{\rho_{0n}}, \frac{z}{d_0}, \frac{r}{d_0}, \frac{l_0}{d_0}\right),$$

где u_z - текущая величина амплитуды массовой скорости в волне напряжений в направлении оси движения,

u_0 - начальная массовая скорость, ρ_{0y} , ρ_{0n} - начальные плотности ударника и преграды, $k_{0n} = \rho_{0n} c_{0n}^2$ - модуль объемного сжатия материала преграды при нормальных условиях, c_{0n} - объемная скорость звука в материале преграды, l_0 , d_0 - длина и диаметр ударника, z , r - координаты точки в цилиндрической системе вдоль и перпендикулярно оси симметрии.

При заданных координатах точки (z , r) и плотностях ударника и преграды ρ_{0y} , ρ_{0n} , подобие относительной массовой скорости достигается при равенстве критерия подобия $\rho_{0y} u_0^2 / k_{0n}$. [1]. Зависимости относительной массовой скорости от указанного критерия подобия получены для преград - плоскопараллельных пластин толщиной $z/d_0 = 2, 3, 5, 7$ в диапазоне варьирования скорости соударения 1,5...8 км/с и массы ударника 0,05...1 г. Материалы преград: сталь Ст. 3, медь, оргстекло, парафин, алюминиевые сплавы различной исходной прочности (динамический предел текучести 0,034...0,28 ГПа).

Из полученных данных следует, что характерные размеры, объем и масса тыльного откола в металлической пластине определяются удлинением и поперечными размерами головной части бойка и уменьшаются при переходе от компактного к удлиненному ударнику равной массы. При сохранении геометрического подобия относительные диаметр и толщина откола постоянны, если сохраняется постоянство критерия подобия, представляющего отношение амплитуды волны напряжений и величины откольной прочности материала, определяемой из экспериментов по плосковолновому ударному нагружению [2].

Таким образом, определяющими геометрическими параметрами для ударника в общем случае являются диаметр его головной части и удлинение. Различное сочетание относительной толщины преграды и удлинения бойка задает преобладающее воздействие на фронт ударной волны догоняющих либо боковых волн разгрузки и тем самым определяет закон затухания и характерные размеры откольного макроразрушения пластин конечной толщины.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 98-05-03190 и МОПО в области фундаментальных проблем охраны окружающей среды и экологии человека в 1998 году, № 8.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коняев А. А., Хорев И. Е., Чернышев С. А. // Доклады IV Всесоюзного совещания по детонации. М.: Изд-во ОИХФ АН СССР, 1988. Т. 2. С. 166-169.
2. Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортвов В.Е. Ударно-волновые явления в конденсированных средах. М.: Янус-К, 1996. 407 с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С КЕРАМИЧЕСКИМ СЛОЕМ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

Назаров А.Г., Толкачев В.Ф.

ЦИОРАН Томского университета

Интенсивное применение для поражения защиты различных разработок снарядов, а именно: оптимальной геометрической конфигурации, современных перспективных высокоплотных и пористых материалов, повышенных скоростей соударения и т.д., требует поиска новых и совершенствования имеющихся средств защиты на основе использования современных высокопрочных материалов и сплавов с низкой удельной плотностью. Разрабатываются композиционные, многослойные (слоистые, слоисто-разнесенные, экранированные) и комбинированные конструкции с включением элементов высокопрочных керамических и металллокерамических материалов [1,2]. Использование новых высокопрочных керамик в качестве промежуточных элементов многослойной защиты обуславливает получение разносторонних сведений о механических и прочностных характеристиках в условиях статического и динамического нагружения. Различные природы хрупких и пластичных материалов требуют широкого диапазона исследований механизмов разрушения керамики и сплавов при ударно-волновом воздействии.

Численное моделирование разрушения слоисто-разнесенной защиты с промежуточными керамическими слоями само по себе представляет сложную проблему [3]. Она, в свою очередь, осложняется отсутствием в настоящее время эффективной физико-математической модели разрушения керамических материалов, адекватно описывающей реальное поведение класса керамик под действием сосредоточенной ударной нагрузки. При установлении реакции на удар желательны иметь основные критерии, позволяющие выявить характерные свойства взаимодействующих материалов и параметры соударения, которые влияют на повреждаемость и разрушение элементов конструкции [3,4].

В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования закономерностей разрушения керамических пластин, используемых в слоистой конструкции в различных сочетаниях в качестве промежуточного слоя между металлическими преградами, при высокоскоростном нагружении осесимметричными ударниками. Полученные данные могут быть успешно использованы при разработке математической модели разрушения хрупких материалов и подбора констант, входящих в критериальные зависимости.

Физический эксперимент проводился на баллистическом стенде, оснащенный аппаратурой для регистрации быстротекущих процессов -

высокоскоростная и рентгеноимпульсная съёмка, контактные и бесконтактные датчики быстроизменяющихся сигналов [2,5]. В опытах варьировались скорость удара и вид керамики.

Сложность экспериментального моделирования высокоскоростного пробития ударником элементов слоистой преграды, особенно с включением керамических материалов, связана с многообразием процессов высокоскоростного деформирования и разрушения, протекающих в трех пространственных координатах в микросекундных интервалах времени. Вследствие этого существующие технические средства измерений позволяют в модельных лабораторных экспериментах регистрировать лишь параметры кинематической обстановки, возникающие в процессе деформирования и разрушения элементов конструкции. В число регистрируемых интегральных величин, характеризующих картину завершеного макроразрушения, входят: предельно пробиваемая толщина сборки, предельная скорость сквозного пробития и остаточная скорость, глубина проникания, характерные размеры зон разрушений [6]. Основным инструментом в исследовании данных явлений служила рентгеноимпульсная съёмка. По рентгенограммам определялись геометрические и кинематические характеристики эффектов разрушения и дробления материалов в конструкции.

Проведена оценка величин сопротивления отдельных керамик внедрению ударника, обусловленного ее прочностными свойствами. В экспериментах измерялась глубина проникания ударника диаметром 5.8 мм и массой 3.5 г с оживальной головной формой в различные конструкции. За базовую использовалась гомогенная алюминиевая плита толщиной 90 мм, что позволяло в условиях проведенных опытов исключить влияние реакции тыльной поверхности на результат проникания.

Физико-механические характеристики материалов

Материал	$\rho_0, 10^3$ кг/м ³	E, ГПа	H_m , ГПа
B ₄ C	2,4	475	42-49
Al ₂ O ₃	3,8	407	20-25
SiC	3,0	330	25-30
Алюминий	2,7	65	

В сборках на лицевую поверхность алюминиевой плиты крепились, посредством эпоксидной

смолы, различные испытываемые керамические плитки размером 10×10 см: корунда Al_2O_3 ; карбида бора B_4C ; карбида кремния SiC ; ситалла SiO_2 и др. Физико-механические характеристики используемых материалов приведены в таблице.

В связи с изменением плотности материалов составных слоев, входящих в сборку, анализ эффективности динамического сопротивления конструкции внедрению ударника проводился в обобщенных координатах приведенной массы на единицу площади относительно эквивалента алюминиевой преграды по соотношению

$$\varepsilon = 1 - (\rho_k b_k + \rho_{Al} L_k) / (\rho_{Al} L_{Al}),$$

где ρ_{Al} и ρ_k - плотность алюминия и керамики соответственно, L_{Al} - глубина проникания ударника в алюминиевую преграду, L_k - глубина проникания в сборку, состоящую из алюминиевой преграды и керамической плитки на лицевой поверхности, b_k - толщина керамической плитки. Схематично система используемых величин и обозначений приведена на рис. 1.

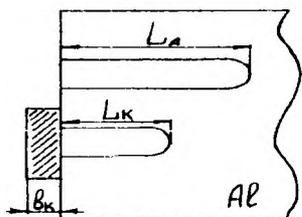
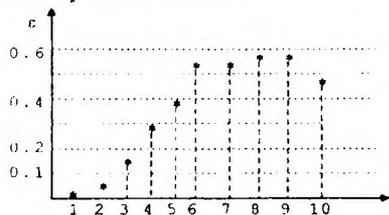


Рис. 1

Прочностная составляющая рассчитывалась по данным измерения скорости удара и глубины проникания. Анализ полученных результатов свидетельствует о том, что прочностное сопротивление керамик внедрению составляет 0.1E и находится на уровне, близком к прочности материалов с совершенным строением, что согласуется с данными других авторов [6,7]. В отличие от металлов, в керамических материалах высока энергия образования носителей пластических деформаций - дислокаций, и по этой причине данные материалы под действием девиаторных напряжений растрескиваются практически без пластической деформации. Процесс накопления повреждений происходит почти мгновенно. В области разрушенного состояния материал ведет себя подобно песку. Механизм повреждения составных элементов в слоистой конфигурации зависит от их взаимного расположения.



- 1 - Al; 2 - текстолит; 3 - сталь; 4 - ситалл; 5 - Ti+(TiB₂+B₄C);
6 - TiB₂+B₄C; 7 - B₄C; 8 - SiC; 9 - Al₂O₃; 10 - Ti+Al₂O₃

Рис. 2

На рис. 2 приведена условная принтограмма эффективности различных видов керамик относительно глубины проникания в алюминиевую плиту. Сравнительный анализ приведенных результатов, например позиций 5,6 и 9,10, свидетельствует об эффективности использования керамических материалов на лицевой поверхности основных элементов конструкции. В этих условиях процесс разрушения керамики регулируют механические свойства. Защита тонкой металлической пластиной лицевой поверхности керамики снижает эффективность динамического сопротивления внедрению ударника, о чем свидетельствует увеличение относительной глубины проникания ударника в конструкцию в целом. Взаимодействие проходящих и отраженных от контактных поверхностей ударных волн и волн разрежения переводит керамику в сыпучее состояние раньше, чем ее достигнет ударник. На основе результатов серии проведенных исследований отобраны наиболее стойкие к ударно-волновому нагружению керамики, к которым относятся: корунд Al_2O_3 ; карбид бора B_4C ; карбид кремния SiC и некоторые металлокерамики.

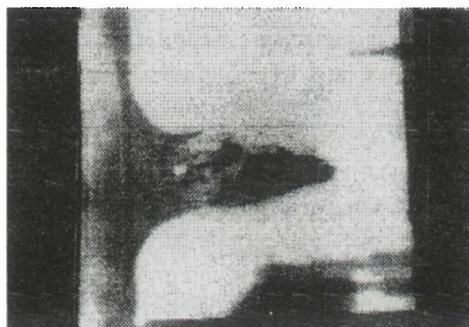


Рис. 3

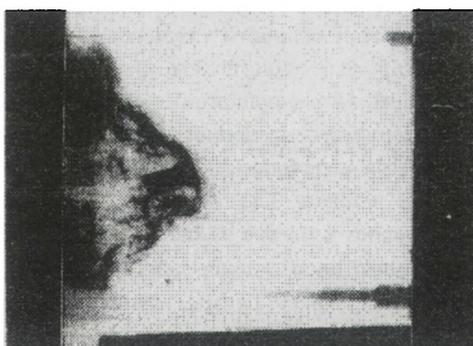


Рис. 4а

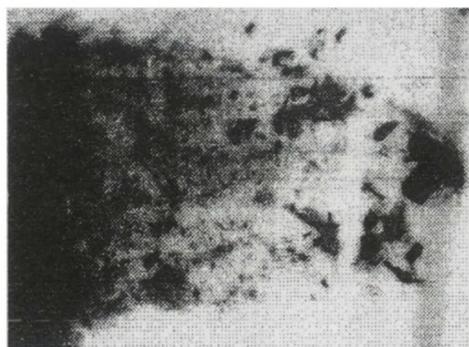


Рис. 4б

Проведены исследования по изучению процесса деформирования ударника и динамики разрушения керамических пластин при высокоскоростном взаимодействии. В опытах скорость фиксировалась постоянной - 760 ± 5 м/с.

На рис.3 приведена рентгенограмма пробития ударником алюминиевой пластины. Она свидетельствует о том, что разрушение пластины из пластичного материала в процессе внедрения ударника с оживальной головной формой происходит по типу прокола и при этом сам ударник характеризуется малой степенью деформации. На рис.4а представлена характерная рентгенограмма разрушения керамики при ударе тем же ударником со скоростью 766 м/с в момент времени 50 мкс от начала взаимодействия. В месте контакта формируется полусферический купол разрушенного материала керамики и еще сохраняется ее целостность вне зоны контакта. Материал ударника в процессе взаимодействия подвергается большой пластической деформации в радиальном направлении, а остаток приобретает грибообразную форму. Процесс разрушения керамики продолжается во времени и к моменту ~ 200 мкс он практически полностью заканчивается, керамика раздроблена на отдельные фрагменты различной величины (рис.4б). В опытах установлено, что в случаях дополнительной защиты керамики металлической пластиной интенсивность дробления ее в зоне контакта существенно возрастает, а прогиб пластины происходит в направлении, противоположном вектору скорости ударника.

Определяющие параметры сквозного пробития керамики и осколочного потока за ней связаны с реализуемым механизмом разрушения материала. При переходе к сложным слоистым конструкциям защиты, где на процесс взаимодействия оказывают влияние такие параметры, как чередование и относительная толщина слоев, одним из основных регистрируемых кинетических параметров является скорость лидирующих частиц потока за конструкцией. Для сопоставления полученных данных при использовании переменных толщин слоев в слоистой конструкции из материалов различной удельной плотности использовалась обобщенная координата толщины $b_{ЭКВ}$, соответствующая эквивалентному весу конструкции на единицу площади в сравнении с титановой пластиной, описанная следующим соотношением:

$$b_{ЭКВ} = \left(\sum_{k=1}^n \rho_k b_k \right) / \rho_T,$$

где ρ_k , b_k - плотность материала и толщина соответствующего k-слоя, ρ_T - плотность титана. Эффективность сопротивления конструкции динамическому воздействию оценивалась функциональной зависимостью

$$\eta(b_{Экв}) = f(v_0, v_3),$$

где $0 \leq \eta \leq 1$, причем $\eta=1$ соответствует случаю отсутствия сквозного пробития конструкции.

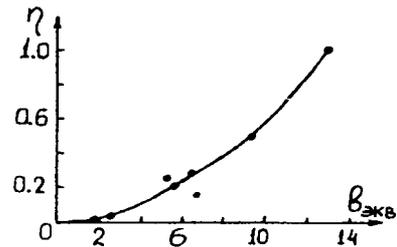


Рис.5

На рис.5 представлены экспериментальные данные зависимости $\eta = \eta(b_{ЭКВ})$. Полученная зависимость может быть использована в качестве базовой при исследовании размещения керамических пластин в различных сочетаниях с элементами слоистой конструкции.

Анализ приведенных экспериментальных исследований свидетельствует о том, что эффективность слоистой конструкции с керамическими слоями определяется как прочностными свойствами используемой керамики, так и ее толщиной и местом расположения в сборке.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта № 98-01-002930).

ЛИТЕРАТУРА

1. Толкачев В.Ф., Коняев А.А., Назаров А.Г., Хорев И.Е. // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во ТГУ, 1997. С. 70-75.
2. Югов Н.Т., Белов Н.Н., Хабибуллин М.В. и др. // Всесибирские чтения по математике и механике. Механика. Т.2. Томск: Изд-во ТГУ, 1997. С. 161-166.
3. Афанасьева С.А., Белобородько А.Н., Григорян В.А., Толкачев В.Ф., Трушков В.Г. // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1996. №1. С. 114-123.
4. Толкачев В.Ф., Трушков В.Г. // Химическая физика. 1993. Т.12, №2. С. 170-174.
5. Белов Н.Н., Коняев А.А., Локотко Е.Ю., Толкачев В.Ф., Хабибуллин М.В. // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во ТГУ, 1997. С. 88-94.
6. Динамика удара / Под ред. Григоряна С.С. М.: Мир, 1985. 296 с.
7. Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортвов В.Е. Ударно-волновые явления в конденсированных средах. М.: Янус-К, 1996. 407 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОНИКАНИЯ УДЛИНЕННЫХ УДАРНИКОВ ИЗ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНУЮ МИШЕНЬ

Толкачев В.Ф., Назаров А.Г., Коняев А.А.

ЦИОРАН Томского университета

В настоящее время ведется поиск усиления проникающей и пробивной способности ударников за счет реализации оптимальных геометрических параметров, использования структурно неоднородных материалов и материалов с высокой плотностью [1,2]. Расчеты глубины проникания в стальную мишень компактного стального ударника и алюминиевого, равного ему по массе и диаметру, свидетельствуют о том, что с уменьшением плотности материала ударника, а следовательно, при данной постановке за счет увеличения его длины глубина проникания увеличивается. Так, при ударе со скоростью 3,69 км/с, массе 0,17 г и диаметре 3 мм компактный стальной ударник формирует в стальной плите кратер глубиной 5,0 мм, а алюминиевый при тех же массе и диаметре внедряется на глубину 5,1 мм [2]. В настоящей работе представлены результаты оценки глубины проникания деформируемых удлиненных стержневых ударников (свыше 10 калибров) из материалов с различной удельной плотностью, равных по массе, в полубесконечные мишени при высоких скоростях соударения. Методика расчета основана на модифицированной гидродинамической модели проникания с учетом прочностных свойств взаимодействующих материалов [3].

Пусть базовый ударник характеризуется следующими параметрами: m_0 - масса ударника, ρ_0 - плотность материала. Оценки проводятся при условии, что длина ударника l_0 намного больше его диаметра d_0 . Преграда характеризуется постоянной плотностью материала ρ_n и фиксированными физико-механическими и прочностными параметрами.

Согласно гидродинамической модели бронепробивания глубина проникания в преграду стержневых ударников при высоких скоростях взаимодействия описывается соотношением:

$$L_0 = l_0 (\rho_0 / \rho_n)^{1/2}.$$

Проведем анализ глубины проникания двух одинаковых по массе стержневых ударников из материалов разной плотности в одну и ту же полубесконечную мишень.

1. Пусть $m_0 = m_1$; $l_0 = l_1$, где m_1 и l_1 - масса и длина ударника из материала плотностью ρ_1 . Тогда $d_0 / d_1 = (\rho_1 / \rho_0)^{1/2}$, $L_1 / L_0 = (\rho_1 / \rho_0)^{1/2}$.

Как видно из последнего соотношения, глубина проникания пропорциональна плотности материала ударника, а следовательно, высокоплотные ударники проникают в преграду глубже в сравнении с низкоплотными. На рис.1 приведена графическая интерпретация относительной глубины проникания, характеризующая степень изменения глубин кратеров

в зависимости от относительной величины плотностей материалов сравниваемых ударников.

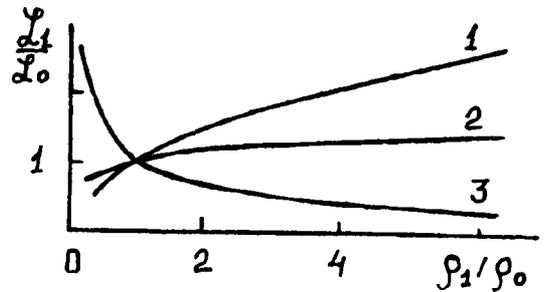


Рис. 1

Рассмотренный случай описан кривой 1, которая характеризует интенсивное увеличение относительной и, очевидно, абсолютной величины глубины кратера с повышением плотности материала ударника.

2. Пусть $m_0 = m_1$; $\lambda_0 = \lambda_1$ ($\lambda = l/d$). Тогда $d_1 / d_0 = l_1 / l_0 = (\rho_0 / \rho_1)^{1/3}$, $L_1 / L_0 = (\rho_1 / \rho_0)^{1/6}$.

Последнее соотношение свидетельствует о незначительном повышении глубины проникания с увеличением плотности материала ударника. Данный случай описывается кривой 2 на рис. 1.

Результаты оценки глубины проникания в стальную мишень ударников из сплава ВНЖ, стали, титана и алюминия одинаковой массы и удлинения, проведенные по методике [3] с учетом прочностных свойств материалов, свидетельствуют о том, что ударники из материала с большей плотностью проникают в мишень глубже, а предельные скорости достижения гидродинамического режима течения материала мишени снижаются. Это подтверждают и расчеты, представленные в таблице значений предельных скоростей гидродинамического течения, рассчитанных по зависимостям работы [4] для двух стальных мишеней с различными прочностными характеристиками.

Ударник	км/с	ВНЖ	Ст	Ti	Al
Преграда Ст.3	U_H	0,85	1,05	1,22	1,40
	V_H	1,85	2,30	3,00	4,00
Преграда броневая сталь	U_H	1,22	1,51	1,75	2,00
	V_H	2,26	3,30	4,38	5,78

3. Пусть $m_0 = m_1$; $d_0 = d_1$, а следовательно, $l_1 = l_0 (\rho_0 / \rho_1)$. Тогда ударники данной геометрии проникают в преграду в отношении

$$L_1 / L_0 = (\rho_0 / \rho_1)^{1/2}.$$

Это свидетельствует о том, что глубина проникания обратно пропорциональна плотности материала ударника, т.е. чем меньше плотность материала ударника, тем, за счет увеличения его длины, глубина проникания больше в сравнении с ударником из материала более высокой плотности. Данный случай на рис. 1 представлен кривой 3.

На рис. 2 приведены графические зависимости глубины проникания в стальную мишень стержневых ударников одинаковой массы и диаметра из материалов различной плотности, изменяющейся от 2,7 до 17,3 г/см³ (сплав ВНЖ, сталь, титан, алюминий) от скорости удара, проведенные по методике [3].

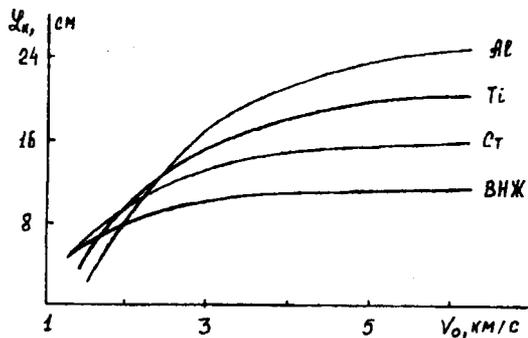


Рис. 2

Анализ хода кривых свидетельствует о том, что для сравниваемых ударников из двух различных по плотности материалов существуют два диапазона скоростей, где в одном ударники с большей плотностью проникают глубже, а в другом ударники с меньшей плотностью проникают глубже. Так, расчеты показывают, что до скоростей удара 2,0 км/с глубина проникания в стальную мишень ударников из ВНЖ больше в сравнении с ударниками из алюминия, однако дальнейшее повышение скорости соударения резко изменяет картину: ударники из алюминия проникают глубже, чем ударники из ВНЖ. Например, при скорости удара 6,0 км/с ударник из алюминия проникает в стальную мишень в 2,53 раза глубже, а стальной ударник только в 1,49 раза глубже, чем ударник из сплава ВНЖ тех же массы и диаметра.

Однако известно, что более длинные стержневые ударники интенсивнее подвергаются потере динамической устойчивости даже при высоких скоростях взаимодействия с мишенью. На практике это может привести к резкому снижению проникающей способности очень длинных стержневых ударников. Вопрос о потере динамической устойчивости в данной работе не рассматривается.

Из анализа проведенных расчетов по гидродинамическим представлениям следует, что при равенстве массы и длины двух ударников глубина проникания пропорциональна плотности материала и будет больше для ударника с большей плотностью материала. Степень увеличения глубины проникания уменьшается для ударников одинаковой массы и удли-

нения. В случае равенства массы и диаметров двух сравниваемых ударников наблюдается обратно пропорциональная зависимость от плотности материала. За счет превышения длины ударник из материала с малой плотностью значительно глубже внедряется в мишень в сравнении с высокоплотным ударником.

Проведены оценки изменения массы (при $d = \text{const}$) в зависимости от плотности материала ударников, способных внедриться на одинаковую глубину в мишень. На рис. 3 представлена зависимость изменения относительной массы (длины) ударника от относительной плотности материалов в случае их проникания на одинаковую глубину.

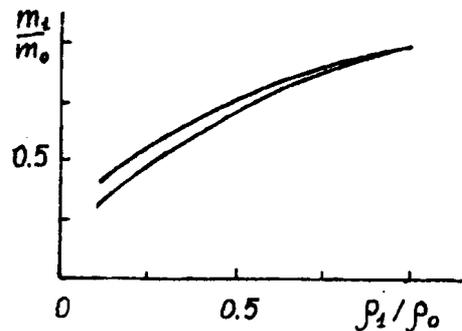


Рис. 3

Верхняя кривая соответствует скорости удара 3,0 км/с, нижняя — 6,0 км/с. Ход графических зависимостей свидетельствует о снижении массы ударника с уменьшением плотности материала, и величина может достигнуть даже 50% в сравнении с высокоплотными ударниками.

Таким образом, проведенные исследования свидетельствуют о возможности увеличения проникающей способности стержневых ударников из материалов малой плотности за счет увеличения их длины в сравнении с тяжелыми ударниками одинаковой массы и диаметров. При формировании кратеров одинаковой глубины в гидродинамическом режиме проникания эффект достигает свыше 50% по глубине кратера либо по массе (длине) ударника.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №98-05-03190 и МОПО в области фундаментальных проблем охраны окружающей среды и экологии человека (1998, №8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Югов Н.Т., Белов Н.Н., Хабибуллин М.В. и др. // Восточно-сибирские чтения по математике и механике. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1997. Т. 2. Ч. 2. С. 161-166.
2. Афанасьева С.А., Белов Н.Н., Крамшонков Е.Н., Хабибуллин М.В. // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 2. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. С. 99-102.
3. Толкачев В.Ф. // Восточно-сибирские чтения по математике и механике. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1997. Т. 2. Ч. 2. С. 107-113.
4. Рыкова И.И., Никулин Ю.А. // ЖТФ. 1993. Т.3. Вып.6. С. 200-202.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНО-ВОЛНОВОГО ИНИЦИИРОВАНИЯ ДЕТОНАЦИИ ЭКРАНИРОВАННОГО ВВ

Югов Н.Т., Белов Н.Н., Хабибуллин М.В., Афанасьева С.А.,
Радченко А.В., Валуйская Л.А., Кобенко С.В.

ЦИОРАН Томского университета

При проектировании конструкций, содержащих ВВ, в целях обеспечения безопасности возникает необходимость оценки результатов ударно-волнового нагружения конструкций. Для этого необходимо исследовать процессы, происходящие в ВВ и материалах экранов, предохраняющих его от удара твердыми частицами. Математическая модель упругопластической среды, описывающая поведение изотропных и анизотропных материалов с учетом разрушения, приведена в [1,2]. В [3] изложена методика, позволяющая рассчитывать ударно-волновое инициирование детонации ВВ.

Влияние анизотропии материала на процесс пробития экранов

Для определения перехода анизотропного материала в разрушенное состояние используется критерий [2], учитывающий влияние гидростатического давления. Если критерий выполняется в условиях сжатия, то материал теряет анизотропные свойства, а его поведение описывается гидродинамической моделью. Если критерий выполняется в условиях растяжения, то компоненты тензора напряжений полагаются равными нулю.

Проведены сравнительные исследования разрушения изотропных, транслопных и ортотропных экранов из органоластика (15мм) при взаимодействии со стальным ударником (20г). В расчетах обеспечивалось следующее соотношение для модуля упругости: для транслопного материала - $E_x > E_y > E_z$, $n = E_x/E_z = 6,8$; для ортотропного - $E_x > E_y > E_z$, $n_1 = E_x/E_z = 6,8$, $n_2 = E_y/E_z = 2,98$; для изотропного модуль упругости имеет среднее из значений $E_x...E_z$. Прочностные параметры определены в таком же соотношении.

Рис.1-3 иллюстрируют в сечении ZOX характер разрушения изотропной, транслопной и ортотропной преград при ударе в нормаль ($t=6, 10$ мкс, $V_0=1,5$ км/с), рис.4 - при ударе под углом 30° ($t=11$ мкс, $V_0=1$ км/с). На рисунках полностью закрашены области, в которых критерий разрушения выполнен при сжатии, штриховкой отмечены области разрушения при растяжении.

При нормальном ударе в изотропной и транслопной преградах зоны разрушения на лицевой и тыльной поверхностях одинаковы. В ортотропной преграде на лицевой поверхности зона разрушения меньше, чем в изотропной, на 13...24%, на тыльной - на 45...63%. При ударе под углом 30° наблюдается сужение тыльной зоны разрушения по сравнению с лицевой в изотропной преграде на 27 и 40%, в транслопной - 33 и 70%, в ортотропной - 40 и 72%.

В таблице приведены расчетные значения предельных скоростей ударника при взаимодействии его с транслопными преградами (24 мм) с различной степенью анизотропии. Влияние анизотропии увеличивается с уменьшением скорости соударения.

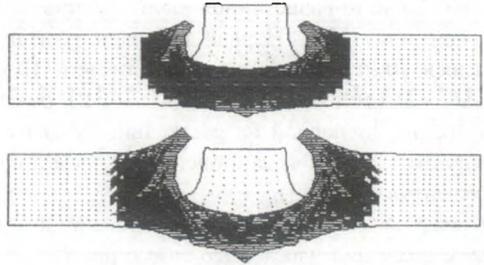


Рис.1

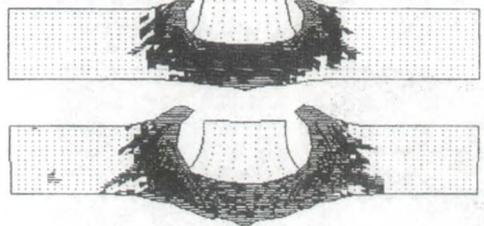


Рис.2

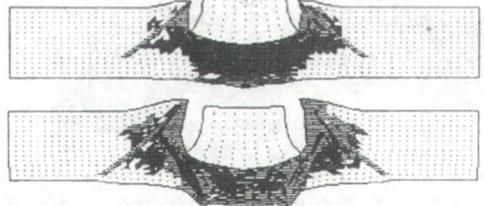


Рис.3

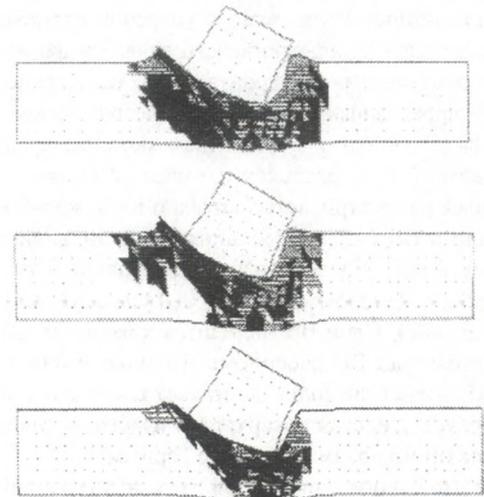


Рис.4

n	0,1	0,3	1	6,4	10
$V_0=2$ км/с					
V_3 , км/с	1,054	1,051	1,082	1,060	1,035
$\delta_{\text{вн}}$, %	-2,9	-2,9	0	-2,0	-4,0
$V_0=1$ км/с					
V_3 , км/с	0,533	0,557	0,578	0,468	0,371
$\delta_{\text{вн}}$, %	-8,0	-4,0	0	-19,0	-36,0

Расчет детонации в экранированном ВВ

Компактный цилиндрический элемент из вольфрамового сплава диаметром 9 мм и массой 10 г ударяет по слоисто-разнесенной конструкции ($V_0=3$ км/с) под углом 30° . Первая преграда состоит из двух слоев. Лицевой слой - стеклотекстолит (10 мм), тыльный - алюминиевый сплав (4 мм). Вторая преграда отстоит от первой на расстоянии 50 мм и состоит из ВВ РВХ-9404, защищенного слоем алюминиевого сплава (4,5 мм).

На рис.5 показаны конфигурации элемента и первой преграды в сечении плоскостью симметрии ($t=0, 8, 16$ мкс). Слой из алюминиевого сплава затемнен. После пробития первой преграды масса элемента уменьшится до 7 г, скорость центра масс до - 2,375 км/с.

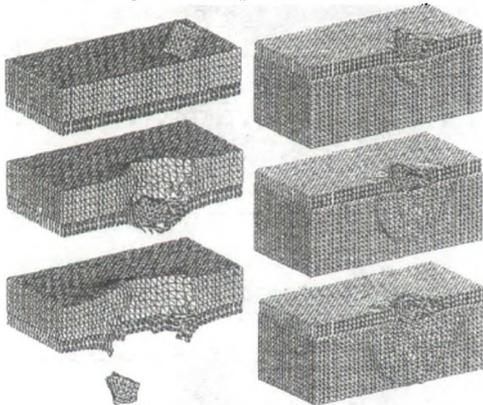


Рис.5

Рис.6

На рис.6 показаны конфигурации элемента и второй преграды спустя 2, 3 и 3,5 мкс после начала взаимодействия. В процессе соударения происходит пробитие слоя из алюминиевого сплава и формирование детонационного фронта в ВВ, положение которого прослеживается по сгущению расчетной сетки. Масса элемента в последнем моменте времени составляет 6 г, скорость центра масс - 2,114 км/с.

Далее рассматривается задача о возбуждении детонации в ВВ (9,5 мм), защищенном стальной пластиной (3 мм). Удар производится стальным цилиндрическим стержнем (8×50 мм) под углом 45° ($V_0=1,6$ км/с). Слой ВВ находится в жестком корпусе. Сверху над ВВ расположена стальная пластина, которая может свободно двигаться вверх-вниз внутри корпуса. Лицевая поверхность пластины совпадает с верхними краями жесткого корпуса.

На рис.7,а показана начальная конфигурация тел. Стальной пластине соответствуют два верхних слоя

разбиения. На рис.7,б приведены конфигурации тел при $t=5$ мкс. К данному моменту времени сферический фронт химической реакции разложения ВВ выходит на тыльную поверхность. Максимальное давление во фронте составляет 33 ГПа, что ниже давления в точке Чепмена-Жуге (36 ГПа). Затем происходит отражение импульса сжатия от жесткой стенки и давление во фронте химической реакции резко возрастает. В результате образуется детонационный комплекс, по мере распространения которого происходит ускорение пластины продуктами реакции и ее движение вверх.

