Министерство образования и науки Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра прикладной математики

ДОПУСТИТЬ К ПРЕДСТАВЛЕНИЮ ГЭК
Руководитель ООП
д-р физ.-мат. наук, профессор
__________ С.П. Моисеева
«_08_» _июня_ 2018 г.

НАУЧНЫЙ ДОКЛАД

об основных результатах подготовленной научно – квалификационной работы (диссертации)

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ПРОИЗВОДСТВА И СБЫТА ЗАПАСОВ СКОРОПОРТЯЩЕЙСЯ ПРОДУКЦИИ

по основной образовательной программе подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре
направление подготовки 09.06.01 – Информатика и вычислительная техника

Ульянова Екатерина Сергеевна

Научный руководитель
д-р. техн. наук, профессор
__________ К.И. Лившиц
«_8_» _июня_ 2018 г.

Автор работы
аспирант
__________ Е.С. Ульянова

Томск - 2018

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Проблема управления запасами является одной из самых важных в системе управления предприятием. Как правило, нет стандартного решения – условия в каждой компании или фирме уникальны и включают в себя множество различных функций и ограничений. В связи с этим возникает задача разработки математических моделей и определения оптимальной стратегии управления запасами. Модели управления запасами отличаются предположениями о ключевых переменных: спросе, структуре затрат, физических характеристиках системы.

Оптимизация продажи скоропортящейся продукции (молоко, творог и т.д.) представляет определенный практически интерес, так как продукцию, не реализованную в течение торговой сессии, в лучшем случае надо пускать в переработку, а в худшем случае – просто выбрасывать. Поэтому при реализации такой продукции возникает ряд вопросов: какой объем продукции надо завозить на торговую точку; по какой цене ее продавать; как управлять ценой продажи продукции, чтобы к концу торговой сессии она была полностью реализована. Все эти задачи надо решать при вполне естественном критерии оптимальности – максимизации прибыли, получаемой от реализации продукции.

Существует весьма обширный список литературы, посвящённый работам по управлению запасами. Обзорные статьи S.K. Goyal, B.C. Giri, M. Bakker, J. Riezebos и R. H. Teunter, Janssen L., Claus T. и Sauer J. и ссылки в них дают всесторонний обзор работ, проделанной в этой области.

В обзорах выделяется следующая классификация моделей управления запасами, в зависимости от их срока годности: модели управления запасами с неограниченным или ограниченным сроком годности, модели с непрерывно портящимися с течением времени запасами. Скорость ухудшения может быть постоянной, а может зависеть от времени, от количества запасов. Спрос в моделях управления запасами может быть детерминированным или стохастическим.

Несмотря на весьма обширный список литературы, можно отметить некоторые проблемы, которые, на наш взгляд, требуют дополнительного исследования.

1. Для моделей производства и сбыта продукции, срок годности которой не ограничен, не исследован случай, когда моменты продаж образуют дважды стохастический поток, в частности MMP-поток.

2. Для моделей производства и сбыта скоропортящейся продукции представляет интерес исследование более сложных моделей управления ценой продажи или темпа производства, чем релейное управление.

3. Для моделей продажи продукции с ограниченным сроком годности представляет интерес исследования моделей, в которой моменты продаж

образуют более сложный по структуре поток, чем простой пуассоновский поток. В представленной работе исследуются модели, учитывающие эти факторы, что, по мнению автора, и определяет ее актуальность.

В настоящей диссертационной работе проводятся исследование математической модели производства и сбыта некоторого однородного товара с релейным управлением скоростью производства и случайным потоком моментов потребления произведенного ресурса, при условии, что моменты потребления ресурса (моменты продаж) образуют ММР-поток, исследование математической модели релейно-гистерезисного управления производством и сбытом скоропортящейся продукции, исследование математической модели продажи продукции с ограниченным сроком годности, при условии, что моменты продаж образуют либо пуассоновский поток с переменной интенсивностью, либо ММР-поток.

Научная новизна результатов:

1. Впервые для модели управления запасами с неограниченным сроком годности с релейным управлением скоростью производства продукции и случайным потоком моментов потребления произведенной продукции, при условии, что моменты потребления ресурса (моменты продаж) образуют ММР-поток были получены выражения в диффузионном приближении для плотности распределения количества однородной продукции при дополнительном предположении, что темп производства «почти совпадает» с темпом продаж.
2. Впервые для модели релейно-гистерезисного управления темпом производства и сбыта скоропортящейся продукции получены общие уравнения, определяющие плотность распределения количества продукции. При произвольном распределении величин продаж получены асимптотические выражения для плотности распределения количества продукции в случае, когда темп производства продукции «почти совпадает» с темпом ее продажи и при хранении продукции она портится достаточно медленно.
3. Впервые для задачи розничной продажи продукции, имеющей ограниченный срок годности найдены асимптотические распределения спроса и длительности продаж при большой интенсивности потока покупателей. Показано, что при достаточно большом количестве запасов длительность продаж товара имеет асимптотически стандартное нормальное распределение.

Положения и результаты выносимые на защиту, состоят в следующем:

1. Статистические характеристики математической модели производства и сбыта некоторого однородного товара с релейным управлением скоростью производства и случайным потоком моментов потребления произведенного ресурса, при условии, что моменты потребления ресурса (моменты продаж) образуют ММР-поток и способы их расчета.

2. Статистические характеристики математической модели релейно-гистерезисного управления производством и сбытом скоропортящейся продукции и способ их расчета.

3. Математическая модель продажи продукции с ограниченным сроком годности, при условии, что моменты продаж образуют либо пуассоновский поток с переменной интенсивностью, либо MMP-поток и ее статистические характеристики.

4. Комплекс алгоритмов и программ имитационного моделирования моделей управления запасами с MMP-потоком моментов продаж.

Методы исследования. Для исследования рассматриваемых моделей управления запасами использовались методы математического моделирования, аппарат теории вероятностей, теории случайных процессов, дифференциальных уравнений, численные методы, методы имитационного моделирования.

Теоретическая и практическая значимость работы. Рассматриваемые модели позволяют расширить круг решаемых задач в теории управления запасами скоропортящейся продукции. Предложенные методы могут быть использованы при решении аналогичных задач управления ресурсами, срок годности которых ограничен или ресурсами, которые портятся с течением времени. Данные исследования помогут оптимизировать использование ресурсов и увеличить прибыль предприятия.

Достоверность полученных результатов подтверждается математически корректными выводами и доказательствами теорем, представленными в работе, согласованностью результатов, полученных для разных моделей, как между собой, так и с известными в теории управления запасами результатами, а также многочисленными компьютерными экспериментами с применением имитационного моделирования и численного анализа.

Личное участие автора в получении результатов, изложенных в диссертации. Постановка рассматриваемых задач была сделана научным руководителем, доктором технических наук, профессором К.И. Лившицем. Автор лично участвовал в получении результатов, изложенных в работе, а именно в разработке и применении методов исследования рассматриваемых моделей, выводе всех формул, доказательстве представленных теорем, разработке алгоритмов имитационного моделирования процессов управления запасами.

Апробация работы. Основные результаты работы и отдельные ее положения докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях Международного и Всероссийского уровня:

1. 2-я Международная летняя школа молодых ученых «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур», г. Анапа, 2015 г.

2. XV Международная конференция имени А. Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование», пос. Катунь, 2016 г.

3. VI Всероссийская конференция с международным участием «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем», г. Москва, 2016 г.

