

Министерство образования и науки Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Физический факультет
Кафедра квантовой теории поля

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ В ГЭК

Руководитель ООП

главный научный сотрудник,
доцент


О.Н. Чайковская
« 08 » июня 2018 г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

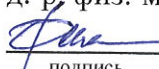
ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПЯТИ ТЕЛ ДЛЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭТА-МЕЗОНА С
ЧЕТЫРЬМЯ НУКЛОНАМИ

по основной образовательной программе подготовки магистров
направление подготовки 03.04.02. – Физика

Колесников Олег Валерьевич

Руководитель

д.-р. физ.-мат. наук, профессор


А. И. Фикс
подпись

« 08 » июня 2018 г.

Студент группы № 0524


О. В. Колесников
подпись

Томск-2018

Оглавление

1. Формализм Альта-Грассбергера-Сандхаса	10
2. Метод сепарабельного разложения амплитуд	17
3. Решение задачи пяти тел с помощью сепарабельного разложения амплитуд	20
4. Заключение	34
Список использованной литературы	36

Введение

Одной из важнейших задач мезон-ядерной физики на сегодняшний день остается адекватное описание взаимодействия η мезонов и ядер в области низких энергий. В частности, интенсивно обсуждается возможность образования связанных η -ядерных состояний на основе сильного мезон-нуклонного взаимодействия, имеющего характер притяжения. Так как ηN взаимодействие является неупругим из-за наличия открытого канала с π -мезоном $\eta N \rightarrow \pi N$, связанные η -ядерные состояния, если они существуют, должны иметь конечное время жизни.

Процессы, в которых значительную роль играет взаимодействие η мезонов с малонуклонными системами в области низких энергий, исследуются уже в течение довольно длительного времени, начиная приблизительно с середины 1980-х годов. Несмотря на большой накопленный экспериментальный материал, ответ на основной вопрос, существуют ли связанные состояния η мезонов и ядер, пока не получен, и поиск этих объектов по-прежнему составляет важную часть исследовательских программ множества научных центров.

К сегодняшнему дню построено довольно большое число теоретических моделей, в которых основной акцент сделан именно на описание η -ядерного взаимодействия в области низких энергий, в пределах 10-20 мегаэлектрон-вольт. Большая их часть [1, 2, 3, 4] использует концепцию оптического потенциала, основанного на применении так называемого локального и импульсного приближений к описанию взаимодействия налетающей частицы (мезона) с системой рассеивателей (нуклонов). В рамках таких моделей мезон-ядерное взаимодействие описывается в терминах взаимодействия с ядерной материей, выступающей в качестве преломляющей среды для мезонной волны. Следует отметить, что теория оптического потенциала хорошо зарекомендовала себя в качестве удобной феноменологической модели в пион-ядерной физике,

где имеется простая аналогия между рассеянием пиона на системе нуклонов и дипольным рассеянием света в среде. Физическим обоснованием введения простейшего оптического потенциала является прямая связь между амплитудами пион-нуклонного и пион-ядерного рассеяний. Эта связь, в свою очередь, обусловлена сравнительно большим межнуклонным расстоянием в ядрах, значительно превышающим характерный радиус взаимодействия между пионом и нуклоном.

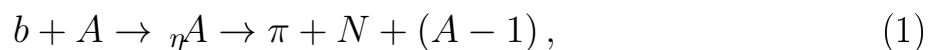
Напротив, резонансный характер ηN взаимодействия приводит к тому, что, как импульсное, так и локальное приближения становятся, вообще говоря, неприменимыми. Действительно, вследствие того, что резонансное взаимодействие связано с временной задержкой (то есть, промежуток времени, в течение которого осуществляется акт взаимодействия не является бесконечно-малым, как в случае с пионом, а определяется временем жизни резонанса) амплитуда ηN рассеяния может претерпевать значительные изменения в ядерном многотельном окружении. Например, взяв для ширины резонанса $S_{11}(1535)$ значение $\Gamma = 75 \text{ MeV}$, получим для временной задержки (времени столкновения) величину $\Delta t = 2\hbar/\Gamma \approx 2 \cdot 10^{-23}$ сек. Это существенно больше времени $\Delta t = \hbar/m_\pi \approx 5 \cdot 10^{-24}$ сек, в течение которого нуклоны в ядре обмениваются переносчиком взаимодействия, то есть виртуальным пионом. По этой причине применимость упомянутой выше простейшей оптической модели к η -ядерным явлениям оказывается сомнительной, так что для их описания требуются более рафинированные модели, учитывающие влияние ядерного окружения на взаимодействие мезона с отдельным нуклоном.

Также необходимо отметить работы [5, 6], в которых динамика η -ядерных систем исследовалась в рамках так называемого приближения конечного ранга (finite-rank approximation). Суть приближения заключается в пренебрежении вкладом виртуальных возбуждений ядерной подсистемы, возникающих между двумя последовательными актами столкновения η -мезона с нуклонами ядра. Наряду с оптической моделью такой подход позволяет существенно упростить исходную многотельную задачу и фактически сводит

ее к задаче двух тел. В то же время, очевидно, что исключение из спектра ядерной подсистемы возбужденных состояний с неизбежностью приводит к нарушению унитарности. При этом сама модель, вообще говоря, не позволяет оценить эффект, связанный с этим нарушением.

Следует отметить, что несостоятельность отмеченных выше основных приближений, используемых для исследования взаимодействия η -мезонов с малонуклонными системами, послужила основной причиной появления методов, основанных на точном решении малочастичных задач мезон-ядерной физики. Один из таких методов используется в настоящей диссертации для решения задачи о взаимодействии в системе пяти тел, включающей η -мезон и четыре нуклона.

В области эксперимента необходимо упомянуть два основных метода исследования эффектов η -ядерного взаимодействия в различных реакциях. В первом случае [7, 8, 10, 11] в реакциях регистрируются на совпадение пион-нуклонные пары, в которых угол между направлениями импульсов пиона и нуклона составляет 180° (частицы разлетаются в противоположные стороны) в общей системе центра масс. Идея эксперимента заключается в том, что реакция образования пиона идет по схеме



где b -бомбардирующая частица, через ηA обозначено связанное состояние η -мезона и ядра A (η -ядро), и $A - 1$ есть конечное ядро с числом нуклонов $A-1$. Эффект образования η -ядра в этом случае проявляется в виде пиков в спектре конечного π -мезона. При этом положение и ширина пика определяют энергию связи и ширину связанного η -ядерного состояния. Следует, однако, отметить, что энергии связи, предсказываемые для η -ядер, довольно малы (порядка нескольких мегаэлектронвольт), так что соответствующие пионные пики должны располагаться в непосредственной близости от порога образования η -мезона. По этой причине их трудно отличить от эффектов простого увеличения выхода реакции, возникающего вследствие притяжения

между конечными продуктами (ядром и η -мезоном). Сделанные в работах [12, 13] оценки показали, что для однозначной регистрации сигнала образования η -ядра необходима как довольно малая статистическая погрешность, так и большая точность определения энергии вылетающих π -мезонов.

В других экспериментах [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23], которые также можно выделить в отдельную группу, регистрируются события, в которых образованный в реакции η -мезон и конечное ядро движутся с малыми относительными импульсами. В этом случае притягивающий характер взаимодействия в системе η -ядро должен, как уже отмечено выше, приводить к увеличению интенсивности реакции. Это становится очевидным, если учесть, что притяжение между продуктами реакции стремится удержать их в той области, в которой действует „основное“ взаимодействие, приводящее к образованию этих продуктов. Так как сечение пропорционально вероятности нахождения этих продуктов в области взаимодействия (в независимой от времени теории рассеяния, которую мы здесь используем), очевидно, притяжение будет приводить к увеличению выхода частиц. В частности, в процессах образования η -мезонов, где притяжение характерно для малых энергий взаимодействия в системе η -мезон-ядро, можно ожидать увеличения сечения вблизи нижней границы спектра.