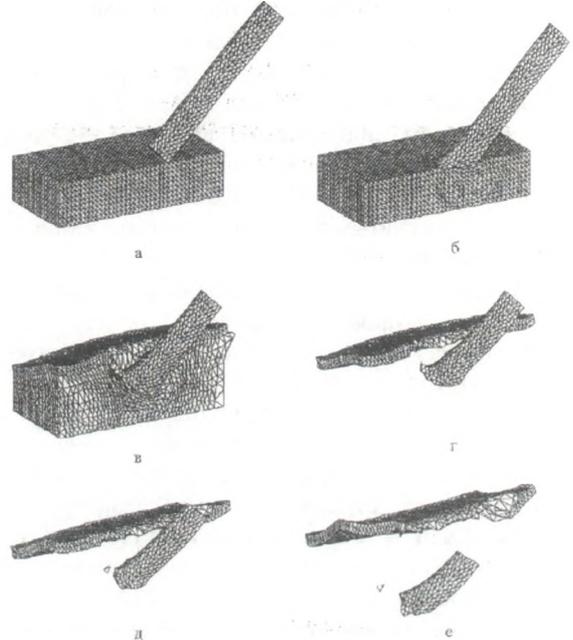


Рис.7

На рис.7,б представлены конфигурации взаимодействующих тел в момент времени 17 мкс, который предшествует моменту вылета пластины из корпуса. На рис.7,г-е показаны конфигурации стержня и пластины в момент вылета пластины (18 мкс), а также в моменты времени 21 и 29 мкс. Скорость центра масс пластины в момент вылета составляет 1,064 км/с. В результате взаимодействия боковой поверхности стержня с краем отверстия пластины происходит деформирование и частичное разрушение боковой поверхности стержня. При $t=29$ мкс скорость центра масс оставшейся части стержня - 1,285 км/с. Остаточная длина стержня - 0,47, остаточная масса - 0,45 от начальных величин.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (коды проектов 98-05-03190, 98-01-00293).

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов Н.Н., Демидов В.Н., Ефремова Л.В. и др. // Изв. вузов. Физика. 1992. №8. С.5-48.
2. Радченко А.В. // Механика композиционных материалов и конструкций. 1998. Т.4. №4. С.51-61.
3. Белов Н.Н., Югов Н.Т., Хабибуллин М.В. и др. // Всероссийские чтения по математике и механике: Избранные докл. Т.2. Ч.1. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1997. С.41-47.

О ПОЛЕТЕ ДЛИННЫХ ТЕЛ МАЛОЙ МАССЫ С ГИПЕРЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Гольдин В. Д., Зинченко В.И., Николаева И.Н.

ЦИОРАН Томского университета

При движении тела с гиперзвуковой скоростью под действием аэродинамического нагрева происходит существенная потеря массы и изменение его формы. Эти процессы влияют на характеристики траектории тела: дальность полета, зависимость скорости от пройденного расстояния. Возникает вопрос: способно ли тело небольшой массы преодолеть расстояние порядка нескольких километров без существенной потери скорости? Исследованию этого вопроса и посвящена данная статья.

Движение тела на постоянной высоте с учетом потери массы в случае, если сила сопротивления воздуха много больше силы тяжести, описывается системой уравнений

$$\frac{d(mV)}{dt} = F, \quad \frac{ds}{dt} = V, \quad \frac{dm}{dt} = -\int_{\Sigma} \rho_w V_w d\sigma. \quad (1)$$

где m - масса тела, V - скорость движения, F - сила сопротивления, s - расстояние вдоль траектории, Σ - поверхность тела, σ - элементарная площадка на поверхности тела, ρ_w - плотность тела, V_w - линейная скорость разрушения.

Сила F через коэффициент волнового сопротивления c_x вычисляется по формуле

$$F = -\frac{c_x}{2} \rho V^2 S_m, \quad S_m - \text{площадь миделевого сечения.}$$

В случае если потери массы не происходит, уравнения (1) легко интегрируются и решение имеет вид

$$V = V_0 \exp\left(-\frac{c_x}{2m} S_m s\right) \quad (2)$$

Вид решения показывает, что для тяжелых тел при заданном пути s изменение скорости менее значительно, чем для тел малой массы. Если геометрические характеристики тела фиксированы, для уменьшения величины изменения скорости необходимо использовать материалы, обладающие высокой плотностью. В этом отношении одним из наиболее перспективных материалов является вольфрам и его композиты. На рис. 1 представлена зависимость V/V_0 от s для тела, имеющего форму усеченного конуса с торцевым закруглением, выполненного из разных материалов: кривая 1 соответствует стали с плотностью 8000 кг/м³, 2 - свинцу (11000 кг/м³), 3 - вольфраму (19000 кг/м³). В соответствии с результатами экспериментальных исследований по окислению моделей, выполненных из вольфрама [1], этот материал обладает хорошими прочностными характеристиками, что очень важно при движении с начальными скоростями порядка 4 км/с, когда давление торможения достигает 230 атм.

В случае, когда происходит изменение массы, а следовательно, и формы тела, коэффициент сопротивления изменяется от точки к точке траектории. Коэффициент сопротивления можно определить из задачи обтекания. Если распределение давления на поверхности тела задается по формуле Ньютона, то

$$F = -\int_{\Sigma} (p_w - p_{\infty}) \vec{n} d\sigma, \quad p_w = (p_0 - p_{\infty}) \cos^2 \theta + p_{\infty}, \quad (3)$$

где p_w - давление на поверхности тела, p_0 - давление в точке торможения, p_{∞} - давление набегающего потока, \vec{n} - нормаль к поверхности тела, θ - угол между нормалью к телу и направлением вектора скорости набегающего потока.

Для определения характеристик потери массы необходимо решить задачу пограничного слоя либо вязкого ударного слоя на поверхности тела. Ограничимся приближенными оценками скорости уноса масс.

Рассмотрим тело в форме сферически затупленного конуса с радиусом затупления согласно [3] при ламинарном режиме течения

$$\left(\frac{\alpha}{c_p}\right)_0 = 1.05 U_{\infty}^{1.08} \sqrt{\frac{\rho_{\infty}}{R_N}}, \quad (4)$$

на конической части тела

$$\frac{(\alpha/c_p)}{(\alpha/c_p)_0} = 0.8 \frac{P_e U_e}{P_{e0} U_{\infty}} \left(\frac{R_N}{r_w}\right)^{0.3} \varepsilon^{0.5}, \quad (5)$$

где α - коэффициент теплоотдачи, c_p - теплоемкость при постоянном давлении, индексом '0' обозначены величины в критической точке.

При турбулентном режиме течения в точке максимального теплового потока на поверхности сферы [3]:

$$\left(\frac{\alpha}{c_p}\right)_{\max} = 16.4 \frac{U_{\infty}^{1.25} \rho_{\infty}^{0.8}}{R_N^{0.4} (1 + h_w/H_0)^3}, \quad q_{e\max} = \left(\frac{\alpha}{c_p}\right)_{\max} (H_r - h_w), \quad (6)$$

на конической части тела

$$\frac{(\alpha/c_p)}{(\alpha/c_p)_{\max}} = 2.2 \frac{P_e U_e}{P_{e0} U_{\infty}} \left(\frac{R_N}{r_w}\right)^{0.2} \varepsilon^{-0.4}. \quad (7)$$

В формулах (4)-(7) U_{∞} - скорость движения тела (км/с), R_N - радиус сферического затупления (м), ρ_{∞} - плотность набегающего потока воздуха (кг·с²/м⁴), α/c_p выражено в кг/(м²с), H_{e0} , H_r - энтальпия торможения и энтальпия адиабатической поверхности соответственно, h_w - статистическая энтальпия на теле, P_e , U_e - давление и скорость на внешней границе пограничного слоя, r_w - расстояние от поверхности тела до оси симметрии, ε - отношение плотностей газа до и после прямого скачка.

При движении со скоростью порядка 4 км/с на небольших высотах ($\rho_w = 0.125 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4$, радиус затупления $R_N = 0.0013 \text{ м}$, $h_w = 10^6 \text{ м}^2/\text{с}^2$) для турбулентного режима течения тепловые потоки q_w достигают $6.05 \cdot 10^8 \text{ Вт}/\text{м}^2$, а значение α/c_p становится равным $67.3 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$; для ламинарного режима течения эти величины достигают значений $4.72 \cdot 10^8 \text{ Вт}/\text{м}^2$ и $52.4 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ соответственно.

При гиперзвуковых скоростях обтекания воздух на внешней границе является диссоциированным. На границе раздела сред протекают химические реакции рекомбинации-диссоциации компонент воздуха, сублимации вольфрама, идут процессы окисления [1,2].

При полетах на высотах порядка нескольких километров с максимальными начальными скоростями порядка 4.5 км/с давление торможения достигает 230 атм, температура поверхности затупления превышает 4000 К. Оценки химического равновесия показывают, что в этих условиях содержание атомарного азота и его окиси низкос $C_{\text{NO}} = C_{\text{N}} = 0$, в пристеночной области преобладают молекулярный кислород O_2 , азот N_2 и окислы вольфрама WO_2 , WO_3 .

Рассмотрим реакцию окисления вольфрама W в воздушном потоке с образованием WO_2 . Из закона сохранения массы O_2 и закона Фика для диффузионных потоков получим [2]:

$$-\rho_w D \frac{\partial C_{\text{O}_2}}{\partial y} \Big|_w + (\rho V)_w C_{\text{O}_2w} = -K C_{\text{O}_2w} \rho_w \exp\left(-\frac{E}{RT_w}\right) \quad (8)$$

Здесь E , K - энергия активации и предэкспонент химической реакции окисления, C_i - массовые концентрации, индекс 'w' отвечает границе раздела сред. Учитывая, что $(\rho V)_w = m_w/m_{\text{O}_2} K C_{\text{O}_2w} \exp(-E/(RT_w))$, и используя аналогию процессов теплообмена, соотношение (8) можно переписать в виде

$$\frac{\alpha}{c_p} (C_{\text{O}_2w} - C_{\text{O}_2e}) + (\rho V)_w C_{\text{O}_2w} = -\frac{m_{\text{O}_2}}{m_w} (\rho V)_w \quad (9)$$

Отсюда

$$\left[\frac{\alpha}{c_p} + (\rho V)_w \right] (\rho V)_w = \frac{m_w}{m_{\text{O}_2}} K \rho_w \exp\left(-\frac{E}{RT_w}\right) \left[\frac{\alpha}{c_p} C_{\text{O}_2e} - \frac{m_{\text{O}_2}}{m_w} (\rho V)_w \right] \quad (10)$$

При диффузионном режиме протекания реакции $K \rightarrow \infty$ и из (10) вытекает

$$\frac{\alpha}{c_p} C_{\text{O}_2e} = \frac{m_{\text{O}_2}}{m_w} (\rho V)_w \quad (11)$$

Используя линейную зависимость ослабления теплового потока и коэффициента теплоотдачи от величины расхода вдуваемого газа [2]

$$\frac{\alpha/c_p}{(\alpha/c_p)_0} = 1 - \gamma \frac{(\rho V)_w}{(\alpha/c_p)_0} \quad (12)$$

из (11), (12) можно получить (индексом '0' отмечены величины при отсутствии разрушения поверхности)

$$\frac{(\rho V)_w}{(\alpha/c_p)_0} = \frac{\frac{m_w}{m_{\text{O}_2}} C_{\text{O}_2e}}{1 + \gamma \frac{m_w}{m_{\text{O}_2}} C_{\text{O}_2e}} \quad (13)$$

Коэффициент γ зависит от режима течения в пограничном слое и соотношения средних молекулярных масс вдуваемого газа и газа на внешней границе пограничного слоя. Согласно [2] при турбулентном режиме течения γ можно принять равным 0.4, тогда, учитывая, что $m_w = 184$, $m_{\text{O}_2} = 32$, $C_{\text{O}_2e} = 0.23$, получим для правой части (13) значение 0.865.

В том случае, если протекает реакция окисления с образованием WO_3 , можно получить следующее выражение для уноса с поверхности:

$$\frac{(\rho V)_w}{(\alpha/c_p)_0} = \frac{C_{\text{O}_2e} \left(\frac{2m_{\text{WO}_3}}{3m_{\text{O}_2}} - 1 \right)}{1 + \gamma C_{\text{O}_2e} \left(\frac{2m_{\text{WO}_3}}{3m_{\text{O}_2}} - 1 \right)} \quad (14)$$

так как $m_{\text{WO}_3} = 232$, то правая часть (14) равна 0.65.

Выражения (13), (14) дают величину уноса с поверхности при различных тепловых нагрузках для диффузионного режима протекания химических реакций окисления.

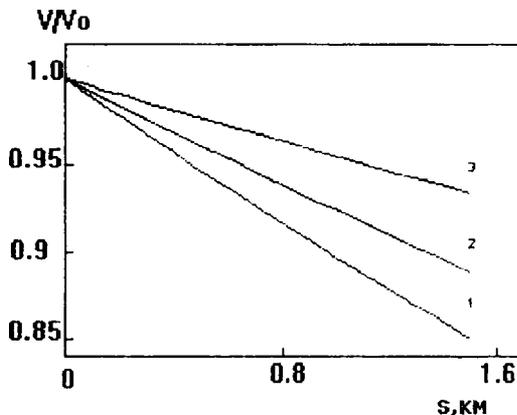


Рис.1

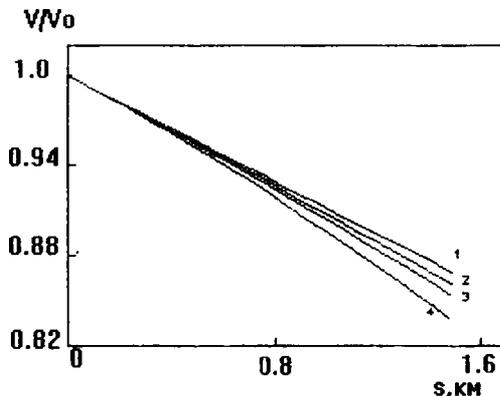


Рис.2

В работе [1] приведены результаты экспериментальных исследований, проведенных на моделях в виде затупленных по сфере конусов. В качестве

материалов модели использовался вольфрам с добавками. В данных эксперимента давление торможения достигало 70 атм, тепловые потоки достигали значения $5 \cdot 10^7$ Вт/м². Как отмечают авторы [1], при давлениях торможения свыше 50 атм происходит разрушение структуры поверхности и наблюдаются высокие скорости уноса массы, достигающие 2.5 мм/с. Средние скорости уноса массы в экспериментах имели величину $(\rho V)_w = 10$ кг/(м²·с), а при повышении давления торможения возрастали до 50 кг/(м²·с).

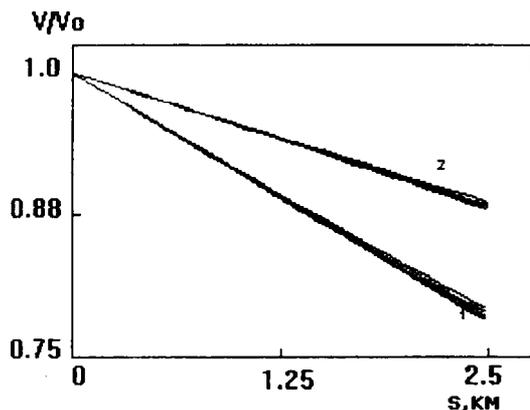


Рис.3

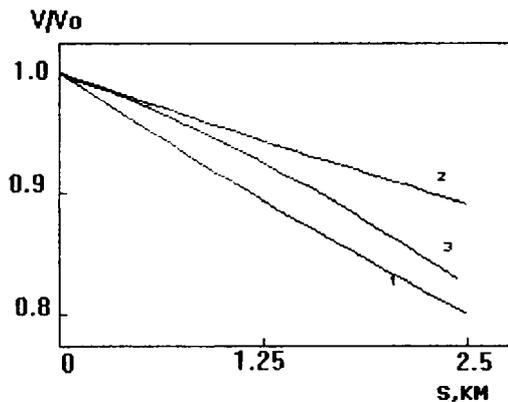


Рис.4

Для максимальных тепловых нагрузок, приведенных выше, оценки массового уноса и линейной скорости разрушения в соответствии с (13) дают значения $(\rho V)_w$ до 60 кг/(м²·с), при этом линейная скорость уноса достигает 3 мм/с. С учетом вышеприведенных опытных данных по расчету $(\rho V)_w$ и полученных значений по формулам (13), (14) можно получить следующую оценку сверху:

$$\frac{(\rho V)_w}{(\alpha/c_p)_0} = 0.9A, \quad (15)$$

где $1 < A < 10$, A - коэффициент механического уноса.

На боковой конической поверхности значения α/c_p падают в 4-5 раз по сравнению с величинами в точке максимальных тепловых нагрузок, как следует

из (7), поскольку давление на внешней границе пограничного слоя уменьшается более чем в 20 раз. По этой причине линейный унос, как следует из (15), за время полета $t=0.3-0.4$ с составляет доли миллиметра и его влиянием на изменение формы боковой поверхности можно пренебречь.

В качестве примера был рассмотрен полет тела, имеющего форму конуса с углом полураствора 2.148 градуса, затупленного по сфере, радиус сферического затупления равен 0.0013 м, радиус миделевого сечения 0.005 м, длина тела 0.1 м. Для сравнения приведены результаты расчета для тела в форме усеченного конуса с торцевым затуплением. Для носка тела, имеющего сферическое затупление, $c_x=0.0625$, а для носка с торцевым затуплением $c_x=0.125$.

Расчеты показывают, что при полете тела на расстояние 2.0 - 2.5 км потеря массы не превышает одного калибра. Для тела, выполненного из вольфрама, имеющего форму усеченного конуса с торцевым затуплением, при движении со скоростью 2.5 - 4.5 км/с, при $A=2$, $s=2.5$ км потеря массы составляет 0.38-0.55% начальной массы, а при $A=10$ - от 2.3 до 3.6% начальной массы.

На рис. 2, 3, 4 показаны зависимости V/V_0 , от s для тел, выполненных из вольфрама. Кривые 1, 2, 3, 4 на рис.2 соответствуют движению конуса с торцевым затуплением с учетом потери массы при $V_0=4500$ м/с и $A = 2, 4, 6, 10$ соответственно. Группами кривых 1 и 2 на рис. 3 показаны результаты для конуса с торцевым затуплением и сферически затупленного конуса с учетом потери массы при V_0 от 2500 до 4500 м/с и $A = 2$. Кривая 3 на рис. 4 соответствует движению сферически затупленного конуса с учетом потери массы при $V_0 = 4500$ м/с, $A = 10$; 2 - без учета потери массы, кривая 1 - для конуса с торцом без учета потери массы. Потеря скорости составляет 11 - 29% от начальной скорости. Из рисунков видно, что потеря массы заметно снижает конечную скорость.

Таким образом, при полете тела на расстояние 1-2 км со скоростями 2.5-4.5 км/с потеря массы существенно снижает конечную скорость, но она в то же время остается высокой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Итмад. Окисление и механические характеристики вольфрама при высоких температурах и высоких давлениях // Ракетная техника и космонавтика. 1966. №9. С.10-13.
2. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке равномерно диссоциирующего воздуха // Изд. АН СССР. МЖГ. 1966. №2. С.164-168.
3. Агафонов В.П., Вергушкин В.К., Гладков А.А., Полянский О.Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М.: Машиностроение, 1972. 344 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ НОВОЙ СХЕМЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ДАТЧИКА ДУЛЬНОЙ СКОРОСТИ СНАРЯДА

Горбунов Д.В., Синяев С.В., Христенко Ю.Ф.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

В настоящее время в лабораторных и полигонных условиях для измерения дульной (траекторной) скорости снаряда в основном используется метод с применением рам-мишеней, который вносит большую погрешность в измерения. Для бесконтактного измерения скорости используются методы СВЧ и лазерной локации, а также световых лазерных, рентгеновских барьеров (см., например, [1]). Эти методы налагают определенные ограничения на форму и материал снарядов и ведущих устройств. Для всех таких методов требуются специализированные источники питания и сложная аппаратура для регистрации и обработки информации.

В связи с этим более предпочтительными являются электромагнитные датчики, которые регистрируют изменение электрического или магнитного поля при пролете снаряда через измерительное сечение. Из таких датчиков наиболее известны датчики дульной скорости, в которых скорость снаряда измеряется по сигналам с расположенных соосно со стволом измерительных катушек при пролете сквозь них снаряда [2, 3]. Однако эти датчики имеют низкий уровень сигнала, ограничение по диапазону измеряемых скоростей, большие габариты и большую погрешность измерения.

В [4] предложен датчик дульной скорости новой конструкции. В отличие от применявшихся ранее, в новом датчике канал ствола помещается в разрыв магнитопровода, а измерительные катушки фиксируют изменение магнитного потока в магнитопроводе при полете проводящего или ферромагнитного метасмого элемента. Топология магнитного барьера, сформированного в датчике, обеспечивает максимальную деформацию магнитного потока телом. Это существенно повышает уровень выходных сигналов непосредственно с датчиков (1...25 В), что позволяет без дополнительных усилителей и формирователей сигналов запускать синхронизирующую и регистрирующую аппаратуру аэробаллистической трассы и стенда бронебаллистических исследований.

Разработанная в последнее время упрощенная конструкция датчика с линейным разомкнутым магнитопроводом [5] может служить основой при разработке промышленных образцов таких датчиков для стрелкового вооружения и малокалиберных артиллерийских систем. Дальнейшим развитием этого направления является разработка "одностороннего" датчика положения (скорости) снаряда, который представляет собой единый компактный измерительный модуль. Это дает возможность размещать датчик непосредственно в корпусе ствола, в корпусе дульного тормоза или на выносных штангах за дульным срезом. Простая конструкция и низкая стоимость датчика позволяют оснастить им практически каждое орудие среднего и

крупного калибра, что дает возможность существенно повысить эффективность стрельбы. Установка нескольких таких датчиков вдоль ствола позволяет исследовать закон движения снаряда по стволу, что весьма важно при исследовании внутренней баллистики орудия.

Результаты предварительного анализа работоспособности такого датчика проведены в [6], где показана принципиальная возможность регистрации с помощью одностороннего датчика положения (скорости) даже подкалиберного стального снаряда.

Для более точного измерения скорости артиллерийского снаряда со стальным корпусом и с медным ведущим пояском может быть использован тот факт, что предлагаемые датчики вырабатывают сигнал противоположного знака при пролете стального (ферромагнетик) и медного (диамагнетик) снарядов. С целью экспериментальной проверки этого предположения разработана конструкция модельного снаряда (рис. 1).

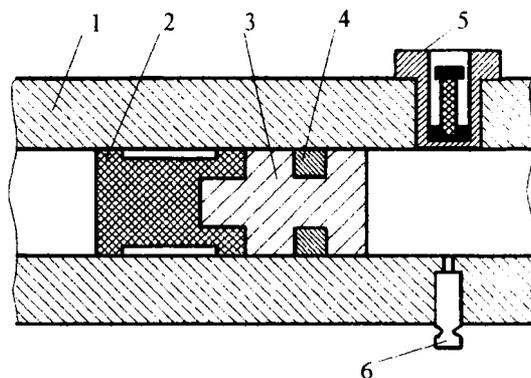


Рис. 1. Схема модельного калиберного снаряда и модельной баллистической установки с односторонним датчиком положения снаряда: 1 - ствол; 2 - полиэтиленовый поддон; 3 - стальной корпус; 4 - медный ведущий поясок; 5 - односторонний датчик; 6 - датчик давления Т600

Приведенные на рис. 2 результаты эксперимента полностью подтверждают эти предположения и показывают, что такие датчики могут быть использованы для регистрации положения и скоростей штатных снарядов с медными ведущими поясками любого калибра.

Использование для ведения модельного снаряда полиэтиленового поддона с ведущими поясками диаметром на 1мм больше калибра ствола, а также установка пьезоэлектрического датчика давления в одном сечении с односторонним датчиком позволили выявить ряд интересных эффектов. Во-первых, доказано, что такая конструкция поддона обеспечивает надежную обтюрацию при движении метасмого сборки по стволу со средним качеством поверхности

канала. Это подтверждается тем, что давление между медным и полиэтиленовым ведущими поясками ниже, чем давление перед и за снарядом. Во-вторых, получено надежное подтверждение отмеченного в [7] факта, что прохождение ведущих поясков полиэтиленового поршня вызывает всплески на сигнале с датчика давления.

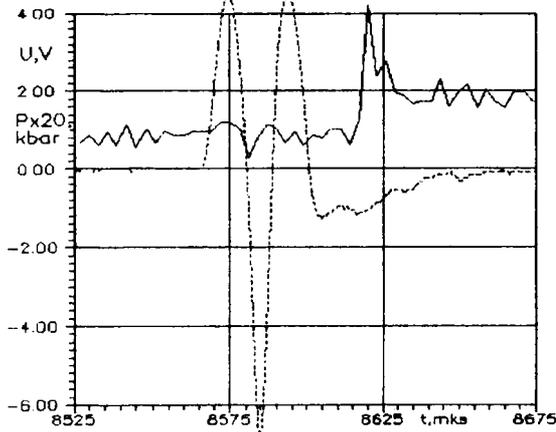


Рис. 2. Зависимость напряжения на одностороннем датчике и давления на датчике Т6000 от времени для калиберного снаряда с медным ведущим пояском: - - - - напряжение, — — — — давление

Особенно наглядно это продемонстрировал эксперимент с модельным подкалиберным снарядом (рис. 3), результаты которого приведены на рис. 4. Всплеск на кривой давления от первого ведущего пояска совпадает по времени с сигналом с одностороннего датчика. Таким образом, датчик давления может служить надежным инструментом для определения положения и скорости поддона (поршня).

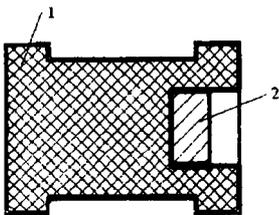


Рис. 3. Схема модельного подкалиберного снаряда: 1 - поддон (полиэтилен); 2 - ударник (сталь)

Кроме этого, приведенные на рис. 4 результаты позволяют оценить чувствительность одностороннего датчика к возмущениям, вызванным ударной волной перед снарядом. При прохождении достаточно интенсивной ударной волны (скорость снаряда 2.1 км/с) возмущения датчика, вызванные магнито-стрикционными эффектами, не превышают 80 мВ, в то время как уровень полезного сигнала даже для подкалиберного снаряда превышает 500 мВ.

И, наконец, сигнал с одностороннего датчика на рис. 4 позволяет сделать вывод, что при такой интенсивности ударной волны перед снарядом воздух за ней ионизован. Сигнал соответствует движению немагнитного проводника, и по его уровню можно оценить проводимость и степень ионизации, кото-

рую необходимо учитывать при выборе уравнения состояния воздуха для математического описания подобных течений.

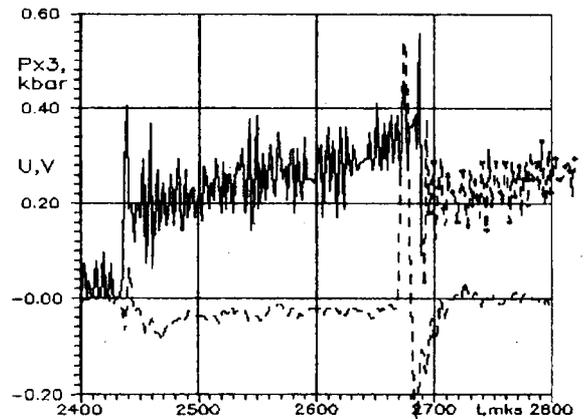


Рис. 4. Зависимость напряжения и давления для подкалиберного снаряда (диаметр снаряда - 16 мм, высота - 10 мм, калибр ствола - 23 мм): - - - - напряжение, — — — — давление перед, х-х-х-х - давление за снарядом

Известны попытки создания одностороннего электромагнитного датчика положения (скорости) снаряда в стволе [8]. Однако уровень выходного сигнала с такого датчика был настолько низким, что он регистрировал пролет только специальных снарядов, в которые были вмонтированы два постоянных магнита. Причем даже в этом случае уровень сигнала не превышал 30 мВ, что на 1-2 порядка ниже сигналов, приведенных на рис. 2 и 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мансон Д.Е., Мей Р.П. // Ракетная техника и космонавтика. 1976. Т.14, № 2. С.131-141.
2. Патент США №3824463, МКИ G01P 3/66. Публ. 16.07.1974г.
3. Одинцов В.А.// Техника и вооружение. 1999. №4. С.26-28.
4. Сняев С.В. Датчик скорости для высокоскоростных металлических комплексов// Тез. докл. междунар. научно-тех. конф. "Динамика систем, механизмов и машин". Омск: Изд. Омск. гос. техн. ун-та, 1995. Кн. 1. С. 54.
5. Кульпин В.И., Сняев С.В., Христенко Ю.Ф. Датчик положения и скорости перемещения быстро движущихся тел: Заявка на изобретение №99101880. Приоритет от 02.02.99г.
6. Кульпин В.И., Сняев С.В., Христенко Ю.Ф. Электромагнитные датчики дульной скорости снаряда// Аннотации докладов научн. конф. "Совр. методы проектирования и обработки ракетно-арт-го вооружения". РФЯЦ-ВНИИЭФ. Саров, 1998. С.93-94.
7. Христенко Ю.Ф. Экспериментальные исследования основных внутрибаллистических процессов легкогазовых установок// Избр. доклады междунар. конф. "Всесибирские чтения по математике и механике". Томск: Изд-во ТГУ, 1997. Т.2. С.114-122.
8. Bogdanoff D.W., Knowlen C., Murakami D., Stonich I. Magnetik Detector for Projectiles in Tubes// AIAA Jomal. 1990. Vol.28, №11. P.1942-1944.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА ПРИЗМ ТРЕУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Карганолова О.В., Мерзляков В. Д.

Томский государственный университет

В работе исследовалось плоское движение со сверхзвуковыми скоростями на траекториях протяженностью не более 100 м при жестко заданных начальных условиях призм треугольного сечения. Определялись условия, при которых обеспечивалось устойчивое движение с заданными характеристиками.

Для решения поставленной задачи определялись аэродинамические характеристики трехгранных призм в виде зависимостей от геометрических и кинематических параметров. Для этого использовались результаты эксперимента, проведенного в сверхзвуковой аэродинамической трубе, где исследовалось продольное обтекание призм при различных значениях угла атаки α , числах Маха M и характерных длин призм L . При проведении эксперимента в связанной системе координат определялись значения: C_l - аэродинамического коэффициента продольной силы, C_n - аэродинамического коэффициента нормальной силы, m_z - аэродинамического коэффициента момента тангажа. Для обработки экспериментальных данных и построения аналитических зависимостей использовался классический регрессионный метод. Для его применения экспериментальные данные проверялись на отсутствие мультиколлинеарности, независимость результатов наблюдений, нормальность распределения. После предварительной обработки экспериментальных данных строились уравнения регрессии. В результате были получены зависимости $C_l(\alpha, M, L, \gamma)$, $C_n(\alpha, M, L, \gamma)$, $m_z(\alpha, M, L, \gamma)$. Так как при исследовании динамики полета движение центра масс модели описывается в поточной (скоростной) системе координат, то аэродинамические коэффициенты преобразовывались в эту систему при $\gamma = 0$.

$$C_x = A_0 + A_1 L + A_2 \alpha + A_3 \alpha^2 + A_4 M L + A_5 M + A_6 M \alpha + A_7 L \alpha + A_8 L^2,$$

$$C_y = B_0 L \alpha + B_1 M L^2 \alpha + B_2 L \alpha^2 + B_3 \alpha + B_4 M^3 \alpha + B_5 L \alpha^3 + B_6 L^2 \alpha + B_7 M^2 L \alpha,$$

$$m_z = D_0 M L \alpha + D_1 L \alpha^2 + D_2 \alpha + D_3 M^2 \alpha + D_4 M \alpha^2 + D_5 \alpha^2.$$

Основное назначение поточной системы координат заключается в фиксировании аэродинамических сил, действующих на призму в полете. Главной плоскостью скоростной системы координат (рис. 1) является плоскость $Ox_a z_a$, перпендикулярная главной плоскости симметрии призм Oxy и проходящая через вектор скорости \vec{V} центра масс. Ось Ox_a скоростной системы координат направлена по вектору скорости, ось Oy_a лежит в главной плос-

кости симметрии призм. Оси скоростной системы координат имеют следующие названия: Ox_a - скоростная ось; Oy_a - ось подъемной силы. Положение связанной системы координат относительно скоростной в плоской задаче определяется углом атаки α (угол между продольной осью Ox и вектором скорости центра масс призм).

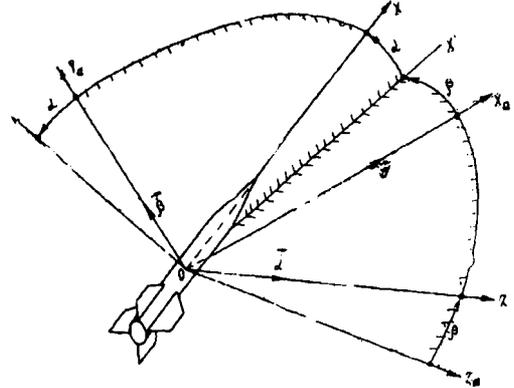


Рис. 1. Скоростная и связанная С.К.

Построение математической модели движения трехгранных призм проводилось при следующих допущениях. Движение рассматривалось в неподвижной атмосфере с постоянными параметрами на траекториях протяженностью не более 100 м. Вследствие малости рассматриваемых расстояний и больших скоростей предполагалось отсутствие силы тяжести. Колебания оси призм происходили в земной вертикальной плоскости. Уравнения движения центра масс призм записывались в скоростной системе координат, а движение оси - в связанной системе координат. С учетом всех допущений система уравнений имела вид

$$\begin{cases} m \frac{dV}{dt} = -C_x \frac{\rho V^2}{2} S, \\ mV \frac{d\theta}{dt} = C_y \frac{\rho V^2}{2} S, \\ I_z \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} = M_z = m_z \frac{\rho V^2}{2} L S, \\ \vartheta = \theta + \alpha, \end{cases} \quad (1)$$

где $C_x(\alpha, L, M, \gamma)$, $C_y(\alpha, L, M, \gamma)$ - коэффициенты аэродинамических сил, $m_z(\alpha, L, M, \gamma)$ - аэродинамический коэффициент момента тангажа M_z ; ρ , t - соответственно плотность атмосферы, время, m , V , S , I_z - масса, скорость центра масс, площадь миделя трехгранной призм, момент инерции тела относительно оси Oz_1 ; α - угол атаки; θ - угол наклона траектории; ϑ - угол тангажа.