4. 54-я Международная научная студенческая конференция МНСК, г. Новосибирск, 2016 г.

5. XI Международная конференция «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур» г. Екатеринбург, 2016 г.

6. IV Международная молодежная научная конференция с международным участием «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем», г. Томск, 2016 г.

7. XV Международная конференция имени А. Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование», пос. Катунь, 2016 г.

8. V Международная молодежная научная конференция с международным участием «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем», г. Томск, 2017 г.

9. XVI Международная конференция имени А. Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование», г. Казань, 2017 г.

10. VI Международная молодежная научная конференция «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем», г. Томск, 2018 г.

11. IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing (INCOM 2018), Italy, Bergamo, 2018 г.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 14 работ (+2 в печати), из них 1 статья в журнале, входящем в Перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией при Министерстве образования и науки Российской Федерации для опубликования основных научных результатов диссертаций, 4 статьи в изданиях, индексируемых Web of Science и Scopus, а также 9 работ опубликовано в трудах Международных и Всероссийских конференций, получено 2 свидетельства о регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 88 наименований. Общий объем диссертации составляет 100 страниц, в том числе основной текст 86 страниц.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность работы, сформулированы цели и задачи исследования, изложена его научная новизна, теоретическое значение и практическая ценность полученных результатов, прилагается список публикаций.

В первой главе диссертационной работы исследуется модель системы управления запасами, на вход которой поступают некоторые ресурсы (товары) со скоростью $C(s)$, где $s(t)$– объем накопленных ресурсов в системе к моменту времени t. Потребление ресурса (продажи) осуществляются в случайные моменты времени партиями случайного объема, имеющими произвольную плотность распределения $\varphi(x)$ и моментами $M\left\{x\right\}=a$ и $M\left\{x^2\right\}=a_2$. Моменты времени потребления ресурса образуют MMP-поток с n состояниями $\lambda(t)=\lambda_i$ и матрицей инфинитезимальных характеристик $Q=\left[q_{ij}\right]$. Считается, что все собственные значения матрицы Q $\gamma_i \neq 0$ простые и отрицательные.

Пусть

$$P_i(s)=P\left\{s(t)\le s, \lambda(t)=\lambda_i\right\}, \quad i=\overline{1,n} \quad - \tag{1}$$

стационарное распределение значений процесса $S(t)$ и интенсивности $\lambda(t)$. Вероятности $P_i(s)$ удовлетворяют системе уравнений

$$C_1\dot{P}_i\,(s)=-\lambda_i P_i\,(s)+\sum_{j=1}^{n} q_{ji}P_j\,(s)+\lambda_i\int\limits_0^\infty P_i\,(s+x)\varphi(x)dx, \tag{2}$$

с вытекающими из их определения условиями нормировки

$$\lim_{s\to\infty} P_i(s)=\pi_i, \tag{3}$$

где π_i– финальная вероятность состояния λ_i.

Функция распределения количества продукции в стационарном режиме имеет вид

$$P(s)=\sum_{i=1}^{n} P_i(s). \tag{4}$$

В работе рассматриваются различные варианты релейного управления темпом поступления (темпом производства) продукции. При выборе

$$C(s)=\begin{cases} C,\ s\le S_0, \\ 0,\ s>S_0 \end{cases} \tag{5}$$

величина S_0 интерпретируется как максимально допустимый уровень запаса продукции. Отрицательные значения запаса $s(t)$ интерпретируются как неудовлетворенный спрос (накопленные заказы подлежат немедленному исполнению при пополнении запасов).

При выборе управления в виде

$$C(s)=\begin{cases} C,\ 0\le s\le S_0, \\ 0,\ s<0\ u\ s>S_0 \end{cases} \tag{6}$$

неудовлетворенный спрос не учитывается, неудовлетворенные заказы теряются.

Наконец, возможен вариант

$$C(s)=\begin{cases}C_0,\ s<S_0,\\ C_1,\ s\ge S_0\end{cases}\tag{7}$$

где S_0 – пороговое значение желаемого запаса продукции, $C_0>\lambda_0 a, C_1<\lambda_0 a$ и $\lambda_0=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i$ – средняя интенсивность потока покупок. Выбор управления вида (7) гарантирует в стационарном режиме стабилизацию уровня запаса продукции $s(t)$ около желаемого значения S_0.

Получить точное решение системы уравнений (2) при произвольных n и $\varphi(x)$ не удается. Поэтому в дальнейшем рассматривается случай, когда скорость поступления ресурса $C(s)$ «почти совпадает» со средней величиной спроса в единицу времени. Для релейного управления, определяемого соотношениями (5), (6) это означает, что

$$C=(1+\theta)\lambda_0 a,\tag{8}$$

где $\theta<<1$.

В работе показано, что при управлении вида (5)

$$P_i(s)=\begin{cases}\dfrac{\pi_i}{1+\theta\dfrac{aA_1}{A_2}}e^{\frac{A_1}{A_2}\theta(s-S_0)}+O(\theta),\quad s\le \mathrm{S}_0,\\ \pi_i,\quad s>S_0.\end{cases}\tag{9}$$

Для управления вида (6)

$$P_i(s)=\begin{cases}0,\quad s<0,\\ \dfrac{\pi_i\left(1-e^{\frac{A_1}{A_2}\theta s}\right)}{1-\left(1+a\dfrac{A_1}{A_2}\theta\right)e^{\frac{A_1}{A_2}\theta S_0}}+O(\theta),\quad 0\le s\le S_0,\\ \pi_i\quad s>S_0.\end{cases}\tag{10}$$

Для релейного управления вида (7) рассмотрен случай, когда

$$C_0=(1+\theta)\lambda_0 a,\quad C_1=(1-\alpha\theta)\lambda_0 a,\tag{11}$$

где $\theta<<1$ и $\alpha>0$. В этом случае плотность распределения количества продукции $p_i(s)=\dot{P}_i(s)$ имеет вид

$$p_i(s)=\begin{cases}\pi_i\dfrac{A_1\alpha}{2A_2(1+\alpha)}\theta e^{-\frac{A_1}{A_2}\alpha\theta(s-S_0)}+o(\theta),\quad \mathrm{s}\ge \mathrm{S}_0,\\ \pi_i\dfrac{A_1\alpha}{2A_2(1+\alpha)}\theta e^{-\frac{A_1}{A_2}\theta(S_0-s)}+o(\theta),\quad s<S_0.\end{cases}\tag{12}$$

Входящие в (9), (10), (12) величины A_1 и A_2 равны

$$A_1 = \lambda_0 a, \tag{13}$$

$$A_2 = \frac{\lambda_0 a_2}{2} - a^2 \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{\gamma_t} \sum_{i=1}^{n} (\lambda_0 - \lambda_i) R_{it} \sum_{j=1}^{n} P_{tj} (\lambda_0 - \lambda_j) \pi_j, \tag{14}$$

где $R = \left[R_{ij} \right]$ – матрица собственных векторов матрицы Q^T, матрица $P = \left[P_{ij} \right] = R^{-1}$, γ_i – ненулевые собственные значения матрицы Q.

Для оценки точности асимптотических соотношений (9), (10), (12) в работе рассмотрен представляющий самостоятельный интерес случай, когда число состояний потока моментов продаж равняется двум, а покупки имеют экспоненциальное распределение. Сравнение точных и асимптотических результатов показывает, что асимптотические формулы дают хорошее приближение при $\theta \approx 0.1 - 0.3$.