Сегодня накоплена достаточно обширная экспериментальная информация, относящаяся ко второй из упомянутых выше групп экспериментов, в которых образуются системы ηd , $\eta^3\text{He}$ и $\eta^4\text{He}$. Измеренные в этих экспериментах сечения действительно демонстрируют заметный рост в области малых кинетических энергий. Важно, однако, отметить, что этот результат просто подтверждает притягивающий характер η -ядерного взаимодействия и ни в коем случае не является однозначным свидетельством образования η -ядра.

Таким образом, наблюдаемый в отдельных реакциях рост сечения при малых энергиях не позволяет установить или опровергнуть возможность образования связанных состояний η -ядерных состояний. В то же время, более

однозначное решение проблемы может быть найдено, если проводится систематический анализ нескольких процессов в рамках одной и той же микроскопической модели. Основная задача может быть сформулирована следующим образом: подобрать амплитуду $f_{\eta N}$ элементарного ηN взаимодействия так, что вычисленная с ее помощью амплитуда $f_{\eta A}$ взаимодействия η с ядром воспроизводит на количественном уровне рост сечения реакций одновременно для реакций на разных ядрах. Формулируя такую задачу, мы руководствуемся идеей о том, что механизм образования η -мезонов имеет короткодействующий характер (потенциал взаимодействия сосредоточен в основном в малой пространственной области) и потому форма сечения в области малых относительных энергий в системе η -ядро определяется преимущественно зависимостью от энергии квадрата амплитуды $f_{\eta A}$.

Очевидно что теория, которая может быть использована для решения сформулированной выше задачи, должна включать элементарное ηN взаимодействие с минимальной степенью приближения и модельной неопределенности. В идеальном случае желательно иметь точное решение соответствующего многочастичного уравнения Липпмана-Швингера без использования каких-либо приближений. Принципиальная трудность здесь заключается в том, что уравнение Липпмана-Швингера даже для двух взаимодействующих частиц не имеет однозначного решения, если не исключить из него движение их центра масс. Так как исключение движения центра масс в случае двух частиц является тривиальной задачей, эта проблема легко решается. Однако, уже в случае трех частиц эта неоднозначность является принципиальной и не может быть устранена так же, как в двухчастичном случае. Более точно, в системе трех частиц возможны события, в которых две частицы взаимодействуют, в то время как третья остается свободной. Свободной частице в уравнении соответствует δ -функция вида $\delta(\vec{p}-\vec{p}')$, отвечающая сохранению ее импульса. Появление δ -функции в ядре уравнения Липпмана-Швингера приводит к нарушению основного условия однозначности решения – конечности нормы Шмидта ядра интегрального уравнения. Как будет показано в первой

главе настоящей работы, избавиться от нежелательных δ -функций, то есть, устранить неоднозначность позволяет перестройка уравнений, впервые примененная Фаддеевым в работе [24] и развитая затем для случая произвольного числа частиц в статьях Якубовского [25] и Альта-Грассбергера-Сандхаса [26].¹

Подавляющее большинство методов, применяемых сегодня для решения квантовомеханической задачи малого числа частиц, основаны на вариационной формулировке проблемы и, как правило, используют вариационный принцип Релея-Ритца. В качестве функционала берется энергия

$$E[\Psi] = \frac{\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle}. \quad (2)$$

Ключевую роль в вариационном подходе играет лемма, согласно которой значение функционала энергии на любой затравочной функции $|\Psi\rangle$ всегда больше энергии основного состояния системы и равно ей в случае, когда $|\Psi\rangle$ совпадает с точной функцией основного состояния. Таким образом, исходная задача сводится к вариационной

$$\delta E[\Psi] = 0. \quad (3)$$

Как правило, затравочные функции $|\Psi\rangle$ выбираются в параметрическом виде. В этом случае задача решается путем нахождения набора параметров, обеспечивающих минимум функционала энергии.

Различные вариационные модели, используемые в ядерной и мезон-ядерной физике, можно разделить на две основных группы в зависимости от критерия, который используется при выборе затравочных функций. К первой группе можно отнести модели, в которых $|\Psi\rangle$ берется в виде разложения по полному набору квадратично интегрируемых функций $|\phi_n\rangle$

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=1}^N |\phi_n\rangle. \quad (4)$$

¹Существует также ряд других методов непосредственного решения N -частичных задач, однако лишь в указанных двух работах доказана эквивалентность выведенных уравнений соответствующему уравнению Шредингера.

В этом случае процедура минимизации функционала эквивалентна решению задачи на собственные значения

$$(H - ES)c = 0, \quad (5)$$

где матрицы H и S определены как

$$H_{mn} = \langle \phi_m | \hat{H} | \phi_n \rangle, \quad S_{mn} = \langle \phi_m | \phi_n \rangle. \quad (6)$$

Элементами N -компонентного вектора c являются искомые параметры c_n , $n = \overline{1, N}$. Естественно, что в практическом решении задачи значение N берется конечным. При увеличении N размерность базиса увеличивается и в пределе $N \rightarrow \infty$ результаты расчетов приближаются к точному значению энергии сверху. Преимущество моделей первой группы заключается, в первую очередь, в том, что основанные на них расчеты являются более контролируемыми. Требуемая точность может быть достигнута простым увеличением размерности базиса N .

Вторая группа включает модели, в которых при выборе затравочных функций руководствуются, в первую очередь, физическими соображениями. Например, при расчетах энергии основного состояния для некоторых ядер, имеющих хорошо выраженную кластерную структуру, используются кластерные функции (метод резонирующих групп). В некоторых случаях за основу берется хорошо определенная форма потенциала (вариационный метод Монте-Карло).

Вариационные методы позволяют также найти и саму волновую функцию основного состояния. Необходимо, однако, иметь в виду, что разница между точным решением $|\Psi_0\rangle$ и решением $|\Psi_0\rangle$, полученным вариационным методом, является малой величиной более низкого порядка, чем соответствующая разность энергий.

В качестве общего недостатка вариационных методов можно отметить то, что все они нацелены в первую очередь на нахождение энергии основного состояния системы (в некоторых случаях также первых возбужденных

уровней) и неудобны при решении задач рассеяния, где главным объектом является амплитуда перехода из одного состояния системы в другое. При этом начальное и конечное состояния содержат, как правило, мишень (связанное состояние нескольких частиц) и налетающую либо рассеянную частицу (или несколько частиц).

Уравнения Альта-Грассбергера-Сандхаса [26] получены непосредственно для операторов перехода, что делает их наиболее удобными для анализа именно процессов рассеяния. В работе [26] изложена процедура, позволяющая привести исходные уравнения к эффективным двухчастичным уравнениям типа Липпмана-Швингера. Процедура основана на методе квазичастиц (методе Шмидта). Ее ключевым звеном является представление амплитуд, возникающих в ядрах уравнений, в виде суммы сепарабельной и несепарабельной части. Основанный на этой процедуре метод расчета оказывается особенно удобным в случае, когда сепарабельная часть выбрана так, что несепарабельный остаток становится пренебрежимо малым. В области, в которой ядра уравнений непрерывны, такое условие всегда выполнимо.