Для исследования динамики полета призмы система (1) преобразовывалась в уравнение движения оси призмы. С учетом разложения коэффициента момента тангажа в ряд Тейлора и перехода от производной по времени к производной по пути x ($\frac{dx}{dt} = V$) получилось уравнение, описывающее процесс динамики движения. Так как аэродинамические коэффициенты являются нелинейными функциями угла атаки и зависят от числа Маха, то получилось нелинейное дифференциальное уравнение с медленно меняющимися параметрами:

$$\frac{d^2\alpha}{dx^2} - k(b_0 + b_2M)\alpha = \varepsilon \left\{ \frac{d\alpha}{dx} \left[m_z^{\omega_z} \frac{kL}{\varepsilon} + C_x - C_y \right] + \frac{\alpha^2}{\varepsilon} (b_1 + b_3M) \right\}.$$

Оно решалось при помощи метода Боголюбова - Митропольского. Асимптотическое решение рассматриваемого уравнения находилось в первом приближении в форме $\alpha = a \cos \psi$, где амплитуда a , фаза ψ определялись из уравнений первого приближения:

$$\begin{cases} \frac{da}{dx} = -\frac{\alpha\varepsilon}{2\omega(\tau)} \frac{d[\omega(\tau)]}{dt} + \frac{\alpha\varepsilon}{2} \left(c_0 + c_4M^2 + m_z^{\omega_z} \frac{kL}{\varepsilon} + \frac{a^2c_2}{4} \right), \\ \frac{d\psi}{dx} = \omega(\tau). \end{cases} \quad (2)$$

Первое уравнение имеет вид $\frac{da}{dx} = \phi(a)$. Очевидно, что амплитуда возрастает при $\phi(a) > 0$, то есть движение тела неустойчиво и убывает при $\phi(a) < 0$. Стационарные значения амплитуды a определяются из уравнения $\phi(a) = 0$. Для практического применения имеет значение амплитуда $a_1 = 0$. Устойчивость движения при заданной амплитуде определялась из первого уравнения (2). Из условия устойчивости стационарных амплитуд $\phi'(a) < 0$ находилась область значений коэффициента демпфирования $m_z^{\omega_z}$:

$$m_z^{\omega_z} \leq \frac{\varepsilon}{kL} \left(\frac{1}{2k(b_0 + b_2M)} - c_0 - c_4M^2 \right). \quad (3)$$

Подставляя выражение (3) в случае равенства в первое уравнение системы (2), получили выражения для фазы и амплитуды через их начальные значения \bar{a}_0 и ψ_0 :

$$\psi = \psi_0 + \int_0^x \omega(\varepsilon x) dx,$$

$$a = \frac{e^{-\int_0^x h(x) dx}}{e^0},$$

$$a = \left(\frac{1}{\bar{a}_0^2} + 2 \int_0^x \frac{\varepsilon c_2}{8} e^{-2 \int_0^x h(x) dx} dx \right)^{1/2},$$

$$h(x) = \frac{\varepsilon}{4k(b_0 + b_2M)} + \frac{\varepsilon}{2} \left(c_0 + c_4M^2 + m_z^{\omega_z} \frac{kL}{\varepsilon} \right).$$

Начальные значения амплитуды и фазы определялись из начальных условий:

$$\begin{cases} \alpha(0) = a_0 \cos \psi_0, \\ \alpha'(0) = -a_0 \omega_0 \sin \psi_0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 = \sqrt{-\frac{\alpha'^2}{\omega_0^2} + \alpha^2}, \\ \psi_0 = \arctg \left(-\frac{\alpha'}{\alpha \omega_0} \right). \end{cases}$$

Для расчета предельных значений коэффициента демпфирования использовалось уравнение (3) в случае равенства. Вычислялись значения $m_z^{\omega_z}$ при различных числах Маха и характерных длинах призм. Результаты приведены на графиках (рис.2).

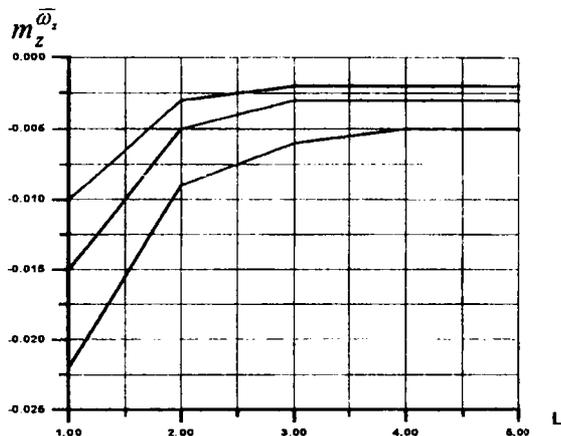


Рис.2

На графиках видно, что при увеличении числа Маха и/или характерной длины призмы коэффициент демпфирования уменьшается, то есть движение тела становится более устойчивым. Очевидно, что для определения устойчивости движения призмы необходимо знать предельное значение коэффициента демпфирования в начальный момент времени. И, изменяя величину коэффициента демпфирования, можно обеспечить требуемое затухание амплитуды колебания угла атаки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ: В 2 кн. М.: Финансы и статистика, 1986.
2. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Машиностроение, 1990. 464 с.
3. Дмитриевский А.А. и др. Внешняя баллистика. М., 1989.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ В ВОЗДУХЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТЕЛА, СТАБИЛИЗИРУЕМОГО ВРАЩЕНИЕМ

Рекутык Г.П., Фарапонов В.В.

Томский государственный университет

За последнее время в развитии ЭВМ произошли существенные изменения. Применение современных ЭВМ позволило значительно расширить баллистические исследования. Теперь появилась возможность, предположив, что известны начальные условия и зависимости сил и моментов, действующих на тело в полете, от параметров его движения, а также связи, накладываемые на его движение, построить математическую модель, описывающую пространственное движение снаряда (осесимметричного тела) в воздухе и решить ее с помощью ЭВМ.

Существуют так называемые "традиционные модели", хорошо изученные и известные всем исследователям, занимающимся работой в этом направлении. Для их построения были использованы пространственный угол атаки α_n или углы атаки α и скольжения β . Общим отрицательным моментом для этих двух моделей является то, что одна из систем координат, используемая при их выводе, жестко связана с телом. При попытке реализации модели на ЭВМ для тел, стабилизируемых вращением, это приводит к непрерывному возрастанию угла нутации за очень короткий промежуток времени. Использование связанной системы координат в итоге вызывает разрушение схемы расчета, выражающееся в том, что углы α и β за очень короткий промежуток времени резко возрастают, а шаг интегрирования при этом резко уменьшается.

Наиболее приемлемой моделью для решения задач движения вращающихся тел на ЭВМ является математическая модель, описанная Р.Е. Соркиным [1], так как эта модель построена через введение комплексного угла атаки. Благодаря этому можно избавиться от систем координат, жестко связанных с телом, и перейти к полусвязанной и полускоростной системам координат. Эта математическая модель позволяет производить расчет параметров траектории с учетом всех сил и моментов, действующих на снаряд в полете. Используя эту модель, можно рассчитывать параметры любого неуправляемого движения осесимметричного тела. Но свои недостатки есть и у этой модели, так как рассматриваются тела, стабилизируемые вращением, у которых движение центра масс имеет относительно медленное (плавное) изменение параметров от времени по сравнению с движением тела около центра масс. Вследствие этого шаг интегрирования, необходимый для обеспечения приемлемой точности расчета параметров движения около центра масс, отличается на три-

четыре порядка от шага интегрирования уравнений движения центра масс. Чтобы справиться с этой проблемой, обычно разделяют математическую модель на две подмодели, одна из которых описывает движение центра масс, а другая - движение около центра масс, и интегрировать их с различными шагами интегрирования. Чтобы эти системы хорошо согласовались по шагу, используют специальные приемы.

В данной работе был применен способ решения основной задачи внешней баллистики для скоростей движения снаряда, когда выполняется квадратичный закон сопротивления воздуха [2], в котором показано, что если соблюдается квадратичный закон сопротивления воздуха, то параметры движения центра масс можно считать через аналитические зависимости.

Для расчета параметров, описывающих движение тела около центра масс, использовалась модель Р.Е. Соркина [1]:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_1}{dt} &= \omega_2 - nV\delta_1 + b'\omega_{x1}\delta_2 + \frac{g \cos \theta}{V}, \\ \frac{d\delta_2}{dt} &= \omega_1 - nV\delta_2 - b'\omega_{x1}\delta_1, \\ \frac{d\omega_1}{dt} &= -hV\omega_1 - 2a\omega_{x1}\omega_2 + k^2V^2\delta_2 - c'\omega_{x1}V\delta_1, \\ \frac{d\omega_2}{dt} &= -hV\omega_2 + 2a\omega_{x1}\omega_1 + k^2V^2\delta_1 + c'\omega_{x1}V\delta_2, \\ \frac{d\Delta\theta}{dt} &= hV\delta_1 - b'\omega_{x1}\delta_2, \\ \frac{d(\eta \cos \theta)}{dt} &= hV\delta_2 + b'\omega_{x1}\delta_1, \\ \frac{d\omega_{x1}}{dt} &= -h_1V\omega_{x1}, \\ \frac{dy}{dt} &= V \sin \theta, \\ \frac{dx}{dt} &= V \cos \theta, \\ \frac{dz}{dt} &= V\eta \cos \theta, \end{aligned} \tag{1}$$

где

$$n = C_y^\alpha \frac{\rho S}{2M}; \quad h = m_{удем} \frac{\rho S l^2}{2I_y}; \quad k^2 = -m_\alpha^2 \frac{\rho S l}{2I_z};$$

$$b' = C_{\text{маз}} \frac{\rho S l}{2M}; \quad c' = C_{\text{маз}} \frac{\rho S l L_{\text{маз}}}{I_x};$$

$$2a = \frac{I_x}{I_y}; \quad h_1 = m_{x1\text{дем}} \frac{\rho S l^2}{2I_x};$$

δ_1 и δ_2 – проекции угла нутации на вертикальную и наклонную плоскости соответственно;

ω_{x1} – проекция угловой скорости тела на ось x_1 , связанной системы координат;

ω_1 и ω_2 – комплексные составляющие угловой скорости тела;

x, y, z – координаты центра масс;

η – угол курса.

В данной системе отсутствуют уравнения для вычисления медленноменяющихся параметров V, θ . Для их вычисления воспользуемся аналитическими зависимостями методики [2].

Алгоритм решения основной задачи внешней баллистики, как результат интегрирования дифференциальных уравнений при аргументе t по этой методике, имеет вид

$$V_{xy} = V_{x0} e^{-CH(y_{cp})G(V_{cp})t_s},$$

$$V_{xc} = V_{x0} e^{-CH(y_{cp})G(V_{cp})t_c},$$

$$t_s = \frac{V_{x0} V_{xs} \text{tg} \Theta_0 \ln(V_{x0} / V_{xs})}{g(V_{x0} - V_{xs})},$$

$$t_c = t_s - \frac{V_{xc} V_{xs} \text{tg} \Theta_c \ln(V_{xs} / V_{xc})}{g(V_{xs} - V_{xc})},$$

$$x_s = \frac{V_{x0} V_{xs} \text{tg} \Theta_0}{g}, \quad x_c = x_s - \frac{V_{xc} V_{xs} \text{tg} \Theta_c}{g},$$

$$y_s = \text{tg} \Theta_0 x_s + \frac{g x_s^2}{(V_{x0} - V_{xs})} \left(\frac{1}{V_{x0}} - \frac{\ln(V_{x0} / V_{xs})}{V_{x0} - V_{xs}} \right),$$

$$\text{tg} \Theta_c = \text{tg} \Theta_0 - \frac{g(V_{x0} - V_{xc})t_c}{V_{x0} V_{xc} \ln(V_{x0} / V_{xc})},$$

где с индексами s, c – параметры в точках вершины и падения.

При вычислении параметров траектории использовалось разбиение на два шага: для медленноменяющихся параметров V, θ относительно большой шаг big_h_t и для параметров, вычисляемых по (1), относительно маленький шаг h_t .

Применяя метод решения основной задачи внешней баллистики для скоростей движения снаряда, когда выполняется квадратичный закон сопротивления воздуха, вместо дифференциальных уравнений для расчета скорости V и угла наклона траектории θ используем аналитические зависимости:

$$V_x = V_{xi} e^{-CH(y_{cp})G(V_{cp})t};$$

$$\theta = \arctg \left(\text{tg} \theta_i - \frac{g(V_{xi} - V_x)t}{V_{xi} V_x \ln(V_{xi} / V_x)} \right), \quad (2)$$

где V_{xi} и V_x – начальная и текущая горизонтальные составляющие скорости центра масс тела на i -м шаге big_h_t ;

θ и θ_i – текущий и начальный углы наклона траектории тела на i -м шаге big_h_t ;

C – баллистический коэффициент;

$H(y_{cp})$ – средняя функция высоты на i -м шаге big_h_t ;

$G(V_{cp})$ – функция сопротивления для средней скорости на i -м шаге big_h_t ;

t – текущее время на i -м шаге big_h_t .

Интегрирование системы (1) проводится до момента $t > \text{big_h_t}$ – для системы (2). После чего в системе (2) обновляются $V_{xi}, \theta_i, H(y_{cp}), G(V_{cp})$.

Таким образом, получилось разделение математической модели на две подмодели: одна описывает основные параметры движения центра масс V и θ (2) и интегрируется с большим шагом, а другая – параметры движения около центра масс и координаты центра масс (1) и интегрируется с мелким шагом.

Этим самым мы сокращаем исходную систему из двенадцати дифференциальных уравнений на два уравнения, что позволяет уменьшить время расчета параметров траектории движения снаряда при сохранении требуемой точности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соркин Р. Е. Динамика полета неуправляемых ракет. М.: Дом техники, 1963. 214 с.
2. Степанов В.П., Фаропонов В.В. Методика решения основной задачи внешней баллистики для скоростей снаряда, когда выполняется квадратичный закон сопротивления воздуха: Методические указания. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. 18 с.
3. Коновалов А.А., Николаев Ю.В. Внешняя баллистика. М.: ЦНИИ информация, 1979. 228 с.
4. Беляева С.Д., Моченко Н.М., Паршин Ж.П. Внешняя баллистика. Ч. 2. М.: МО СССР, 1988. 393 с.

ЗАДАЧА О РАЗДЕЛЕНИИ ДВУХ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРОВ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

Салганская М.В., Мерзляков В.Д.

Томский государственный университет

Исследовалась задача об относительном движении двух круговых цилиндров, одинаковых по геометрическим характеристикам, с удлинением не менее двух калибров, образующих систему, которая совершает движение со сверхзвуковой скоростью в невозмущенной атмосфере.

В исходном состоянии система тел представляет собой сплошное цилиндрическое тело с удлинением, равным удвоенному удлинению одного цилиндра. Движение центра масс системы происходит по прямолинейной траектории без угла атаки. Так как эта система неустойчива по угловым координатам, то возникает вращательное движение ее оси относительно центра масс. При этом возникает изменение картины обтекания системы и перераспределение давления на ее поверхности. Вследствие этого равнодействующая силы давления на боковую поверхность головного цилиндра становится больше соответствующей силы, действующей на задний цилиндр. С увеличением угла атаки эта разность сил увеличивается и достигает значения, при котором начинается относительное движение цилиндров системы.

Для определения сил и моментов, действующих на систему и ее элементы в процессе их движения, проводились эксперименты в аэродинамической трубе. Определялись аэродинамические коэффициенты: C_t – продольной силы, C_n – нормальной силы и m_z – момента тангажа. Были построены полиномиальные зависимости C_t , C_n , m_z от факторов: M – числа Маха, α – угла атаки, S – относительной площади.

Для системы:

$$C_t = 1.6393 + 0.0605S - 0.0169\alpha - 0.046M - 0.0845SM + 1.3925S^2 + 0.00015625\alpha^2 + 0.0133M^2;$$

$$C_n = 0.1206 - 0.532S + 0.0521\alpha - 0.0717M - 0.02S^2 - 0.0002875\alpha^2 + 0.0114M^2 + 0.0049S\alpha + 0.049SM - 0.007M\alpha;$$

$$m_z = 0.0263 + 0.3325S + 0.0314\alpha - 0.0206M - 0.0045M\alpha + 0.1825S^2 - 0.0002625\alpha^2 + 0.0056M^2.$$

Для цилиндра ($\lambda=2$): $C_{n1} = 1.76 + 0.006M + 0.328\alpha^2 - 0.246\alpha^2M;$

$$C_{n1} = 4.3742 - 0.761\alpha M + 5.587\alpha^3;$$

$$m_{z1} = 1.038 - 0.112\alpha M + 3.527\alpha^3.$$

На основании анализа экспериментов была построена математическая модель этого процесса. При ее построении предполагалось: а) цилиндры являются твердыми телами; б) относительное движение происходит в плоскости угла атаки системы так, что оси симметрии обоих цилиндров

остаются параллельными и контакт торцов не нарушается; в) участок траектории, на котором происходит исследуемый процесс, мал, поэтому влияние силы тяжести не учитывается.

Движение головного цилиндра системы рассматривается в системе координат O_2XY , связанной с задним цилиндром. Ее начало совмещается с центром масс заднего цилиндра, ось O_2X направляется по оси симметрии, ось O_2Y – перпендикулярно оси O_2X в плоскости угла атаки системы. В этой системе координат уравнение движения центра масс головного цилиндра описывается уравнением:

$$m_1 \frac{d\vec{V}'}{dt} = \vec{R} + \vec{N} + \vec{F} - m_1 \left\{ \vec{W}_0 + \bar{\epsilon} \times \vec{r}' + \vec{\omega}_0 \times (\vec{\omega}_0 \times \vec{r}') + 2\vec{\omega}_0 \times \vec{V}' \right\}, \quad (1)$$

где m_1 – масса головного цилиндра; $\vec{R}(X_{n1}, Y_{n1})$ – вектор аэродинамической силы, действующей на головной цилиндр; \vec{N} – вектор силы нормального давления, действующей со стороны заднего цилиндра; $\vec{F} = \vec{N} \cdot f$ – сила трения, возникающая в плоскости соприкосновения торцов; f – коэффициент трения; $\vec{\omega}_0$ – угловая скорость связанной системы координат; $\bar{\epsilon}$ – угловое ускорение связанной системы координат; \vec{W}_0 – ускорение начала связанной системы координат; \vec{r}' – радиус-вектор центра масс головного цилиндра связанной системы; \vec{V}' – вектор относительной скорости центра масс головного цилиндра связанной системы.

Параметры движения системы координат, определяющие входящие в (1) инерционные силы, вычислялись из уравнений, описывающих движение системы цилиндров:

$$m \frac{dV}{dt} = -C_t \frac{\rho \cdot V^2}{2} S,$$

$$mV \frac{d\Theta}{dt} = C_n \frac{\rho \cdot V^2}{2} S, \quad (2)$$

$$I_z \frac{d^2\vartheta}{dt^2} = m_z \frac{\rho \cdot V^2}{2} l \cdot S,$$

где m – масса системы; I_z – экваториальный момент инерции системы; V – скорость центра масс системы; Θ – угол наклона траектории; $\vartheta = \alpha + \Theta$ – угол тангажа.

При описанной выше постановке задачи движение центра масс головного элемента относительно заданного происходит вдоль оси O_2Y и описывается уравнением:

$$m_1 \left(\frac{dV'}{dx} \cdot V' \right)_y = Y_{n1} + N \cdot f + m_1 [W_{0y} + \left(\frac{d^2 \alpha}{dx^2} V'^2 + \frac{d\alpha}{dx} \cdot \frac{dV'}{dx} V' \right) \cdot y - \left(\frac{d\alpha}{dx} \cdot V' \right)^2 y], \quad (3)$$

где независимая переменная x связана с t соотношением: $V = \frac{dx}{dt}$.

Входящие в (3) производные $\frac{d^2 \alpha}{dx^2}$ и $\frac{d\alpha}{dx}$

находятся из уравнения:

$$\frac{d^2 \alpha}{dx^2} = m_z \frac{\rho \cdot Sl}{2I_z} + \frac{\rho \cdot S}{2m} \left(C_t \frac{d\alpha}{dx} - \frac{dC_n}{dx} \right) + C_t C_n \left(\frac{\rho \cdot S}{2m} \right)^2, \quad (4)$$

которое имеет аналитическое решение. Последнее находится асимптотическим методом Боголюбова – Митропольского. Решение (4) взято в первом приближении: $\alpha = a \cdot \cos \psi$,

где

$$a = a_0 \left[\exp \left\{ \left[0.7936 + 0.00665M_0^2 - 0.0195M_0 \right] x + (0.0278 - 0.04225M_0) Sx + 0.69625S^2 x \right\} \right],$$

$$\psi = \psi_0 + (\varepsilon_1 (0.0314 - 0.0045M_0))^{0.5} x,$$

$$\text{где } \varepsilon_1 = \rho \cdot Sl / 2I_z, \quad \varepsilon = \rho \cdot S / 2m.$$

Начальные значения a_0 и ψ_0 находятся из выражений:

$$\psi_0 = \arctg(\alpha_0 / \dot{\alpha}_0 \omega_0),$$

$$a_0 = (\alpha_0^2 / \omega_0^2 + \dot{\alpha}_0^2)^{0.5}.$$

Уравнение (3) решалось численно методом Рунге – Кутты второго рода. Исследовалось влияние начальных условий α_0 и $\dot{\alpha}_0$, числа M , плотности атмосферы ρ_0 , массовых характеристик цилиндров на время разделения, пространственные и угловые координаты цилиндров.

Результаты расчетов представлены в табл. 1-3.

В табл. 1 $\rho_{r1} = \rho_{r2} = 2.7 \text{ г/см}^3$, $M = 2$, $\rho_0 = 0.00125 \text{ г/см}^3$, $\dot{\alpha}_0 = 0.0007$. В табл. 2 $\rho_0 = 0.00125 \text{ г/см}^3$, $\rho_{r1} = \rho_{r2} = 2.7 \text{ г/см}^3$, $\alpha_0 = 5^\circ$, $\dot{\alpha}_0 = 0.0011$. В табл. 3 $\rho_{r1} = \rho_{r2} = 2.7 \text{ г/см}^3$, $M=3$, $\alpha_0 = 10^\circ$, $\dot{\alpha}_0 = 0.0008$.

Результаты расчетов для цилиндров с разными массовыми характеристиками приведены в табл. 4, 5. В табл. 4 $\rho_{r1} = 2.7 \text{ г/см}^3$, $\rho_{r2} = 8 \text{ г/см}^3$, $\rho_0 = 0.00073 \text{ г/см}^3$, $M = 4$, $\dot{\alpha}_0 = 0.0008$. В табл. 5 $\rho_{r1} = 8 \text{ г/см}^3$, $\rho_{r2} = 2.7 \text{ г/см}^3$, $M = 4$, $\rho_0 = 0.00091 \text{ г/см}^3$, $\dot{\alpha}_0 = 0.0009$.

Таблица 1

α_0	α	$\dot{\alpha}$	\bar{x}
0°	-0.0262	0.0005	40.4595
5°	0.0404	0.0015	40.9090
10°	0.1063	0.0025	41.2483

Таблица 2

M	α	$\dot{\alpha}$	\bar{x}
2	0.0253	0.0018	40.8848
3	0.0283	0.0017	41.0981
4	0.0314	0.0016	41.2920

Таблица 3

ρ_0	α	$\dot{\alpha}$	\bar{x}
0.00125	0.1091	0.0023	41.6987
0.00091	0.1038	0.0020	48.7671
0.00073	0.0995	0.0019	54.4767

Из проведенных расчетов, представленных в табл. 1-3, видно, что при увеличении M , α_0 , $\dot{\alpha}_0$ и высоты, на которой двигаются цилиндры, величины \bar{x} , α увеличивается, а величина $\dot{\alpha}$ уменьшается.

Таблица 4

α_0	$\dot{\alpha}$	α	\bar{x}
0°	0.007	-0.0453	60.1974
5°	0.0012	0.0246	61.5813
10°	0.0017	0.0933	62.8031

Таблица 5

α_0	$\dot{\alpha}$	α	\bar{x}
0°	0.0008	-0.0718	82.9394
5°	0.0010	0.0032	85.0000
10°	0.0013	0.0774	86.8558

Из табл. 4,5 видно, что разделение происходит медленнее, если головной цилиндр тяжелее заднего.

Проанализировав табл. 1-5, можно сделать вывод, что наибольшее влияние на величины \bar{x} , α и $\dot{\alpha}$ оказывают $\dot{\alpha}_0$ и массовые характеристики цилиндров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дмитриевский А.А. и др. Внешняя баллистика. М., 1981.
2. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., 1989.
3. Березин Н., Жидков В. Методы вычислений. М., 1989.

МЕТОДИКА ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПОЛОЖЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТЕЛА НА БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ТРАССЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ

Хацкалёв А.В., Фарапонов В.В.

Томский государственный университет

Внешнебаллистические испытания в зависимости от назначения можно подразделять на две основные группы – лабораторные и полигонные.

Лабораторные испытания проводятся на специально оборудованных баллистических трассах открытого и закрытого (баровакуумного) типов.

В работе в качестве исследуемых тел рассматривались осесимметричные, стабилизируемые и не стабилизируемые вращением тела (пули, снаряды, а также такие лабораторные модели, как конусы, цилиндры, катушки).

Современная вычислительная техника позволяет достаточно хорошо рассчитывать параметры движения тел по трассе. По результатам расчетов можно визуализировать движение тела в плоскостях ХУ ХZ и YZ (перпендикулярной направлению движения тела) лабораторной СК.

Если попробовать соединить возможности вычислительной техники с методиками определения аэродинамических характеристик, то это позволит, в случае положительного исхода работы, более просто и более точно определить аэродинамические характеристики исследуемых тел (речь идет об опрокидывающем моменте и подъемной силе).

В качестве программы, используемой для этого, первоначально была выбрана программа AutoCad, и как альтернатива было предложено проведение визуализации при помощи существующих языков программирования (Pascal, C, C++). Выбор программы AutoCad был обусловлен тем, что, являясь одним из средств САПР, AutoCAD позволяет относительно просто строить чертежи практически любых осесимметричных тел, используемых для исследований, с точным соблюдением всех размеров и пропорций. Кроме того, AutoCAD содержит и трехмерные (3D) средства моделирования и позволяет выводить полученные рисунки и чертежи на печать в необходимом масштабе.

Ещё одним положительным моментом являлось то, что AutoCad позволяет представить это тело в трёхмерной проекции (3D) и, изменяя положения камеры (точки наблюдения), как бы вращать тело вокруг своей оси на заданные углы.

Но при непосредственной реализации возникли значительные трудности, связанные с введением параметров, определяющих угловое положение тела непосредственно в AutoCad из внешнего файла, являющегося результатом работы программы, реализующей модель движения осесимметричного тела в воздухе [1]. Кроме того, в AutoCad не представля-

ется возможным создать достаточно простой и удобный интерфейс для работы с программой, что несомненно отразится на качестве и удобстве работы с этой программой будущих пользователей и потребует от них дополнительной подготовки.

С учетом этих недостатков было принято решение о применении к электронной визуализации упомянутых выше альтернативных вариантов (Pascal, C, C++).

Язык программирования Pascal оказался настолько удачным, что с момента его появления за короткое время различными фирмами было создано достаточно большое количество компиляторов. Одной из наиболее удачных стала разработка американской фирмы "Borland", в которой в одно целое были объединены редактор текста и высокоэффективный компилятор. Созданная система получила название Turbo Pascal, и язык программирования, используемый в ней, стал называться Turbo Pascal.

Развитие вычислительной техники и технологии программирования привело к тому, что фирма "Borland" разработала принципиально новый программный продукт, который получил название Delphi.

Delphi – это среда разработки программ, ориентированных на работу в Windows. В основе идеологии Delphi лежит технология визуального проектирования и методология объектно-ориентированного программирования.

Для представления программ в Delphi используется разработанный Borland язык Object Pascal, в основе которого лежит ставший классическим Turbo Pascal. Слово «Object» особо подчеркивает, что язык поддерживает концепцию объектно-ориентированного программирования.

Borland Delphi 3 – это среда разработки программ, ориентированных на работу в 32 – разрядной операционной системе Windows 95. В качестве языка программирования в Delphi 3 используется объектно-ориентированный язык Object Pascal.

Для реализации поставленной задачи использовались геометрические понятия, формулы и факты, относящиеся прежде всего к плоскому и трехмерному случаям, играющие в задачах компьютерной графики особую роль.

Геометрические соображения, подходы и идеи в соединении с постоянно расширяющимися возможностями вычислительной техники являются неиссякаемым источником существенных продвижений на пути развития компьютерной графики, ее

эффективного использования в научных и иных исследованиях. Порой даже самые простые геометрические методики обеспечивают заметные продвижения на отдельных этапах решения большой графической задачи. В основе представленной работы лежат следующие, широко известные матрицы:

А. Матрица вращения (rotation)

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Б. Матрица растяжения (сжатия) (dilatation)

$$[D] = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

В. Матрица отражения (reflection)

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Г. Матрица переноса (translation)

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \lambda & \mu & 1 \end{bmatrix}$$

На основании вышеизложенных соображений были написаны два варианта программы, позволяющей визуально представить положение осесимметричного тела по трассе во время его движения - View и Bullet. Для реализации была выбрана программа Borland Delphi (рис. 1, 2).

Первый вариант программы (View) позволяет визуально представить два объемных осесимметричных тела (цилиндр и цилиндр с конусом по выбору) в плоскостях OXU и OYZ и при помощи вертикальных движков прокрутки изменять угловое положение рассматриваемых тел. Фактически данная программа позволяет получить изображение рассматриваемого тела с возможностью изменения углового положения в плоскостях OXU и OYZ. Таким образом, результаты работы данного варианта программы не приемлемы для проведения сравнения с результатами реального эксперимента, так как при получении изображения присутствующая перспектива искажает реальную конфигурацию пробойны в картоне.

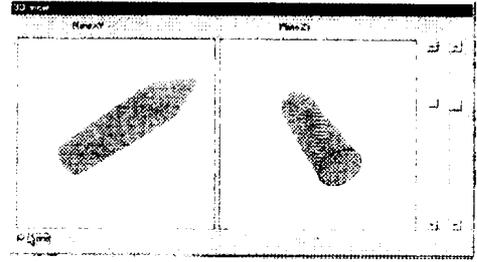


Рис.1. Общий вид окна работы программы View

Кроме того, в данной программе не предусматривается точное задание углов, определяющих положение тела в пространстве, а также не предусмотрена привязка тела к реперной системе координат и нет возможности задания положения центра масс тела относительно неё.

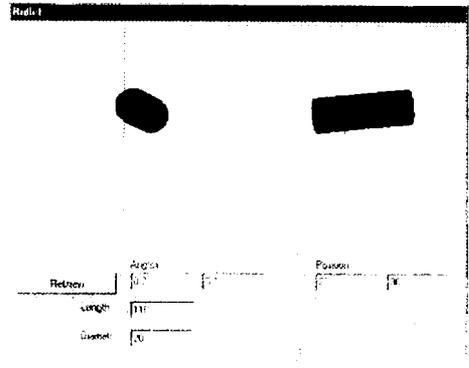


Рис.2. Общий вид окна работы программы Bullet

С учетом этих недостатков была разработан второй вариант программы (Bullet). Она позволяет визуально представить проекцию цилиндра на вертикальную плоскость OXU и OYZ в зависимости от его углового положения, что в итоге позволяет получать реальное изображение формы пробойны в картоне. Введение углов, определяющих положение тела, производится в радианах, численно, с клавиатуры. Осуществлена привязка тела к реперной СК и добавлена возможность введения координат ЦМ тела относительно нее. Кроме того, появилась возможность задания диаметра и длины тела. Числовые значения размеров тела и координат положения тела предусматривается задавать в едином масштабе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соркин Р.Е. Динамика полета неуправляемых ракет. М.: Дом техники, 1963. 214с.
2. Шикин Е.В., Борсков А.В. Компьютерная графика. Динамика, реалистические изображения. М.: ДИАЛОГ - МИФИ, 1995. 288с.
3. Кульгин Н. Delphi3. Программирование на Object Pascal. СПб.: BHV - Санкт-Петербург, 1998. 304 с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СООСНОГО РАЗДЕЛЕНИЯ ДВУХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

Якушев В.К., Дёмушкин Е.В.

Томский государственный университет

В настоящее время большой интерес представляют проблемы определения силового воздействия сверхзвуковых струй и неравномерных потоков на помещенные в них затупленные тела. Их решения связаны с практическими задачами: отделения контейнеров от спускаемых блоков, разделения элементов снарядов, различных поддонов и ведущих устройств. Хорошая организация этих процессов позволяет получить минимальные начальные возмущения и управлять отделением и далее рассеиванием тел.