Для модели управления поступлением продукции (5) исследовано влияние параметров θ и S_0 на величину средней прибыли. Обозначим через β продажную цену единицы продукции, считая себестоимость равной 1, и через α – стоимость хранения единицы продукции. Тогда средняя прибыль в единицу времени

$$W = \beta \lambda_0 \int_0^{S_0} \psi(s) dP(s) - \alpha \int_0^{S_0} s dP(s) - CP(S_0), \tag{15}$$

где

$$\psi(s) = \int_0^{s} x \varphi(x) dx + s \int_s^{\infty} \varphi(x) dx, \tag{16}$$

так как реализация возможна лишь при наличии продукции.

Анализ соотношения (15) показывает, что средняя прибыль $W(\theta, S_0)$ имеет максимум как по параметру θ, так и по параметру S_0, положение которого зависит, в частности, от стоимости хранения единицы продукции α. В рассмотренном численном примере оптимальное значение $\theta \approx 0.1 - 0.15$.

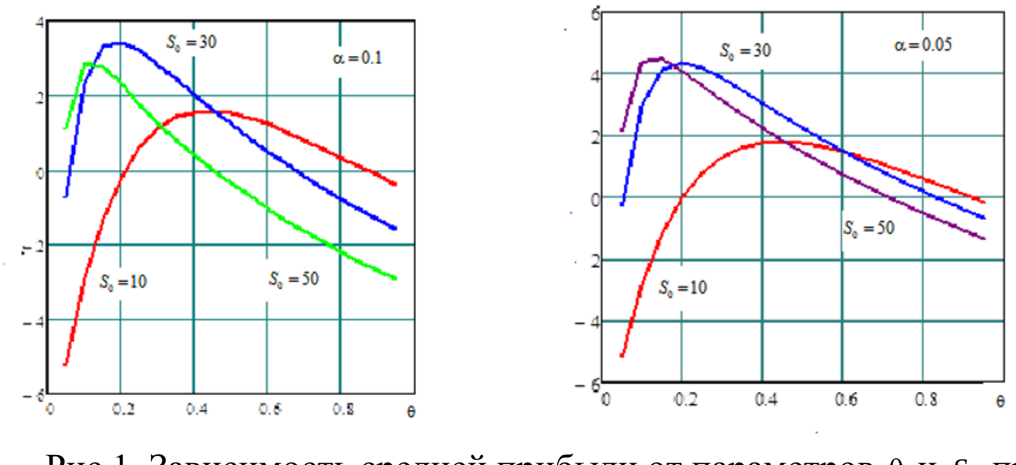


Рис.1. Зависимость средней прибыли от параметров θ и S_0 при экспоненциальном распределении величин покупок

Для модели управления поступлением продукции (7) дополнительно рассмотрены такие характеристики ка плотность распределения длительности периодов перепроизводства и неудовлетворенного спроса. Считается, что период перепроизводства продукции наступает, когда запас продукции $s > S_0$. Обозначим через $t_i(s)$ длительность периода перепроизводства, если в начале периода запас продукции равен $s(t)$ и значение интенсивности $\lambda(t) = \lambda_i$. Обозначим через

$$H_i(u,s) = M\left\{e^{-ut_i(s)}\right\} \tag{17}$$

– условную производящую функцию длительности периода перепроизводства. Функции $H_i(u,s)$ удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{gathered} -C_1\frac{\partial H_i(u,s)}{\partial s} = -(\lambda_i + u)H_i(u,s) + \sum_{j=1}^{n} q_{ij}H_j(u,s) + \\ +\lambda_i\int\limits_0^{s-S_0} H_i(u,s-x)\varphi(x)dx + \lambda_i\int\limits_{s-S_0}^{\infty}\varphi(x)dx. \end{gathered} \tag{18}$$

Получить точное решение уравнений (18) не удается. Поэтому опять рассматривается случай, когда $C_1 = (1-\theta)\lambda_0 a$ и $\theta << 1$. В работе показано, что при $\theta << 1$

$$H_i(\omega,s) = e^{t_2\left(\frac{\omega}{\theta^2}\right)\theta(s-S_0)} + O(\theta), \tag{19}$$

где

$$t_2(\omega) = \frac{A_1 - \sqrt{A_1^2 + 4A_2\omega}}{2A_2}. \tag{20}$$

При $s > S_0$ случайная величина s имеет распределение

$$P\left(s\middle|s > S_0\right) = \frac{P(s)}{P\left\{s > S_0\right\}} = \frac{\theta A_1}{A_2}e^{-\frac{\theta A_1}{A_2}(s-S_0)}. \tag{21}$$

Усредняя (21) по вероятностям состояний π_i и по s, безусловная производящая функция

$$H(\omega) = \sum_{i=1}^{n}\pi_i\int\limits_{S_0}^{\infty} H_i(\omega,s)P(s\mid s > S_0)ds = \frac{\beta}{1+\sqrt{1+\alpha\omega}}, \tag{22}$$

где $\beta = \dfrac{4A_2}{\theta^2 A_1^2}$. Откуда плотность распределения длительности периода перепроизводства имеет вид

$$P(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi\beta t}}e^{-\frac{t}{\beta}} - \frac{2}{\beta}Erfc\left(\sqrt{\frac{t}{2}}\right). \tag{23}$$

Аналогично (23) может быть получено соотношение, определяющее плотность распределения длительности периода неудовлетворенного спроса.

Во второй главе предлагается и анализируется модель одновременного производства и сбыта скоропортящейся продукции с релейно-гистерезисным управлением темпом производства и интенсивностью продаж.

Считается, что продукция производится (поступает) с некоторой скоростью $c(S)$, зависящей от текущего запаса $S(t)$, так что за время Δt поступает $c(S)\Delta t$ единиц продукции. При хранении продукция непрерывно портится. Считается, что за малое время Δt потери равны $kS(t)\Delta t$. Будем считать, что продажа осуществляется партиями случайного объёма x, где величины покупок x – независимые случайные величины с плотностью распределения $\phi(x)$, средним значением $M\{x\}=a$ и вторым моментом $M\{x^2\}=a_2$. Моменты продаж образуют пуассоновский поток, интенсивность которого λ зависит от цены продажи b. Считается, что интенсивность потока продаж λ монотонно убывает с ростом цены b. При фиксированной цене продажи b и, следовательно, интенсивности потока продаж λ и скорости производства c среднее количество продукции $\overline{S}(t)$ определится соотношением

$$\overline{S}(t)=S(0)e^{-kt}+\frac{c-\lambda a}{k}(1-e^{-kt}) \ .$$

Поэтому при $c-\lambda a>0$ и $t>>1$ образуется постоянный запас нереализованной продукции, что нежелательно. При $c-\lambda a\le 0$ появляется неудовлетворенный спрос. Поэтому необходимо организовать управление либо ценой продажи b, либо скоростью производства продукции c в зависимости от текущего запаса продукции.