В то же время, несмотря на эффективность метода, до сих пор он применялся лишь для систем с числом частиц $N \leq 4$. **Целью** настоящей работы является применение процедуры сепарабельного разложения и вывод соответствующих уравнений для случая пяти тел. Метод применен к системе, содержащей псевдоскалярный мезон (η -мезон) и четыре нуклона. В следующей главе в качестве иллюстрации коротко изложен формализм Альта-Грассбергера-Сандхаса в приложении к задаче трех тел. Затем в главе ?? мы решаем задачу пяти тел $\eta - 4N$ используя метод сепарабельного разложения амплитуд.

Результаты опубликованы в работах [27] и [28].

1 Формализм Альта-Грассбергера-Сандхаса

Ниже представлен вывод „классических“ уравнений Альта-Грассбергера-Сандхаса (АГС) для квантовомеханической задачи трех тел. Одним из ключевых понятий формализма является понятие разбиения, под которым будем понимать деление системы на группы. Разбиение α соответствует выделению в системе частицы с номером α и группы частиц $\alpha = (\beta\gamma)$. Введем свободный Гамильтониан (оператор кинетической энергии)

$$H_0 = \sum_{i=1}^3 \frac{\vec{k}_i^2}{2m_\alpha} = \frac{\vec{P}^2}{2M} + \frac{\vec{p}_\alpha^2}{2\mu_\alpha} + \frac{\vec{q}_\alpha^2}{2M_\alpha}, \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (7)$$

Здесь через \vec{k}_α обозначен импульс частицы с номером α , \vec{P} есть импульс центра масс всей системы, \vec{p}_α – относительный импульс частиц в подсистеме $\alpha = (\beta\gamma)$ и \vec{q}_α – импульс относительного движения частицы α и пары $\alpha = (\beta\gamma)$. Легко убедиться, что состояния $|\vec{P}, \vec{p}_\alpha, \vec{q}_\alpha\rangle$ являются взаимно ортогональными и образуют полный набор, то есть

$$\langle \vec{P}', \vec{p}'_\alpha, \vec{q}'_\alpha | \vec{P}, \vec{p}_\alpha, \vec{q}_\alpha \rangle = \delta(\vec{P}' - \vec{P}) \delta(\vec{p}'_\alpha - \vec{p}_\alpha) \delta(\vec{q}'_\alpha - \vec{q}_\alpha) \quad (8)$$

и

$$\int \frac{d\vec{P}}{(2\pi)^3} \frac{d\vec{p}_\alpha}{(2\pi)^3} \frac{d\vec{q}_\alpha}{(2\pi)^3} |\vec{P}, \vec{p}_\alpha, \vec{q}_\alpha\rangle \langle \vec{P}, \vec{p}_\alpha, \vec{q}_\alpha| = 1. \quad (9)$$

Так как полный импульс системы \vec{P} сохраняется, будем считать его равным нулю и в дальнейшем опустим. Функции $|\vec{p}_\alpha, \vec{q}_\alpha\rangle$ являются, очевидно, собственными функциями оператора H_0 :

$$H_0 |\vec{p}_\alpha, \vec{q}_\alpha\rangle = E_\alpha |\vec{p}_\alpha, \vec{q}_\alpha\rangle, \quad (10)$$

где $E_\alpha = \frac{\vec{p}_\alpha^2}{2\mu_\alpha} + \frac{\vec{q}_\alpha^2}{2M_\alpha}$ – кинетическая энергия, соответствующая разбиению α .

Потенциал взаимодействия частиц внутри группы $\alpha = (\beta\gamma)$ будем обозначать v_α . Состояние в котором имеются две взаимодействующие частицы

в группе α , образующие связанное (или резонансное) состояние и не взаимодействующая с ними (свободная) частица α будем обозначать как

$$|\phi_\alpha\rangle = |\varphi_\alpha\rangle|\vec{q}_\alpha\rangle. \quad (11)$$

Здесь $|\varphi_\alpha\rangle$ есть волновая функция связанного (резонансного) состояния и $|\vec{q}_\alpha\rangle$ описывает свободное движение частицы α относительно пары $\alpha = (\beta\gamma)$. Функция $|\phi_\alpha\rangle$ является собственной функцией канального Гамильтониана

$$H_\alpha = H_0 + v_\alpha, \quad (12)$$

то есть

$$H_\alpha|\phi_\alpha\rangle = E_\alpha|\phi_\alpha\rangle, \quad (13)$$

где $E_\alpha = -\varepsilon_\alpha + \frac{\vec{q}_\alpha^2}{2M_\alpha}$ и $\varepsilon_\alpha > 0$ представляет собой энергию связи частиц в состоянии $|\varphi_\alpha\rangle$.

В подсистеме α рассеяние может быть описано соответствующей t -матрицей

$$t_\alpha(z) = v_\alpha + v_\alpha g_\alpha(z) v_\alpha, \quad (14)$$

где g_α – функция Грина частиц $\alpha = (\beta\gamma)$ (резольвента оператора H_α). Аналогично двухчастичной задаче t_α удовлетворяет уравнению Липпмана-Швингера

$$t_\alpha(z) = v_\alpha + v_\alpha g_0(z) t_\alpha(z), \quad (15)$$

которое имеет формальное решение

$$t_\alpha = (1 - v_\alpha g_0(z))^{-1} v_\alpha, \quad (16)$$

где g_0 – свободная функция Грина, относящаяся к подсистеме $\alpha = (\beta\gamma)$.

Выбрав конкретное разбиение α , полный Гамильтониан H системы системы трех частиц можно представить в виде

$$H = H_\alpha + v_\beta + v_\gamma = H_\alpha + \bar{v}_\alpha, \quad (17)$$

где $\bar{v}_\alpha \equiv v_\beta + v_\gamma$, $\beta \neq \gamma \neq \alpha$.

Формально мы можем записать уравнение Липпмана-Швингера для задачи трех тел по аналогии с двухчастичной задачей

$$T(z) = V(z) + VG_0(z)T, \quad (18)$$

где $G_0(z) = (z - H_0)^{-1}$ есть свободная функция Грина (резольвента оператора кинетической энергии) для трех частиц и

$$V = v_1 + v_2 + v_3. \quad (19)$$

Так как V представляет собой сумму двухчастичных потенциалов, в импульсном представлении для каждого слагаемого в этой сумме будем иметь

$$\langle \vec{p}'_\alpha, \vec{q}'_\alpha | v_\alpha | \vec{p}_\alpha, \vec{q}_\alpha \rangle = \delta(\vec{p}_\alpha - \vec{p}'_\alpha) \langle \vec{q}'_\alpha | v_\alpha | \vec{q}_\alpha \rangle. \quad (20)$$

Очевидно, что итерируя уравнение (18) мы всегда будем иметь множители вида $\delta(\vec{p}_\alpha - \vec{p}'_\alpha)$ в правой части. Например, после первой итерации получим

$$T = \sum_\alpha v_\alpha + \sum_\alpha v_\alpha G_0 \sum_\beta v_\beta + \sum_\alpha v_\alpha G_0 \sum_\beta v_\beta G_0 T. \quad (21)$$

Другими словами, ядро уравнения (18) не имеет конечной нормы Шмидта, что эквивалентно нарушению условия единственности решения.