В работе рассматривается соосное сверхзвуковое обтекание двух разделяющихся цилиндрических тел вращения. По сравнению с хорошо изученным сверхзвуковым обтеканием одиночного тела [1] обтекание газовым потоком двух близко соосно расположенных тел имеет ряд характерных, до конца не исследованных особенностей, таких как перестройка течения между парой тел, влияние относительных размеров тел и расстояния между ними на распределения давления по поверхности заднего тела, на сопротивление пары тел. Эти особенности характеризуются прежде всего наличием отрывных течений, приводящих к возникновению двух основных процессов при обтекании разделяющихся тел [2]. Первый - это процесс, при котором происходит взаимодействие скачка или скачков уплотнения с пограничным слоем в точке отрыва и точке присоединения. Второй процесс определяет смешение внешнего невязкого потока с газом, циркулирующим в отрывной области. Из экспериментов известно [2], что когда два близких по поперечным размерам тела, одно из которых находится в следе другого, обтекаются сверхзвуковым потоком, то только при значительном расстоянии между ними - более 3-4 калибров - обтекание происходит качественно так же, как для изолированных тел, т.е. с образованием донного течения за первым телом и головной волны перед вторым. При меньших расстояниях происходит совместное обтекание тел с образованием одной замкнутой отрывной области между ними. Давление на поверхностях тел, в частности на донной поверхности головного (первого) тела, существенно отличается от давления при независимом обтекании [2], что приводит к изменению коэффициента сопротивления тел и сказывается на траектории их дальнейшего движения.

Около тела, расположенного в потоке вблизи за другим телом, возникает более сложная картина течения, сильно зависящая от режима обтекания, имеющая зоны возвратного течения,

отрыва и присоединения потока, точки перегиба ударной волны и другие особенности. Все это не позволяет эффективно использовать только численные методы анализа течений и настоятельно требует проведения в первую очередь экспериментальных исследований.

Экспериментальные исследования проводились на баллистической трассе НИИ ПММ и в сверхзвуковой аэродинамической трубе. На баллистической трассе исследовалось совместное движение, разделение тел и проводилась визуализация их обтекания. Для визуализации применялся метод «светящейся точки», позволяющий получать теневую картину расположения ударных волн, зон отрыва и присоединения относительно рассматриваемых тел. Использовался искровой источник света и бесконтактная система блокировки и измерения скорости. На аэродинамической трубе Т-2 НИИ «Геодезия» с помощью механизма разделения задняя ступень модели в процессе запуска дискретно перемещалась вдоль оси рабочей части трубы относительно донного среза переднего тела на заданное расстояние. Передняя модель неподвижно крепилась на боковые стержневые тензочувствительные типа БС, задняя модель - на донной державке с X-элементом присоединялась к полустойке механизма разделения. Эксперименты проводились при следующих числах Маха набегающего внешнего потока: $M_\infty = 2.06, 3.02$. В аэродинамических экспериментах исследовались коэффициенты продольной силы переднего (головного) и заднего цилиндрических тел вращения.

Рассматривались различные формы тел: гладкий круговой цилиндр с плоскими передним и задним торцами; с кольцевыми вырезами на боковой поверхности; с иглой, установленной на плоском переднем торце; цилиндры с овальным кольцевым вырезом у кормовой части.

В качестве определяющих геометрических параметров исследуемых тел были выбраны следующие величины: удлинение модели $\lambda_D = L/D$, где L - длина тела, D - диаметр модели; отношение диаметра выреза к диаметру тела $\bar{d} = d/D$. Приведенные параметры изменялись в следующих диапазонах: $\bar{d} = 0.833, 1.0$; $\lambda_D = 0.833, 1.0, 1.25, 4.15$ и $\bar{x} = x/D = 0.5 \dots 4.18$ - отношение расстояния между телами к диаметру тела. Значение $\bar{d} = 1.0$ соответствовало форме тела в виде цилиндров с гладкой образующей, а также цилиндров, на плоском переднем торце которых были установлены иглы. Аэродинамические коэффициенты переднего C_{x1} и заднего тел C_{x2} определялись как $C_{x1} = X_1/q_\infty S$; $C_{x2} =$

$=X_2/q_\infty S$, где $q_\infty = k/2 p_\infty M_\infty^2$ - скоростной напор, S - площадь мидела, M_∞ - число Маха в невозмущённом потоке, p_∞ - статическое давление в невозмущённом потоке и X_1 и X_2 - измеренные осевые силы переднего и заднего тел.

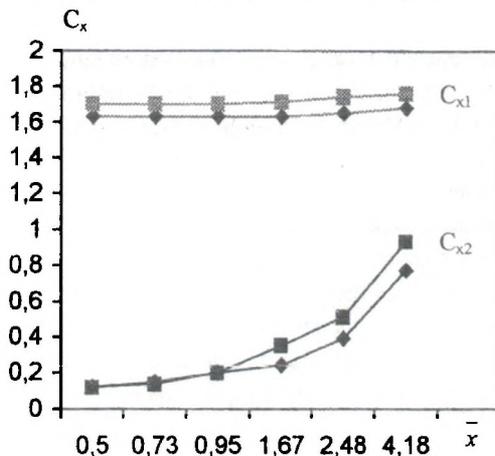
Известно, что для организации процесса разделения необходимо знать величины аэродинамических сил, действующих на тела. Эти силы существенно зависят от геометрических параметров тел и расстояния между ними. Из [3] видно, что для быстрого возрастания сопротивления заднего тела необходимо, чтобы разделяющиеся тела были одинакового диаметра. В этом случае заднее тело до определённого расстояния \bar{x} оказывается как бы изолированным от воздействия внешнего потока и лишь при $\bar{x} > 3,5$, когда перед задним телом образуется система прямых скачков уплотнения, происходит быстрое возрастание его сопротивления.

В проведённых экспериментах тела были равных диаметров. По спектру обтекания можно видеть, что вплоть до $\bar{x} = 2.6$ почти вся лобовая часть заднего тела обтекается дозвуковым потоком и лишь от боковых кромок переднего торца, находящаяся в сверхзвуковом слое смешения, возникают скачки уплотнения небольшой интенсивности. При $\bar{x} = 4.18$ у лобовой части чётко заметны скачки уплотнения, что свидетельствует о сверхзвуковом потоке в этом сечении донного следа.

При анализе коэффициента продольной силы переднего тела C_{x1} было замечено, что его значение зависит от формы головной (передней) части и наличия геометрических особенностей на боковой поверхности. Для гладких круговых цилиндров с иглой, установленной на плоском переднем торце, коэффициент C_{x1} минимален при прочих равных условиях. Коэффициент продольной силы C_{x1} для тел без иглы и с некоторыми особенностями на боковой поверхности существенно увеличивается.

Было получено, что при $\bar{x} \approx 0.5...4.0$ сопротивление заднего тела увеличивается не по линейной зависимости.

На участке $\bar{x} = 0.5...4.0$ C_{x2} для всех моделей, находящихся в донном следе, независимо от наличия иглы и кольцевого выреза имеют приближённо одинаковые значения. На участке $\bar{x} = 0.5...1.6$ градиент возрастания меньше, чем на участке $\bar{x} > 1.6$. Несмотря на быстрое увеличение коэффициента сопротивления, всё же C_{x2} при $\bar{x} \approx 4$ для модели без иглы меньше на 130%, а с иглой на 60% по сравнению с коэффициентом C_{x1} переднего тела. Характерные изменения рассматриваемых аэродинамических коэффициентов продольной силы переднего и заднего тел в зависимости от \bar{x} для цилиндрических тел вращения в диапазоне расстояний между ними $\bar{x} = 0.5...4.18$ показаны на рис. 1.



$M_\infty = 2,06$ - ■ - ■; $\bar{d} = 1$.
 $M_\infty = 3,02$ - ◆ - ◆; $\lambda_d = 0,833$.
Рис. 1

ЛИТЕРАТУРА

1. Краснов Н.Ф. Аэродинамика. М.: Высшая школа, 1971. 632 с.
2. Карпов Ю.Л., Семенкевич Ю.П., Черкез А.Я. К расчёту отрывного течения между двумя телами // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. №3. С. 91-99.
3. Петров К.П. Аэродинамика ракет. М.: Машиностроение, 1977. 272 с.

Аннотации

изданий авторов Томского государственного университета в 1999 году

Павлов С. Л. Растяжение и сжатие стержневых систем: Учебно-методическое пособие. Томск: Томский госуниверситет, 1999. 31 с.

Рассмотрены принципы определения перемещений узлов стержневых систем. Изложены основы определения напряжений и деформаций конструкций для статически определенных и неопределенных задач на сжатие и растяжение с учетом температурных и монтажных стержневых напряжений. Рассмотрены критерии расчета стержневых систем на прочность.

Для студентов, изучающих курс «Сопротивление материалов» по специальности 071100 - «Динамика и прочность машин» и 210300 - «Роботы и робототехнические системы».

СПОСОБ СТАБИЛИЗАЦИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ БОЛЬШОГО УДЛИНЕНИЯ ПРИ СООСНОМ ОТДЕЛЕНИИ ПОДДОНА

Якушев В.К., Николаев Р.Г.

Томский государственный университет

В некоторых прикладных областях аэродинамики и в бронеполитике находят широкое применение тела цилиндрической формы большого удлинения (стержневые элементы). Экспериментально было установлено, что помимо выбора размеров и массы стержневого элемента, формы его головной части, непосредственно влияющих на его проникающее действие, увеличение удлинения цилиндрического тела до величин 20...30 калибров приводит к значительному повышению проникающего действия стержневого элемента (СЭ) при его высокоскоростном взаимодействии с различными материалами. Необходимым условием высокой пробивной способности СЭ является реализация «торцевого удара», т.е. расположения его вектора скорости в момент взаимодействия с преградой по нормали к поверхности преграды. Так как СЭ в виде цилиндров являются неустойчивыми во всем диапазоне углов атаки и скоростей, выполнение указанного условия достигается путем стабилизации СЭ на траектории в процессе его движения. Реализация устойчивого движения СЭ сопряжена со значительными практическими сложностями. В работе предлагается способ стабилизации СЭ, позволяющий повысить устойчивость тела большого удлинения на траектории и несколько упростить практическую реализацию процесса метания СЭ.

Наиболее распространенным способом придания статической устойчивости ЛА в форме цилиндра большого удлинения (СЭ) является использование оперения. Оно обычно выполняется в виде тонких пластин (стабилизаторов), устанавливаемых чаще всего в хвостовой части СЭ.

Основными преимуществами данного способа стабилизации являются [1]: малое дополнительное лобовое сопротивление, вносимое тонкими пластинами стабилизаторов; высокая эффективность стабилизирующего действия в большом диапазоне чисел M и углов атаки благодаря созданию значительной подъемной силы; малый вес стабилизаторов, не приводящий к значительному смещению центра масс СЭ к его задней части.

Главной же проблемой, появляющейся при использовании стабилизации СЭ оперением, является сложность метания оперенного тела.

Действительно, при использовании традиционных метательных устройств, в которых ускорение метаемых тел создается действием пороховых газов, для метания оперенного тела необходим значительно больший калибр канала ствола, чем калибр метаемого СЭ, что позволило бы разместить СЭ со стабилизаторами и провести его по каналу ствола без повреждений. Требование обеспечения сохранности метаемого оперенного СЭ и предотвращения разрушения его элементов (в первую очередь оперения) приводит к необходимости использования сложных по конструкции ведущих устройств («поддонов»), которые могут быть тянущего или толкающего типа. Традиционно применяются поддоны, составленные из сегментов, которые после выхода из канала ствола разделяются под действием аэродинамических сил. Разделение сегментов поддона может произойти неодновременно, что приведет к потере симметрии и изменению всей картины обтекания СЭ и как следствие - к большому возмущающему действию на СЭ, что в конечном итоге вызовет потерю устойчивости вообще или в лучшем случае значительное отклонение от заданной траектории и рассеивание СЭ.

Для проведения экспериментального исследования применимости и практической реализуемости нового способа стабилизации была изготовлена модель, схема которой приведена на рис. 1. Модель представляет собой составную систему (СС), в нее входит СЭ (1), поддон, состоящий из двух частей, расположенных друг за другом (2,3), соосно-подвижное оперение (4) и защитный диск (5).

В начальный момент времени СС имеет вид, изображенный на рис. 1, а. СЭ с оперением расположен внутри поддона, который препятствует возникновению бокового (колебательного) движения СЭ в процессе ускорения и служит для центрирования модели и предохранения ее от разрушения. В таком виде СС покидает канал ствола, и на некотором удалении от дульного среза, когда закончится период последствия пороховых газов на кормовую часть СС, можно будет считать, что дальнейшее движение СС происходит под действием только аэродинамической силы и силы тяжести.

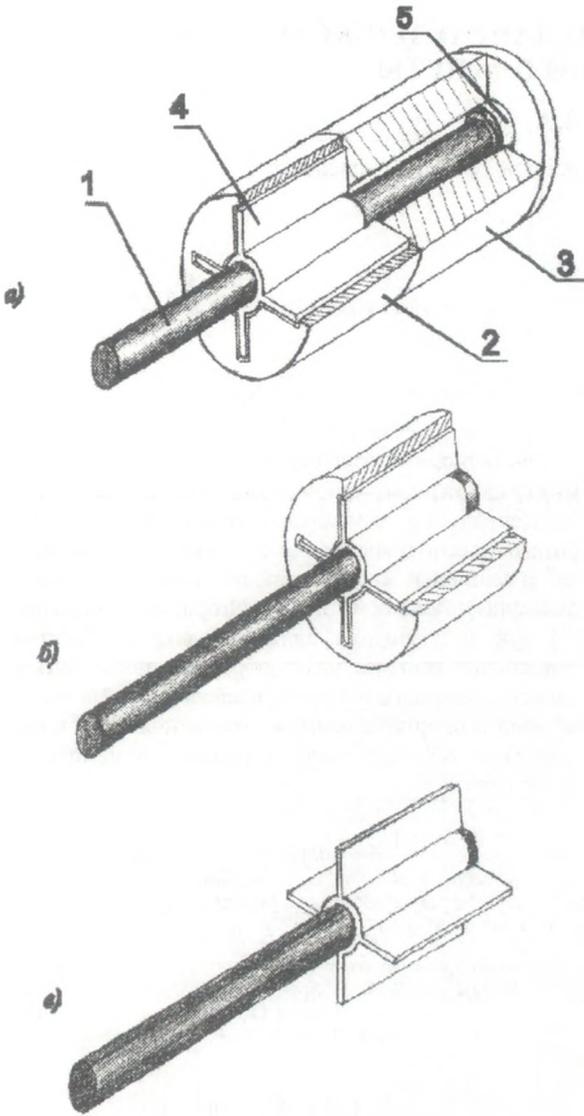


Рис. 1

Для обеспечения скорейшего отделения ведущего поддона от модели необходимо, чтобы сила лобового сопротивления сообщила ему большее отрицательное ускорение, чем стержневому элементу. Для выполнения данного требования поддон изготовлен из более легкого материала, имеет большую площадь переднего торца, а также вырезы на боковой поверхности (на рисунке не представлены). Вследствие этого поддон вместе с расположенным в нем подвижным оперением начнет перемещаться назад по отношению к СЭ. В определенный момент времени часть поддона (3) совместно с защитным диском (5) полностью сойдет со стержневого элемента и отделится от СС. Так как часть (3) находится в вихревом следе, образовавшемся за СС, на нее будут дейст-

вовать большие возмущения со стороны этого следа, в результате чего она приобретет угол атаки, который приведет к ее рассеянию.

После отделения частей (3,5) оперение (4), как видно из рис. 1, б, в, зафиксируется в кормовой части СЭ (1) благодаря наличию на последнем выступа. Оставшаяся же часть поддона (2) продолжит свое движение относительно СЭ и в какой-то определенный момент времени также покинет СС, представляющую собой теперь систему «СЭ-оперение». СЭ далее движется устойчиво, сохраняя свою ориентацию относительно заданной траектории уже благодаря оперению.

Для обеспечения требуемого запаса статической устойчивости при движении СЭ по траектории в работе производится теоретический расчет необходимой площади стабилизаторов согласно [2]. Кроме того, на основе анализа [3] в части, касающейся аэродинамики цилиндрических тел с выступающей вперед иглой, и некоторых имеющихся экспериментальных результатов построена математическая модель движения СС, позволившая произвести расчет параметров совместного движения элементов составной системы и получить условия, при выполнении которых можно реализовать тот или иной вид совместного движения элементов СС. Такое условие, в частности, может представлять собой зависимость ускорения ведущего поддона относительно СЭ от их массово-геометрических и аэродинамических характеристик и может быть использовано для проектирования СС с заданными качествами.

Таким образом, представленный способ стабилизации СЭ и ведения оперенного СЭ по каналу ствола позволяет обеспечить сохранность системы «СЭ – оперение» в процессе ускорения и предотвращает появление перекосов при ведении модели по каналу ствола метательного устройства. Кроме того, предлагаемый способ стабилизации СЭ позволяет свести к минимуму возмущающее действие, оказываемое на модель при отделении частей ведущего поддона за счет реализации описанного принципа отделения. Оказывается возможным также несколько уменьшить требуемый калибр метательного устройства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Краснов Н.Ф. Управление и стабилизация в аэродинамике. М.: Высшая школа, 1978.
2. Краснов Н.Ф. Аэродинамика ракет. М.: Высшая школа, 1968.
3. Чжен П. Отрывные течения. М.: Мир. Т. 1. 1972. Т. 2, 3 - 1973.

НОВАЯ ПРОМЕЖУТОЧНАЯ ОРБИТА В ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ БЛИЗКОГО СПУТНИКА СЖАТОЙ ПЛАНЕТЫ

Авдюшев В.А.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Пусть спутник движется в экваториальной плоскости центральной планеты по круговой орбите. Тогда гравитационный потенциал V , обусловленный сжатием центральной массы, будет функцией радиус-вектора r :

$$V = V(r) = -\frac{\lambda}{2r^3},$$

где $\lambda = \mu J_2 b^2$, J_2 - коэффициент второй зональной гармоники, b - экваториальный радиус планеты.

Согласно принятым условиям задачи дифференциальные уравнения движения в KS-переменных можно переписать в виде [1]:

$$\frac{d^2 u}{dE^2} + \frac{1}{4} u = -\frac{\lambda}{8\omega^2 r^3} u, \quad (1)$$

$$\frac{d\tau}{dE} = \frac{1}{8\omega^3} \left[\mu - \frac{\lambda}{2r^2} \right].$$

В круговом движении

$$r = \frac{\mu}{4\omega^2}. \quad (2)$$

Подставим соотношение (2) в дифференциальные уравнения (1) и введем новое обозначение

$$\Phi = \frac{(2\omega)^4 \lambda}{2\mu^3} = \frac{J_2 b^2}{2r^2}. \quad (3)$$

Тогда, заимствуя идею дополнительной массы Херрика из [2], уравнения движения можно привести к невозмущенной форме с измененной частотой и периодом

$$\frac{d^2 u}{dE^2} + \frac{1}{4} (1 + 4\Phi) u = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d\tau}{dE} = \frac{\mu}{8\omega^3} [1 - \Phi].$$

Таким образом, как показывают уравнения, сжатие центральной планеты в KS-пространстве (как и в физическом) изменяет частоту движения экваториального спутника и его период. При увеличении сжатия, определяемого величиной J_2 , частота увеличивается, а период уменьшается.

Решение (4) представимо в форме

$$u = \alpha \cos \varphi + \beta \sin \varphi, \quad \varphi = \sqrt{\frac{1 + 4\Phi}{4}} E,$$

$$\omega = \omega_0, \quad \tau = \frac{\mu}{8\omega^3} [1 - \Phi] E + \tau_0.$$

Очевидно, что решение полученных уравнений может достаточно хорошо представлять движение экваториальных спутников с почти круговыми орбитами (в особенности класса близких спутников, когда величина Φ существенно изменяет частоту движения). Исходя из этого в алгоритмах типа Энке [3] при исследовании движения данных объектов именно это решение целесообразно использовать в качестве опорного взамен кеплеровскому. На основе нового опорного решения уравнения Энке в отклонениях KS-переменных в общем случае принимают вид

$$\frac{d^2 \delta u}{dE^2} + \frac{1}{4} (1 + 4\Phi) \delta u = -\frac{r}{8\omega^3} L^T(u) \times \left[V \frac{x}{r^2} + \frac{\partial V}{\partial x} - P + \frac{2\dot{x}}{r} \frac{d\omega}{dE} \right] + \Phi u,$$

$$\frac{d\delta\omega}{dE} = -\frac{r}{8\omega^2} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + (\dot{x}, P) \right), \quad (5)$$

$$\frac{d\delta\tau}{dE} = \frac{1}{8\omega^3} \left[\mu \left(1 - \frac{\omega^3}{\omega_k^3} + \Phi \right) - 2rV' + r \left(x, P - \frac{\partial V}{\partial x} \right) - 4 \frac{d\omega}{dE} (x, \dot{x}) \right],$$

где $\delta u, \delta\omega, \delta\tau$ - отклонения KS-переменных; $L(u)$ - матрица KS-преобразования [1]; x, \dot{x} - соответственно векторы положения и скорости спутника в физическом пространстве; V - потенциальная функция возмущающих сил, включающая в себя влияние от сжатия центральной массы; P - силы, не имеющие потенциала.

Появление в уравнениях Энке (5) членов с Φ -множителем влечет за собой вычитание величин типа

$$-\frac{\lambda}{8\omega^2 r^3} u + \Phi u, \quad \mu\Phi - \frac{\lambda}{2r^2}$$

или

$$-\frac{\lambda}{8\omega^2 r^3} u + \frac{\lambda}{8\omega_k^2 \tilde{r}^3} u, \quad \frac{\lambda}{2\tilde{r}^2} - \frac{\lambda}{2r^2}, \quad (6)$$

где

$$\bar{r} = \frac{\mu}{4\omega^2},$$

которые при вычислении правых частей дифференциальных уравнений приводят к существенным потерям точности. С помощью несложных алгебраических выкладок разности (6) можно привести к выражениям с членами, пропорциональными известным малым величинам, и избежать таким образом "опасных" вычитаний:

$$-\frac{\lambda}{8\omega^2 r^3} u + \frac{\lambda}{8\omega_k^2 \bar{r}^3} u = \frac{u\Phi}{(1+\Delta\omega)^2} [3\Delta r - 3(\Delta r)^2 + (\Delta r)^3 + 2\Delta\omega + (\Delta\omega)^2],$$

$$\frac{\lambda}{2\bar{r}^2} - \frac{\lambda}{2r^2} = \mu\Phi[2\Delta r - (\Delta r)^2].$$

Здесь $\Delta r = (r - \bar{r})/r$, а $\Delta\omega = \delta\omega/\omega_k$. Во избежание потери точности при прямом вычитании $r - \bar{r}$ величину Δr следует вычислять по следующей формуле:

$$\Delta r = \frac{\delta r + r_k - \bar{r}}{r},$$

где разность $r_k - \bar{r}$ задается с помощью аналитического выражения:

$$r_k - \bar{r} = |\alpha_k|^2 - \bar{r} + (2(\alpha_k, \beta_k) \cos \varphi + (|\alpha_k|^2 - |\beta_k|^2) \sin \varphi) \sin \varphi.$$

Для апробирования полученных уравнений движения были рассмотрены три близких спутника: Фобос (I Mars), Амальтея (V Jupiter) и Мимас (I Saturn) (табл.1). На интервалах времени, эквивалентных 10000 оборотов спутников, на основе различных систем дифференциальных уравнений численно моделировалось движение спутников и оценивались точности результатов интегрирования. В качестве меры точности принималась величина максимума отклонений в векторе положения Δr , полученных по результатам прямого и обратного интегрирования.

Модель сил ограничивалась гравитационным влиянием сжатой центральной планеты и Солнца. Для учета несферичности центральной планеты были выбраны следующие коэффициенты J_2 : для Марса $-1.9582 \cdot 10^{-3}$ при массе 1/3098710, для Юпитера $-1.4736 \cdot 10^{-2}$ при массе 1/1047.35 и для Сатурна $-1.6298 \cdot 10^{-2}$ при массе 1/3498, когда масса Солнца равна 1.

Таблица 1

Основные параметры орбит спутников

Объект	a, а.е.	e	i, °
Фобос	$6.3 \cdot 10^{-5}$	0.015	0.9
Амальтея	$1.2 \cdot 10^{-3}$	0.000	0.4
Мимас	$1.2 \cdot 10^{-3}$	0.020	1.5

Ошибки численного интегрирования для каждого спутника, полученные при сравнимо одинаковом быстродействии, приведены в табл.2. Данные таблицы наглядно демонстрируют преимущество обобщенного метода Энке ($\delta u^*, E$) над классическим ($\delta u, E$), где в качестве промежуточной орбиты выбирается кеплеровская траектория.

Таблица 2

Оценка точности численных моделей движения спутников в различных переменных

Алгоритм	Фобос $\Phi \sim 10^{-4}$ Δr , а.е.	Амальтея $\Phi \sim 10^{-3}$ Δr , а.е.	Мимас $\Phi \sim 10^{-3}$ Δr , а.е.
$\delta u, E$	$6.9 \cdot 10^{-16}$	$3.2 \cdot 10^{-12}$	$3.6 \cdot 10^{-12}$
$\delta u^*, E$	$5.5 \cdot 10^{-16}$	$1.9 \cdot 10^{-14}$	$3.2 \cdot 10^{-14}$

По определению (3) параметр Φ как отношение величин двух потенциалов: сжатия и точечной массы - выражает степень действия сжатия планеты на спутник. Результаты эксперимента показывают, что учет эффекта от сжатия в промежуточном решении может существенно уменьшить возмущения и повысить таким образом точность интегрирования, в особенности когда значение Φ велико, как, например, для Амальтеи и Мимаса, и кеплеровское решение не может служить достаточно точной аппроксимацией движения. При малом Φ (как для Фобоса) эффект от сжатия в промежуточном решении можно не учитывать. В этом случае кеплеровское решение в уравнениях Энке в качестве опорного так же приемлемо, как и новое.

Хотелось бы отметить, что в перспективе возможно дальнейшее совершенствование разработанных алгоритмов. Например, промежуточное решение в методе Энке можно пополнить за счет частичного учета оставшейся зональной части гравитационного поля планеты тем же способом, что и эффект от сжатия.

Более же фундаментальный подход к задаче моделирования динамики близких спутников в KS-пространстве состоит в поиске опорных орбит, аналогичных решению общей задачи двух неподвижных центров.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 98-02-16491.

ЛИТЕРАТУРА

1. Штифель Е., Шайфель Г. Линейная и регулярная небесная механика. М.: Наука, 1975. 304 с.
2. Херрик С. Астродинамика. М.: Мир, 1977. Т.3. 360 с.
3. Бордовицкая Т.В., Быкова Л.Е., Авдюшев В.А. Проблемы применения регуляризирующих и стабилизирующих преобразований в задачах динамики спутников планет и астероидов // Астрономия и геодезия. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. Вып.16. С. 33-37.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТ КОМЕТ, НАБЛЮДАВШИХСЯ В ОДНОМ И ДВУХ ПОЯВЛЕНИЯХ

Батурин А.П.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Кометы представляют собой особый класс небесных тел с точки зрения моделирования их движения. Особенность эта заключается в необходимости учета негравитационных сил, возмущающих движение комет. В связи со сложным характером изменения негравитационных возмущений точную их модель построить практически невозможно. К настоящему времени построен ряд приближенных моделей негравитационных сил, из которых наиболее часто используемой и удобной для вычислений является модель Марсдена-Секанины [1]. Все упомянутые модели описывают негравитационные возмущения с помощью определенного набора параметров. В наиболее употребительном варианте модели Марсдена, используемой и в данной работе, таких параметров два – A_1 и A_2 . Они представляют собой соответственно радиальную и трансверсальную компоненты негравитационного ускорения кометы на расстоянии 1 а.е. от Солнца.

Из астрономической практики известно, что определить негравитационные параметры можно при наличии ряда наблюдений кометы, охватывающих два ее оборота вокруг Солнца (т.е. комета должна наблюдаться в трех своих возвращениях к Солнцу). Если же число наблюдаемых появлений кометы меньше трех, то определить эти параметры, а следовательно, и негравитационные возмущения невозможно. Этот случай и рассматривается в данной работе, а именно исследуется влияние неучитываемых негравитационных возмущений на точность определения орбиты.

Следует отметить, что заметный вклад в изменение орбиты негравитационные силы, вследствие своей малой величины, вносят только за достаточно большое время (порядка одного оборота). У большинства комет периоды наблюдений в каждом из появлений относительно коротки, а наблюдения охватывают лишь небольшую дугу орбиты. За это время вклад негравитационных сил незначителен, поэтому неучет их при определении орбиты по данным наблюдений в одном появлении практически не отражается на точности результата. Если же наблюдения охватывают два появления кометы, то за это время негравитационные силы могут заметным образом изменить ее орбиту. Поэтому неучет этих сил при определении орбиты может заметным образом снизить точность результата. Таким образом, может оказаться, что использование наблюдений обоих появлений дает менее точную орбиту по сравнению с орбитой, определяемой по данным наблюдений одного появления.

Этот эффект действительно был обнаружен и исследован в модельных задачах с использованием известной кометы д'Арре [2]. В данной работе эффект исследован с точки зрения устойчивости относительно ошибок наблюдений. Комета д'Арре имеет большое количество наблюдаемых появлений. Для моделирования определения орбиты из них были выбраны три соседних появления. Сначала по данным наблюдений всех трех появлений были определены негравитационные параметры A_1 и A_2 . Затем с помощью датчика нормально распределенных случайных чисел были сформированы искусственные наблюдения в этих появлениях вдоль опорной траектории, рассчитываемой с учетом негравитационных возмущений. При моделировании наблюдений использовались 20 различных выборок случайных чисел. Моменты сформированных наблюдений совпадают с моментами реальных наблюдений. Далее, проводилось два определения орбиты: первое – с использованием наблюдений одного второго появления и второе – с использованием наблюдений двух первых появлений. В обоих случаях определение орбиты проводилось без учета негравитационных сил, как это имеет место в реальности. Полученные две системы элементов орбиты – назовем их системой 1 и системой 2 соответственно – использовались для прогноза видимого положения кометы на небесной сфере в третьем появлении, что является объективной проверкой точности полученных систем.

Результаты этого исследования приведены на рис. 1. Здесь Δl_1 и Δl_2 – ошибки видимого положения кометы, полученные по системе 1 и системе 2 соответственно. По горизонтальной оси отложен номер выборки случайных чисел. Видно, что в 6 случаях из 20 прогноз видимого положения более точен с использованием системы 1, а в остальных 13 случаях – с использованием системы 2. Т.е. результат неустойчив относительно выборки ошибок наблюдений.

На рис. 1 изображены 18 кривых, практически слившихся в одну. Каждая из них соответствует одному моменту наблюдения в третьем появлении, на который осуществлялся прогноз. Это означает, что для прогноза можно выбирать любой из моментов третьего появления.

Для исследования влияния величины негравитационных сил на точность определения орбиты было проведено аналогичное моделирование при других значениях негравитационных параметров. Для этого была построена следующая

сетка: $A_1 \in [-2; 2]$, $h = 0.5$; $A_2 \in [-1; 1]$, $h = 0.1$, где h - шаг изменения соответствующего параметра.

Результаты приведены на рис.2-5. Каждый из рисунков соответствует одной выборке из двадцати, упомянутых выше (ее номер указан на рисунке). Жирная линия - это линия уровня, на которой $\Delta I_2 / \Delta I_1 = 1$. Эти рисунки демонстрируют, что при любой выборке наблюдений существуют такие области значений A_1 и A_2 , при которых определение орбиты по данным наблюдений в одном появлении дает более точный результат, чем в двух.

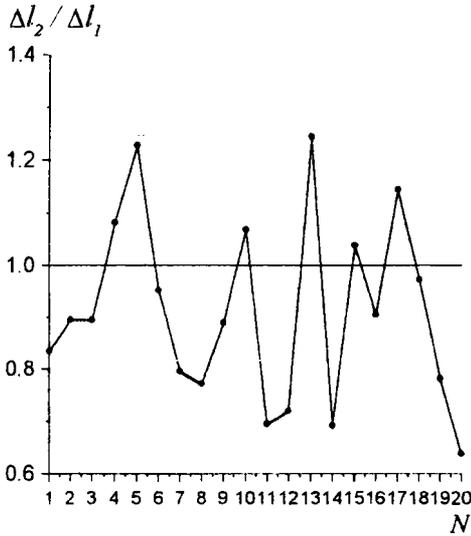


Рис. 1

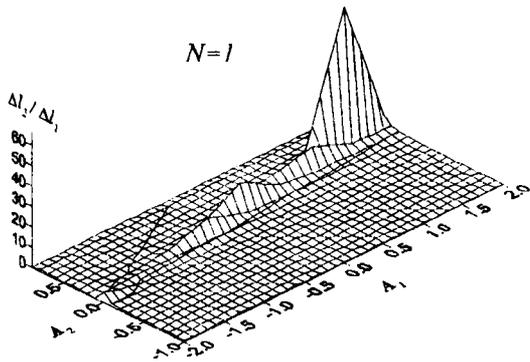


Рис. 2

Все сказанное выше позволяет сделать вывод, что для комет, наблюдавшихся в двух появлениях, может оказаться более предпочтительным использование наблюдений только одного из появлений. Для более конкретных выводов необходимы дополнительные исследования, так как доминирующую роль здесь играет случайный фактор распределения ошибок наблюдений, что демонстрирует рис.1, а также радикальное отличие рис.2 от рис.3-5.

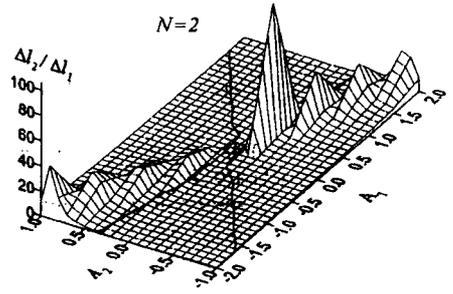


Рис. 3

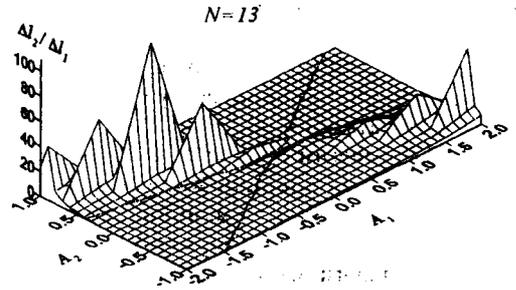


Рис. 4

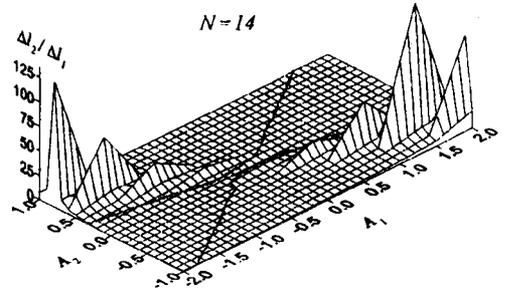


Рис. 5

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 98-02-16491.