В работе предполагается, что управление производством продукции осуществляется следующим образом. Устанавливается два пороговых значения допустимого запаса продукции S_1 и S_2, причем $S_2>S_1$. В области $S<S_1$ назначается скорость производства c_0, цена продажи b_0, в области $S>S_2$ назначается скорость $c_1<c_0$ и цена продажи $b_1<b_0$. В области же $S_1\le S\le S_2$ назначается $c=c_0$ или $c=c_1$ и цена $b=b_0$ или $b=b_1$ в зависимости от того как процесс $S(t)$ вошел в эту область. Если он вошел в нее через порог через порог S_1 снизу вверх, то остается $c=c_0$, $b=b_0$, если же он вошел в эту область через порог S_2 сверху вниз, то остается $c=c_1$, $b=b_1$. Таким образом, значения $c=c_1$, $b=b_1$ устанавливаются при достижении запасом $S(t)$ значения S_2 и оканчивается при уменьшении запаса до значения S_1. Область $S_1\le S\le S_2$ и представляет собой область гистерезиса в управлении запасом продукции. Таким образом, текущая скорость производства и интенсивность потока продаж имеют вид

$$\lambda(S),\, \mathrm{c}(S) = \begin{cases} \lambda_0, c_0, \quad S < S_1, \\ \lambda_0, c_0 \text{ или } \lambda_1, c_1 \quad S_1 \le S \le S_2 \\ \lambda_1, c_1, \quad S > S_2 \end{cases},$$

Естественно считать, что $c_0 - \lambda_0 a > 0$ и $c_1 - \lambda_1 a < 0$, $c_1 < c_0$ и $\lambda_1 > \lambda_0$. Наконец, возможна ситуация, когда текущий спрос не может быть удовлетворен полностью. В этом случае считается, что $S(t) < 0$. Заказы удовлетворяются в порядке их поступления.

Плотность распределения количества продукции $P(S,t)$ определяется соотношением

$$P(S,t) = \begin{cases} P_0(S,t), \quad S < S_1, \\ P_{01}(S,t) + P_{11}(S,t),\, S_1 \le S \le S_2, \\ P_2(S,t), \quad S > S_2. \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} &P_0(S,t)dS = \Pr\left\{S \le S(t) < S + dS,\, c(t) = c_0,\, \lambda(t) = \lambda_0\right\}, S < S_1, \\ &P_2(S,t)dS = \Pr\left\{S \le S(t) < S + dS,\, c(t) = c_1,\, \lambda(t) = \lambda_1\right\}, S > S_2, \\ &P_{i1}(S,t)dS = \Pr\left\{S \le S(t) < S + dS,\, c(t) = c_i,\, \lambda(t) = \lambda_i\right\}, i = 0,1, S_1 \le S \le S_2. \end{aligned} \tag{24}$$

В работе показано, что если $P_i(S,t), P_{i1}(S,t)$ дифференцируемы по t, $SP_i(S,t), SP_{i1}(S,t)$ дифференцируемы по S, то функции $P_i(S,t), P_{i1}(S,t)$ удовлетворяют системе уравнений Колмогорова

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_2(S,t)}{\partial t} &= -\lambda_1 P_2(S,t) - \frac{\partial}{\partial S}\big((c_1 - kS)P_2(S,t)\big) + \\ &+\lambda_1 \int_0^\infty P_2(S+x)\varphi(x)dx, \quad S > S_2, \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{11}(S,t)}{\partial t} &= -\lambda_1 P_{11}(S,t) - \frac{\partial}{\partial S}((c_1 - kS)P_{11}(S,t)) + \\ &+\lambda_1 \int_0^{S_2 - S} P_{11}(S+x)\varphi(x)dx + \lambda_1 \int_{S_2 - S}^\infty P_2(S+x)\varphi(x)dx, \quad S_1 \le S \le S_2, \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{01}(S,t)}{\partial t} &= -\lambda_0 P_{01}(S,t) - \frac{\partial}{\partial S}\big((c_0 - kS)P_{01}(S,t)\big) + \\ &+\lambda_0 \int_0^{S_2 - S} P_{01}(\mathrm{S} + x,t)\varphi(x)dx, \quad S_1 \le S \le S_2, \end{aligned} \tag{27}$$

$$\frac{\partial P_0(S,t)}{\partial t} = -\lambda_0 P_0(S,t) - \frac{\partial}{\partial S}\big((c_0 - kSI(S))P_0(S,t)\big) +$$
$$+\lambda_0 \int_{S_1-S}^{S_2-S} P_{01}(S+x)\varphi(x)dx + \lambda_0 \int_0^{S_1-S} P_0(S+x,t)\varphi(x)dx + \qquad (28)$$
$$+\lambda_1 \int_{S_1-S}^{S_2-S} P_{11}(S+x)\varphi(x)dx + \lambda_1 \int_{S_2-S}^{\infty} P_2(S+x)\varphi(x)dx, \quad S < S_1,$$

где $I(x)$ – единичная функция.

Получить точное решение системы уравнений (26) – (29) удается лишь в исключительных случаях. Поэтому представляет интерес построение приближенного решения системы (26) – (29) в стационарном режиме, когда $\varphi(x)$ – произвольная функция и некоторых дополнительных асимптотических предположениях.

В работе рассматривается случай, когда $\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda$, то есть продажная цена продукции не меняется. Введем параметр $\varepsilon << 1$ и будем считать, что выполняются следующие условия, накладываемые на параметры c_0, c_1 и k:

$$c_0 = (1+\alpha\varepsilon)\lambda a, \quad c_1 = (1+\beta\varepsilon)\lambda a, \quad k = k_0\varepsilon^2, \qquad (29)$$

где $\beta < \alpha$. Первые два соотношения (30) означают, что количество продукции, производимой в единицу времени, почти совпадает со средним сбытом в единицу времени при любом S. Последнее соотношение (30) означает, что отношение $(c_0 - \lambda a)/k >> 1$, т.е. при хранении продукция портится достаточно медленно. При этом естественно считать, что пороги S_1 и S_2, определяющие гистерезисное управление производством, зависят от ε. Более точно будем считать, что при $\varepsilon \to 0$ $S_1(\varepsilon)$ и $S_2(\varepsilon) \to \infty$, но существуют конечные пределы

$$\lim_{\varepsilon\to 0} S_1(\varepsilon) = z_1, \quad \lim_{\varepsilon\to 0} S_2(\varepsilon) = z_2. \qquad (30)$$

В результате решения получено, что при $\varepsilon << 1$ плотность распределения количества продукции имеет вид

$$P(S) = \begin{cases} \varepsilon B \int_{z_1}^{z_2} e^{\frac{(\beta\lambda a - k_0 x)^2}{\lambda a_2 k_0}} dx e^{-\frac{(\beta\lambda a - k_0\varepsilon S)^2}{\lambda a_2 k_0}} + O(\varepsilon), \quad S > S_2, \\ \varepsilon B \left[\int_{\varepsilon S}^{z_2} e^{\frac{(\alpha\lambda a - k_0 x)^2}{\lambda a_2 k_0}} dx e^{-\frac{(\alpha\lambda a - k_0\varepsilon S)^2}{\lambda a_2 k_0}} + \int_{z_1}^{\varepsilon S} e^{\frac{(\beta\lambda a - k_0 x)^2}{\lambda a_2 k_0}} dx e^{-\frac{(\beta\lambda a - k_0\varepsilon S)^2}{\lambda a_2 k_0}} \right] + \\ \qquad + O(\varepsilon), \quad S_1 \le S \le S_2, \\ \varepsilon B \int_{z_1}^{z_2} e^{\frac{(\alpha\lambda a - k_0 x)^2}{\lambda a_2 k_0}} dx e^{-\frac{(\alpha\lambda a - k_0\varepsilon S)^2}{\lambda a_2 k_0}} + O(\varepsilon), \quad 0 \le S \le S_1, \\ \varepsilon B \int_{z_1}^{z_2} e^{\frac{(\alpha\lambda a - k_0 x)^2}{\lambda a_2 k_0}} dx e^{-\frac{(\alpha\lambda a)^2}{\lambda a_2 k_0}} e^{\frac{2\alpha a}{a_2}\varepsilon S} + O(\varepsilon), \quad S < 0. \end{cases} \qquad (31)$$