Отметим, что появление δ -функций обусловлено наличием в ядрах уравнения (21) диагональных элементов вида $v_\alpha G_0 v_\alpha$. Исключить эти элементы позволяет метод Фаддеева. Следуя этому методу, расцепим уравнение (18) на три уравнения, введя вспомогательные операторы T_α так что

$$T_\alpha = v_\alpha + v_\alpha G_0 T. \quad (22)$$

Легко убедиться, что

$$T = T_1 + T_2 + T_3. \quad (23)$$

Выделим в правой части уравнения (22) член с номером α и перенесем его в левую часть. Будем иметь

$$T_\alpha - v_\alpha G_0 T_\alpha = v_\alpha + v_\alpha G_0 \sum_{\beta \neq \alpha} T_\beta. \quad (24)$$

Далее воспользуемся формальным решением уравнения Липпмана-Швингера для двухчастичных операторов t_α (16). Умножая уравнение (24) слева на оператор $(1 - v_\alpha G_0)^{-1}$, получим уравнения Фаддеева для компонент T_α

$$T_\alpha = t_\alpha + t_\alpha G_0 \sum_{\beta \neq \alpha} T_\beta \quad (25)$$

или в развернутом виде

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & t_1 & t_1 \\ t_2 & 0 & t_2 \\ t_3 & t_3 & 0 \end{pmatrix} G_0 \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} \quad (26)$$

В импульсном представлении операторные уравнения (25) дают систему интегральных уравнений

$$T_\alpha(\vec{p}', \vec{q}', \vec{p}, \vec{q}) = t_\alpha(\vec{p}', \vec{q}', \vec{p}, \vec{q}) + \sum_{\beta \neq \alpha} \int \frac{d\vec{p}''}{(2\pi)^3} \frac{d\vec{q}''}{(2\pi)^3} \frac{t_\alpha(\vec{p}', \vec{q}', \vec{p}'', \vec{q}'')}{z - \frac{q''^2}{2M_\beta} - \frac{p''^2}{2\mu_\beta}} T_\beta(\vec{p}'', \vec{q}'', \vec{p}, \vec{q}). \quad (27)$$

Так как операторы действуют только в подсистеме α , то есть

$$t_\alpha(\vec{p}', \vec{q}', \vec{p}, \vec{q}) \equiv \langle \vec{p}', \vec{q}' | t_\alpha | \vec{p}, \vec{q} \rangle = \delta(\vec{q} - \vec{q}') \langle \vec{p}' | \hat{t}(z - \frac{q^2}{2M_\alpha}) | \vec{p} \rangle \quad (28)$$

где \hat{t}_α - двухчастичный оператор, ядра уравнений (27) по-прежнему содержат δ -функции. Можно, однако, показать, что дефект, приводящий к нарушению условия единственности решения уравнения (18) в последнем уравнении устранен. Действительно, первая итерация уравнения (25) дает

$$T_\alpha = t_\alpha + t_\alpha G_0 \sum_{\beta \neq \alpha} t_\beta + t_\alpha G_0 \sum_{\beta \neq \alpha} t_\beta G_0 \sum_{\gamma \neq \beta} T_\gamma. \quad (29)$$

Как видим, ядра уравнений содержат только произведения вида $t_\alpha G_0 t_\beta$, где $\alpha \neq \beta$, так что δ -функции устраняются. Отметим также, что вместо потенциалов v_α в новых уравнениях содержатся двухчастичные t -матрицы t_α , которые теперь уже понимаются как операторы в трехчастичном пространстве.

Следует также отметить, что двухчастичные t -матрицы t_α содержатся в уравнениях Фаддеева вне массовой поверхности из-за энергетического сдвига $z - \frac{q_\alpha^2}{2M_\alpha}$ и из-за того, что произведение $t_\alpha g_0 T_\beta$ содержит в себе интегрирование по всем возможным промежуточным состояниям

$$|\vec{p}''\rangle |\vec{q}''\rangle \quad (30)$$

при условии

$$\frac{p^2}{2\mu_\alpha} \neq z - \frac{q''^2}{2M_\alpha} \neq \frac{p''^2}{2\mu_\alpha}. \quad (31)$$

Уравнения для компонент волновой функции трех частиц можно вывести из уравнения для резольвенты G полного гамильтониана системы трех частиц H (7):

$$G(z) = G_0(z) + G_0(z)VG(z). \quad (32)$$

Получающиеся три уравнения, которые обеспечивают корректные граничные условия для волновой функции, имеют вид [29]

$$\begin{aligned} |\Psi_\alpha^{(+)}\rangle &= |\phi_\alpha\rangle + G_\alpha \sum_{\beta \neq \alpha=1}^3 v_\beta |\Psi_\alpha^{(+)}\rangle, \\ |\Psi_\alpha^{(+)}\rangle &= G_\beta \sum_{\gamma \neq \beta=1}^3 v_\gamma |\Psi_\alpha^{(+)}\rangle, \\ |\Psi_\alpha^{(+)}\rangle &= G_\gamma \sum_{\delta \neq \gamma=1}^3 v_\delta |\Psi_\alpha^{(+)}\rangle, \end{aligned} \quad (33)$$

где индексы $\alpha \neq \beta \neq \gamma$ принимают значения 1,2,3. Функция $|\Psi_\alpha^{(+)}\rangle$ представляет собой расходящуюся волну в канале α , который в асимптотической области содержит частицу α и невзаимодействующую с ней пару двух других частиц и состояние системы в нем описывается функцией $|\phi_\alpha\rangle$ (23). Эта функция является собственной для полного Гамильтониана $H = H_0 + V$

$$H|\Psi_\alpha^{(+)}\rangle = E|\Psi_\alpha^{(+)}\rangle. \quad (34)$$

Функция Грина $G_\alpha(z)$ есть резольвента канального Гамильтониана H_α :

$$G_\alpha(z) = \frac{1}{z - H_\alpha}. \quad (35)$$

Рассмотрим теперь матричные элементы операторов перехода между канальными состояниями $|\phi_\alpha\rangle$ и $|\phi_\beta\rangle$:

$$\langle\phi_\beta|U_{\beta\alpha}|\phi_\alpha\rangle \equiv \langle\phi_\beta|\bar{V}_\beta|\Psi_\alpha^{(+)}\rangle. \quad (36)$$

Матричные элементы оператора U на энергетической поверхности определяют S -матрицу перехода $|\phi_\alpha\rangle \rightarrow |\phi_\beta\rangle$

$$S_{\beta\alpha} = \delta_{\beta\alpha} - 2\pi\delta(E_\alpha - E_\beta)\langle\phi_\beta|U_{\beta\alpha}|\phi_\alpha\rangle \quad (37)$$

и, таким образом, однозначно решают задачу рассеяния. Для $U_{\alpha\alpha}$ будем иметь

$$U_{\alpha\alpha}|\phi_\alpha\rangle = \bar{V}_\alpha|\Psi_\alpha^{(+)}\rangle = (v_\beta + v_\gamma)|\Psi_\alpha^{(+)}\rangle. \quad (38)$$

Используя последние два уравнения из (33) получим

$$\begin{aligned} U_{\alpha\alpha}|\phi_\alpha\rangle &= v_\beta G_\beta \bar{V}_\beta |\Psi_\alpha^{(+)}\rangle + v_\gamma G_\gamma \bar{V}_\gamma |\Psi_\alpha^{(+)}\rangle \\ &= v_\beta G_\beta U_{\beta\alpha} |\phi_\alpha\rangle + v_\gamma G_\gamma U_{\gamma\alpha} |\phi_\alpha\rangle. \end{aligned} \quad (39)$$

Аналогично для $U_{\beta\alpha}$ ($\beta \neq \alpha$) найдем

$$U_{\beta\alpha}|\phi_\alpha\rangle = v_\alpha |\phi_\alpha\rangle + v_\alpha G_\alpha U_{\alpha\alpha} |\phi_\alpha\rangle + v_\gamma G_\gamma U_{\gamma\alpha} |\phi_\alpha\rangle. \quad (40)$$

В выражениях (39) и (40) $\alpha \neq \beta \neq \gamma$. Следует отметить, что для конкретного входного канала значение α фиксировано и задача сводится к решению системы, состоящей из одного уравнения типа (39) и двух уравнений типа (40). Таким образом, как и в случае уравнений Фаддеева (25), имеем систему трех связанных уравнений для элементов $U_{\alpha\alpha}$, $U_{\beta\alpha}$ и $U_{\gamma\alpha}$.