ЛИТЕРАТУРА

1. Marsden B.G., Sekanina Z., Yeomans D.K. Comets and Non-gravitational Forces. Smithsonian Astrophysical Observatory, Cambridge, Massachusetts, 1972.
2. Черпидов А.М., Батулин А.П. О точности прогнозирования движения комет // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сборник статей. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. С. 144 -148.

О ДИНАМИКЕ ОКОЛОЗЕМНЫХ АСТЕРОИДОВ

Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Таблица 1

Данные о популяции АСЗ

	Класс			Всего
	Атон	Аполлон	Амур	
Общее число	47	321	311	679
	30	241	231	502
Нумерованные	9	71	78	158
	9	67	75	151
Пескoлько появлений	8	32	28	68
	7	35	28	70
Одно появление	30	218	205	453
	14	139	128	281

В работе дается краткий обзор популяции астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ). Рассматриваются вопросы особенностей движения, орбитальной эволюции и методов исследования динамики АСЗ.

1. Популяция АСЗ

К АСЗ относятся астероиды с перигелийным расстоянием $q < 1.3$ а.е. и афелийным расстоянием $Q > q_{\oplus}$. Из АСЗ выделяется группа астероидов, пересекающих орбиту Земли. Это потенциально сталкивающиеся с Землей объекты, которые способны пересечь так называемое эффективное сечение захвата. По соглашению в эту группу включают астероиды, для которых минимальное расстояние между орбитами объекта и Земли $d_n < 0.05$ а.е.

Благодаря многим действующим и новым появившимся в 90-е годы астрономическим научным программам скорость открытия АСЗ существенно увеличилась. Созданы и постоянно обновляются различные каталоги астероидов. Наиболее полная и широко используемая во многих работах электронная версия каталога всех астероидов, которая ежедневно обновляется, принадлежит Э.Боуэллу (E. Bowell, адрес в WWW: <http://http.bowell.edu/pub/elgb/astorb.dat>). Каталог содержит высокоточные оскулирующие элементы орбит, вычисленные Э. Боуэллом, данные об интервалах и количестве наблюдений, использованных при улучшении орбит, а также возможные эфемеридные неопределенности.

На 22 января 1999 г. каталог содержал 47952 астероида, в т. ч. 679 АСЗ. Для сравнения, до 90-х годов число известных АСЗ едва достигало 150, в 1995 г. их уже насчитывалось 350, в мае 1998 г. – 502 [1]. На 24 мая 1998 г. Боуэллом и Коеном (E. Bowell, V. Koehn, адрес в WWW: <http://asteroid.lowell.edu/>) были отмечены 184 потенциально сталкивающихся с Землей астероида.

По общепринятой классификации популяция АСЗ делится на 3 класса: группа Атона, для которой $a < a_{\oplus}$ и $Q > q_{\oplus}$ (a – большая полуось); группа Аполлона: $a > a_{\oplus}$ и $q < Q_{\oplus}$; группа Амура: $Q_{\oplus} < q < 1.3$ а.е. В табл.1 приведены некоторые статистические данные о популяции АСЗ на 22 января 1999 г. – выбранные нами из каталога Боуэлла, и на 24 мая 1998 г., взятые из работы [1] (соответственно верхнее и нижнее число в каждой ячейке таблицы). Как видно из табл.1, менее 1/4 АСЗ являются нумерованными, больше половины АСЗ наблюдались только в одном появлении.

Согласно оценкам Д.Рабиновича и др. [2] действительная популяция АСЗ, пересекающих орбиту Земли, включая еще неизвестные, содержит ~1500 астероидов с диаметром ≥ 1 км, 5600, 140000, 1000000 астероидов с диаметрами соответственно $\geq 500, 100, 50$ м.

2. Проблемы и методы исследования орбитального движения АСЗ

АСЗ относятся к так называемым особым астероидам (в отличие от большинства астероидов главного пояса). В число особенностей орбитального движения АСЗ входят: наличие пересечений с орбитами больших планет внутренней группы, тесные сближения с Землей и другими планетами, а также нередко большие наклонения и эксцентриситеты. Эти особенности делают движение многих АСЗ нерегулярным. В частности, тесные сближения приводят к скачкообразному изменению элементов орбит, к возникновению, изменению и разрушению резонансных соотношений; наличие пересекающихся орбит делает возможными столкновения.

В исследовании динамики АСЗ можно выделить три задачи со своими проблемами, трудностями и методами решения.

Высокоточный краткосрочный прогноз движения реальных объектов на 10^2 - 10^3 лет. Эта задача для большинства АСЗ прекрасно решается методами численного интегрирования высоких порядков на разрядной сетке, в которой реализованы традиционные языки программирования. При этом приемлемы любые классические формы дифференциальных уравнений движения. В особо сложных случаях, например, для астероида 1991 VG, который разделяет свою орбиту с орбитой Земли [3] и имеет с ней много тесных сближений, проблема решается либо переходом на большую разрядную сетку, либо использованием уравнений движения с регуляризирующими и стабилизирующими преобразованиями [4].

Основные трудности краткосрочного прогноза связаны с объектами, наблюдавшимися в одном появлении на коротких дугах. Задача определения орбит по таким наблюдениям, как правило, плохо обусловлена, и, соответственно, вычисленные начальные параметры орбит ненадежны. В этом случае сближения астероидов с Землей и эфемериды вычисляются с большой неопределенностью [5,6].

Моделирование движения АСЗ на 10^4 - 10^6 и более лет. Значительный рост ошибки начальных данных

со временем не позволяет исследовать долговременную эволюцию конкретных реальных объектов. Поэтому изменяется постановка задачи: исследуется движение не конкретных объектов, а ансамбля частиц с начальными параметрами, близкими к известным АСЗ, чтобы создать вероятностную картину движения. Сама постановка задачи предполагает использование различных приближенных методов, наряду с точными. Например, довольно эффективно в исследовании эволюции используется склеивание решений двух задач, в том числе задач двух тел: АСЗ - Солнце вдали от сближений с планетами, АСЗ - планета в сфере гравитационного влияния планеты [7]. Успешно используются различные усредненные схемы ограниченных задач трех и более тел [8].

Моделирование движения АСЗ на длительные интервалы времени методами численного интегрирования наталкивается на определённые трудности, связанные с сильными возмущениями в окрестности тесных сближений, и, соответственно, резким уменьшением шага интегрирования и быстрым ростом ошибок метода и округления. Для астероидов, не имеющих очень тесных сближений, удается интеграторами высоких порядков прогнозировать движение на 10^4 - 10^5 лет с методической погрешностью 10^{-6} - 10^{-12} а.е. в координатах, если использовать соответствующую регуляризацию и стабилизацию уравнений [4]. Наши исследования показали, что границей таких тесных сближений АСЗ с внутренними планетами, за пределами которой можно добиться приемлемых результатов прогнозирования движения традиционными методами численного интегрирования, может служить 2-кратная сфера гравитационного влияния планеты.

При моделировании движения астероидов на миллионы и миллиарды лет ранее использовались только качественные методы небесной механики. Ситуация изменилась с появлением сравнительно недавно точных симплектических методов численного интегрирования [9]. Новые интеграторы в отличие от традиционных строятся таким образом, что отображение за один шаг интегрирования всегда является точным симплектическим отображением, в частности, сохраняет фазовый объем; это соответствует свойствам траекторий гамильтоновых динамических систем. Симплектические интеграторы при интегрировании на небольшие интервалы времени уступают по точности многим традиционным схемам, их преимущество проявляется на больших интервалах времени, поскольку вследствие симплектичности отображения на один шаг не наблюдается векового ухода переменных действия, который характерен для традиционных методов [10].

Устойчивость и хаос в динамике АСЗ. Эта проблема интенсивно разрабатывается последнее время благодаря новым возможностям как в компьютерной технике, так и в математической технологии, в частности, связанной с развитием симплектического интегрирования. Подробные обзорные статьи по этим вопросам можно найти в книге [11].

3. Численное моделирование движения АСЗ

Исследованию движения отдельных АСЗ и эволюции орбит объектов, близких к известным АСЗ, посвящено немало работ. Мы приведем здесь некоторые результаты численного моделирования движения АСЗ, полученные нами [12-14].

На основе начальных параметров орбит из каталога Боуэлла, взятых на 28 марта 1998 г. и 22 января 1999 г., нами были исследованы орбиты 679 АСЗ. Интегрирование гелиоцентрических уравнений движения астероидов осуществлялось численно методом Эверхарта 19-го порядка с учетом возмущений от всех больших планет и Луны, за исключением Плутона, на основе фундаментальных эфемерид DE200/LE200 и DE406. Расчеты выполнялись как на коротких интервалах времени: 100 и 600 лет (на основе DE200), так и на более длительных: до 6000 лет (на основе DE406). На 100-летнем интервале исследования выполнялись для всех указанных АСЗ, на интервалах от 600 до 6000 лет – для некоторых. Каталог сближений АСЗ на интервале 1950-2050 гг. в пределах 0.1 а.е. с внутренними планетами и 1 а.е. с Юпитером приведен на 28.03.1998 г. в работе [12]. На 22.01.1999 г. число астероидов, сближающихся в указанных пределах, составило: с Землей – 308, с Марсом – 237, с Венерой – 116, с Меркурием – 42, с Юпитером 15. В табл. 2 приведены объекты, имеющие самые тесные сближения с Землей в период с 1950 по 2050 г.

Как видно из табл. 2, в гравитационные сферы Земли до 2050 г. попадут из числа известных АСЗ только 4 объекта. Астероид 4179 Toutatis 29 сентября 2004 г. окажется на границе сферы влияния Земли. Астероид 1997 XF11 сблизится с Землей в 2028 г. до расстояния ≈ 1 млн. км. К настоящему времени имеется 150 наблюдений этого объекта на интервале времени 8 лет. Вероятные ошибки параметров его орбиты составляют $\Delta r = 1.8 \cdot 10^{-7}$ а.е. в координатах и $\Delta V = 1.4 \cdot 10^{-9}$ а.е./сут., что находится за пределами точности наблюдений. Поэтому данный прогноз можно считать достаточно надежным. Другие два астероида 1994 GV и 1993 KA, которые по прогнозу должны сблизиться с Землей соответственно в апреле 2008 г. и в мае 2038 г., имеют недостаточное количество наблюдений, чтобы уверенно определить их орбиты. Вероятные ошибки их орбит составляют $\Delta r = 8 \cdot 10^{-5}$ а.е., $\Delta V = 2 \cdot 10^{-5}$ а.е./сут. для 1994 GV и $\Delta r = 1 \cdot 10^{-5}$ а.е., $\Delta V = 3 \cdot 10^{-6}$ а.е./сут. для 1993 KA. Интегрирование пучка орбит в рамках этих ошибок приводит к большим различиям в прогнозе их сближений с Землей.

Отметим, что через сферу тяготения Земли, наименьшую по радиусу, в период с 1950 г. по настоящее время прошло всего 4 астероида. Астероид 1994 XM1 имел при этом самое тесное сближение, во время которого он и был открыт; его расстояние до Земли 9 декабря 1994 г. составило 0.0007 а.е. (≈ 106 тыс. км). Эволюция элементов его орбиты на 600-летнем интервале времени показана в нашей работе

[12]. После прохождения тесного сближения его орбита изменилась так, что большая полуось увеличилась на 0.14 а.е., эксцентриситет увеличился на 0.03, а наклонение на 0.3°. Очевидно, что если такие сближения будут повторяться, то орбита может измениться радикально.

Таблица 2

АСЗ, попадающие в гравитационные сферы Земли на интервале 1950-2050 гг.

Астероид	Дата сближения	d, а.е.
Сфера тяготения - 0.0017 а.е.		
1991 BA	1991 01 18	0.0011
1993 KA2	1993 05 20	0.0010
1994 ES1	1994 03 15	0.0011
1994 XM1	1994 12 09	0.0007
Сфера действия - 0.0061 а.е.		
4581 Asclepius	1989 03 22	0.0046
1991 TU	1991 10 08	0.0049
1991 VG	1991 12 05	0.0031
1993 HD	1993 04 12	0.0018
1993 HP1	1993 04 26	0.0060
1993 KA	1975 05 17	0.0058
1994 WR12	1994 11 24	0.0048
1994 GV	2008 04 08	0.0053
1995 FF	1995 03 27	0.0029
1995 UB	1995 10 17	0.0050
1996 JA1	1996 05 19	0.0030
1998 DV9	1968 01 30	0.0042
	1975 01 29	0.0056
1998 KM3	1972 06 11	0.0055
1998 KY26	1998 06 08	0.0054
Сфера влияния - 0.0100 а.е.		
2340 Hathor	1976 10 20	0.0078
4179 Toutatis	2004 09 29	0.0104
1988 TA	1988 09 29	0.0098
1993 KA	1993 05 17	0.0071
	2038 05 18	0.0081
1993 UA	1993 10 18	0.0067
1994 GV	1994 04 12	0.0068
1994 VH8	1994 10 30	0.0068
1997 CD17	1997 02 09	0.0074
1997 UA11	1997 10 26	0.0071
1997 XF11	2028 10 26	0.0065
1998 SZ27	1992 09 08	0.0100
1998 WT24	1956 12 16	0.0091
1999 CQ2	1999 02 04	0.0068

АСЗ демонстрируют разнообразные примеры резонансов, обусловленных соизмеримостями средних движений астероидов и больших планет. Некоторые из них представлены на рис. 1-5. Соизмеримости определялись в процессе численного интегрирования уравнений движения АСЗ путем оценки величины резонансной щели $\alpha = k_1 n_a - k_2 n_p$, где n_a - среднее суточное движение астероида, n_p - среднее суточное движение планеты, k_1, k_2 - целые числа.

Среди известных АСЗ пока обнаружен только один астероид - 3753 Cruithne, находящийся в резонансе 1/1 с Землей, хотя в окрестности этой соизмеримости движутся и другие астероиды, например, 1994 TF2, 1991 VG. Движение Cruithne подробно исследовано в работе [15]. Его орбита в проекции на плоскость эклиптики в течение одного оборота вокруг Солнца в гелиоцентрической вращающейся с угловой скоростью Земли системе координат пока-

зана на рис. 1,а. Среднее суточное движение астероида под воздействием возмущений отклоняется от точной соизмеримости на $\pm 20''$, в среднем через 385 лет точная соизмеримость восстанавливается. Изменение ширины резонансной щели $\alpha = n_a - n_{\oplus}$ на интервале 1600-2169 гг. показано на рис. 1 нашей работы [13]. Орбита, представленная на рис. 1,а, вращается со скоростью α , меняя направление вращения при прохождении через точную соизмеримость. Большая полуось a его орбиты колеблется около 1 а.е., $e \approx 0.5$, $i \approx 20^\circ$. На рис. 1,б,в,г показано, как деформируется орбита объекта типа Cruithne при изменении одного из параметров a, e, i : на рис. 1б $a=0.85$ а.е., на рис. 1,в $i=80^\circ$, на рис. 1,г $e=0.25$ (на рис. 1,б орбита показана в течение трех оборотов, на рис. 1,в, г - в течение одного).

На рис. 2 в этой же системе координат представлена орбита АСЗ 1991 VG на протяжении нескольких оборотов. Оскулирующие элементы его орбиты на 28.03.1998 г. равны: $a \approx 1.027$ а.е., $e \approx 0.049$, $i \approx 1.446^\circ$. Этот объект, находясь почти в плоскости эклиптики, имеет много тесных сближений с Землей и, не входя в резонанс, проходит через соизмеримости 1/1 ($-210'' \leq \alpha \leq 190''$), 17/18, 24/25 и другие.

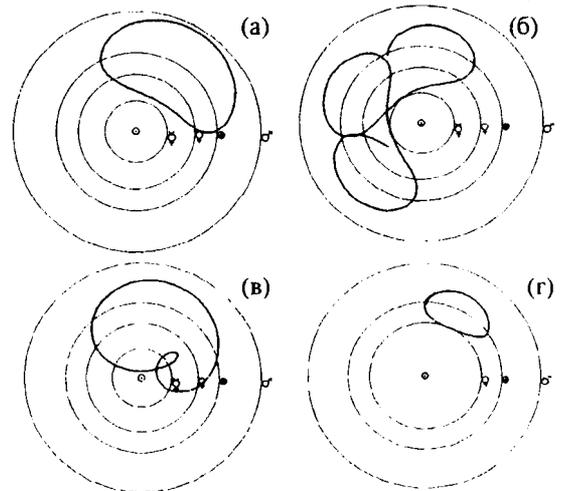


Рис. 1

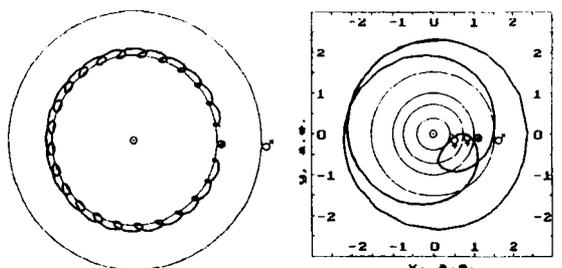


Рис. 2. 1991 VG

Рис. 3. 3838 Epona

На рис. 3 показана орбита (в течение одного оборота) астероида 3838 Epona, находящегося в резонансе 1/3 с Венерой. Астероид имеет сближения с Марсом, Землей и Меркурием. Сближения с Марсом и Землей показаны на рис. 4,а (звездочками - с

Марсом, черными кружками – с Землей, d – расстояние до планеты). На рис. 4,б показана эволюция ширины резонансной щели $\alpha = n_a - n_n$ на интервале (-3000 г. +3000 г.). Хорошо видно, как группа тесных сближений с Марсом в 1390-1780 гг. ($0.01 \text{ а.е.} < d < 0.03 \text{ а.е.}$) влияет на регулярное поведение α . Следует отметить, что эксцентриситет и наклонение орбиты этого объекта претерпевают на интервале 6000 лет значительные изменения: $0.55 < e < 0.67$, $28^\circ < i < 40^\circ$.

Одной из интересных особенностей некоторых АСЗ является наличие кратных резонансов. Астероид 2608 Seneca одновременно находится в резонансах: с Землей - 1/4, с Марсом - 6/13, с Венерой - 2/13 и с Юпитером - 3/1. На рис. 5 показана орбита этого астероида в различных гелиоцентрических системах координат: неподвижной (рис. 5,а), вращающихся с угловыми скоростями Земли (рис. 5,б), Юпитера (рис. 5,в), Марса (рис. 5,г). На рис. 5,г орбита показана в течение нескольких оборотов.

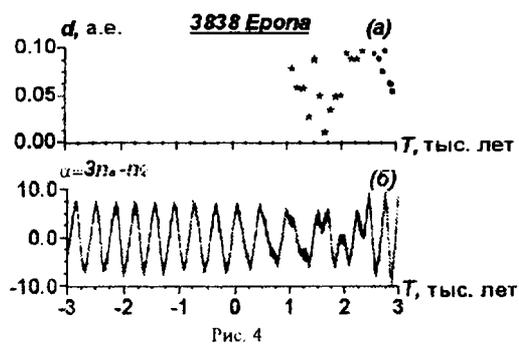


Рис. 4

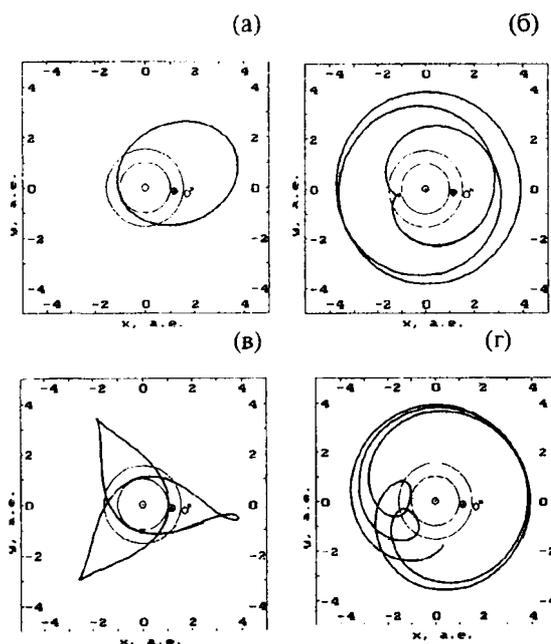


Рис. 5

Интересно проследить эволюцию пучков орбит, близких к конкретным резонансным АСЗ на боль-

ших интервалах времени. Такая эволюция на несколько тысяч лет показана в нашей работе [14] для объектов 1996 DH и 1996 AJ1, находящихся вблизи соизмеримостей соответственно 1/2 и 2/3 с Землей. Объект 1996 DH, не имеющий очень тесных сближений с планетами, находится в устойчивом резонансе при $|\alpha| \leq 10''$, а 1996 AJ1, имеющий много тесных сближений, демонстрирует неустойчивость резонансного соотношения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ – грант № 98-02-16491.

ЛИТЕРАТУРА

- Muironen K. Asteroid and comet encounters with the Earth// The dynamics of small bodies in the Solar system: A major key to Solar system studies. NATO ASI Series. C: Math. Phys. Scien. - Vol.522. Kluwer Acad. Publ., 1999. P. 127-158.
- Rabinowitz D.L., Bowell E., Shoemaker E.M., Muironen K. The population of Earth-crossing asteroids// Hazards due to comets and asteroids. Gehrels T.(ed.). Tucson: Univ. Arisona Press, 1994. P. 285-312.
- Tancrodi G. An asteroid in a Earth-like orbit// Celcs. Mech. Dyn. Astron., 1998. Vol. 69. P. 119-132.
- Бордовицyna Т.В., Быкова Л.Е., Авдюшов В.А. Проблемы применения регуляризирующих и стабилизирующих преобразований в задачах динамики спутников планет и астероидов// Астр. и геод. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. Вып. 16. С. 33-57.
- Marsden B.G. The computation of orbits in indeterminate and uncertain cases// Astron. J. 1991. Vol. 102. P. 1539-1552.
- Быкова Л.Е., Парфенов Е.В. О проблеме обусловленности задачи определения орбит околоземных астероидов// Настоящий сборник.
- Carusi A., Valsechi G.B., Greenberg R. Planetary close encounters: geometry of approach and post-encounter orbital parameters// Celcs. Mech. Dyn. Astron. 1990. Vol. 49. P. 111-131.
- Вашковьяк М.А. Эволюция нетипичных астероидных орбит// Препринт Ин-та прикл. матем. им. М.В.Келдыша АН СССР. М., 1980. №93. 31 с.
- Wisdom J., Holman M. Symplectic maps for the N-body problem// Astron. J. 1991. Vol.102, N4. P. 1528-1538.
- Васильев Н.Н., Сушко Н.А. О неконсервативных эффектах численного моделирования гамильтоновых систем// Препринт Ин-та теор. астроп. РАН. С. - Пб., 1995. № 44. 44 с.
- From Newton to Chaos (Ed. Roy A.E., Steves B.A.). New York: Plenum Press, 1995. p.
- Быкова Л.Е., Тимошенко Л.В. Околоземные астероиды: сближения с большими планетами, трансформация орбитальных элементов// Астр. и геод. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. Вып.16. С.183-238.
- Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю., Тимошенко Л.В. Исследование движения астероидов в окрестности резонансов низких порядков с Землей// Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: Доклады Всероссийской научной конференции. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. С. 163-164.
- Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю., Парфенов Е.В. Численное исследование движения околоземных астероидов 1996 DH и 1996 AJ1// Настоящий сборник.
- Wiegert P., Innanen K.A., Mikkola S. The orbital evolution of Near-Earth asteroid 3753//Astron. J. 1998. Vol. 115. P. 2604-2613.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ОКОЛОЗЕМНЫХ АСТЕРОИДОВ 1996 DH и 1996 AJ1

Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю., Парфенов Е.В.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

В настоящей работе представлены результаты исследования орбитальной эволюции двух околоземных астероидов: 1996 DH (группа Амура) и 1996 AJ1 (группа Аполлона) на интервале времени в несколько тысяч лет.

Данное исследование является продолжением проведенного нами ранее [1]. Цель – выявление резонансных соотношений, обусловленных соизмеримостями средних движений околоземных астероидов и больших планет, и исследование взаимодействия тесных сближений и резонансов.

Движение астероидов рассматривалось в гелиоцентрической прямоугольной системе координат, отнесенной к эклиптике и равноденствию 2000.0. В модели сил учтены возмущения от больших планет (кроме Нептуна и Плутона), а также от Луны. С этой целью был использован фонд эфемерид DE406, который был адаптирован нами от формата платформы Sun (OS UNIX) к формату платформы PC.

Дифференциальные уравнения движения взяты в форме, предложенной в работе [2]. Эти уравнения получены введением регуляризирующего преобразования, позволяющего при тесных сближениях понижать скорость изменения функций правых частей уравнений. Интегрирование уравнений осуществлялось методом Эверхарта 19-го порядка с переменным шагом. Ошибка интегрирования оценивалась для каждого объекта сравнением результатов прямого и обратного интегрирования на рассматриваемом интервале времени.

Расчеты выполнялись с помощью разработанного нами ранее программного обеспечения [3], которое позволяет проводить высокоточное прогнозирование движения малых планет Солнечной системы. Особенностями данного комплекса является удобный интерфейс и графическое представление движения астероидов и больших планет. В разработанный ранее комплекс добавлена возможность использования различных форм дифференциальных уравнений движения. Интерфейс разработан в инструментальной среде Delphi.

Для исследуемых объектов 1996 DH и 1996 AJ1 построены ансамбли частиц с начальными параметрами, близкими к номинальным орбитам, и прослежена их эволюция на интервалы времени 6000 и 2000 лет соответственно. Начальный пучок орбит для каждого астероида строился на основе вероятных ошибок их начальных параметров, полученных из анализа наблюдений. На рис. 1, 2 (а) показано распределение наблюдений этих объектов по времени (где N – номер наблюдения, MJD – модифицированная юлианская дата). Элементы орбиты, взятые из каталога Боуэлла (E. Bowell), были улучшены по

всем имеющимся наблюдениям. Как показали исследования [4 - 5], обусловленность задачи улучшения орбит линейным методом наименьших квадратов существенным образом зависит от выбора начальной эпохи. Поэтому нами предварительно было выполнено исследование обусловленности матриц A нормальных уравнений, построенных по всем наблюдениям для различных начальных эпох с интервалом 1 сутки. Графики зависимости $\lg \mu(A)$ от начальной эпохи представлены на рис. 1, 2 (б) (где $\mu(A)$ – число обусловленности матрицы A). В результате в качестве начальной эпохи и центра при построении пучка орбит был выбран момент времени с наилучшей обусловленностью.

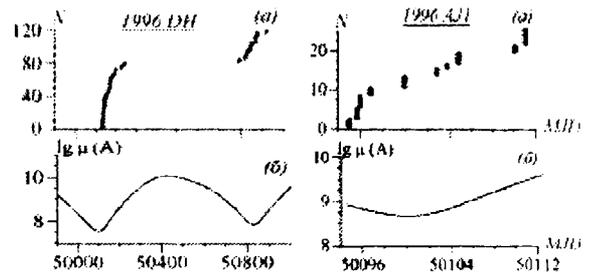


Рис. 1

Рис. 2

Пучок орбит строился для 100 точек относительно выбранного центра с помощью датчика случайных чисел на основе нормального закона распределения и диагональной ковариационной матрицы [6]. Вероятные ошибки начальных параметров орбиты составили $\Delta x \approx 2 \cdot 10^{-6}$ а.е. в координатах, $\Delta v \approx 5 \cdot 10^{-8}$ а.е./сут. в компонентах скорости для 1996 DH и $\Delta x \approx 2 \cdot 10^{-3}$ а.е., $\Delta v \approx 4 \cdot 10^{-5}$ а.е./сут. для 1996 AJ1.

Эволюция некоторых орбитальных параметров для данных пучков орбит приведена на рис. 3-6. На рис. 3 показаны сближения астероида 1996 DH с Марсом на интервале времени 6000 лет (-3000 г., 3000 г.): а) для номинальной орбиты, б) для пучка орбит. С другими планетами, в том числе с Землей, этот объект не сближается на расстояние $d < 0.3$ а.е. Средние движения астероида n_a и Земли n_\oplus соизмеримы, так что $n_\oplus/n_a \approx 2/1$ [1]. На рис 4(а) показана на этом же интервале времени эволюция резонансной щели $\alpha = 2n_\oplus - n_\oplus$ (угл.с./сут.) для всего пучка. Как видно из рисунка, все частицы ансамбля регулярно пересходят через значение точной соизмеримости $\alpha = 0$, удаляясь от него на $\pm 10''$ каждые 545 лет. На рис. 4 (б), (в), (г) дана эволюция оскулирующих элементов a, e, i орбит пучка. Графики показывают, что динамическая эволюция ансамбля близких час-

тиц практически не отличается от эволюции номинальной орбиты 1996 DH на всем рассматриваемом интервале.

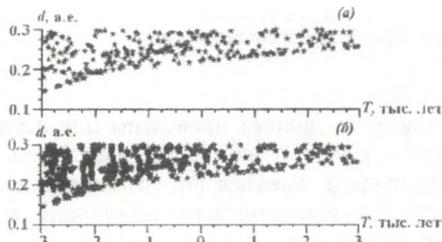


Рис. 3

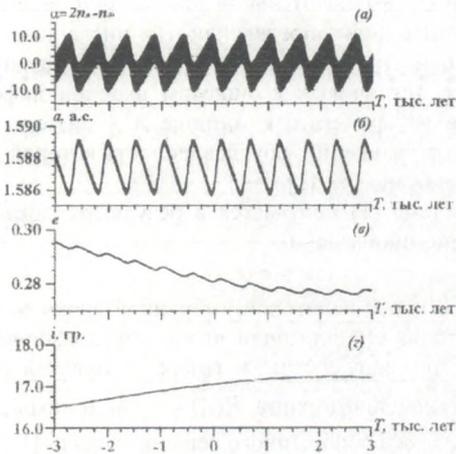


Рис. 4

Совершенно иная картина наблюдается для астероида 1996 AJ1. Этот объект неоднократно достигает точной соизмеримости с Землей ($n_{\oplus}/n_a \approx 3/2$) [1] и Марсом ($n_p/n_a \approx 4/5$), однако, не задерживаясь в ней, движется в довольно далекой окрестности резонанса. Астероид пересекает (в проекции, $i = 2.5^\circ$) орбиты всех внутренних больших планет и имеет с ними много тесных сближений. На рис. 5-6 представлена эволюция на интервале (1000 г. - 3000 г.) двух пучков орбит: 1) описанного выше пучка, построенного на основе вероятных ошибок начальных параметров, 2) пучка с меньшими начальными отклонениями $\Delta x \approx 2 \cdot 10^{-6}$ а.е., $\Delta v \approx 5 \cdot 10^{-8}$ а.е./сут. На рис. 5 показаны сближения в пределах 0.1 а.е. с Меркурием (a1) и Землей (б1) для первого пучка, на рис.5 (a2, б2) – для второго пучка. Здесь пучок показан серым фоном, черным выделены сближения для номинальной орбиты. Для 1-го пучка, где начальные отклонения велики, картина сближений хаотична на всем интервале, для 2-го пучка с меньшими начальными отклонениями сближения близки к номинальной орбите в небольшой окрестности начальной эпохи. Наибольшее сближение с Землей для номинальной орбиты составляет $d = 0.004$ а.е., для объектов из пучков $d = 0.0008$ а.е. На рис. 6 показана эволюция резонансной щели $\alpha = 3n_a - 2n_{\oplus}$ с Землей, а также эволюция элементов a, e, i (соответственно a1, б1, в1, г1 – для первого пучка, a2, б2, в2, г2 – для

второго пучка), пучок показан серым фоном, номинальная орбита выделена черными линиями.

Таким образом, один из рассмотренных резонансных астероидов 1996 DH, не имеющих тесных сближений с планетами, демонстрирует исключительно устойчивое регулярное движение на 6000-летнем интервале; другой астероид 1996 AJ1, имеющий много тесных сближений с планетами, демонстрирует неустойчивость резонансных соотношений.



Рис. 5

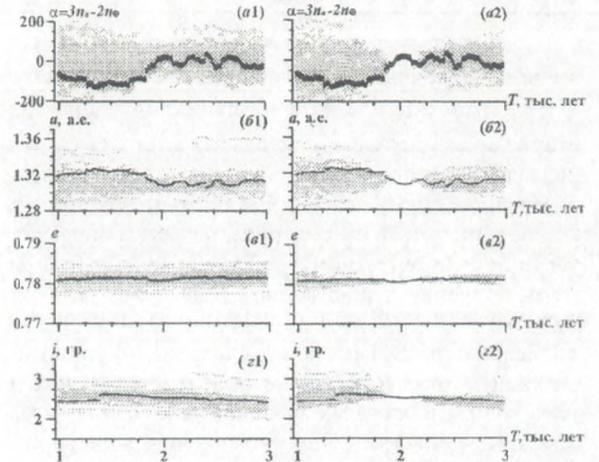


Рис. 6

Работа выполнена при поддержке РФФИ – грант № 98-02-16491.

ЛИТЕРАТУРА

1. Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю., Тимошенко Л.В. Исследование движения астероидов в окрестности резонансов низких порядков с Землей// Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: Док. Всерос. науч. конф. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. С. 163-164.
2. Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А., Титаренко В.И. Численное моделирование общей задачи трех тел// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сб. статей. Вып. 2. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. С. 164-168.
3. Галушина Т.Ю. Демонстрационная программа для исследования движения малых планет Солнечной системы// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сб. статей. Вып. 2. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. С. 149-153.
4. Быкова Л.Е., Парфенов Е.В. О проблеме обусловленности задачи определения орбит околоземных астероидов// Настоящий сборник.
5. Медведев Ю.Д. Определение орбит комет, имеющих тесные сближения с планетами: Автореф. дис. ... к.ф.-м.н. Л., 1996. 12 с.
6. Черницов А.М., Батурун А.П., Тамаров В.А. О представлении вероятностных областей движения малых тел// Астр. и геод. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. Вып. 16. С. 98 –113.