где постоянная B находится из условия нормировки $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} P(S)dS = 1.$

Для частного случая $c_1 = 0,\ \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ соотношение (8) переходит в соотношение

$$P(S) = \begin{cases} De^{-2\frac{a_1}{a_2}\varepsilon S}, S \le 0 \\ De^{2\frac{a_1}{a_2}\varepsilon S - \frac{k_0}{\lambda a_2}(\varepsilon S)^2}, 0 < S \le S_0 \end{cases} \tag{32}$$

где

$$D = \frac{1}{-\frac{a_2}{2a_1} + \varepsilon \int\limits_0^{S_0} e^{-\frac{k_0}{\lambda a_2}(\varepsilon S)^2 + 2\frac{a_1}{a_2}\varepsilon S} dS}. \tag{33}$$

В работе также найдено точное решение для плотности распределения количества продукции при экспоненциальном распределении величин покупок.

Для случая релейного управления производством (порог $S_1 = S_2$) плотность распределения количества продукции определяется в виде

$$P(S) = \begin{cases} Ae^{\frac{S}{a}}(c_1 - kS)^{\frac{\lambda_1}{k}-1}, S \ge S_1 \\ Be^{\frac{S}{a}}(c_0 - kS)^{\frac{\lambda_0}{k}-1}, 0 \le S < S_1, \\ Bc_0^{\frac{\lambda_0}{k}-1} e^{\frac{c_0 - \lambda_0 a}{c_0 a}S}, \quad S < 0. \end{cases} \tag{34}$$

Константы A и B связаны между собой выражением

$$A = B\frac{\left(c_0 - kS_0\right)^{\frac{\lambda_0}{k}-1}}{\left(c_1 - kS_0\right)^{\frac{\lambda_1}{k}-1}}. \tag{35}$$

Константа B находится из условия нормировки.

Для частного случая, когда $c_1 = 0, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, введем параметр $\theta > 0$ и будем считать, что $c_0 = (1+\theta)\lambda a$. Обозначим $\mu = \lambda / k$. Параметр μ показывает, насколько скорость сбыта продукции превышает скорость ее потери. Тогда плотность распределения количества продукции при экспоненциальном распределении величин покупок определяется в виде

$$P(S) = \begin{cases} De^{\frac{S}{a}}\left(1 - \frac{S}{\mu(1+\theta)a}\right)^{\mu-1}, 0 \le S \le S_1, \\ De^{\frac{\theta}{(1+\theta)a}S}, \quad S < 0, \end{cases} \tag{36}$$

где

$$D = \left[\frac{(1+\theta)a}{\theta} + \int_0^{S_1} e^{\frac{S}{a}} \left(1 - \frac{S}{\mu(1+\theta)a} \right)^{\mu-1} dS \right]^{-1}. \qquad (37)$$

Для случая, когда интенсивность темпа продаж фиксированная – $\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda$, исследовано влияние параметров S_0, c_0, c_1 на величину средней прибыли. Выражение для средней прибыли определяется следующим образом:

$$R = \lambda ab \int_0^{\infty} P(S)dS - \int_0^{\infty} c(S)P(S)dS, \qquad (38)$$

где b – продажная цена единицы продукции.

В работе показано, что максимальное значение прибыли достигается при увеличении темпа производства c_0. При этом, оптимальный уровень порога, при котором происходит переключение темпа производства, стремится к нулю.

Также в работе решена задача оптимального выбора параметров, максимизирующих среднюю прибыль в единицу времени, для случая, когда $c_1 = 0, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$.

В третьей главе в разделе 3.1 рассматривается задача розничной продажи ассортимента продукции, имеющей ограниченный срок годности.

Продавец, располагая средствами размера S, приобретает партию товара $q = [q_1, q_2 \ldots q_m]^T$ по оптовым ценам $d = [d_1, d_2 \ldots d_m]^T$ и перепродает её по розничным ценам $c = [c_1, c_2 \ldots c_m]^T$. Считается, что время реализации ограничено. По истечению времени T товар не может быть реализован, а продавец несет дополнительные затраты $b = [b_1, b_2 \ldots b_m]^T$, связанные с утилизацией непроданной части товара. Необходимо определить оптимальный размер партии товара q и розничные цены c, которые обеспечивают продавцу максимальную среднюю прибыль.

В работе предполагается, что поток покупателей – пуассоновский поток с известной интенсивностью $\lambda(t,c)$, где t – текущий момент времени. Интенсивность потока покупателей зависит, в частности, от розничных цен c и может меняться, например, при изменении розничных цен. Далее предполагается, что покупатели покупают товар независимо друг от друга. Объем покупки – случайная величина $z = [z_1, z_2 \ldots z_m]^T$ с вектором средних значений $a = [a_1, a_2 \ldots a_m]^T$ корреляционной матрицей $R = [R_{pq}]$ и плотностью распределения $p[z_1, z_2 \ldots z_m]$.

Одной из основных характеристик задачи является плотность распределения спроса на товар. Пусть T – длительность торговой сессии и n – число покупателей за время T. При сделанных предположениях число покупателей распределено по закону Пуассона

$$P(n)=\frac{(\Lambda(T))^n}{n!}\exp(-\Lambda(T)), \qquad (39)$$

где $\Lambda(T,c)=\int_0^T\lambda(t,c)dt$. Пусть $z_j=[z_{1j},z_{2j}\ldots z_{mj}]^T$ – объем j-й покупки. Тогда если было совершено (или могло быть совершено) n покупок, то объем спроса x^n в течение торговой сессии $x^n=z_1+z_2+\ldots+z_n$.

Если $P(x/n)$ – плотность вероятностей величины x^n и $x=[x_1,x_2\ldots x_m]^T$ – общий объем спроса на товар в течение торговой сессии, то плотность распределения x

$$P(x)=\sum_{n=0}^{\infty}P(x/n)\frac{(\Lambda(T,c))^n}{n!}\exp(-\Lambda(T,c)) \qquad (40)$$

Показано, что если при $T\to\infty$ $\Lambda(T,c)\to\infty$, то случайные величины

$$y_i=\frac{x_i-\Lambda(T)a_i}{\sqrt{\Lambda(T)R_{ii}}},\quad i=\overline{1,m}, \qquad (41)$$

имеют совместное нормальное распределение с нулевым средним и ковариационной матрицей R.