Воспользуемся далее равенствами

$$v_\alpha |\phi_\alpha\rangle = G_0^{-1} |\phi_\alpha\rangle, \quad v_\alpha G_\alpha = t_\alpha G_0, \quad (41)$$

где t_α , как и ранее, есть t -матрица, определяющая взаимодействие частиц в группе $\alpha = (\beta\gamma)$. Объединяя уравнения (39) и (40) в одно, запишем

$$U_{\beta\alpha}|\phi_\alpha\rangle = (1 - \delta_{\beta\alpha})G_0^{-1}|\phi_\alpha\rangle + \sum_{\gamma} (1 - \delta_{\beta\gamma})t_\gamma G_0 U_{\gamma\alpha}|\phi_\alpha\rangle. \quad (42)$$

В итоге приходим к стандартному виду уравнений Альта-Грассбергера-Сандхаса (АГС)

$$U_{\beta\alpha} = (1 - \delta_{\beta\alpha})G_0^{-1} + \sum_{\gamma} (1 - \delta_{\beta\gamma}) t_{\gamma} G_0 U_{\gamma\alpha}. \quad (43)$$

2 Метод сепарабельного разложения амплитуд

Как показывается в квантовой теории рассеяния, двухчастичная t -матрица имеет полюс при энергии z , равной энергии связанного состояния двух частиц ε_b , и, что важно, вычет в полюсе факторизуется. В итоге, в операторном виде имеем

$$t(z) \rightarrow \frac{V|\varphi_b\rangle\langle\varphi_b|V}{z - \varepsilon_b}, \quad (44)$$

где V – двухчастичный потенциал и $|\varphi_b\rangle$ – волновая функция связанного состояния. Другими словами, оператор $t(z)$ вблизи энергии связи имеет сепарабельный вид. Эта особенность приводит к существенному упрощению решения задачи трех (а также большего числа) частиц.

Рассмотрим задачу, в которой взаимодействие описывается сепарабельным потенциалом

$$V = \lambda|g\rangle\langle g|. \quad (45)$$

В этом случае уравнение Липпмана-Швингера

$$t = V + Vg_0T \quad (46)$$

решается алгебраически и дает

$$t(z) = |g\rangle\tau(z)\langle g|, \quad (47)$$

где

$$\tau(z) = (\lambda^{-1} - \langle g|g_0|g\rangle)^{-1}. \quad (48)$$

Переходя к трехчастичному пространству, запишем

$$\langle \vec{p}', \vec{q}' | t_\alpha(z) | \vec{p}, \vec{q} \rangle = \delta(\vec{q} - \vec{q}') \langle \vec{p}' | \hat{t}_\alpha(z - \frac{q^2}{2M_\alpha}) | \vec{p} \rangle, \quad (49)$$

где M_α , как и ранее, есть приведенная масса системы, содержащей частицу α и пару $\alpha = (\beta\gamma)$. Учитывая (47), будем иметь

$$\langle \vec{p}', \vec{q}' | t_\alpha(z) | \vec{p}, \vec{q} \rangle = \delta(\vec{q} - \vec{q}') g(\vec{p}') \tau_\alpha(z - \frac{q^2}{2M_\alpha}) g(\vec{p}). \quad (50)$$

Отщепление зависимости от импульсов \vec{p} и \vec{p}' позволяет свести уравнения АГС, зависящие от двух векторных переменных, к уравнениям с одной переменной. Действительно введем представление (47) в уравнение АГС (43):

$$U_{\beta\alpha} = (1 - \delta_{\beta\alpha})G_0^{-1} + \sum_{\gamma} (1 - \delta_{\beta\gamma}) |g_{\gamma}\rangle \tau_{\gamma} \langle g_{\gamma}| G_0 U_{\gamma\alpha}. \quad (51)$$

Как видим, во втором члене справа зависимость от \vec{p} и \vec{q} факторизуется уже на этом этапе:

$$\sum_{\gamma \neq \beta} \langle \vec{p} | g_{\gamma} \rangle \tau_{\gamma} (z - \frac{q^2}{2M_{\alpha}}) \langle \vec{q} | \langle g_{\gamma} | G_0 U_{\gamma\alpha}. \quad (52)$$

Беря уравнение (51) в обкладки $\langle g_{\beta} | G_0 \dots G_0 | g_{\alpha} \rangle$, получим

$$\begin{aligned} \langle g_{\beta} | G_0 U_{\beta\alpha} G_0 | g_{\alpha} \rangle &= (1 - \delta_{\beta\alpha}) \langle g_{\beta} | G_0 | g_{\alpha} \rangle + \\ &+ \sum_{\gamma \neq \beta} \langle g_{\beta} | G_0 | g_{\gamma} \rangle \tau_{\gamma} \langle g_{\gamma} | G_0 U_{\gamma\alpha} G_0 | g_{\alpha} \rangle. \end{aligned} \quad (53)$$

В полученном выражении отдельные члены по-прежнему являются операторами в пространстве относительных импульсов $|\vec{q}_{\alpha}\rangle$. Вводя обозначения

$$X_{\beta\alpha} \equiv \langle g_{\beta} | G_0 U_{\beta\alpha} G_0 | g_{\alpha} \rangle, \quad (54)$$

$$Z_{\beta\alpha} \equiv (1 - \delta_{\beta\alpha}) \langle g_{\beta} | G_0 | g_{\alpha} \rangle, \quad (55)$$

придем к интегральному уравнению

$$\begin{aligned} \langle \vec{q}_{\beta} | X_{\beta\alpha}(z) | \vec{q}_{\alpha} \rangle &= \langle \vec{q}_{\beta} | Z_{\beta\alpha}(z) | \vec{q}_{\alpha} \rangle \\ &+ \sum_{\gamma \neq \beta} \int \frac{d\vec{q}_{\gamma}}{(2\pi)^3} \langle \vec{q}_{\beta} | Z_{\beta\gamma}(z) | \vec{q}_{\gamma} \rangle \tau_{\gamma} (z - \frac{q_{\gamma}^2}{2M_{\gamma}}) \langle \vec{q}_{\gamma} | X_{\gamma\alpha}(z) | \vec{q}_{\alpha} \rangle. \end{aligned} \quad (56)$$

Наконец, амплитуда перехода в процессе рассеяния принимает вид

$$\langle \phi_{\beta} | U_{\beta\alpha} | \phi_{\alpha} \rangle = \langle \vec{q}_{\beta} | \langle g_{\beta} | G_0 U_{\beta\alpha} G_0 | g_{\alpha} \rangle | \vec{q}_{\alpha} \rangle = \langle \vec{q}_{\beta} | X_{\beta\alpha} | \vec{q}_{\alpha} \rangle, \quad (57)$$

где матрица X берется на энергетической поверхности. Отметим, что интегральное уравнение (56) является трехмерным и его размерность можно уменьшить до единицы разложением по парциальным волнам.