О ПРОБЛЕМЕ ОБУСЛОВЛЕННОСТИ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТ ОКОЛОЗЕМНЫХ АСТЕРОИДОВ

Быкова Л.Е., Парфенов Е.В.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Большинство околоземных астероидов являются нумерованными, многие из них наблюдались только в одном появлении, нередко на коротких дугах. При улучшении начальных параметров орбит по наблюдениям одного появления часто возникает проблема решения плохо обусловленной задачи в условиях источного знания исходных данных. Прогноз движения астероидов по таким параметрам ненадежен.

Задача определения m -мерного вектора начальных параметров q_0 по результатам n -мерного вектора наблюдений d ($n > m$) является нелинейной и, как известно, может быть сведена к решению последовательности линейных задач наименьших квадратов (НК)

$$A\Delta q = b, \quad (1)$$

минимизирующих евклидову длину вектора невязок $\delta = b - A\Delta q$. Здесь $A - n \times m$ матрица, полученная линеаризацией задачи, $b - n$ -мерный вектор "О-С", определяемый сравнением прогнозируемых на основе q_0 и наблюдаемых значений координат объекта. Решение задачи (1) рассматривается как поправка к текущему номинальному решению нелинейной задачи. Решение единственно, если ранг матрицы $R(A) = m$.

Если матрица A плохо обусловлена, то возможна ситуация, когда $R(A) = m$, но при изменении исходных данных в пределах заданной точности $R(A)$ может стать меньше m . С помощью сингулярного анализа [1, 2] можно оценить близость данной матрицы A к матрице неполного ранга, а также размеры множества Q_0 возможных решений задачи в зависимости от допустимых ошибок исходных данных и числа обусловленности $\mu(A)$ матрицы A . Если размеры множества Q_0 велики, нет смысла обрабатывать эту задачу, как задачу полного ранга; можно попытаться путем преобразования задачи улучшить ее обусловленность и стабилизировать решение в соответствии с некоторыми дополнительными условиями, вытекающими из существа конкретной задачи.

Обусловленность задачи определяется длиной интервала наблюдений и их распределением на орбите, но зависит и от других факторов: выбора начальной эпохи t_0 [3] для искомым параметров q_0 ($q_0 = q(t_0)$) и численного алгоритма решения [2]. На рис. 1, 2 показаны распределение наблюдений по времени (графики а) и зависимость показателя числа обусловленности $lg \mu(A)$ от начальной эпохи t_0 (графики б) соответственно для первого и последнего появлений астероида 2340 Nathor. Здесь N -номер наблюдения, МJD-модифицированная юлианская

дата. Такие же данные приведены для астероидов 1996 DH и 1996 AJ1 на рис. 1,2 нашей работы [4]. Все эти графики показывают, что можно понизить число обусловленности соответствующим выбором эпохи t_0 .

Для того, чтобы не ухудшить обусловленность задачи (1) вычислительной процедурой, можно использовать при определении Δq численные алгоритмы, построенные на ортогональных преобразованиях, устойчивых к ошибкам входной информации, и не прибегать к матрице $A^T A$ системы нормальных уравнений, обусловленность которой хуже, чем у матрицы A [2].

Система (1) получается в результате локальной линеаризации задачи

$$d = F(t, q) \quad (2)$$

в окрестности некоторой выбранной эпохи t_0 . Один из методов стабилизации плохо обусловленных задач такого рода состоит в замене A близкой матрицей \tilde{A} неполного ранга $R(\tilde{A}) = r < m$ и нахождении нормального обобщенного решения задачи [1, 2]:

$$\tilde{A}\Delta q \approx b. \quad (3)$$

Получаемое при этом решение соответствует выбору из множества Q_0 вектора Δq с наименьшей нормой, что снижаст вероятность выхода из области хорошего линейного приближения задачи (2).

Мы применили этот подход для анализа начальных параметров орбит нумерованных астероидов, прошедших через гравитационную сферу влияния Земли в 1950-1997 гг. [5]. Вопрос о ранге матрицы A решался с помощью сингулярного разложения $A = USV^T$, где $U - n \times n$ и $V - m \times m$ ортогональные

матрицы, $S - n \times m$ матрица вида $S = \begin{Bmatrix} \text{diag}(s_i) \\ 0 \end{Bmatrix}$, где

s_i -сингулярные числа, $i = \overline{1, m}$. Если сингулярные числа $s_1 > s_2 > \dots > s_m$ матрицы A хорошо делятся на группы больших и малых значений с разделяющим индексом r , то в качестве псевдоранга матрицы A (т.е. ранга матрицы \tilde{A}) принималось значение r . Система (1) заменялась системой

$$S p = g, \quad (4)$$

где $p = (p_1, p_2, \dots, p_m)$ - новые переменные, которые связаны с искомым ортогональным преобразованием $\Delta q = V \cdot p$, $g = (g_1, g_2, \dots, g_n) = U^T b$. Система (4) дает обобщенное нормальное решение

$$p_i = g_i / s_i \quad (i = \overline{1, r}), \text{ норму невязки } \|\delta\| = \left(\sum_{j=r+1}^n g_j^2 \right)^{1/2}$$

и позволяет легко генерировать различные семейства других решений, принадлежащих Q_0 (например, введением некоторых весовых параметров).

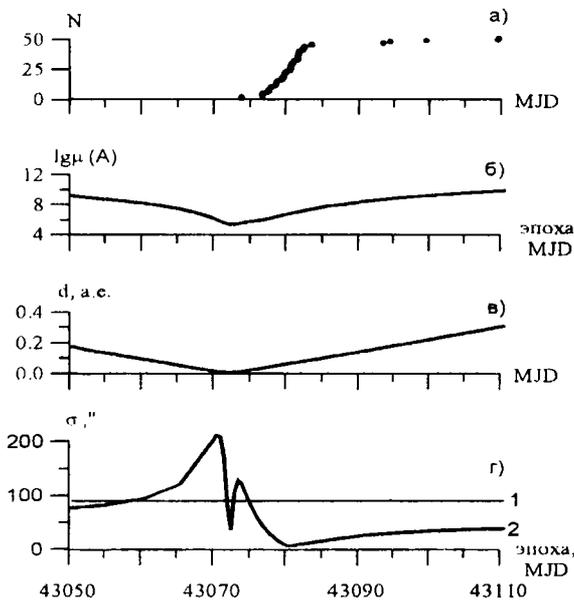


Рис. 1. Астероид 2340 Hathor.
Появление 1976 года.

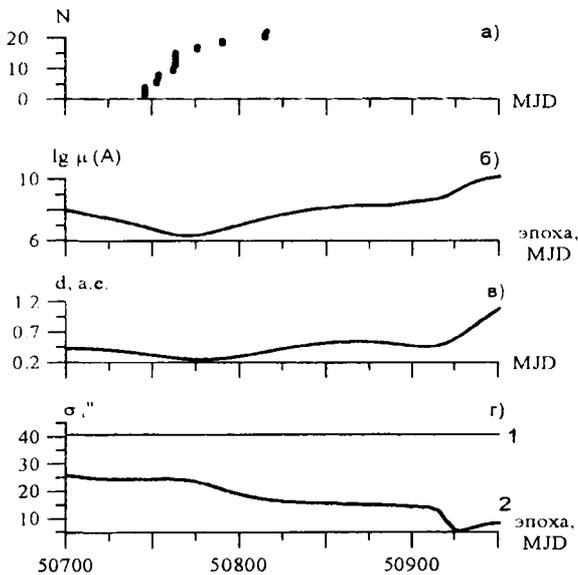


Рис. 2. Астероид 2340 Hathor.
Появление 1997 года.

Для проверки достоверности определения вектора начальных параметров q_0 , получаемых рассмотренным методом, нами промоделирована серия решений задач (1) и (3) по наблюдениям астероида Hathor в различных появлениях. Моделирование строилось следующим образом. По наблюдениям каждого из двух появлений: первого (1976 г.) и последнего (1997 г.) анализировалась обусловленность

задачи НК (рис. 1, б, 2, б соответственно) и выполнялась оценка 6-и начальных орбитальных параметров при различных значениях t_0 двумя способами:

- 1) решением НК последовательности задач (1);
- 2) нахождением последовательности нормальных обобщенных решений задач (3). На основе полученных обоими способами решений численным интегрированием выполнялся прогноз и представление наблюдений, не учитываемых при оценке q_0 .

Результаты экспериментов представлены на рис. 1, з, 2, з. Отметим, что решения, полученные обоими способами, представляют наблюдения, по которым выполнялись оценки q_0 , с одинаковой среднеквадратической ошибкой $\sigma = 2.366''$ для появления 1976 г. и $\sigma = 0.366''$ для появления 1997 г. На рис. 1, з показаны среднеквадратические ошибки σ (в угл. с.) представления всех наблюдений, кроме первого появления, на основе оценок q_0 по данным наблюдений 1976 г. для различных начальных эпох t_0 , на рис. 2, з – ошибки σ представления наблюдений соседнего появления (1994 г.) на основе оценок q_0 по данным наблюдений 1997 г. Графики строились с шагом по t_0 , равным 1 суткам. Кривые, обозначенные на рисунках цифрой 1, соответствуют обычному решению НК при $R(A) = 6$, кривые 2 – нормальному обобщенному решению при $R(\tilde{A}) = 5$.

Проведенные эксперименты показали, что при достаточно хороших начальных приближениях q_0 стабилизированное решение дает прогноз в 2-3 и более раз лучше обычного решения. Исключение при выборе эпохи t_0 составляет окрестность тесных сближений (см. рис. 1, з, 1, з, где d – геоцентрическое расстояние астероида). Но поскольку в практических задачах мы не располагаем хорошими начальными приближениями q_0 , приходится для стабилизации решения каждой конкретной плохо обусловленной задачи искать дополнительную информацию о решении.

Работа выполнена при поддержке РФФИ – грант № 98-02-16491.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. М.: Наука, 1986. 232 с.
2. Годунов С.К., Антонов А.Г., Кирилюк О.П., Костин В.П. Гарантированная точность решения систем линейных уравнений в евклидовых пространствах. Новосибирск: Наука, 1988. 456 с.
3. Медведев Ю.Д. Определение орбит комет, имеющих тесные сближения с планетами: Автореф. дис. ... к.ф.-м.н. Л., 1986. 12 с.
4. Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю., Парфенов Е.В. Численное исследование движения околоземных астероидов 1996 ДН и 1996 АJ1 // Настоящий сборник.
5. Быкова Л.Е., Парфенов Е.В. Построение пробных решений при улучшении орбит нумерованных астероидов, попадающих в гравитационную сферу Земли // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сб. статей. Вып. 2. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. С. 158-164.

АЛГОРИТМЫ ТИПА ЭНКЕ В ПЕРЕМЕННЫХ КУСТААНХЕЙМО-ШТИФЕЛЯ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ ИСЗ

Васильченко О.А., Авдюшев В.А.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Настоящая работа посвящена дальнейшей разработке численных моделей движения искусственных спутников Земли (ИСЗ), основанных на использовании уравнений движения в переменных Кустаанхеймо-Штифеля (KS), и исследованию их эффективности в задачах долгосрочного прогнозирования движения рассматриваемых объектов.

Как показано в [1,2,3], использование уравнений в переменных Кустаанхеймо-Штифеля в задачах численного моделирования движения небесных тел весьма перспективно с точки зрения повышения точности и быстродействия. Отличительная особенность этих уравнений состоит в том, что они регулярны в окрестности центральной массы и обладают стабилизирующим эффектом, проявляющимся при исследовании движения в поле консервативных сил. Данные свойства KS-уравнений позволяют сохранить приемлемую точность численного интегрирования на длительных интервалах времени и поэтому могут быть востребованы именно в тех случаях, когда движение космического объекта происходит вблизи центральной массы с мощным зональным полем. К таким объектам относятся близкие спутники планет, в том числе искусственные.

Нам представляется, что с точки зрения повышения точности и быстродействия численного моделирования KS-алгоритмы еще не исчерпали своих возможностей. В частности, получение уравнений типа Энке в переменных Кустаанхеймо-Штифеля [4], существенно расширило рамки применения численного моделирования в задачах динамики малых тел Солнечной системы.

В настоящей работе рассматриваются результаты применения уравнений типа Энке в KS-переменных в задаче численного моделирования движения искусственных спутников Земли на значительных интервалах времени.

Будем рассматривать движение спутника с бесконечно малой массы в гравитационном поле Земли массой M под действием потенциальных сил с функцией V и непотенциальных сил P . Тогда в системе координат, связанной с Землей, дифференциальные уравнения движения запишутся в виде

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\mu x}{r^3} = -\frac{\partial V}{\partial x} + P, \quad (1)$$

где $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ - вектор положения; t - физическое время; r - модуль вектора положения;

$\mu = k^2 M$; k^2 - универсальная гравитационная постоянная; $V = V(x, t)$; $\partial / \partial x$ - градиент.

Дифференциальные уравнения (1) имеют особенность в начале координат. Формально это означает, что при сближении исследуемого объекта с центральным телом ньютоновский член в уравнении неограниченно возрастает. Поэтому моделирование движения космических объектов вблизи центральной массы сопряжено с трудностями, состоящими в значительной потере точности и увеличении объема вычислений на вычислительной машине. Кроме того, решение уравнений (1) неустойчиво по Ляпунову, что также приводит к потере точности вычислений.

Регуляризовать и стабилизировать уравнения движения (1) позволяет преобразование Кустаанхеймо-Штифеля $x = L(u)u$ вместе с временным преобразованием типа Сундмана $2\omega dt = r dE$ [1]. В новых переменных уравнения движения принимают следующий вид:

$$\frac{d^2 u}{dE^2} + \frac{1}{4} u = -\frac{r}{8\omega^2} L^T(u) \left[V \frac{x}{r^2} + \frac{\partial V}{\partial x} - P + \frac{2\dot{x}}{r} \frac{d\omega}{dE} \right],$$

$$\frac{d\omega}{dE} = -\frac{r}{8\omega^2} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + (\dot{x}, P) \right), \quad (2)$$

$$\frac{d\tau}{dE} = \frac{1}{8\omega^3} \left[\mu - 2rV + r \left(x, P - \frac{\partial V}{\partial x} \right) - 4 \frac{d\omega}{dE} (x, \dot{x}) \right],$$

где

$$\omega = \sqrt{h/2}, \quad h = \frac{\mu}{r} - \frac{\dot{x}^2}{2} - V > 0, \\ t = \tau - \frac{1}{4\omega^2} (x, \dot{x}).$$

Точность интегрирования можно повысить, если воспользоваться уравнениями, записанными в возмущениях. Для их получения выберем в качестве опорной орбиты кеплеровское решение

$$u_k = \alpha_k \cos \frac{E}{2} + \beta_k \sin \frac{E}{2},$$

$$\omega_k = \omega_0, \quad \tau_k = \frac{\mu}{8\omega_k^3} E + \tau_0,$$

где α_k, β_k - векторные константы, определяемые из начальных данных; ω_0, τ_0 - начальные значения переменных ω_k и τ_k .

Тогда, следуя Энке, уравнения в возмущениях KS-переменных переписываются в виде [4]:

$$\frac{d^2 \delta u}{dE^2} + \frac{1}{4} \delta u = -\frac{r}{8\omega^2} L^T(u) \left[V \frac{x}{r^2} + \frac{\partial V}{\partial x} - P + \frac{2\dot{x}}{r} \frac{d\omega}{dE} \right],$$

$$\frac{d\delta\omega}{dE} = -\frac{r}{8\omega^2} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + (\dot{x}, P) \right), \quad (3)$$

$$\frac{d\delta\tau}{dE} = \frac{1}{8\omega^3} \left[\mu \left(1 - \frac{\omega^3}{\omega_k^3} \right) - 2rV + r \left(x, P - \frac{\partial V}{\partial x} \right) - 4 \frac{d\omega}{dE} (x, \dot{x}) \right],$$

где

$$\delta u = u - u_k = \delta\alpha \cos \frac{E}{2} + \delta\beta \sin \frac{E}{2},$$

$$\delta\omega = \omega - \omega_k, \quad \delta\tau = \tau - \tau_k.$$

Для того чтобы оценить эффективность разработанных алгоритмов при моделировании движения ИСЗ, нами был поставлен численный эксперимент. На примере трех спутников разноцелевого назначения и с различными конфигурациями орбит (табл.1) на интервалах времени, эквивалентных 1000 оборотов объектов, оценивалась точность алгоритмов при сравнительно одинаковом быстродействии. Ошибка каждой численной модели определялась по максимальному отклонению векторов положения, полученных прямым и обратным интегрированием.

Модель сил включала в себя влияние гeопотенциала вплоть до гармоники $J_{12,12}$, лунно-солнечные возмущения, а также сопротивление атмосферы.

Таблица 1

Основные параметры орбит спутников

Объект	a , км	e	i , °
ГСС	42166	0.01	10
Эталон	26600	0.01	63.4
Молния	26600	0.725	62.8

Все расчеты выполнялись с помощью интегратора Эверхарта 15-го порядка. В результате

решения многочисленных экспериментальных задач при варьировании параметров интегратора для каждого алгоритма выбирались минимальные ошибки, которые затем сравнивались между собой (табл. 2).

Таблица 2

Оценка точности различных алгоритмов

Переменные	ГСС Δr , мм	Эталон Δr , мм	Молния Δr , мм
x, \dot{x}	6	27	22
u, E	9	1	5
$\delta u, E$	1	0.1	0.5

Исходя из практических потребностей использования рассматриваемых ИСЗ основным условием эксперимента было выбрано достижение субсантиметровой точности прогнозирования. Судя по данным таблицы, в общем случае это оказывается возможным лишь для моделей в KS-переменных (Эталон, Молния).

Как показывают результаты, явно выраженная иерархия эффективности алгоритмов наблюдается при прогнозировании движения спутников Эталон и Молния. Бесспорные преимущества здесь имеет алгоритм типа Энке, который обеспечивает субмиллиметровую точность, в то время как алгоритм в полных KS-переменных дает точность на порядок ниже, а ошибка классического алгоритма в прямоугольных координатах выходит за пределы субсантиметрового диапазона.

С точки зрения численного моделирования наиболее сложным объектом является геостационар. Его динамика в отличие от других спутников усложняется значительным влиянием лунно-солнечных возмущений, а также резонансом с гармоникой $J_{2,2}$, который приводит к большим долгопериодическим возмущениям. В связи с этим ни регуляризация, ни метод Энке не в состоянии значительно повысить точность.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 98-02-16491.

ЛИТЕРАТУРА

- Штифель Е., Шайфель Г. Линейная и регулярная небесная механика. М.: Наука, 1975. 304 с.
- Бордовицына Т.В. Современные численные методы в задачах небесной механики. М.: Наука, 1984. 136 с.
- Бордовицына Т.В., Быкова Л.Е., Кардаш А.В., Федяев Ю.А., Шарковский Н.А. Эффективные алгоритмы численного моделирования движения ИСЗ // Изв. вузов. Физика. Томск: Изд-во ТГУ, 1992. Т.35. С. 62-70.
- Бордовицына Т.В., Быкова Л.Е., Авдюшев В.А. Проблемы применения регуляризирующих и стабилизирующих преобразований в задачах динамики спутников планет и астероидов // Астрономия и геодезия. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. Вып.16. С. 33-57.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ ОРБИТ, ОСНОВАННЫЙ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРИТЯГИВАЮЩЕГО ЦЕНТРА С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ

Салова Е.В., Шефер В.А.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

В работе [1] Шайком предложен метод решения ограниченной задачи трех тел, основанный на аналитической аппроксимации реального движения последовательностью малых дуг промежуточных орбит. Вводится фиктивный притягивающий центр, масса которого вычисляется по формуле, подобранной с использованием определения сферы действия. Положение фиктивного центра находится из условия совпадения в начальный момент времени векторов ускорения для реального и промежуточного движений. Вместе с условиями оскуляции это условие задает промежуточную орбиту с касанием второго порядка. Таким образом для построения промежуточной орбиты кроме шести орбитальных элементов необходимо дополнительно определять четыре скалярных параметра: три координаты фиктивного центра и его массу. В связи с ограниченностью объема данной статьи мы не приводим детального описания алгоритма метода Шайка и отсылаем читателя к указанной выше работе.

Предлагаемый нами метод аналитической аппроксимации основан на применении промежуточной орбиты, построенной в работе [2]. Использование этой орбиты, в отличие от подхода Шайка, допускает наличие сил более общего вида.

Пусть тело пренебрежимо малой массы (малое тело) движется под действием ньютоновского притяжения системы точечных масс и других сил произвольной природы. Уравнения относительного движения запишем в традиционной форме

$$\ddot{\mathbf{x}} = -\frac{K}{r^3} \mathbf{x} + \mathbf{F} \equiv \mathbf{G}, \quad (1)$$

где \mathbf{x} – вектор положения малого тела; $r = |\mathbf{x}|$;

$K = k^2 M = \text{const}$ (k^2 – гравитационная постоянная; M – масса основного тела); \mathbf{F} – вектор возмущающего ускорения. В начальный момент времени $t = t_0$ известны векторы положения и скорости малого тела: $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$, $\dot{\mathbf{x}}(t_0) = \dot{\mathbf{x}}_0$. Нижний индекс 0 повсюду в тексте означает, что данная величина определена при $t = t_0$.

Поместим в начало системы координат фиктивный притягивающий центр с гравитационным параметром μ . Предположим, что μ есть функция, непрерывно изменяющаяся со временем согласно закону Эддингтона-Джинса

$$\dot{\mu} = \alpha \mu^n, \quad (2)$$

где α и n – произвольные постоянные. Зададим промежуточное движение уравнениями:

$$\ddot{\mathbf{x}}^* = -\frac{\mu}{r^{*3}} \mathbf{x}^* + \frac{\dot{\mu}}{2\mu} \dot{\mathbf{x}}^*, \quad r^* = |\mathbf{x}^*| \quad (3)$$

и начальными условиями: $\mathbf{x}^*(t_0) = \mathbf{x}_0^*$, $\dot{\mathbf{x}}^*(t_0) = \dot{\mathbf{x}}_0^*$. Эти начальные условия подчиним условиям оскуляции: $\mathbf{x}_0^* = \mathbf{x}_0$, $\dot{\mathbf{x}}_0^* = \dot{\mathbf{x}}_0$. Чтобы однозначно определить промежуточное движение (3), необходимо задать еще три параметра: μ_0 , α и n .

Определим μ_0 и α из условия минимума величины $\chi_2 = (\ddot{\mathbf{x}}_0^* - \mathbf{G}_0)^2$. Тогда получим

$$\mu_0 = K + [(\alpha \dot{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{F}_0) \cdot \mathbf{x}_0] r_0, \quad \alpha = 2a\mu_0^{n-1}, \quad (4)$$

где $a = \frac{(\mathbf{F}_0 \cdot \mathbf{V}_0)}{V_0^2}$, $\mathbf{V}_0 = \dot{\mathbf{x}}_0 - \frac{(\mathbf{x}_0 \cdot \dot{\mathbf{x}}_0)}{r_0^2} \mathbf{x}_0$, $\mathbf{V}_0 \perp \mathbf{x}_0$.

Интегрируя уравнение (2) и используя (4), получим следующее выражение для функции $\mu = \mu(t)$:

$$\mu = \mu_0 [1 + 2\alpha(1-n)(t-t_0)]^{\frac{1}{1-n}} \quad \text{для } n \neq 1. \quad (5)$$

Построенные таким образом промежуточные орбиты учитывают в момент времени t_0 радиальную и трансверсальную составляющие вектора \mathbf{F}_0 , что обеспечивает в плоском случае касание второго порядка к реальной траектории.

Выберем из построенного класса промежуточных орбит ту орбиту, для которой параметр n удовлетворяет условию минимума величины $\chi_3 = (\ddot{\mathbf{x}}_0^* - \dot{\mathbf{G}}_0)^2$. Тогда будем иметь

$$n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\left(\dot{\mathbf{G}}_0 - \frac{\mu_0}{r_0^3} \left\{ 3 \left[\frac{(\mathbf{x}_0 \cdot \dot{\mathbf{x}}_0)}{r_0^2} - a \right] \mathbf{x}_0 - \dot{\mathbf{x}}_0 \right\} \right) \cdot \dot{\mathbf{x}}_0}{a^2 \dot{\mathbf{x}}_0^2} \right] \quad (6)$$

Решение для промежуточной орбиты легко сводится к формулам стационарной задачи двух тел в соответствии с уравнениями движения [2]:

$$\mathbf{x}^{**} = -\frac{\mu_0}{r^{*3}} \mathbf{x}^*, \quad (7)$$

где штрих означает дифференцирование по новой независимой переменной θ (фиктивное время),

$$\theta = \frac{1}{a(3-2n)} \left\{ [1 + 2\alpha(1-n)(t-t_0)]^{\frac{3-2n}{2-2n}} - 1 \right\} \quad (8)$$

для $n \neq 1$, $n \neq \frac{3}{2}$.

Порядок получения решения следующий. На заданный момент физического времени t определяется значение фиктивного времени θ по формуле (8). Затем на найденный момент θ вычисляются вектор положения x^* и вектор параметрической скорости \dot{x}^* малого тела на промежуточной орбите по формулам невозмущенной задачи двух тел. При этом используются следующие начальные условия, относенные к моменту $\theta = 0$: $x^*(0) = x_0^*$, $\dot{x}^*(0) = \dot{x}_0^*$. И наконец, с помощью преобразований

$$x^* \equiv x^*, \quad \dot{x}^* = \sqrt{\frac{\mu}{\mu_0}} \dot{x}^* \quad (9)$$

находятся соответственно вектор положения и вектор физической скорости малого тела на промежуточной орбите в момент времени t .

В предлагаемом методе процедура прогнозирования движения, как и в методе Шайка, осуществляется по следующей схемс. Выбирается некоторый достаточно малый шаг интегрирования h . По векторам положения и скорости малого тела в момент t_0 строится промежуточная орбита. Находятся векторы положения и скорости малого тела на промежуточной орбите в момент $t_1 = t_0 + h$. Считая найденные координаты и составляющие вектора скорости начальными и повторяя вычисления для новой промежуточной орбиты, определяются векторы положения и скорости исследуемого тела на следующий момент $t_2 = t_0 + 2h$. Вычисления продолжаются до тех пор, пока не будет достигнут требуемый конечный момент времени.

Для проверки эффективности разработанного метода был рассмотрен следующий численный пример [1]. Изучается движение космического аппарата (КА) в системе Земля-Луна. Точечная Земля массой 5.9760×10^{27} г находится в начале системы координат $x_1 x_2 x_3$. В начальный момент $t_0 = 0$ КА находится на положительной части оси x_1 на расстоянии 7000 км от Земли. Начальная скорость КА параллельна оси x_2 и составляет 10.583 км/с. Луна, имеющая массу 0.0735×10^{27} г, движется в плоскости $x_1 x_2$. Начальные координаты и скорости Луны следующие: $x_1 = -104845.1$ км, $x_2 = 369819.7$ км, $\dot{x}_1 = -0.984197$ км/с, $\dot{x}_2 = -279023$ км/с. Начальные условия для КА определяют эллиптическую орбиту, эксцентриситет которой равен 0.97. Движение КА исследуется на интервале 120 часов от начального момента времени, что охватывает поворот вокруг Земли. В конечный момент времени КА находится на расстоянии 61827 км от Луны.

Исследование эффективности предлагаемого метода (программа METHOD) проводилось в сравнении с методом Шайка (программа SHAIKH) и с численным интегрированием уравнений движения ме-

тодом Рунге-Кутты 4-го порядка с постоянным шагом (программа RUNKUT). Ошибка в векторе положения КА ($\Delta r = \sqrt{\Delta x^2}$) оценивалась через каждые 20 часов в сравнении с более точными результатами, полученными с помощью метода Эверхарта 15-го порядка. Необходимая точность в конце интервала интегрирования составляла 1 и 10 км. Шаг интегрирования выбирался постоянным в соответствии с условиями достижения заданной точности. Результаты вычислений приведены в табл.1-2. В таблицах введены обозначения: NS – число шагов, T_c – время счета на компьютере в секундах.

Таблица 1

Сравнение эффективности программ.
Конечная точность 10 км

Время (ч)	RUNKUT	SHAIKH	METHOD
	Δr (км)	Δr (км)	Δr (км)
20	0.90	0.14	1.50
40	2.13	0.66	3.76
60	3.68	1.52	5.99
80	5.56	2.81	7.78
100	7.77	4.79	7.81
120	10.19	9.43	8.97
NS	5760	4800	432
T_c (с)	0.69	0.51	0.056

Таблица 2

Сравнение эффективности программ.
Конечная точность 1 км

Время (ч)	RUNKUT	SHAIKH	METHOD
	Δr (км)	Δr (км)	Δr (км)
20	0.11	0.01	0.09
40	0.25	0.07	0.25
60	0.43	0.16	0.31
80	0.66	0.31	0.39
100	0.92	0.52	0.32
120	1.20	1.04	0.88
NS	9600	43200	7200
T_c (с)	1.01	2.58	0.78

Из табл.1 видно, что программа METHOD достигает точности в 10 км примерно в 10 раз быстрее, чем программы SHAIKH и RUNKUT. А результаты, приведенные в табл.2, говорят о том, что при достижении точности в 1 км программа METHOD сопоставима по быстрдействию с программой RUNKUT и экономичнее программы SHAIKH по затратам машинного времени в 3 раза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shaikh N.A. A new perturbation method for computing Earth-Moon trajectories // Astronaut. acta. 1966. V. 12. P. 207-211.
2. Шефер В.А. Промежуточные орбиты с двумя параметрами для аппроксимации возмущенного движения // Астрон. вест. 1999. Т. 33.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ «MATHEMATICA»

Титаренко В.П.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Численные методы решения дифференциальных уравнений движения небесных тел получают в настоящее время все более широкое распространение. Однако дифференциальные уравнения движения обладают особенностью вблизи окрестности соударения с возмущающими телами. При численном интегрировании это приводит к неограниченному возрастанию функций правых частей, в результате чего сильно дробится основной шаг интегрирования, значительно увеличивается количество перевычислений функций правых частей, что непременно ведет к быстрому нарастанию ошибки округления вследствие ограниченной разрядной сетки современных ПК. В настоящее время появилось множество систем символьных вычислений, одной из которых является система «Mathematica», разработанная фирмой «Wolfram Research Ltd» [1]. Особенность этой и других подобных систем в том, что в них возможны операции над числами произвольной точности и разрядности и, хотя операции над такими числами реализованы программно, что заметно снижает быстродействие, предполагается эффективным использование системы символьных вычислений «Mathematica» для численного моделирования задач, при котором необходима разрядная сетка большой длины. Для предварительной оценки возможностей системы «Mathematica» при решении подобных задач было проведено численное моделирование невозмущенной задачи 2 тел.

Для интегрирования дифференциальных уравнений движения в системе «Mathematica» был реализован метод Грэгга с экстраполяцией по Ричардсону, подробно описанный в [2]. Среди преимуществ этого метода можно назвать достаточную простоту реализации и возможность легко изменять порядок метода и величину основного шага интегрирования автоматически в процессе интегрирования. Алгоритм смены шага и порядка метода подробно описан в [2].

При реализации метода Грэгга в системе «Mathematica» возникли определенные трудности. Как уже было отмечено, особенностью систем символьных вычислений является возможность операций над числами произвольной точности и разрядности. Однако каждый тип чисел (их в «Mathematica» четыре – целый, рациональный, вещественный и комплексный) представляется во внутреннем языке системы с различным числом разрядов. Числа целого и рационального типа могут иметь практически неограниченное число разрядов, определяемое лишь параметрами оперативной памяти ЭВМ. Числа вещественного типа имеют только 16 разрядов. При различных операциях над числами разных типов результат вычислений будет иметь

количество разрядов, являющееся минимальным из тех, которые имеют данные типы чисел. Поэтому для получения результатов с необходимой разрядностью нужно, чтобы все числа, участвующие в вычислениях, имели одинаковое заданное число разрядов. Соответственно, и начальные условия должны задаваться с необходимым числом разрядов. Для реализации этого в системе символьных вычислений «Mathematica» возможно использование различных функций. Функция *Rationalize* $[x, dx]$, переводит вещественное число x в рациональное с заданной точностью dx , которое затем при помощи функции *N* $[x, dx]$ переводится в вещественное с заданным числом разрядов dx . Однако постоянное использование таких функций существенно замедляет скорость вычислений и к тому же переход от вещественного типа к рациональному и обратно совершается с определенной ошибкой, которая может, накапливаясь, сказываться на результатах вычислений. Поэтому для сохранения разрядности вычислений была использована функция *SetPrecision*, применение которой дает возможность установить необходимое число разрядов для любого типа чисел и сохранять точность результатов вычислений.

Как уже было сказано выше, в методе Грэгга в процессе вычислений порядок метода и величина основного шага интегрирования могут меняться. В реализованном в системе «Mathematica» алгоритме метода Грэгга порядок может изменяться от 4-го до 30-го. Для разбисния основного шага интегрирования используется последовательность целых четных чисел 2, 4, 6, 8, 10, ..., 28, 30. При выборе такой последовательности метод обладает лучшей сходимостью.

Для оценки эффективности применения возможностей «Mathematica» при численном интегрировании был использован модельный объект. Начальные условия для этого объекта приведены в табл. 1.

Таблица 1

Гипотетический объект
($a=0.9642$ а.е., $T=345.79847$ сут., $e=0.041$)

x_0	\dot{x}_0
-0.460000000000000000	0.015000000000000000
-0.820000000000000000	-0.007000000000000000
-0.350000000000000000	-0.003000000000000000

Такая запись начальных условий позволяет проследить накопление ошибок вычислений (куда будет входить и ошибка округления) в процессе интегрирования. Так как известен точный (в пределах 30 знаков после десятичной точки) период обраще-

ния объекта, при точном выходе через период в начальную точку можно наблюдать накапливание ошибки вычислений.