Зная плотность распределения объема спроса, можно определить вероятность $P(q,T)$ того, что партия товара объема q будет продана за время T:

$$P(q,T)\approx\frac{e^{-\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{m}W_{ij}\frac{(q_i-\Lambda(T,c)a_i)(q_j-\Lambda(T,c)a_j)}{\Lambda(T,c)}}}{(2\cdot\pi)^{\frac{m}{2}}\det R^{\frac{1}{2}}\prod_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}W_{ij}\frac{q_j-\Lambda(T,c)a_j}{\sqrt{\Lambda(T,c)}}}. \qquad (42)$$

В работе получены соотношения, позволяющие определить оптимальный размер партии товара, предназначенного для продажи, и определить оптимальную торговую наценку. Обозначим через W среднюю прибыль продавца за время торговой сессии. Так как на приобретение q_j единиц j-го товара затрачивается d_jq_j средств, а выручка составляет c_jq_j, если была продана вся партия товара, и $c_jx-b_j(q_j-x)$ если была продана партия товара объема товара x, то средняя прибыль

$$W=-S+\sum_{j=1}^{m}\left[c_jq_j\int_{q_j}^{\infty}p_j(x)dx+\int_0^{q_j}(c_jx-b_j(q_j-x))p_j(x)dx\right], \qquad (43)$$

где $p_j(x)$ – плотность вероятностей спроса на j- й товар и S – затраченный на приобретение товара капитал $S=\sum_{j=1}^{m}d_jq_j$ и задача нахождения оптимальной партии товара сводится к сепарабельной задаче нелинейного программирования.

В случае, когда затраты S на приобретение товара не ограничены при $T>>1$, плотность вероятностей спроса $p_j(x)$ может быть аппроксимирована нормальным распределением с параметрами $\Lambda(T)a_i$ и $\Lambda(T)R_{ii}$ оптимальные объемы партий товара q_j определяется в виде

$$q_j=\Lambda(T)a_j+\sqrt{\Lambda(T)R_{ii}}\,\psi\left(1-\frac{b_j+d_j}{b_j+c_j}\right), \quad (44)$$

где $\psi(x)$ – функция, обратная интегралу вероятностей.
Будем считать, что $T>>1$. Предположим так же, что по всем товарам устанавливается одинаковая торговая наценка, то есть $c_i=\gamma d_i$, где $\gamma\geq 1$. Далее будем предполагать, что $\Lambda(T,c)=\lambda_0 Tf(\gamma)$, где $f(\gamma)$ – монотонно убывающая функция: $f(0)=1$ и функция $\gamma f(\gamma)\to 0$ при $\gamma\to\infty$, так как по бесконечно большой цене никто покупать не будет. Условие $\Lambda(T,c)>>1$ переходит теперь в условие $\lambda_0 T>>1$, а задача определения оптимальных розничных цен сводится к задаче определения оптимальной наценки γ.

Средняя прибыль перепишется в виде

$$W(\gamma)=\lambda_0 T\left[\sum_{i=1}^{m}a_i d_i f(\gamma)(\gamma-1)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_0 T}}\sqrt{f(\gamma)}\sum_{i=1}^{m}\sqrt{R_{ii}}(\gamma d_i+b_i)\exp\left(-\frac{1}{2}\psi^2\left(1-\frac{b_i+d_i}{b_i+\gamma_0 d_i}\right)\right)\right]. \quad (45)$$

Торговая наценка γ, минимизирующая среднюю прибыль, определяется в виде

$$\gamma=\gamma_0+\gamma_1\frac{1}{\sqrt{\lambda_0 T}}, \quad (46)$$

где γ_0 – корень уравнения $f(\gamma_0)+f'(\gamma_0)(\gamma_0-1)=0$. Выражение для γ_1 приведено в диссертации.

Одной из представляющих интерес характеристик модели является плотность распределения длительности продаж закупленного для перепродажи набора продукции. Пусть интенсивность $\lambda(t,c)=\lambda$ не зависит от времени. Обозначим через $t(s)$ – длительность продажи партии товара стоимости S, который покупатель может приобрести за одну покупку.

В работе показано, что при $S>>1$ длительность продаж $t(s)$ партии товара объема S имеет нормальное распределение со средним $T_1(s)$ и $D(s)$ равными

$$T_1(s)=\frac{s}{\lambda m_1},\quad D(s)=\frac{sm_2}{\lambda^2 m_1^3}, \quad (47)$$

где $m_i = M\{s^i\}$.

Зная плотность вероятностей длительности продаж, можно определить стоимость партии товара, которая может быть реализована за заданное время T с заданной вероятностью α. Имеем

$$\alpha = P\{t(s) \le T\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \int_{-\infty}^{T} \exp\left(-\frac{(t-T_1)^2}{2D} \right) dt, \tag{48}$$

где T_1 и D определены в работе. Откуда

$$S = \frac{\lambda m_1}{4} \left[\sqrt{\frac{m_2}{\lambda m_1^2} \psi(\alpha)^2 + 4T} + \sqrt{\frac{m_2}{\lambda m_1^2}} \psi(\alpha) \right]^2, \tag{49}$$

где $\psi(\alpha)$ - функция, обратная интегралу вероятностей.

В разделе 3.2 рассматривается задача продажи продукции с ограниченным сроком годности при MMP-потоке моментов продаж.

Продавец приобретает партию товара размера ξ по оптовой цене d и перепродает её по розничной цене c. Считается, что время реализации ограничено. По истечению времени T товар не может быть реализован, а продавец несет дополнительные затраты b, связанные с утилизацией непроданной части товара.

В работе предполагается, что моменты покупок образуют MMP-поток с интенсивностью, $\lambda(t)$. Интенсивность $\lambda(t)$ является однородной цепью Маркова с непрерывным временем и двумя состояниями $\lambda(t) = \lambda_i, \quad i = 1, 2$. Переход из состояния в состояние задаётся матрицей инфинитезимальных характеристик $Q = [q_{ij}]$, где $q_{ij} < 0$ при $i \ne j$ и $q_{j1} + q_{j2} = 1$. Предполагается, что покупатели покупают товар независимо друг от друга. Объем покупки – случайная величина z с плотностью распределения $\psi(z)$, средним значением $M\left\{z\right\} = a_1$ и вторым моментом $M\left\{z^2\right\} = a_2$.

Плотность распределения спроса определяется уравнением

$$\frac{\partial P(S,k,t)}{\partial t} = -\lambda_k P(S,k,t) + \sum_{j=1}^{2} q_{jk} P(S,j,t) + \lambda_k \int_0^S P(S-x,k,t)\psi(x)dx. \tag{50}$$

В работе показано, что при $t >> 1$ случайная величина $z = \dfrac{S(\mathrm{t}) - \mu_1(t)}{\sigma(t)}$ имеет асимптотически стандартное нормальное распределение и, следовательно, при $t >> 1$ количество товара $S(t)$, проданного к моменту времени t имеет асимптотически нормальное распределение со средним значением $\mu_1(t)$ и дисперсией $\sigma^2(t)$, которые определены в работе.

Так как на приобретение ξ единиц товара затрачивается $d\xi$ средств, а выручка составляет $c\xi$, если была продана вся партия товара, и $cx-b(\xi-x)$, если была продана партия товара размера x, то средняя прибыль

$$W=-d\xi+c\xi\int_{\xi}^{\infty}P(x,T)dx+\int_{0}^{\xi}(cx-b(\xi-x))P(x,T)dx, \qquad (51)$$

где $P(x,T)$ – плотность распределения спроса на товар за время T. Можно показать, что при $T>>1$оптимальное значение партии товара ξ_{op} определится соотношением

$$\xi_{op}=\mu_1(T)+\sigma(T)\mathrm{X}\left(1-\frac{b+d}{b+c}\right), \qquad (52)$$

где $\mu_!(T)$ и $\sigma(T)$определены в работе, а $\mathrm{X}(z)$ – функция, обратная к функции стандартного нормального распределения.