Сравнивая (56) с уравнениями для двухчастичной t -матрицы (46) можно видеть, что уравнение (56) описывает задачу трех тел как эффективную двухтелую задачу: подсистема рассматривается как одна частица. Здесь, если опустить индексы каналов, $X_{\beta\alpha}$ можно сравнивать с двухчастичным T -оператором, а $Z_{\beta\alpha}$ с эффективным двухчастичным потенциалом. Последнее становится очевидным, если учесть, что на массовой поверхности

$$\langle \vec{q}_\beta | \langle g_\beta | G_0 | g_\alpha \rangle | \vec{q}_\alpha \rangle = \langle \phi_\beta | v_\beta | \phi_\alpha \rangle. \quad (58)$$

Величина τ_γ соответствующая свободному двухчастичному пропагатору g_0 , описывает свободное движение частицы γ относительно связанной подсистемы $\gamma = (\alpha\beta)$. Так как τ_γ зависит от энергии подсистемы, из общей энергии трехчастичной системы z вычитается кинетическая энергию свободной частицы.

Отметим еще одно качественное сходство τ_γ и g_0 . В импульсном представлении для системы двух частиц имеем

$$\langle \vec{q} | g_0(z) | \vec{q}' \rangle = \frac{\delta(\vec{q} - \vec{q}')}{z - \frac{q^2}{2\mu}}. \quad (59)$$

Здесь g_0 - свободный пропагатор, имеющий полюс при энергии z , равной энергии относительного движения двух частиц. Аналогичное утверждение верно и для τ_γ , для которого можно получить

$$\langle \vec{q} | \tau_\gamma(z - \frac{q_\gamma^2}{2M_\gamma}) | \vec{q}' \rangle = \frac{\delta(\vec{q} - \vec{q}')}{(z - \frac{q^2}{2M_\gamma} - E_\gamma^B) \langle g_\gamma | g_0(E_\gamma^B) g_0(z - \frac{q^2}{2M_\gamma}) | g_\gamma \rangle}, \quad (60)$$

откуда наличие полюса и сходная роль g_0 и τ_γ в соответствующих выражениях становятся очевидными.

3 Решение задачи пяти тел с помощью сепарабельного разложения амплитуд

В данной главе представлен вывод уравнений Альта-Грассбергера-Сандхаса для взаимодействия пяти тел. Все формулы получены для системы, включающей четыре фермиона со спином $1/2$ (нуклоны) и псевдоскалярный мезон (η -мезон).

Следуя работе [25] мы используем концепцию разбиений общей системы N тел на подсистемы. Отдельное разбиение обозначается символом α_n , смысл которого в том, что система разделена на n подсистем (фрагментов), в дальнейшем называемых также квазичастицами или кластерами. При этом всегда подразумевается, что в данном разбиении взаимодействовать между собой могут лишь частицы, принадлежащие одному и тому же кластеру, входящему в это разбиение. Запись $\alpha_{n+1} \subset \alpha_n$ означает, что разбиение α_{n+1} получено из α_n путем деления кластера (или одного из кластеров) входящих в α_n на два фрагмента $\alpha + \beta$. Приведенная масса этих фрагментов, то есть $M_\alpha M_\beta / (M_\alpha + M_\beta)$, будет обозначаться как $\mu_{\alpha_n \alpha_{n+1}}$. В предельных случаях $n = 1$ и $n = 4$ один из индексов, очевидно, становится лишним, и соответствующие массы обозначены просто как μ_{α_2} и μ_{α_4} , соответственно. Мы не вводим отдельных обозначений для относительных импульсов в подсистемах. Вместо этого мы иллюстрируем обобщенные потенциалы диаграммами, на которых поясняется смысл этих импульсов.

Если система включает тождественные частицы (в нашем случае нуклоны) амплитуды, для которых выписываются уравнения, должны быть соответствующим образом симметризованы. Как правило, при выводе уравнений каждой из тождественных частиц присваивается номер, и все манипуляции проводятся так, как если бы эти частицы были различными. Лишь после получения самих уравнений учитывается тождественность частиц и осуществляется переход к симметризованным состояниям. Такая процедура симмет-

Таблица 1 — Разбиения системы $\eta - 4N$.

α_n	$n = 4$	$n = 3$	$n = 2$
1	$(NN) + N + N + \eta$	$(NNN) + N + \eta$	$\eta + (NNNN)$
2	$(\eta N) + N + N + N$	$(\eta NN) + N + N$	$(\eta N) + (NNN)$
3		$(\eta N) + (NN) + N$	$(\eta NN) + (NN)$
4		$(NN) + (NN) + \eta$	$(\eta NNN) + N$

ризации подробно описана, например, в работах [30, 31] и [32]. Важно то, что учет тождественности частиц приводит сокращению числа уравнений. При этом, естественно, сами симметризованные уравнения уже не содержат номеров частиц. Для сокращения формальной части мы опускаем саму процедуру симметризации и приводим все выкладки для симметризованных состояний. Все возможные разбиения исходной $\eta - 4N$ системы с тождественными нуклонами приведены в таблице 1.

Следуя стандартной схеме, мы учитываем во всех подсистемах лишь s -волновую часть взаимодействия. Это объясняется как доминированием s -волн в затравочных двухчастичных NN и ηN взаимодействиях, так и тем, что мы рассматриваем лишь область низких энергий, в которых вклад высших орбитальных моментов подавлен. В этом случае, в связи с тем, что спин мезона равен нулю, суммарный спин s нуклонной подсистемы является хорошим квантовым числом. Кроме того, так как в наших расчетах четыре нуклона связываются в основное состояние ядра ${}^4\text{He}$, легко понять, что достаточно рассматривать лишь состояния трехнуклонной подсистемы со спином $s = 1/2$, тогда как конфигурация $s = 3/2$ в задаче не появляется.

Запишем полученные ранее уравнения Фаддеева для операторов перехода в форме Альта-Грассбергера-Сандхаса [26]. По аналогии с (43) будем,

очевидно, иметь

$$U_{\alpha_4\beta_4} = (1 - \delta_{\alpha_4\beta_4}) G_0^{-1} + \sum_{\gamma_4} (1 - \delta_{\alpha_4\gamma_4}) t_{\gamma_4} G_0 U_{\gamma_4\beta_4}. \quad (61)$$

Здесь $G_0(z) = (z - H_0)^{-1}$ есть резольвента свободного Гамильтониана (оператора кинетической энергии) пяти частиц, α_4 и β_4 представляют собой двухчастичные кластеры и через t_{γ_4} обозначена t -матрица взаимодействия частиц в кластере γ_4 , понимаемая как оператор в пятичастичном пространстве. Первый шаг заключается в замене матрицы t_{γ_4} ее сепарабельным разложением

$$t_{\gamma_4} = \sum_{kl} |\gamma_4 k\rangle \Delta_{kl}^{\gamma_4} \langle \gamma_4 l|, \quad (62)$$

которое является обобщением сепарабельного представления 1-го ранга, рассмотренного в Главе 0.4 (смотри выражение (47)). Используя разложение (62) в уравнении (61) и беря последнее в обкладках векторов $\langle \alpha_4 m | G_0$ и $G_0 | \beta_4 n \rangle$ получим систему уравнений, аналогичную (56)

$$X_{\alpha_4 m, \beta_4 n} = Z_{\alpha_4 m, \beta_4 n} + \sum_{\gamma_4, kl} Z_{\alpha_4 m, \gamma_4 k} \Delta_{kl}^{\gamma_4} X_{\gamma_4 l, \beta_4 n}, \quad (63)$$

где

$$\begin{aligned} X_{\alpha_4 m, \beta_4 n} &\equiv \langle \alpha_4 m | G_0 U_{\alpha_4 \beta_4} G_0 | \beta_4 n \rangle, \\ Z_{\alpha_4 m, \beta_4 n} &\equiv (1 - \delta_{\alpha_4 \beta_4}) \langle \alpha_4 m | G_0 | \beta_4 n \rangle. \end{aligned} \quad (64)$$