Для оценки быстродействия алгоритма, реализованного в системе «Mathematica», проводилось численное интегрирование при помощи программы, реализованной на языке Паскаль. Интервал времени, на котором проводилось численное интегрирование, равен 1 обороту объекта. В табл. 2 приведены оценки быстродействия алгоритмов, реализованных в системе «Mathematica» и на языке Паскаль в зависимости от длины разрядной сетки.

Таблица 2

Характеристики быстродействия алгоритмов

Язык программирования	Длина разрядной сетки	Быстродействие Pentium-166
Паскаль	19	0,1 с
	18	1 м 36 с
Mathematica	20	2 м 37 с
	22	3 м 30 с
	24	4 м 20 с
	26	5 м 22 с

Как и ожидалось, алгоритм, реализованный в системе «Mathematica», значительно уступает алгоритму, реализованному на универсальном языке программирования Паскаль. Необходимо заметить, что для данной задачи увеличение длины разрядной сетки на 2 разряда дает увеличение числа значащих разрядов, свободных от ошибок вычислений, тоже на 2 разряда.

Созданный математический и программный аппарат позволяет еще раз на более высоком уровне вернуться к вопросу о правомерности использования в качестве критерия точности численного прогнозирования движения небесных тел результатов прямого и обратного интегрирования. Сравнительная характеристика различных критериев такой оценки на 16-разрядной сетке была дана в [3]. Результаты оценки метода прямого и обратного интегрирования при помощи системы «Mathematica» представлены на рис. 1. Результаты, полученные прямым и обратным интегрированием при помощи алгоритма, реализованного на языке Паскаль с 19 значащими разрядами методом 18-го порядка, сравниваются с результатами прямого интегрирования в системе «Mathematica» с 40 значащими разрядами также методом 18-го порядка, на интервал времени, равном 20 оборотам объекта. Здесь же приводится оценка точности алгоритма численного интегрирования, реализованного в системе «Mathematica» при помощи

аналитического решения задачи 2 тел. Из графиков, показанных на рисунке, видно, что метод прямого и обратного интегрирования может быть использован в качестве критерия оценки точности прогнозирования движения небесных тел, хотя он и дает несколько завышенную оценку.

Полученные результаты позволяют сказать,

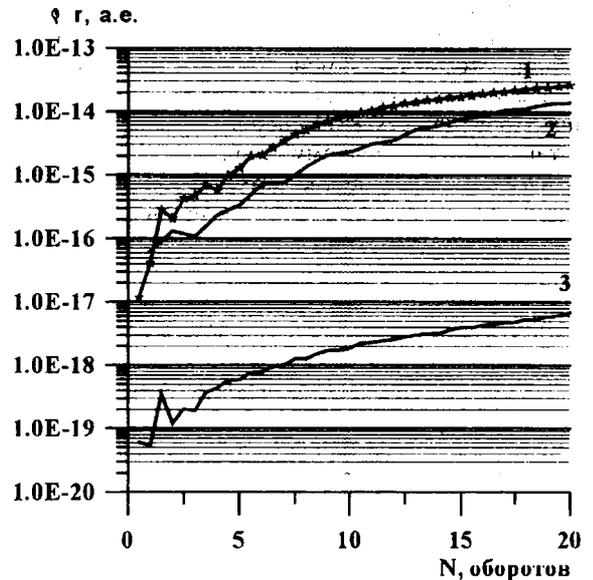


Рис. 1. Оценки различных методов интегрирования:

- 1 — сравнение результатов вычислений при помощи алгоритма, реализованного на языке Паскаль, с результатами вычислений в системе «Mathematica»;
- 2 — оценка точности прямого и обратного интегрирования;
- 3 — сравнение результатов численного интегрирования в системе «Mathematica» с аналитическим решением

что систему «Mathematica» можно успешно применять для численного моделирования. При численном моделировании задач, в которых необходимо использование разрядной сетки большой длины, это открывает новые возможности.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 98-02-16491.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дьяконов В.П. Системы символьной математики Mathematica 2 и Mathematica 3. М.: СК Пресс, 1998. 328 с.
2. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990. 512 с.
3. Бордовицына Т.В. Сравнительная характеристика различных критериев оценки точности численного интегрирования уравнений движения небесных тел // Астрономия и геодезия. Томск: Изд-во ТГУ, 1996. Вып.14. С. 88-92.

ВЫСОКОТОЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ИСЗ ЛАГЕОС НА БОЛЬШИХ ИНТЕРВАЛАХ ВРЕМЕНИ

Шарин И.В., Бордовицына Т.В.

НИИ прикладной математики и механики при Томском университете

Данная работа посвящена исследованию возможности высокоточного численного прогнозирования движения искусственного спутника Земли (ИСЗ) с применением преобразований, основанных на использовании уравнений движения в переменных Кустаанхеймо-Штифеля (KS), а также сравнительному анализу приведенных алгоритмов. В качестве объекта исследования был выбран ИСЗ Лагеос, который имеет важное геодезическое значение.

Параметры орбиты ИСЗ Лагеос

а, км	е	i, °	T, с
12271	0.004	109°8	13258

Как известно, уравнения движения в прямоугольной геоцентрической системе координат имеют вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu x}{r^3} = -\frac{\partial V}{\partial x} + P, \quad (1)$$

с начальными условиями $x_0 = x(t_0)$, $\dot{x}_0 = \dot{x}(t_0)$; V - возмущающий потенциал консервативных сил; P - неконсервативные силы; x - вектор положения; r - модуль вектора положения; t - физическое время; μ - универсальная гравитационная постоянная. Решения этих уравнений неустойчивы по Ляпунову, что при прогнозировании движения на длительные интервалы времени ведет к сильному росту ошибки интегрирования.

Стабилизируем уравнения движения с помощью KS - преобразования $x = L(u)u$ [1] вместе с временным преобразованием Сундмана $2\omega dt = r dE$, осуществляющим переход к новой независимой переменной, называемой эксцентрической аномалией. Преобразование Кустаанхеймо - Штифеля отображает трехмерное физическое пространство в четырехмерное параметрическое KS-пространство. В нашем случае редуцирующий эффект не наблюдается, поскольку орбита ИСЗ Лагеос почти круговая. Однако имеет место стабилизирующий эффект, улучшающий оперативность производимых вычислений.

В результате проведенных преобразований уравнения движения приобретают вид невозмущенного гармонического осциллятора, что при численном интегрировании очень существенно, так как в процессе счета не накапливается ошибка метода и остается только ошибка округления [2].

Для вычисления времени целесообразно использовать уравнение временного элемента, ко-

торый в слабозвмущенном движении изменяется почти линейно. Однако уравнение для быстрой переменной останется в системе, что будет существенно влиять на определение размера шага интегрирования.

$$\frac{d^2u}{dE^2} + \frac{1}{4}u = -\frac{r}{8\omega^2}L^T(u)\left[V\frac{x}{r^2} + \frac{\partial V}{\partial x} - P + \frac{2\dot{x}}{r}\frac{d\omega}{dE}\right],$$

$$\frac{d\omega}{dE} = -\frac{r}{8\omega^2}\left(\frac{\partial V}{\partial t} + (\dot{x}, P)\right), \quad (2)$$

$$\frac{d\tau}{dE} = \frac{1}{8\omega^3}\left[\mu - 2rV + r\left(x, P - \frac{\partial V}{\partial x}\right) - 4\frac{d\omega}{dE}(x, \dot{x})\right],$$

где

$$\omega = \sqrt{h/2}, \quad h = \frac{\mu}{r} - \frac{\dot{x}^2}{2} - V > 0,$$

$$t = \tau - \frac{1}{4\omega^2}(x, \dot{x}).$$

Преобразуем систему уравнений в KS-переменных в систему уравнений типа Энке. Основная идея метода Энке состоит в том, чтобы подобрать такую опорную орбиту, которая в течение длительного времени была бы близка к реальной эволюционирующей орбите. Для отклонений параметров реальной орбиты от соответствующих величин на опорной траектории составляется система дифференциальных уравнений, которая затем решается численно. Таким образом, метод Энке нацелен на то, чтобы получить такие дифференциальные уравнения, которые бы не требовали вычислительных операций с большими величинами.

Уравнения типа Энке в приращениях KS-переменных будут иметь вид [3]:

$$\frac{d^2\delta u}{dE^2} + \frac{1}{4}\delta u = -\frac{r}{8\omega^2}L^T(u)\left[V\frac{x}{r^2} + \frac{\partial V}{\partial x} - P + \frac{2\dot{x}}{r}\frac{d\omega}{dE}\right],$$

$$\frac{d\delta\omega}{dE} = -\frac{r}{8\omega^2}\left(\frac{\partial V}{\partial t} + (\dot{x}, P)\right), \quad (3)$$

$$\frac{d\delta\tau}{dE} = \frac{1}{8\omega^3}\left[\mu\left(1 - \frac{\omega^3}{\omega_k^3}\right) - 2rV + r\left(x, P - \frac{\partial V}{\partial x}\right) - 4\frac{d\omega}{dE}(x, \dot{x})\right],$$

где

$$\delta u = u - u_k = \delta\alpha \cos \frac{E}{2} + \delta\beta \sin \frac{E}{2},$$

$$\delta\omega = \omega - \omega_k, \quad \delta\tau = \tau - \tau_k.$$

Для того чтобы оценить эффективность вышеприведенных алгоритмов, был проведен численный эксперимент, цель которого состояла в реализации описанных алгоритмов на ЭВМ в переменных $x, u, \Delta u$, т.е. в декартовых координатах, в KS-координатах и в приращениях KS-координат соответственно, и получении основных показателей эффективности: точности и быстродействия, применительно к задаче долгосрочной динамической эволюции ИСЗ Лагеос.

В качестве меры меры точности примем величину максимума отклонений в векторе положения, полученных по результатам прямого и обратного интегрирования на одни и те же моменты физического времени, с учетом ошибки выхода на точный момент времени. Тогда суммарная ошибка выразится как $\Delta r = \Delta r + \dot{r}\Delta t$.

В качестве меры быстродействия удобнее принять количество перевычислений функций правых частей дифференциальных уравнений, величина которого не зависит ни от скоростных характеристик процессора вычислительной машины, ни от качества оптимизации программного обеспечения.

Движение спутника подвержено влиянию возмущающих факторов различной природы. Исходя из динамических свойств, будем рассматривать движение некоторой материальной точки бесконечно малой массы относительно центральной планеты (Земля) с учетом ее несферичности (до 24-й гармоники) под влиянием сил притяжения Солнца и Луны, а также светового давления и сопротивления атмосферы.

Прогнозирование движения спутника выполнялось на интервале времени в 5000 оборотов (2500 оборотов прямого и 2500 оборотов обратного интегрирования). Все вычисления выполнялись с помощью интегратора Эверхарта 15-го порядка [2], на персональной вычислительной машине IBM с разрядной сеткой 16 десятичных знаков.

В результате вычислений был проведен сравнительный анализ эффективности рассматриваемых алгоритмов, результаты которого отображены на рисунках.

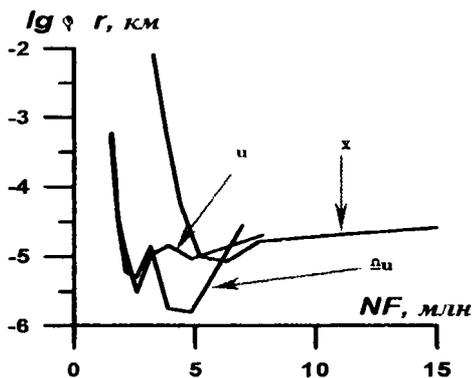


Рис.1. Точность-быстродействие

На рис.1 представлена зависимость точность-быстродействие для всех трех алгоритмов. Очевидно, что алгоритм в декартовых координатах проигрывает по быстродействию практически в два раза.

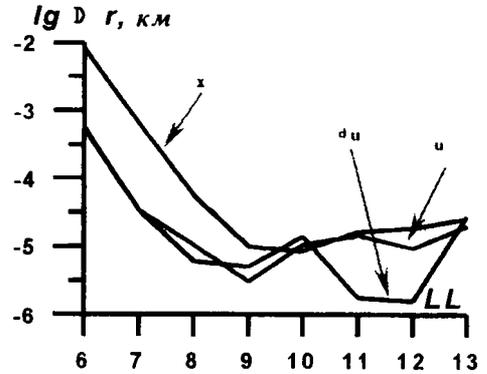


Рис.2. Точность-шаг

На рис.2 показано изменение величины точности в зависимости от величины параметра интегрирования LL , отвечающего за выбор шага, который выбирается таким образом, чтобы точность на данном шаге была бы не хуже чем 10^{-LL} .

Исходя из этого была построена зависимость величины точности от времени при одинаковом быстродействии, что отражает вычислительные свойства алгоритмов.

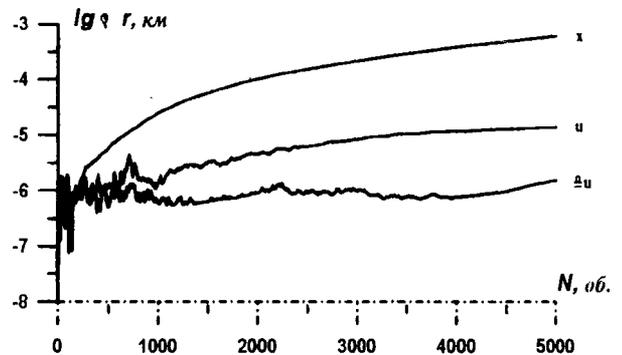


Рис.3. Точность-время

Таким образом, наглядно видно, что для численного моделирования движения ИСЗ Лагеос лучше всего использовать алгоритмы типа Энке в KS-переменных, которые дают наибольший выигрыш в точности и быстродействии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Штифель Е., Шайфель Г. Линейная и регулярная небесная механика. М.: Наука, 1975. -304 с.
2. Бордовицyna Т.В. Современные численные методы в задачах небесной механики. М.: Наука, 1984. 136 с.
3. Бордовицyna Т.В., Быкова Л.Е., Авдюшев В.А., Проблемы применения регуляризирующих и стабилизирующих преобразований в задачах динамики спутников планет// Астрономия и геодезия, 1998. Вып.16. С.33-57.

НАШИ АВТОРЫ

- Авдюшев Виктор Анатольевич - научн. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
- Акимова Юлия Петровна - студентка ФТФ ТГУ, г. Томск
- Алексеев Тимофей Викторович - аспирант БТИ АлтГТУ, г. Бийск
- Алексеев Андрей Николаевич - научн. сотр. ФНЦП «Алтай», г. Бийск
- Архипов Владимир Афанасьевич - профессор ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
- Астанин Александр Владимирович - студент ФТФ ТГУ, г. Томск
- Афанасьева Светлана Ахмет-Рызовна - доцент ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
- Батурин Алексей Павлович - научн. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
- Беккер Максим Владимирович - аспирант ТГУ, г. Томск
- Белов Николай Николаевич - профессор ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
- Бирюков Александр Юрьевич - мл. научн. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
- Бирюков Юрий Александрович - зав. лабор. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
- Богданов Леонид Николаевич - научн. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
- Бордовицына Татьяна Валентиновна - профессор ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
- Быкова Лариса Евгеньевна - доцент ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
- Валуйская Лариса Анатольевна - аспирант ТГУ, г. Томск
- Васильченко Ольга Александровна - аспирант ТГУ, г. Томск
- Галушина Татьяна Юрьевна - аспирант ТГУ, г. Томск
- Герасимов Александр Владимирович - доцент ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
- Гергерт Андрей Владимирович - аспирант ПГТУ, г. Пермь
- Глазырин Виктор Порфирьевич - зав. лаб. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
- Глотова Елена Александровна - студентка ФТФ ТГУ, г. Томск
- Гольдин Виктор Данилович - ст. препод. ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
- Горбунов Денис Викторович - студент ФТФ ТГУ, г. Томск
- Губарьков Дмитрий Владимирович - ассистент ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
- Демушкин Евгений Владимирович - студент ФТФ ТГУ, г. Томск
- Дружинин Игорь Александрович - зав. лабор. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
- Дьяченко Людмила Ивановна - аспирант ТГУ, г. Томск
- Елгашев Антон Александрович - студент ФТФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
- Елизаров Вячеслав Владимирович - аспирант ТГУ, г. Томск
- Еремин Иван Владимирович - студент ФТФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
- Ердакова Виктория Павловна - аспирант БТИ АлтГТУ, г. Бийск
- Есаулов Алексей Олегович - студент ММФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск

Ёлкин Константин Евгеньевич	- ассистент ФТФ ТГУ, г. Томск
Жалнин Евгений Викторович	- аспирант ТГУ, г. Томск
Жаровцев Владимир Васильевич	- ст. научн. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
Зверев Евгений Александрович	- студент ФТФ ТГУ, г. Томск
Зотова Лариса Викторовна	- аспирант ТГУ, г. Томск
Ибрагимов Наиль Гумирович	- нач. отдела НИИ ПМ, г. Пермь
Иванов Александр Владимирович	- мл. научн. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
Ищенко Александр Николаевич	- профессор ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Каргаполова Олеся Валерьевна	- студентка ФТФ ТГУ, г. Томск
Катаев Алексей Геннадьевич	- аспирант ТГУ, г. Томск
Кашлатая Ирина Александровна	- студентка ФТФ ТГУ, г. Томск
Кириков Андрей Анатольевич	- научн. сотр. ИФ ПМ СО РАН, г. Томск
Князев Александр Сергеевич	- студент ФТФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Кобенко Сергей Викторович	- аспирант ТУСУР, г. Томск
Коняев Алексей Алексеевич	- доцент ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Крайнов Александр Валерьевич	- аспирант ТГУ, г. Томск
Крамшонков Евгений Николаевич	- студент ЦИОРАН ТГУ
Крицкий Олег Леонидович	- аспирант ТГУ, г. Томск
Леонов Геннадий Валентинович	- ректор БТИ АлтГТУ, г. Бийск
Либин Эдуард Ефимович	- вед. научн. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
Мальцев Александр Александрович	- мл. научн. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
Мамашев Рев Гумерович	- профессор БТИ АлтГТУ, г. Бийск
Марченко Виталий Владимирович	- студент ФТФ ТГУ, г. Томск
Мельникова Наталья Александровна	- аспирант ТГУ, г. Томск
Мерзляков Владимир Дмитриевич	- профессор ФТФ ТГУ, г. Томск
Михайлов Владимир Николаевич	- студент ФТФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Михайлова Ирина Александровна	- студентка ММФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Морозов Евгений Владимирович	- аспирант ТГУ, г. Томск
Назаров Алексей Геннадьевич	- аспирант ТГУ, г. Томск
Намятов Игорь Геннадьевич	- мл. научн. сотр. ИХКИГ СО РАН, г. Новосибирск
Нестерова Елена Сергеевна	- аспирант ТГУ, г. Томск
Николаев Роман Геннадьевич	- студент ФТФ ТГУ, г. Томск
Николаева Ирина Николаевна	- аспирант ТГУ, г. Томск
Орлов Максим Юрьевич	- студент ФТФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск

Орлов Юрий Николаевич	- научн. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
Павлов Сергей Ливерьевич	- доцент ФТФ ТГУ, г. Томск
Парфенов Евгений Васильевич	- аспирант ТГУ, г. Томск
Пашков Сергей Владимирович	- аспирант ТГУ, г. Томск
Перков Валерий Викторович	- ст. научн. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
Петренко Владимир Илларионович	- гл. конструктор ОКБ «Темп», г. Пермь
Пимонов Евгений Юрьевич	- аспирант ТГУ, г. Томск
Попенко Елена Михайловна	- доцент БТИ АлтГТУ, г. Бийск
Попок Николай Иванович	- нач. лабор. ФНПЦ «Алтай», г. Бийск
Радченко Андрей Васильевич	- зав. сект. ТФ ИСМ РАН, г. Томск
Рекутяк Галина Петровна	- студентка ФТФ ТГУ, г. Томск
Салганская Марина Вячеславовна	- студентка ФТФ ТГУ, г. Томск
Салганский Евгений Александрович	- студент ФТФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Салова Елена Викторовна	- студентка ММФ ТГУ, г. Томск
Синяев Сергей Витальевич	- доцент ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Сергиенко Алексей Викторович	- аспирант БТИ АлтГТУ, г. Бийск
Смирнов Андрей Анатольевич	- аспирант ТГУ, г. Томск
Спиридонов Федор Федорович	- профессор БТИ АлтГТУ, г. Бийск
Старченко Александр Васильевич	- профессор ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Сулова Наталья Валерьевна	- аспирант ТГУ, г. Томск
Суханов Геннадий Тимофеевич	- нач. лабор. ФНПЦ «Алтай», г. Бийск
Сычев Константин Александрович	- аспирант ТГУ, г. Томск
Талько Эдуард Генрихович	- аспирант ТГУ, г. Томск
Тимашева Ирина Евгеньевна	- студентка ФТФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Титаренко Вадим Петрович	- студент ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Ткаченко Алексей Степанович	- ст. науч. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
Толкачев Владимир Фомич	- ст. науч. сотр. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
Трушков Владимир Григорьевич	- доцент ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Тушкина Татьяна Михайловна	- аспирант БТИ АлтГТУ, г. Бийск
Ушакова Ольга Владимировна	- аспирант ТГУ, г. Томск
Фарапонов Валерий Владимирович	- доцент ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Хабибуллин Марат Варисович	- доцент ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Халецкая Ольга Васильевна	- студентка ФТФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Хацкалев Артем Владимирович	- профессор ФТФ ТГУ, г. Томск

Хоменко Юрий Пегрович	- профессор ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Христенко Юрий Федорович	- доцент ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Цой Валерий Александрович	- ст. научн. сотр. ФНПЦ «Алтай», г. Бийск
Чепис Денис Владимирович	- студент ФТФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Шарин Игорь Валерьевич	- студент ММФ и ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Шефер Владимир Александрович	- зав. лабор. НИИ ПММ при ТГУ, г. Томск
Щегерцов Андрей Юрьевич	- аспирант ТГУ, г. Томск
Югов Николай Тихонович	- профессор ЦИОРАН ТГУ, г. Томск
Якутенко Владимир Альбертович	- доцент ФТФ ТГУ, г. Томск
Якушев Валентин Константинович	- доцент ФТФ ТГУ, г. Томск
Яньков Александр Анатольевич	- аспирант ТГУ, г. Томск

СОДЕРЖАНИЕ

Механика жидкости и газа

Акимова Ю.П. Задача о волнах, набегающих на наклонный берег.....	3
Алексеев Т.В., Спиридонов Ф.Ф. Метод анализа гидродинамики каналов с интенсивным вдувом.....	4
Беккер М.В., Дружинин И.А. Установившиеся нелинейные движения жидкости в полости сосуда произвольной формы (метод малого параметра – второе приближение).....	7
Глотова Е.А. Расчет волн Коши – Пуассона.....	9
Дьяченко Л.И., Сулова Н.В. Влияние аэродинамического дробления жидких частиц на характеристики двухфазного течения в сопле Лавала.....	11
Есаулов А.О., Старченко А.В. Численный расчет рециркуляционного течения жидкости в прямоугольной камере.....	14
Жаровцев В.В., Синяев С.В., Щегерцов А.Ю. Математическое моделирование выстрела из многоступенчатого рельсового ускорителя.....	16
Пимонов Е.Ю., Синяев С.В., Щегерцов А.Ю. Электротермомеханический анализ схемы бездугового рельсового ускорителя с индуктивным регулированием тока через метаемое твердое тело.....	18
Смирнов А.А. Прямой метод расчета двухфазного течения в до-, трансзвуковой области.....	20
Смирнов А.А., Еремин И.В. Двумерное моделирование электрических полей в каналах импульсных сверхзвуковых МГД-генераторов.....	23
Сычев К.А., Либин Э.Е. Частотное уравнение для поперечных колебаний жидкости в длинном канале.....	26
Талько Э.Г., Ткаченко А.С., Якутенок В.А. Трехмерное двухфазное течение в импульсном МГД-генераторе с учетом двумерной электродинамики в поперечном сечении.....	28
Тушкина Т.М., Алексеев Т.В., Спиридонов Ф.Ф. Нестационарное течение жидкости в каналах с проницаемыми стенками.....	30
Ушакова О.В., Хоменко Ю.П. О модификации одномерных методов расчета нестационарных движений идеального газа в области местных сопротивлений.....	32

Горение и химическая газодинамика

Алексеев А.Н. Экспериментальное исследование параметров безопасности энергетических материалов при низкоскоростном ударе.....	35
Архипов В.А., Зверев Е.А. Сравнительный анализ градиентных методов решения обратных задач теории горения.....	37
Астанин А.В., Ёлкин К.Е., Марченко В.В. Моделирование атмосферных явлений, связанных с выпадением дождя.....	40
Бирюков А.Ю., Богданов Л.Н., Кириков А.А. Компьютеризованная система оптической микроскопии и анализа размеров частиц.....	42
Бирюков Ю.А., Мальцев А.А., Перков В.В., Иванов А.В. Некоторые результаты применения пневматических методов в производстве субмикронных порошков.....	43
Ердакова В.П., Леонов Г.В., Цой В.А., Попок Н.И., Суханов Г.Т. Параметры чувствительности компонентов смесевых энергетических материалов.....	45
Жалнин Е.В., Христенко Ю.Ф. Экспериментальные методы исследования нестационарных эффектов при горении заряда зерненого пороха.....	48
Зотова Л.В. Численное моделирование процесса конденсации вторичных веществ, загрязняющих атмосферу, на поверхности фитоценозов.....	50
Ищенко А.Н., Салганский Е.А. Исследование конвективного горения (КГ) и ударного инициирования детонации в низкопористом топливе.....	52
Коржавин А.А., Бунев В.А., Намятов И.Г., Минаев С.С., Бабкин В.С. Особенности распространения пламен по пленкам жидкого топлива на металлических подложках.....	54
Попенко Е.М., Сергиенко А.В., Мамашев Р.Г., Леонов Г.В., Ибрагимов Н.Г. Влияние октогсна и циклического нитрозоамина на характеристики горения пороховых композиций.....	55
Халецкая О.В. Оценка влияния загрязнения земной поверхности при падении отработанных ступеней ракет и выбросах в атмосферу остатков топлива.....	59

Тепломассоперенос

Гольдин В.Д., Михайлова И.А. Математическое моделирование процесса тепломассопереноса во вспучивающихся материалах с учетом излучения.....	61
Губарьков Д.В. Численный расчёт распределения скорости охлаждения в плазменном покрытии после оплавления газопламенным источником.....	64
Елизаров В.В., Яньков А.А. Тепловая математическая модель приборно-радиаторной панели космических аппаратов.....	67
Катаев А.Г. Изучение характеристик сопряженного тепломассообмена при сверхзвуковом обтекании затупленных тел.....	69
Крайнов А.В. Численный анализ тепломассопереноса при движении вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в прямоугольной камере с учётом процесса кристаллизации.....	71
Крицкий О.Л. Численное исследование температурных полей в анизотропных областях.....	73
Крицкий О.Л. Применение $\alpha - \beta$ алгоритма для решения двумерных нестационарных задач анизотропной теплопроводности.....	75
Нестерова Е.С. Численное исследование процесса кристаллизации частицы при ее инерционном осаждении из высокотемпературного газового потока.....	77
Терехов В.И., Чичиндаев А.В., Пахомов М.А. Тепломассообмен в ламинарном стабилизированном воздушно-парокапельном потоке в трубе.....	79
Тимашева И.Е. Гидродинамика и тепломассообмен при течении продуктов сгорания плазмообразующего комбинированного топлива в канале с аблирующими стенками.....	81

Механика разрушения конструкций

Афанасьева С.А., Белов Н.Н., Крамшонков Е.Н., Морозов Е.В., Трушков В.Г., Хабибуллин М.В., Югов Н.Т. Моделирование метеоритного удара.....	83
Белов Н.Н., Югов Н.Т., Хабибуллин М.В., Афанасьева С.А., Толкачев В.Ф., Назаров А.Г., Мельникова Н.А., Князев А.С., Чепис Д.В. Моделирование процесса проникания длинных стержней в мишени, содержащие слой корундовой керамики.....	85
Герасимов А.В., Михайлов В.Н. Численное моделирование распространения ударных волн в слоистых преградах с градиентами пористости.....	87
Герасимов А.В., Пашков С.В. Взаимодействие зарядов в оболочке с однородными и неоднородными плитами.....	89
Герасимов А.В., Пашков С.В. Проблемы моделирования фрагментации твердых тел при высокоскоростном нагружении.....	92
Гергерт А.В., Петренко В.И., Олейник Б.Д. Теоретические разработки в моделировании плетеного композиционного материала.....	94
Глазырин В.П., Орлов М.Ю., Орлов Ю.Н. Моделирование пробития слоистых преград комбинированным ударником.....	96
Кашлатая И.А., Павлов С.Л. Исследование коэффициента концентрации напряжений для тела вращения с выточкой и осевой полостью методом граничных вариационных уравнений.....	98
Коняев А.А., Елгашев А.А., Толкачев В.Ф., Назаров А.Г. Моделирование зависимости микроразрушения пластин конечной толщины, пробиваемой бойками различного удлинения.....	100
Назаров А.Г., Толкачев В.Ф. Экспериментальное исследование разрушения многокомпонентных конструкций с керамическим слоем при ударном нагружении.....	102
Толкачев В.Ф., Назаров А.Г., Коняев А.А. Исследование проникания удлиненных ударников из различных материалов в полубесконечную мишень.....	105
Югов Н.Т., Белов Н.Н., Хабибуллин М.В., Афанасьева С.А., Радченко А.В., Валуйская Л.А., Кобенко С.В. Компьютерное моделирование ударно-волнового инициирования детонации экранированного ВВ.....	107

Динамика неуправляемого полета

Гольдин В.Д., Зинченко В.И., Николаева И.Н. О полете длинных тел малой массы с гиперзвуковой скоростью.....	109
Горбунов Д.В., Синяев С.В., Христенко Ю.Ф. Исследование возможностей новой схемы электромагнитного датчика дульной скорости снаряда.....	112

Каргаполова О. В., Мерзляков В. Д. Исследование динамики полета призм треугольного сечения	114
Рекутяк Г. П., Фарапонов В. В. Об одном способе расчета параметров движения в воздухе осесимметричного тела, стабилизируемого вращением	116
Салганская М. В., Мерзляков В. Д. Задача о разделении двух круговых цилиндров в сверхзвуковом потоке	118
Хацкалев А. В., Фарапонов В. В. Методика визуализации положения осесимметричного тела на баллистической трассе с использованием ЭВМ	120
Якушев В. К., Дёмушкин Е. В. Экспериментальное исследование соосного разделения двух цилиндрических тел вращения	122
Якушев В. К., Николаев Р. Г. Способ стабилизации цилиндрических тел большого удлинения при соосном отделении поддона	124

Космическая баллистика

Авдюшев В. А. Новая промежуточная орбита в задаче о движении близкого спутника сжатой планеты	126
Батурин А. П. Определение орбит комет, наблюдавшихся в одном и двух появлениях	128
Быкова Л. Е., Галушина Т. Ю. О динамике околоземных астероидов	130
Быкова Л. Е., Галушина Т. Ю., Парфенов Е. В. Численное исследование движения околоземных астероидов 1996 ДН и 1996 АJ1	134
Быкова Л. Е., Парфенов Е. В. О проблеме обусловленности задачи определения орбит околоземных астероидов	136
Васильченко О. А., Авдюшев В. А. Алгоритмы типа Энке в переменных Кустаанхеймо-Штифеля в задачах динамики ИСЗ	138
Салова Е. В., Шефер В. А. Аналитический метод вычисления орбит, основанный на использовании притягивающего центра с переменной массой	140
Титаренко В. П. Численное моделирование в системе « <i>Mathematica</i> »	142
Шарин И. В., Бордовицына Т. В. Высокоточное моделирование движения ИСЗ Лагеос на больших интервалах времени	144
Наши авторы	146

РЕФЕРАТЫ НА ОПУБЛИКОВАННЫЕ СТАТЬИ

УДК 531.38

Акимова Ю. П. **Задача о волнах, набегающих на наклонный берег** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 3.

Предлагается решение задачи о набегании волн на наклонный берег методом конформных отображений. Для значительных углов $\alpha = 0,5$ и $\alpha = 0,25$ решения выражаются через интегральную показательную функцию. Библиография: 2.

УДК 532:519.95

Алексеев Т. В., Спиридонов Ф. Ф. **Метод анализа гидродинамики каналов с интенсивным вдувом** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 4-6.

Рассматривается задача о движении жидкости в круговом канале непостоянного сечения со вдувом через стенки. Предложен метод для решения подобных задач с помощью модели Бернулли - Тэйлора - Ягодкина. Исследовано решение для каналов различного сечения. Результаты свидетельствуют о зависимости распределения давления от формы канала.

Библиография: 4, ил. 3.

УДК 531.38

Беккер М. В., Дружинин И. А. **Установившиеся нелинейные движения жидкости в полости сосуда произвольной формы (метод малого параметра - второе приближение)** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 7-8.

Методом малого параметра построено второе приближение к решению задачи о нелинейных, периодических, потенциальных колебаниях идеальной несжимаемой жидкости в полости сферической или цилиндрической формы. Традиционно считается, что применение метода малого параметра возможно только в том случае, когда известно точное (аналитическое) решение соответствующей линеаризованной задачи. Однако полученные в более ранних работах приближения к точному решению линеаризованных задач качественно мало отличаются от точных решений. Это позволяет использовать их в качестве базиса для построения решения нелинейных задач.

Библиография: 3, ил. 3.

УДК 531.38

Глотова Е. А. **Расчет волн Коши - Пуассона** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 9-10.

Рассматривается решение задачи о волнах на поверхности воды, распространяющихся от локальных возмущений с учетом глубины жидкости. Решение для плоской задачи получено с помощью интегрального преобразования Ханкеля. Результаты расчетов выдаются в режиме анимации и позволяют наблюдать на экране монитора развитие волнового процесса. Показано существенное изменение волновой картины в зависимости от глубины жидкости.