В четвертой главе описан разработанный комплекс программ имитационного моделирования систем управления запасами с ограниченным сроком реализации. Данный комплекс может быть использован как для нахождения характеристик модели, так и для проверки качества оценок полученных характеристик.

Алгоритм предназначен для моделирования процесса продаж продукции с ограниченным сроком реализации, при условии, что продажи осуществляются партиями случайного объема, где величины покупок независимые случайные величины с известной плотностью распределения, а моменты продаж образуют Марковский модулированный пуассоновский поток с двумя состояниями.

Результаты имитационного моделирования могут быть использованы для определения оптимального объема продаваемой партии товара S и оптимальной розничной цены.

В алгоритме для моделирования предложенной модели продаж рассматривается n реализаций, в mслучаях наблюдается остаток товара, а в $n-m$ случаях наблюдаются время, за которое был реализован весь товар.

В результате данного алгоритма получаются 2 выборки данных: моменты времени $t_1,t_2,\dots,t_{n-m}$ $\forall i=1,...,n-m$ $t_i\le T$, когда товар был полностью реализован и наблюдаются объемы нереализованной продукции к моменту наступления времени окончания торговой сессии $x_1,x_2,\dots,\mathrm{x}_m$ $\forall i=1,...,m$ $x_i\le S$.

В модели предполагается, что покупатели покупают товар независимо друг от друга. Объем покупки – случайная величина z со средним значением a, вторым моментом a_2 и плотностью распределения $p(\mathrm{z})$. Далее предполагается, что поток покупателей – марковский модулированный пуассоновский поток с двумя возможными состояниями интенсивности λ_1 и λ_2 и матрицей инфинитезимальных характеристик

$$P = \begin{pmatrix} -p_{11} & p_{11} \\ p_{22} & -p_{22} \end{pmatrix}. \tag{53}$$

Можно показать, что при сделанных предположениях:

1. Плотность распределения спроса x на реализуемый товар за время T имеет асимптотически нормальное распределение со средним μ_x и дисперсией σ_x^2 равными

$$\mu_x = a_1\lambda_0 T, \quad \sigma_x^2 = a_2\lambda_0 T + 2a_1^2 \frac{\pi_1\pi_2\left(\lambda_1 - \lambda_2\right)^2}{p_{11} + p_{22}} T, \tag{54}$$

где π_1, π_2 – финальные вероятности состояний потока, $\lambda_0 = \lambda_1\pi_1 + \lambda_2\pi_2$.

2. Плотность распределения длительности продаж t партии товара объема Q имеет асимптотически нормальное распределение со средним μ_t и дисперсией σ_t^2 равными

$$\mu_t = \frac{Q}{a_1\lambda_0}, \quad \sigma_t^2 = \frac{Q a_2}{a_1^3\lambda_0^2} + 2Q\frac{\pi_1\pi_2\left(\lambda_1 - \lambda_2\right)^2}{a_1\lambda_0^3(p_{11} + p_{22})}. \tag{55}$$

3. При заданных ценах b, c, d и длительности торговой сессии $T >> 1$ значение Q величины партии товара, максимизирующей прибыль продавца, определяется выражением

$$Q = \mu_x + \sigma_x \Psi\left(1 - \frac{b+d}{b+c}\right), \tag{56}$$

где $\Psi(x)$ – функция, обратная интегралу вероятностей.

Таким образом, для определения величины Q оптимальной партии товара необходимо знать величины μ_x и σ_x, входящие в соотношение (33).

В работе предлагаются и исследуются оценки параметров μ_x и σ_x. Пусть проведено n торговых сессий. При этом в m из них было продано количество товара $x_1, x_2, \ldots, x_m$ $\forall i = 1,...,m$ $x_i \le Q$, а в оставшихся $n-m$ сессиях был продан весь оставшийся товар объема Q за время $t_1, t_2, \ldots, t_{n-m}$ соответственно.

Алгоритм служит для вычисления оценок среднего значения объема одной покупки и дисперсии объема одной покупки трех видов: основанных на объемах проданных партий товара в течение торговой сессии, основанных на длительностях торговой сессии, при условии, что вся партия товара была реализована и линейной комбинации упомянутых выше оценок (взвешенные оценки).

Для проверки качества полученных оценок используется формула $\omega = \frac{\left|\hat{x} - x\right|}{x} \cdot 100\%,$ где $\hat{x}$ – оценка исследуемого параметра, x – теоретическое значение оцениваемого параметра, которая показывает относительные погрешности оценок.

В таблице представлены результаты, полученные при следующих значениях параметров: параметры потока $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 3$, $p_{11} = 0.3$, $p_{22} = 0.7$, $T = 250$, величины покупок имеют экспоненциальное распределение со средним значением $a = 4$ при различных значениях объема товара и количества реализаций.

Таблица 1 – Оценки параметров модели

Q \ ω, %	$\hat{\mu}_x$	$\hat{\mu}_x^{(t)}$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}_x$	$\hat{\sigma}_x^{(t)}$	$\hat{\sigma}$
n = 300						
2200	0.62	0.27	0.35	8.84	3.89	5.11
2300	0.29	0.29	0.29	4.31	5.43	4.79
2400	0.28	0.70	0.37	3.55	8.97	4.80
n = 100						
2200	0.83	0.50	0.58	10.96	9.50	9.77
2300	0.66	0.77	0.70	8.29	8.91	8.59
2400	0.55	0.82	0.61	8.51	9.92	8.62

В заключении диссертационной работы приведены основные результаты, которые изложены в пунктах научной новизны, теоретической значимости и практической ценности.

Публикации по теме диссертации

Статьи в журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук:

1. Лившиц К.И. Диффузионная аппроксимация процесса производства и сбыта скоропортящейся продукции / К.И. Лившиц, **Е.С. Ульянова** // Известия вузов. Физика. – 2015. – Т. 58. – № 11/2. – С. 281-285. – 0,3/0,15 а.л.

Статьи в сборниках материалов конференций, индексируемых Web of Science и Scopus:

2. Livshits K.I. Switch-Hysteresis Control of the Selling Times Flow in a Model with Perishable Goods / K.I. Livshits, **E.S. Ulyanova** // Communications in Computer and Information Science. – 2015. – Vol. 564. – P. 263-274. – 0,72/0,36 а.л.

3. Livshits K. Switch-Hysteresis Control of the Production Process in a Model with Perishable Goods / K. Livshits, **E. Ulyanova** // Communications in Computer and Information Science. – 2016. – Vol. 638. – P. 192-206. – 0,9/0,45 а.л.

4. Kitaeva A. The Multi-product Newsboy Problem with Price-Depended Demand and Fast Moving Items / A. Kitaeva, K. Livshits, **E. Ulyanova** // Communications in Computer and Information Science. – 2017. – Vol. 800. – P. 297-311. – 0,9/0,3 а.л.

5. Kitaeva A.V. Estimating the Demand Parameters for Single Period Problem, Markovmodulated Poisson Demand, Large Lot Size, and Unobserved Lost Sales / A. V. Kitaeva, K. I. Livshits, **E. S. Ulyanova //** 16th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing Bergamo, Italy. – 2018. – 0,36 /0,12 а.л.

6. Livshits K. Steady State Probabilistic Characteristics of the On/Off Production Rate Control Production-Inventory System with MMPP Demand Arrivals / K. Livshits, A. Kitaeva, **E. Ulyanova** // Communications in Computer and Information Science. – 2018. (в печати).