Уравнения (63) формально представляют собой эффективные четырехчастичные уравнения в которых две частицы из пяти образуют кластер (квaziчастицу). Введя матрицы

$$\begin{aligned} \{\mathbf{T}\}_{\alpha_4 m, \beta_4 n} &= X_{\alpha_4 m, \beta_4 n}, \\ \{\mathbf{V}\}_{\alpha_4 m, \beta_4 n} &= Z_{\alpha_4 m, \beta_4 n}, \\ \{\mathbf{G}_0\}_{\alpha_4 m, \beta_4 n} &= \delta_{\alpha_4 \beta_4} \Delta_{mn}^{\alpha_4}. \end{aligned} \quad (65)$$

можем переписать (63) в форме уравнений Липпмана-Швингера для связанных каналов

$$\mathbf{T} = \mathbf{V} + \mathbf{V} \mathbf{G}_0 \mathbf{T}. \quad (66)$$

Представление (66) имеет большое эвристическое значение. Как показано в работе [26], процедура АГС может быть применена к (66) точно также, как она была применена к исходному уравнению Липпмана-Швингера для пяти частиц, что дало нам операторное уравнение (61). Действительно, введем разложение обобщенного потенциала

$$\mathbf{V} = \sum_{\alpha_3} \mathbf{V}^{\alpha_3} \quad (67)$$

которое, очевидно, эквивалентно разложению матричных элементов

$$Z_{\alpha_4 m, \beta_4 n} = \sum_{\alpha_3} Z_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3}. \quad (68)$$

Здесь $Z_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3}$ отличен от нуля только при условии $\alpha_4 \subset \alpha_3$ и $\beta_4 \subset \alpha_3$. Диаграммное представление ненулевых потенциалов $Z_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3}$ приведено на рис. 1.

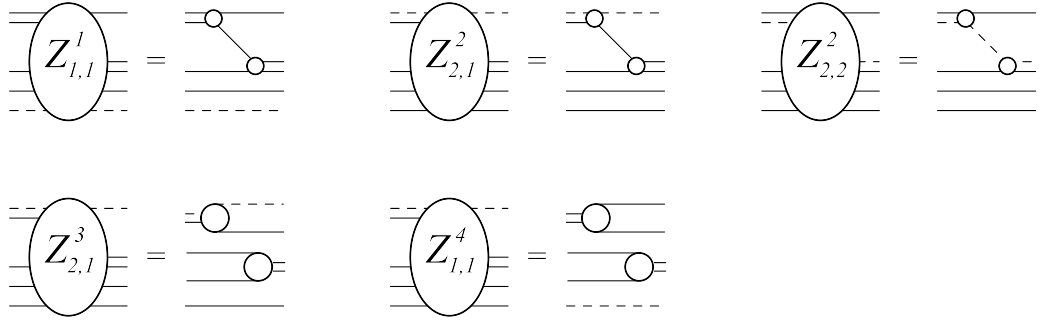


Рис. 1 — Диаграммное представление обобщенных потенциалов $Z_{\alpha_4, \beta_4}^{\alpha_3}$. Потенциалы $Z_{1,2}^2$ и $Z_{1,2}^3$ могут быть получены из $Z_{2,1}^2$ и $Z_{2,1}^3$ путем поворота вокруг вертикальной оси. Штриховыми и сплошными кривыми показаны, соответственно, η -мезон и нуклоны.

Амплитуды $X_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3}$, являющиеся решением уравнения

$$X_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3} = Z_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3} + \sum_{\gamma_4, kl} Z_{\alpha_4 m, \gamma_4 k}^{\alpha_3} \Delta_{kl}^{\gamma_4} X_{\gamma_4 l, \beta_4 n}^{\alpha_3} \quad (69)$$

с потенциалами (68) описывают рассеяние частиц только в подсистеме α_3 , тогда как другие частицы остаются свободными. В импульсном представлении операторные уравнения (69) становятся интегральными уравнениями.

Опуская дельта-функции, соответствующие сохранению импульса свободных частиц, а также коэффициенты, связанные со спин-изоспиновой структурой состояний, можем записать (после парциально-волнового разложения и выделения s -волны)

$$X_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3}(E; p, p') = Z_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3}(E; p, p') \quad (70)$$

$$+ \sum_{\gamma_4, kl} \int \frac{p''^2 dp''}{2\pi^2} Z_{\alpha_4 m, \gamma_4 k}^{\alpha_3}(E; p, p'') \Delta_{kl}^{\gamma_4} \left(E - \frac{p''^2}{2\mu_{\alpha_3 \gamma_4}} \right) X_{\gamma_4 l, \beta_4 m}^{\alpha_3}(E; p'', p').$$

Здесь энергия E представляет собой энергию относительного движения частиц, входящих в кластер α_3 , если $\alpha_3 = 1, 2$, или сумму относительных энергий в двухчастичных фрагментах, если $\alpha_3 = 3, 4$. Спин-изоспиновые коэффициенты могут быть вычислены непосредственно, либо с использованием формул, приведенных, например, в работе [33].

При $\alpha_3 = 1, 2$ уравнения (70) есть обычные квази-двухчастичные уравнения типа (56), определяющие взаимодействие в системах NNN и ηNN . При $\alpha_3 = 3, 4$ мы имеем две невзаимодействующие двухчастичные подсистемы $(NN) + (\eta N)$ и $(NN) + (NN)$.

$$Z_{2,1}^2(E; p, p') = \text{Diagram 1} \quad Z_{2,1}^3(E; p, p') = \text{Diagram 2}$$

Рис. 2 — Эффективные потенциалы $Z_{2,1}^2$ и $Z_{2,1}^3$ определенные выражениями (71) и (72). Обозначения те же, что на рис. 1.

S -волновая компонента эффективного потенциала имеет вид

$$Z_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3}(E; p, p') = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{g_{\alpha_4 m}(\omega, \vec{q}) g_{\beta_4 n}(\omega', \vec{q}')}{E - \frac{p^2}{2\mu_{\alpha_3 \alpha_4}} - \frac{q^2}{2\mu_{\alpha_4}}} d(\hat{p} \cdot \hat{p}') \quad (71)$$

для $\alpha_3 = 1, 2$, и

$$Z_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3}(E; p, p') = \frac{g_{\alpha_4 m}(\omega', p') g_{\beta_4 n}(\omega, p)}{E - \frac{p^2}{2\mu_{\beta_4}} - \frac{p'^2}{2\mu_{\alpha_4}}} \quad (72)$$

для $\alpha_3 = 3, 4$. Вершинные функции

$$g_{\alpha_4 m}(\omega, \vec{q}) = \langle \alpha_4 m; \omega | \vec{q} \rangle, \quad (73)$$

зависят в общем случае как от относительного импульса q частиц в кластере α_4 , так и от энергии их относительного движения ω . Масса μ_{α_4} есть приведенная масса NN или ηN системы для $\alpha_4 = 1, 2$, соответственно. С целью проиллюстрировать общую структуру выражений (71) и (72) на рис. 2 в качестве примера мы приводим потенциалы $Z_{2,1}^2$ и $Z_{2,1}^3$.