Библиография: 3, ил. 6.

УДК 532.529

Дьяченко Л. И., Сулова Н. В. **Влияние аэродинамического дробления жидких частиц на характеристики двухфазного течения в сопле Лавала** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 11-13.

В рамках многожидкостной модели сплошной среды выполнено исследование газодинамики сопел Лавала на основе уточненного подхода к учету аэродинамического разрушения жидких частиц. Результаты расчетов показали, что при таком подходе происходит уменьшение размеров частиц фракций, что в итоге, снижает величину двухфазных потерь удельного импульса.

Библиография: 4, ил. 4, табл. 2.

УДК 531.38

Есаулов А. О., Старченко А. В. **Численный расчет рециркуляционного течения жидкости в прямоугольной каверне** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 14-15.

Решена двумерная задача о стационарном изотермическом движении несжимаемой жидкости в прямоугольной полости с верхней стенкой, движущейся в своей плоскости с постоянной скоростью. Жидкость приводится в движение силами вязкости. Использовались неравномерные шахматные сетки с узлами, сгущаю-

щимися к границе расчетной области при применении метода Гаусса – Зейделя. Получена детальная картина течения, показано влияние числа Re и размеров каверны на распределение динамических характеристик.

Библ. 4, ил. 5.

УДК 531.113.

Жаровцев В. В., Синяев С. В., Щегерцов А. Ю. **Математическое моделирование выстрела из многоступенчатого рельсового ускорителя** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С.16-17.

В электротермомеханическом приближении проведены математическое моделирование и анализ особенностей функционирования высокоскоростного многоступенчатого электродинамического рельсового ускорителя с пороховым предускорителем. Рассчитан лабораторный вариант такого ускорителя.

Библ. 4, ил. 5.

УДК 531.113.

Пимонов Е. Ю., Синяев С. В., Щегерцов А. Ю. **Электротермомеханический анализ схемы бездугового рельсового ускорителя с индуктивным регулированием тока через метаемое твердое тело** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С.18-19.

Предложены схемное решение и конструктивный вариант бездугового многорельсового электродинамического ускорителя твердых тел. В электротермомеханическом приближении методами численного моделирования анализируются возможности близкого к равноускоренному режиму метания для лабораторного варианта ускорителя.

Библ. 4, ил. 4.

УДК 532.529

Смирнов А. А. **Прямой метод расчета двухфазного течения в до-, трансзвуковой области** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С.20-22.

Излагается прямой метод решения задачи двухфазного течения (смесь газа и частиц) в канале заданной формы (сопло, сверхзвуковой диффузор). Для вычисления скорости газовой фазы используются соотношения на характеристике системы уравнений. Используются разностные схемы второго порядка аппроксимации. Масштабный расход смеси определяется через соотношения в первом узле расчетной сетки, где течение полагается равновесным. Решение получается как предел псевдоустановления по времени.

Библ. 2, ил. 3.

УДК 537.84

Смирнов А. А., Еремин И. В. **Двумерное моделирование электрических полей в каналах импульсных сверхзвуковых МГД-генераторов** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С.23-25.

Предлагается метод расчета электрических полей в канале МГД-генератора. Основные модельные уравнения - уравнения Максвелла и обобщенный закон Ома - приводятся к уравнению эллиптического типа относительно потенциала электрического поля, которое решается численно путем последовательных итераций. На каждой итерации используется метод переменных направлений. В работе приведены результаты расчетов для различных типов каналов. В качестве демонстрации возможностей метода приведены результаты расчетов области выхода из электродной зоны, двух последовательно расположенных секций. Данные представлены в виде поведения изопотенциальных линий и распределения вектора напряженности электрического поля.

Метод может использоваться для расчета МГД каналов с любым секционированием электродов, а также для расчета электродинамических эффектов в достаточно произвольных двумерных областях.

Библ. 3, ил. 7.

УДК 531.38

Сычев К. А., Либин Э. Е. **Частотное уравнение для поперечных колебаний жидкости в длинном канале** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 26-27.

Рассматривалась задача о поперечных колебаниях жидкости в длинном канале. Была изложена методика решения этой задачи с помощью метода конформного отображения. Рассмотрено два варианта решения. Первый сводится к решению частотной матрицы, второй к решению частотного уравнения.

Библ. 6, ил. 1.

УДК 538.4:621.3

Талько Э.Г., Ткаченко А.С., Якутенок В.А. **Трехмерное двухфазное течение в импульсном МГД-генераторе с учетом двумерной электродинамики в поперечном сечении** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 28-29.

Рассматривается неравновесное двухфазное течение смеси газа и жидких полидисперсных частиц конденсата в сверхзвуковой области импульсного МГД-генератора фарадеевского типа со сплошными электродами квадратного поперечного сечения. Для численной реализации подсистемы уравнений газодинамики использовалась явная схема Мак-Кормака, подсистемы уравнений частиц - неявная разностная схема, а для решения уравнений электродинамики - схема метода граничных элементов. Приводится сравнение картины равновесного течения с двухфазным.

Библ. 9, ил. 4.

УДК 519.7.95

Тушкина Т.М., Алексеев Т.В., Спиридонов Ф.Ф. **Нестационарное течение жидкости в каналах с проницаемыми стенками** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 30-31.

Исследуется нестационарное течение невязкой несжимаемой жидкости в плоском канале при равномерном вдуве (отсосе) через проницаемый барьер. Получено условие автомодельности решения. Показано, что решение сводится к порядку с малым параметром ϵ . При $\epsilon = 0$ реализуется известное стационарное решение. Прикладное назначение - моделирование процессов мембранных методов разделения жидких сред с нестационарным образованием на мембране слоя осадка.

Библ. 1, ил. 1.

УДК 533.6

Ушакова О.В., Хоменко Ю.П. **О модификации одномерных методов расчета нестационарных движений идеального газа в области местных сопротивлений** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С.32-34.

Проведено численное моделирование течения идеального газа в окрестности местных сопротивлений типа диафрагменного узла в осесимметричной постановке. Предлагаются модификации одномерных газодинамических уравнений, позволяющие повысить точность одномерного расчета.

Библ. 4, ил. 5.

УДК 539.3

Алексеев А.Н. **Экспериментальное исследование параметров безопасности энергетических материалов при низкоскоростном ударе** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 35-36.

На основе стенда ударных испытаний с баллистической установкой калибром 70 мм, позволяющего реализовать соударения в диапазоне 10-200 м/с ударниками массой до 20 кг, проведены 54 опыта с образцами СТТ. Исследованы условия инициирования горения и взрыва при изменениях параметров ударного процесса и влияние массогабаритных параметров образца на эти условия.

Библ. 3, ил. 1, табл.1.

УДК 536.46

Архипов В.А., Зверев Е.А. **Сравнительный анализ градиентных методов решения обратных задач теории горения** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 37-39.

Проведен сравнительный анализ двух градиентных методов (метода наискорейшего спуска и метода сопряженных градиентов) решения обратных задач внутренней баллистики в вариационной постановке. Анализ проводился на примере задачи восстановления эрозионной скорости горения твердого топлива. Показано, что для задач данного класса метод наискорейшего спуска обладает более высокой скоростью сходимости по сравнению со вторым методом при одинаковой точности обоих методов.

Библ. 6, ил. 3.

УДК 551.558.1

Астанин А.В., Ёлкин К.Е., Марченко В.В. **Моделирование атмосферных явлений, связанных с выпадением дождя** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С.40-41.

Предлагается оценочная модель нисходящего движения воздуха в представлении последнего как идеального однородного газа и пренебрежении всеми термодинамическими эффектами, возникающими при дожде.

де. Считается, что капли дождя имеют одинаковый диаметр, атмосфера до начала дождя находится в покое; дождевое облако лежит на слое стратификации, поэтому конвективное движение воздуха происходит в приземном слое; сквозь уровень стратификации воздух в систему не поступает; интенсивность дождя считается заданной на уровне стратификации; динамическая сжимаемость воздуха не учитывается. Задача решалась в плоской постановке. Произведенные расчеты сравнивались с данными наблюдений.

Библ. 3, ил. 3.

УДК 621.928

Бирюков А. Ю., Богданов Л. Н., Кириков А. А. **Компьютеризированная система оптической микроскопии и анализа размеров частиц**// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 42.

Представлены новые методы, создающие основу для разработки компьютеризированного комплекса гранулометрического анализа микропорошков путем измерения геометрических и динамических характеристик частиц.

УДК 621.926

Бирюков Ю. А., Мальцев А. А., Перков В. В., Иванов А. В. **Некоторые результаты применения пневматических методов в производстве субмикронных порошков**// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 43-44.

Проведены экспериментальные исследования прямого метода получения субмикронных порошков. основанного на самоирировании частиц в недорасширенных турбулентных газовых струях. Проведён анализ гранулометрического состава полученных порошков.

Библ. 3, ил. 5.

УДК 662.311

Ердакова В. П., Леонов Г. В., Цой В. А., Попок Н. И., Суханов Г. Т. **Параметры чувствительности компонентов смесевых энергетических материалов** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 45-47.

В результате работы были определены параметры чувствительности к механическим воздействиям жидких и кристаллических взрывчатых веществ; рассмотрена возможность использования соединений триазольного и нитраминного рядов в качестве флегматизирующих добавок для жидких и кристаллических взрывчатых веществ; показана большая флегматизирующая способность триазолов по сравнению с нитраминами и инертными разбавителями.

Библ. 3, ил. 3, табл. 4.

УДК 536.46

Жалнин Е. В., Христенко Ю. Ф. **Экспериментальные методы исследования нестационарных эффектов при горении заряда зерненого пороха**// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 48-49.

Разработаны манометрические бомбы и методы исследования процессов горения зерненных порохов в широком диапазоне плотностей заряжения. На основе экспериментальных результатов проводится анализ влияния нестационарности горения для различных плотностей заряжения и условий воспламенения. В рамках теории нестационарного горения исследуются условия выполнения основных постулатов геометрического закона горения.

Библ. 8, ил. 4.

УДК 574.4:504.054

Зотова Л. В. **Численное моделирование процесса конденсации вторичных веществ, загрязняющих атмосферу, на поверхности фитоценозов** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 50-51.

Рассматривается задача моделирования процесса конденсации вредных примесей атмосферы на поверхности фитоценозов при снижении температуры воздуха, обусловленном суточным циклом положения Солнца. Задача решалась в двухмерной постановке с учетом кондуктивного и радиационного механизмов переноса тепла, конденсации кислотных компонентов на поверхности фитоценозов, диффузии кислотных компонентов к поверхности конденсации, нестационарности процессов теплопереноса. В результате проведенных численных исследований получены зависимости скорости конденсации от времени, концентрации кислотной компоненты в атмосфере, распределение пленки конденсата по поверхности фитоценоза и зависимости толщины пленки от времени.

Библ. 7, ил. 2.

УДК 532.536

Ищенко А.Н., Салганский Е.А. **Исследование конвективного горения (КГ) и ударного инициирования детонации в низкопористом топливе**// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 52-53.

Исследован процесс конвективного горения в газопроницаемом пористом топливе. Получены зависимости параметров волны горения от начальных свойств топлива. Рассмотрено ударное инициирование воспламенение пористого моноблочного топлива.

Библ.2, ил.4.

УДК 536.46

Коржавин А.А., Бунев В.А., Намятов И.Г., Минаев С.С., Бабкин В.С. **Особенности распространения пламен по пленкам жидкого топлива на металлических подложках**// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 54.

Исследуется распространение волны горения над пленками жидкого топлива на подложках из меди, алюминия, молибдена, ниобия. Показано, что скорость пламени зависит от эффективного коэффициента температуропроводности, в значение которого основной вклад вносят объемные теплоемкости компонентов системы. В механизме распространения пламени важную роль играет рецикл тепла от продуктов сгорания по металлической подложке в предпламенную зону. Экспериментальные данные подтверждают, что продольная передача тепла по конденсированной фазе является доминирующим тепловым процессом, а передача тепла по газу и затраты на испарение пренебрежимо малы.

УДК 662.311

Попенко Е.М., Сергиенко А.В., Мамашев Р.Г., Леонов Г.В. **Влияние октогена и циклического нитрозоаминна на характеристики горения пороховых композиций**// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 55-58.

Приведены результаты исследований механизма горения пороховых композиций, содержащих октоген и циклический нитрозоамин. Получены термограммы неизотермического разложения порохов и ВВ. Установлено взаимодействие продуктов разложения нитрозоаминна с компонентами пороха в к-фазе.

Библ.7, ил. 2, табл. 3.

УДК 536.46; 614.834

Халецкая О.В. **Оценка влияния загрязнения земной поверхности при падении отработанных ступеней ракет и выбросах в атмосферу остатков топлива**// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 59-60.

Рассматривается процесс высеивания частиц из облака загрязнения под действием силы тяжести. В результате математического описания этих физических процессов и комплексного решения математических моделей достигается конечная цель всей проблемы – определение зоны загрязнения поверхности Земли путем расчета концентраций осевшего конденсата.

Предложенная модель является открытой для дальнейшего дополнения, изменения и уточнения.

Библ.8, ил.2.

УДК 536.24

Гольдин В.Д., Михайлова И.А. **Математическое моделирование процесса теплопереноса во вслучивающихся материалах с учетом излучения** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 61-63.

Рассматривается распространение тепла во вслучивающемся, разлагающемся теплозащитном покрытии при конвективном и лучистом нагреве. Для определения лучистого потока используется уравнение переноса излучения. Результаты расчета для материала СГК-1 показывают, что приближение лучистой теплопроводности дает неверные значения лучистого потока лишь в небольшой окрестности нагреваемой поверхности, а также теряет точность около подложки в случае, когда весь слой теплозащиты становится высокопористым.

Библ. 8, ил. 5.

УДК 536.24

Губарьков Д.В. **Численный расчёт распределения скорости охлаждения в плазменном покрытии после оплавления газопламенным источником** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 64-66.

Проводится численный расчёт профилей скорости охлаждения по толщине покрытия в зависимости от степени прогрева основы при газопламенном оплавлении композиции "основа-покрытие". При постановке задачи учтён комплекс теплофизических процессов: кондуктивный перенос тепловой энергии в композиции;

конвективный перенос тепловой энергии в атмосферу; излучение с поверхности покрытия; поглощение (выделение) скрытой теплоты при плавлении (отвердевании); изменение основных теплофизических характеристик в зависимости от температуры. Задача поставлена без явного выделения фронта фазового перехода, а для учёта скрытой теплоты применяется энтальпийный подход.

Результаты работы могут быть полезны технологам при проведении теоретических оценок термических условий, влияющих на скорость охлаждения.

Библ. 4, ил. 5.

УДК 629.362: 536.3.001.2

Елизаров В. В., Яньков А. А. **Тепловая математическая модель приборно-радиаторной панели космических аппаратов** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 67-68.

Разработаны динамическая тепловая математическая модель в сосредоточенных параметрах (ТММСР) и тепловая математическая модель в распределенных параметрах (ТММРП), вычислительные алгоритмы и компьютерные программы расчета внешнего теплообмена и нестационарных температурных полей приборно-радиаторной панели космических аппаратов. В результате численных расчетов установлено качественное и количественное согласование по нестационарным температурным полям приборно-радиаторной панели в рамках ТММСР и ТММРП.

Библ. 2, ил. 3.

УДК 532.524.4

Катаев А. Г. **Изучение характеристик сопряженного теплообмена при сверхзвуковом обтекании затупленных тел** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 69-70.

Представлены результаты решения задачи прогресса сферически затупленного конуса при сверхзвуковом обтекании его воздухом под углом 10° . Показано, что теплофизические характеристики конуса и пространственный характер процессов существенно влияют на формирование поля температур. Применение материалов с высокой теплопроводностью может быть эффективным способом тепловой защиты конструкций.

Библ. 4, ил. 6.

УДК 536.2:532/533; 532.516

Крайнов А. В. **Численный анализ теплопереноса при движении вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в прямоугольной камере с учётом процесса кристаллизации** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 71-72.

Проведено численное моделирование теплообмена и гидродинамики при движении вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в прямоугольной камере с учётом кристаллизации. Получены распределения функции тока и вихря, поля скоростей, температурные поля для обеих фаз, контуры слоёв кристаллизовавшейся жидкости в различные моменты времени. Сравнение температурных профилей на стенках камеры, полученных в сопряжённой и несопряжённой задачах, позволяет сделать вывод о целесообразности сопряжённой постановки.

Библ. 2, ил. 4.

УДК 536.2

Крицкий О. Л. **Численное исследование температурных полей в анизотропных областях** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 73-74.

На примере анизотропного параллелепипеда численно исследуется влияние смешанных компонент тензора теплопроводности на вид теплового поля.

Библ. 4, ил. 3.

УДК 536.2

Крицкий О. Л. **Применение $\alpha - \beta$ алгоритма для решения двумерных нестационарных задач анизотропной теплопроводности** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 75-76.

Рассматривается применение модифицированного итерационного метода, впервые предложенного Б.Н. Четверушкиным, для решения существенно анизотропных краевых задач нестационарной теплопроводности.

Библ. 6, ил. 1, табл. 4.

диентного слоя позволяет предотвратить появление зон поврежденностей и разрушения как в оболочке, так и во вкладыше.

Библ. 5, ил. 3.

УДК 539.3

Герасимов А. В., Пашков С. В. **Взаимодействие зарядов в оболочке с однородными и неоднородными плитами** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 89-91.

Исследуется взаимодействие зарядов ВВ, заключенных в оболочку, с однородными и неоднородными плитами. Выявлены характерные черты процессов откольного разрушения однородных плит и поведение заполнителя неоднородных плит при воздействии на них взрывного нагружения.

Библ. 8, ил. 3.

УДК 539.3

Герасимов А. В., Пашков С. В. **Проблемы моделирования фрагментации твердых тел при высокоскоростном нагружении** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 92-93.

Рассматриваются вопросы численного моделирования процессов расширения, разрушения и фрагментации толстостенных оболочек зарядами ВВ. Рассмотрены особенности численной реализации проблемы фрагментации оболочек с использованием перестроения расчетных сеток и расщепления расчетных узлов.

Библ. 3, ил. 3.

УДК 539.375

Гергерт А. В., Петренко В. И., Олейник Б. Д. **Теоретические разработки в моделировании плетеного композиционного материала** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 94-95.

Разработана математическая модель плетеного композита для определения модуля упругости, модуля сдвига, коэффициента Пуассона. Решение разбито на две части: в первой определяется влияние искривления волокон на упругие характеристики в местах переплетения, во второй учитывается влияние угла армирования. Предложена модельная установка, реализующая изготовление плетеных композитов.

Библ. 3, ил. 5.

УДК 539.3

Глазырин В. П., Орлов М. Ю., Орлов Ю. Н. **Моделирование пробития слоистых преград комбинированным ударником** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 96-97.

С использованием компьютерного моделирования в лагранжевой постановке исследуется пробитие разнесенных плит ударником в оболочке. Изучалось влияние начальной скорости ударника и величины разнесения плит в преграде на размеры пробоины и скорость запреградных осколков. Кроме этого, в качестве тестовой, решалась задача пробития тонкой плиты сферическим ударником. Результаты представлены в виде таблиц и рисунков.

Библ. 3, ил. 6, табл. 2.

УДК 539.4

Кашлатая И. А., Павлов С. Л. **Исследование коэффициента концентрации напряжений для тела вращения с выточкой и осевой полостью методом граничных вариационных уравнений** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 98-99.

Исследуется концентрация напряжений для сложного тела вращения. Численная реализация ведется методом граничных вариационных уравнений. Рассматриваемые интегральные уравнения специального типа для решения краевых задач осесимметричной упругости входят в класс уравнений с положительно определенным ограниченным самосопряженным оператором.

Библ. 2, ил. 2.

УДК 531.3

Коняев А. А., Елгашев А. А., Толкачев В. Ф., Назаров А. Г. **Моделирование зависимости микроразрушения пластин конечной толщины, пробиваемой бойками различного удлинения** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 100-101.

Исследуются путем лабораторного моделирования корреляции параметров макроструктуры осесимметричных отколов в пластинах конечной толщины с амплитудой сосредоточенной нагрузки и откольной прочностью материала пластины. Показано, что картина макроразрушения определяется двумя геометрически-

ми параметрами: удлинением бойка и отношением толщины пластины к диаметру ударника. Диаметр и толщина откола для разных типов конструкционных материалов схожим образом зависит от отношения амплитуды волны напряжений к величине откольной прочности материала.

Библ. 2, ил. 2.

УДК 531.3

Назаров А.Г., Толкачев В.Ф. **Экспериментальное исследование разрушения многокомпонентных конструкций с керамическим слоем при ударном нагружении** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 102-104.

Представлены результаты лабораторного эксперимента по исследованию разрушения керамических пластин, используемых в слоистых защитных конструкциях, при высокоскоростном взаимодействии с ударником. Полученные данные показали, что эффективность конструкции с керамическими слоями определяется прочностными свойствами керамики, местом ее расположения в сборке и геометрией. Проведен анализ механизма разрушения и эффективности защиты от условий динамического нагружения.

Библ. 7, ил. 6.

УДК 623.562

Толкачев В.Ф., Назаров А.Г., Коняев А.А. **Исследование проникания удлиненных ударников из различных материалов в полубесконечную мишень** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 105-106.

Установлен характер влияния геометрии ударников одинаковой массы из материалов различной плотности на глубину кратера при высокоскоростном проникании в полубесконечные преграды. Показано, что в случае одинаковой площади сечения низкоплотные стержневые ударники проникают в преграду на большую глубину в сравнении с высокоплотными.

Библ. 4, ил. 3, табл. 1.

УДК 539.374

Югов Н.Т., Белов Н.Н., Хабибуллин М.В., Афанасьева С.А., Радченко А.В., Валуйская Л.А., Кобенко С.В. **Компьютерное моделирование ударно-волнового инициирования детонации экранированного ВВ** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 107-108.

Рассматривается задача об инициировании детонации гетерогенного ВВ, экранированного набором разнесенных многослойных преград, при взаимодействии с ударником из тяжелого сплава. Исследовано влияние анизотропии механических свойств материала экрана на процесс возбуждения детонации в ВВ.

Библ. 3, ил. 7 табл. 1.

УДК 533.6.011.5

Гольдин В.Д., Зинченко В.И., Николаева И.Н. **О полете длинных тел малой массы с гиперзвуковой скоростью** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 109-111.

Рассматривается движение тела малой массы с гиперзвуковой скоростью на небольшой высоте. Исследуется влияние потери массы тела под действием аэродинамического нагрева на зависимость скорости от пройденного расстояния. Для тел, выполненных из вольфрама, показано, что унос массы существенно отражается на параметрах траектории, однако при дальности полета 1 – 2 км конечная скорость остается высокой.

Библ. 3, ил. 4.

УДК 621.317.39

Горбунов Д.В., Синяев С.В., Христенко Ю.Ф. **Исследование возможностей новой схемы электромагнитного датчика дульной скорости снаряда** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 112-113.

Показана возможность применимости одномодульного варианта таких типов датчиков для регистрации положения и скорости штатных снарядов любого калибра, в том числе и подкалиберных, с медными ведущими поясками.

Библ. 8, ил. 4.

УДК 533.6

Каргаполова О. В., Мерзляков В. Д. **Исследование динамики полета призм треугольного сечения** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 114-115.

Приведены результаты решения задачи о движении однородной призмы с поперечным сечением в виде равностороннего треугольника в сверхзвуковом диапазоне при действии аэродинамических сил и моментов, являющихся нелинейными функциями угла атаки. Определены значения коэффициента демпфирующего момента, обеспечивающего асимптотическую устойчивость движения призмы по угловым координатам для широкого диапазона длин призм и чисел Маха.

Библ. 3, ил. 2.

УДК 533.6

Рекутяк Г. П., Фарапонов В. В. **Об одном способе расчета параметров движения в воздухе осесимметричного тела, стабилизируемого вращением** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 116-117.

Изложена математическая модель вычисления параметров движения в воздухе тел, стабилизируемых вращением. Эта модель представляет собой систему из десяти известных дифференциальных уравнений, описывающих движение около центра масс, и двух аналитических уравнений для скорости и угла наклона траектории, полученных для скоростей движения, когда соблюдается квадратичный закон сопротивления воздуха.

Библ. 4.

УДК 533.6

Салганская М. В., Мерзляков В. Д. **Задача о разделении двух круговых цилиндров в сверхзвуковом потоке** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 118-119.

Приведены результаты решения задачи о движении однородной призмы с поперечным сечением в виде равностороннего треугольника в сверхзвуковом диапазоне при действии аэродинамических сил и моментов, являющихся нелинейными функциями угла атаки. Определены значения коэффициента демпфирующего момента, обеспечивающего асимптотическую устойчивость движения призмы по угловым координатам для широкого диапазона длин призм и чисел Маха.

Библ. 3, табл. 5.

УДК 533.6

Хацкалев А. В., Фарапонов В. В. **Методика визуализации положения осесимметричного тела на баллистической трассе с использованием ЭВМ** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 120-121.

Изложена методика, позволяющая визуально представить положение осесимметричного тела по трассе во время его движения. Описаны два варианта реализации этой методики для двух видов тел: цилиндр и цилиндр с конусом. В качестве примера приведено по одному фрагменту из каждой реализации

Библ. 3, ил. 2.

УДК 533.6

Якушев В. К., Дёмушкин Е. В. **Экспериментальное исследование соосного разделения двух цилиндрических тел вращения** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 122-123.

Дан анализ особенностей совместного обтекания и разделения двух цилиндрических тел вращения при сверхзвуковых скоростях движения. Приведены результаты экспериментальных исследований на баллистической трассе и в аэродинамической трубе. Установлен характер влияния геометрических параметров разделяющихся тел и расстояния между ними на значение коэффициентов продольной силы переднего и заднего тел.

Библ. 3, ил. 1.

УДК 533.6

Якушев В. К., Николаев Р. Г. **Способ стабилизации цилиндрических тел большого удлинения при соосном отделении поддона** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 124-125.

Предлагается способ стабилизации цилиндрических стержневых элементов удлинением 20...30 калибров, позволяющий повысить их устойчивость на траектории и упростить конструкцию ведущих устройств, образующих поддон. Описывается конкретная реализация предлагаемого способа и схема функционирования, основанная на соосном отделении частей поддона и подвижном оперении. Проводится расчет необходимой площади оперения и динамики разделения частей поддона.

Библ. 3, ил. 1.

УДК 521.1:523.24

Авдюшев В. А. **Новая промежуточная орбита в задаче о движении близкого спутника сжатой планеты** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 126-127.

Предложена новая орбита для представления движения близкого экваториального спутника в пространстве Кустаанхеймо-Штифеля (KS), учитывающая влияние второй зональной гармоники гравитационного поля центральной планеты. На основе нового промежуточного решения получены уравнения движения в отклонениях KS-переменных и апробированы в задачах динамики близких спутников планет: Фобоса (I Mars), Амальтеи (V Jupiter) и Мимаса (I Saturn). Анализ экспериментальных данных показал, что в рамках рассматриваемого класса задач учет влияния от сжатия планеты в промежуточном решении может существенно уменьшить возмущения, что, в свою очередь, позволяет повысить точность численного интегрирования почти на 2 порядка.

Библ.3, табл.2.

УДК 523.64: 521.35

Батурин А. П. **Определение орбит комет, наблюдавшихся в одном и двух появлениях**// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 128-129.

Исследовано влияние немоделируемых негравитационных возмущений на точность определения орбит комет, наблюдавшихся в двух появлениях. Подтверждено существование эффекта падения точности при увеличении мерного интервала. Исследована устойчивость данного эффекта относительно выборки ошибок наблюдений.

Библ.2, ил. 5.

УДК 523.44

Быкова Л. Е., Галушина Т. Ю. **О динамике околоземных астероидов**// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 130-133.

Дается краткий обзор популяции астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ). Рассматриваются вопросы особенностей движения, орбитальной эволюции и методов исследования динамики АСЗ.

Библ. 15, ил.5, табл.2.

УДК 523.44

Быкова Л. Е., Галушина Т. Ю., Парфенов Е. В. **Численное исследование движения околоземных астероидов 1996 ДН и 1996 АJ1**// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 134-135.

Представлены результаты численного исследования орбитальной эволюции двух околоземных астероидов 1996 ДН и 1996 АJ1 на интервале времени в несколько тысяч лет. Показано, что астероид 1996 ДН движется в окрестности резонанса с Землей $1/2$, и это резонансное соотношение сохраняется на интервале 6000 лет. Астероид 1996 АJ1 движется в окрестности соизмеримости со средним движением Земли $2/3$, но вследствие многократных тесных сближений с планетами это резонансное соотношение не сохраняется на большом интервале времени.

Библ.6, ил.6.

УДК 523.44

Быкова Л. Е., Парфенов Е. В. **О проблеме обусловленности задачи определения орбит околоземных астероидов**// Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 136-137.

Рассматривается проблема улучшения параметров орбит околоземных астероидов, наблюдавшихся в одном появлении. Если при этом наблюдения расположены на короткой дуге, то задача, как правило, плохо обусловлена. С помощью численных экспериментов показано, что можно существенно улучшить обусловленность задачи соответствующим выбором начальной эпохи и алгоритма решения.

Библ.5, ил.2.

УДК 629.783:523.31:521.182

Васильченко О. А., Авдюшев В. А. **Алгоритмы типа Энке в переменных Кустаанхеймо-Штифеля в задачах динамики ИСЗ** // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 138-139.

Рассматриваются результаты применения уравнений типа Энке в KS-переменных в задаче численного моделирования долгосрочной динамической эволюции искусственных спутников Земли (Эталон, Молния и ГСС). Выполнен сравнительный анализ эффективности численных алгоритмов, построенных в прямоугольных переменных, в переменных Кустаанхеймо-Штифеля (KS) и их отклонениях. Результаты экспериментальных

данных указывают на явное преимущество алгоритма типа Энке в сравнении с другими алгоритмами численного прогнозирования. В рассматриваемом классе задач переход от уравнений в полных KS-переменных к уравнениям Энке почти на порядок повышает точность численного интегрирования (субсантиметровый диапазон).

Библ.4, табл.2.

УДК 521.1

Салова Е. В., Шефер В. А. Аналитический метод вычисления орбит, основанный на использовании притягивающего центра с переменной массой // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та. 1999. С. 140-141.

Предлагается новый аналитический метод решения возмущенной задачи двух тел, в котором траектория реального движения представляется последовательностью малых дуг промежуточных орбит. Метод применен к задаче прогнозирования движения космического аппарата в системе Земля-Луна. Сравнение с методом Шайка и численным интегрированием уравнений движения методом Рунге-Кутты 4-го порядка показывает высокую эффективность предлагаемого подхода.

Библ. 2, табл. 2.

УДК 523.31

Титаренко В. П. Численное моделирование в системе «*Mathematica*» // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 142-143.

Рассматривается использование системы символьных вычислений «*Mathematica*» для увеличения длины разрядной сетки при численном моделировании. Эффективность использования этой системы показана на примере решения задачи 2-х тел.

Библ.3, ил. 1, табл.2.

УДК 629.783:523.31:521.182

Шарин И. В., Бордовицына Т. В. Высокоточное моделирование движения ИСЗ Лагос на больших интервалах времени // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Вып.3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 144-145.

Приведены результаты сравнительного анализа эффективности алгоритмов типа Энке в регуляризирующих и стабилизирующих переменных в задаче высокоточного прогнозирования движения ИСЗ Лагос на больших интервалах времени.

Библ.3, ил.3, табл.1.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ СТАТЬИ

Для ускорения подготовки Вашей статьи к печати необходимо следовать следующим правилам:

1. Текст статьи располагается в такой последовательности: название статьи, фамилия и инициалы автора (при наличии соавторов они перечисляются через запятую), название организации, далее текст статьи через 1,0 интервал, список литературы, УДК и реферат на статью.

2. Текст должен быть набран в редакторе MS Word for Windows не ниже v.7 с полями: верхнее и нижнее – 25, левое – 25, правое – 15 мм, шрифтом Times New Roman Суг высотой 10 пунктов в две колонки (формат колонок 80 мм, промежуток между ними – 10 мм). Формулы: символы латинские – курсивом, русские и греческие – прямые (высотой 10 пунктов). Рисунки (четкие, в черно-белом изображении) помещаются среди текста (при этом размер буквенных и цифровых обозначений должен быть не менее 8 пунктов).

3. Рекомендуемый объем статьи вместе с рисунками – 2 страницы.

4. Список литературы оформляется по ГОСТ 7.1-84.

5. Предоставляются 2 экземпляра отпечатанного текста, дискета с текстом (содержащим рисунки) и с отдельными графическими файлами каждого рисунка, воспринимаемыми MS Word. Допускается представление на одной дискете произвольного количества статей, при этом каждая статья располагается в своей директории.

6. Текст каждой статьи сопровождается документами на право опубликования в открытой печати (экспертное заключение, сопроводительное письмо, подписанное руководителем организации), справкой об авторах (фамилия, имя, отчество – полностью, место учебы или работы, должность, ученая степень, почтовый и электронный адреса для переписки, служебный и домашний телефоны). Подписи авторов с указанием дат проставляются на 2-м экземпляре текста статьи.

7. Сборник предполагается издавать с периодичностью в 1 год.

Научное издание

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО БАЛЛИСТИКЕ И СМЕЖНЫМ ВОПРОСАМ МЕХАНИКИ

Сборник статей

Выпуск 3

Редактор Е.В. Лукина

Лицензия ЛР 040749 от 18.03.96 г.

Подписано в печать 24.12.99 г. Формат 60x84 ¹/₈ .

Бумага офсетная № 1. Гарнитура Таймс.

Печать офсетная. Печ. л. 20,75. Усл. печ. л. 19,3. Уч.-изд. л. 18,9.

Тираж 200 экз. Заказ 7

Издательство ТГУ, 634029, Томск, ул. Никитина, 4.

ПФ "Спринт". 634038, Томск, пр. Ленина, 2А

Томский госуниверситет 1878



Научная библиотека 00328650