Свидетельства о регистрации программы для ЭВМ:

7. Лившиц К.И. Имитационная модель процесса продаж продукции с ограниченным сроком реализации с марковским модулированным пуассоновским потоком моментов продаж с двумя состояниями / К.И. Лившиц, **Е.С. Ульянова** // Объединенный фонд электронный ресурсов «Найка и образование». – Свидетельство о регистрации №23508, дата рег.: 13.03.2018г.

8. Лившиц К.И. Вычисление оценок основных характеристик модели управления запасами с ограниченным сроком реализации / К.И. Лившиц, **Е.С. Ульянова** // Объединенный фонд электронный ресурсов «Найка и образование». – Свидетельство о регистрации №23509, дата рег.: 13.03.2018г.

Публикации в других научных изданиях:

9. Бруй К.А. Релейное управление темпом проиводства скоропортящейся продукции / К.А. Бруй, К.И. Лившиц, **Е.С. Ульянова** // Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем : материалы V Междунар. молодежной науч. конф. Томск, 19-20 мая 2017 г. – Томск: Издательский Дом ТГУ, 2017. – С. 171-180. – 0,6/0,2 а.л.

10. Китаева А.В. Многопродуктовая модель быстро портящихся запасов с зависящим от цены спросом / А.В. Китаева, К.И. Лившиц, **Е.С. Ульянова** // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2017) : материалы XVI Междунар. конф. имени А. Ф. Терпугова, 29 сент. - 3 окт. 2017 г. –Томск: Изд-во НТЛ, 2017. – Ч.1. – С. 58-65. – 0,48/0,16 а.л.

11. Лившиц К.И. Релейно-гистерезисное управление потоком моментов продажи скоропортящейся продукции / К.И. Лившиц, **Е.С. Ульянова** // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2015) : Материалы XIV Международной конференции им. А. Ф.

Терпугова (18-22 ноября 2015). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2015. – Ч. 1. – С. 55-59. – 0,3/0,15 а.л.

12. Лившиц К.И. Релейно-гистерезисное управление процессом производства в задаче производства и сбыта скоропортящейся продукции / К.И. Лившиц, **Е.С. Ульянова** // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2016): Материалы XV международной конференции им. А. Ф. Терпугова (12-16 сентября 2016 г.). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2016. – Ч. 2. – С. 47-52. – 0,36/0,18 а.л.

13. Лившиц К.И. Вероятностные характеристики модели управления запасами с релейным управлением темпом производства и ММР-потоком моментов продаж / К.И. Лившиц, **Е.С. Ульянова** // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2018) : Материалы XIV Международной конференции им. А. Ф. Терпугова (в печати).

14. Лившиц К.И. Релейно-гистерезисное управление скоростью производства скоропортящейся продукции / К.И. Лившиц, **Е.С. Ульянова** // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем: материалы Всероссийской конференции с международным участием. Москва, РУДН, 18-22 апреля 2016 г. – Москва: Изд-во РУДН, 2016. – С. 25-27. – 0,18/0,9 а.л.

15. Лившиц К.И. Релейное управление процессом производства в задаче производства и сбыта скоропортящейся продукции / К.И. Лившиц, **Е.С. Ульянова** // Новые информационные технологии в исследовании сложных структур : материалы 11-й международной конференции, 6–10 июня 2016 г. Томск: Издательский Дом ТГУ, 2016. – С. 104. – 0,06/0,03 а.л.

16. **Ульянова Е.С.** Релейно-гистерезисное управление производством скоропортящейся продукции // Материалы 54-й Международной научной студенческой конференции МНСК-2016: Математика. – Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск. – 2016. – С. 223. – 0,06 а.л.

17. **Ульянова Е.С.** Стохастическая модель производства и сбыта скоропортящейся продукции // Труды Томского государственного университета. Серия физико-математическая. Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем : материалы III Всероссийской молодежной научной конференции. Томск, 22–23 мая 2015 г. – Томск: Издательский Дом ТГУ, 2015. – Т. 297. – С. 252-258. – 0,42 а.л.

18. Лившиц К.И. Розничная продажа продукции с ограниченным сроком годности при ММР-потоке моментов продаж / К.И. Лившиц, Т.А. Поволоцкая, **Е.С. Ульянова** // Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем : материалы VI Междунар. молодежной науч. конф. Томск, 2018 г. – Томск: Издательский Дом ТГУ, 2018. – 0,33/0,11 а.л.

АНТИПЛАГИАТ
ТВОРИТЕ СОБСТВЕННЫМ УМОМ

Отчет о проверке на заимствования №1

Автор: Ульянова Екатерина ulyanovaeks@gmail.com / ID: 5918239
Проверяющий: Ульянова Екатерина (ulyanovaeks@gmail.com / ID: 5918239)

Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат»- http://www.antiplagiat.ru

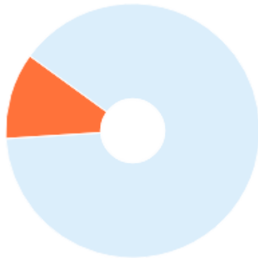
ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 1
Начало загрузки: 22.06.2018 00:44:12
Длительность загрузки: 00:00:00
Имя исходного файла: Научный доклад Ульянова ЕС
Размер текста: 372 кБ
Символов в тексте: 42582
Слов в тексте: 5707
Число предложений: 384

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Последний готовый отчет (ред.)
Начало проверки: 22.06.2018 00:44:13
Длительность проверки: 00:00:00
Комментарии: не указано
Модули поиска:

ЗАИМСТВОВАНИЯ	ЦИТИРОВАНИЯ	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ
11,16%	0%	88,84%



Заимствования — доля всех найденных текстовых пересечений, за исключением тех, которые система отнесла к цитированиям, по отношению к общему объему документа.
Цитирования — доля текстовых пересечений, которые не являются авторскими, но система посчитала их использование корректным, по отношению к общему объему документа. Сюда относятся оформленные по ГОСТу цитаты; общеупотребительные выражения; фрагменты текста, найденные в источниках из коллекций нормативно-правовой документации.
Текстовое пересечение — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.
Источник — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.
Оригинальность — доля фрагментов текста проверяемого документа, не обнаруженных ни в одном источнике, по которым шла проверка, по отношению к общему объему документа.
Заимствования, цитирования и оригинальность являются отдельными показателями и в сумме дают 100%, что соответствует всему тексту проверяемого документа.
Обращаем Ваше внимание, что система находит текстовые пересечения проверяемого документа с проиндексированными в системе текстовыми источниками. При этом система является вспомогательным инструментом, определение корректности и правомерности заимствований или цитирований, а также авторства текстовых фрагментов проверяемого документа остается в компетенции проверяющего.

№	Доля в отчете	Доля в тексте	Источник	Ссылка	Актуален на	Модуль поиска	Блоков в отчете	Блоков в тексте
[01]	2,14%	2,6%	Асимптотический анализ м...	http://tekhnosfera.com	18 Авг 2017	Модуль поиска Интернет	7	12
[02]	1,42%	2,45%	Исследование математичес...	http://dslib.net	03 Июл 2016	Модуль поиска Интернет	8	17
[03]	0%	2,02%	Управление ценой при про...	http://rusnauka.com	22 Янв 2013	Модуль поиска Интернет	0	5

Еще источников: 7
Еще заимствований: 7,6%