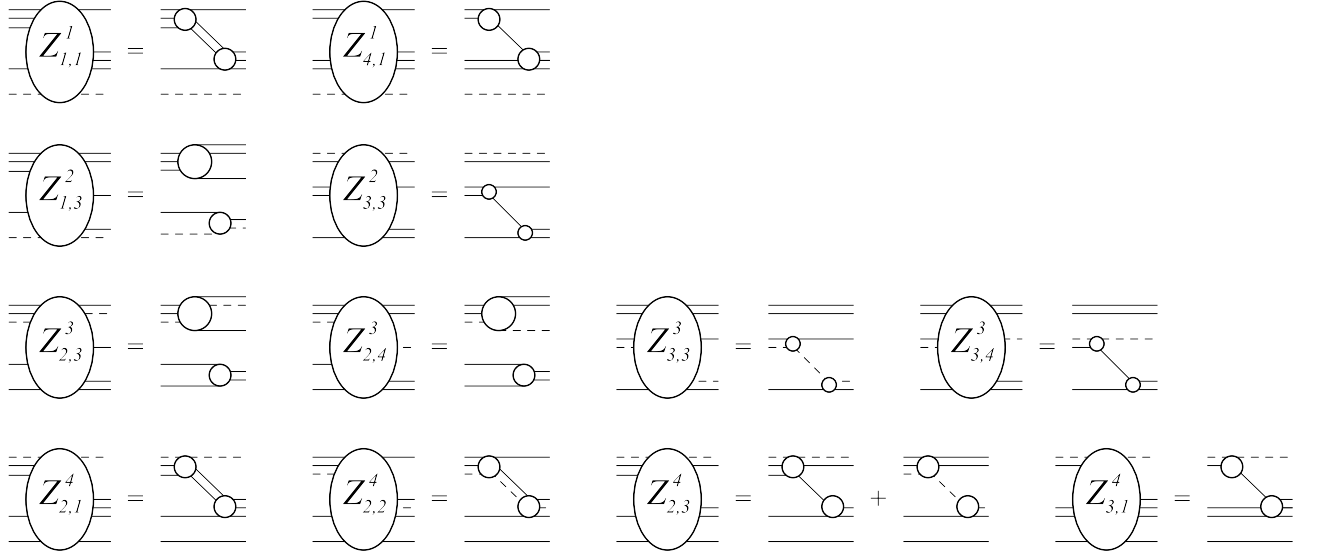


Рис. 3 — Диаграммное представление потенциалов $Z_{\alpha_3, \beta_3}^{\alpha_2}$. Обозначения те же, что на рис. 1. Остальные потенциалы могут быть получены из представленных на рисунке путем поворота вокруг вертикальной оси.

После того, как разложение (67) введено, мы можем определить канальные Гамильтонианы \mathbf{H}_{α_3} как

$$\mathbf{H}_{\alpha_3} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{V}_{\alpha_3}, \quad (74)$$

где свободный Гамильтониан \mathbf{H}_0 в свою очередь определен через резольвенту \mathbf{G}_0 (65):

$$\mathbf{H}_0 = z - \mathbf{G}_0^{-1}(z). \quad (75)$$

Полный Гамильтониан \mathbf{H} имеет вид

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{V} = \mathbf{H}_0 + \sum_{\alpha_3} \mathbf{V}_{\alpha_3}. \quad (76)$$

Второе резольвентное уравнение для $\mathbf{G}(z) = (z - \mathbf{H})^{-1}$ приводит к уравнениям для операторов перехода, аналогичным по структуре уравнениям (61), но имеющим матричную форму:

$$\mathbf{U}_{\alpha_3\beta_3} = (1 - \delta_{\alpha_3\beta_3})\mathbf{G}_0^{-1} + \sum_{\gamma_3} (1 - \delta_{\alpha_3\gamma_3})\mathbf{T}_{\gamma_3} \mathbf{G}_0 \mathbf{U}_{\gamma_3\beta_3}. \quad (77)$$

Здесь матрицы \mathbf{T}_{γ_3} составлены из элементов $X_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\gamma_3}$ удовлетворяющих уравнениям (69). Матрицы $\mathbf{U}_{\alpha_3\beta_3}$ определены как

$$\mathbf{U}_{\alpha_3\beta_3} = (1 - \delta_{\alpha_3\beta_3})\mathbf{G}_0^{-1} + \bar{\mathbf{V}}_{\beta_3} + (1 - \delta_{\alpha_3\beta_3})\mathbf{V}_{\alpha_3} + \bar{\mathbf{V}}_{\beta_3} \mathbf{G} \bar{\mathbf{V}}_{\alpha_3}, \quad (78)$$

где

$$\bar{\mathbf{V}}_{\alpha_3} \equiv \mathbf{V} - \mathbf{V}_{\alpha_3}. \quad (79)$$

Для матричных элементов уравнение (77) будет иметь вид

$$\begin{aligned} U_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3 \beta_3} &= (1 - \delta_{\alpha_3 \beta_3})(\mathbf{G}_0^{-1})_{\alpha_4 m, \beta_4 n} + \\ &+ \sum_{\gamma_3} \sum_{\gamma_4, kl} (1 - \delta_{\alpha_3 \gamma_3}) X_{\alpha_4 m, \gamma_4 k}^{\gamma_3} \Delta_{kl}^{\gamma_4} U_{\gamma_4 l, \beta_4 n}^{\gamma_3 \beta_3}. \end{aligned} \quad (80)$$

Теперь, используя сепарабельное разложение

$$X_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3} = \sum_{kl} \left| \begin{array}{c} \alpha_3 k \\ \alpha_4 m \end{array} \right\rangle \Delta_{kl}^{\alpha_3} \left\langle \begin{array}{c} \alpha_3 l \\ \alpha_4 n \end{array} \right| \quad (81)$$

в уравнении (80) и беря последнее в обкладках векторов

$$(\mathbf{G}_0 |\alpha_3 m\rangle)_{\alpha_4 k} = \sum_l \Delta_{kl}^{\alpha_4} \left| \begin{array}{c} \alpha_3 m \\ \alpha_4 l \end{array} \right\rangle, \quad (82)$$

будем иметь

$$X_{\alpha_3 m, \beta_3 n} = Z_{\alpha_3 m, \beta_3 n} + \sum_{\gamma_3, kl} Z_{\alpha_3 m, \gamma_3 k} \Delta_{kl}^{\gamma_3} X_{\gamma_3 l, \beta_3 n}, \quad (83)$$

где

$$X_{\alpha_3 m, \beta_3 n} = \sum_{\alpha_4, kl} \sum_{\beta_4, l'p} \left\langle \begin{array}{c} \alpha_3 m \\ \alpha_4 k \end{array} \left| \begin{array}{c} \Delta_{kl}^{\alpha_4} U_{\alpha_4 l, \beta_4 l'}^{\alpha_3 \beta_3} \Delta_{l'p}^{\beta_4} \\ \beta_3 n \\ \beta_4 p \end{array} \right. \right\rangle, \quad (84)$$

$$Z_{\alpha_3 m, \beta_3 n} = (1 - \delta_{\alpha_3 \beta_3}) \sum_{\alpha_4, kl} \left\langle \begin{array}{c} \alpha_3 m \\ \alpha_4 k \end{array} \left| \begin{array}{c} \Delta_{kl}^{\alpha_4} \\ \beta_3 n \\ \alpha_4 l \end{array} \right. \right\rangle. \quad (85)$$

Важно отметить, что, как можно видеть из (84) и (85), в отличие от операторов $U_{\alpha_4 m, \beta_4 n}^{\alpha_3 \beta_3}$, амплитуды $X_{\alpha_3 m, \beta_3 n}$ и потенциалы $Z_{\alpha_3 m, \beta_3 n}$ не являются матрицами относительно индексов $\alpha_4 m$ и $\beta_4 n$. Это, очевидно, является прямым следствием использования нами сепарабельного представления (81).

В случае четырех частиц интегральные уравнения (83) уже имеют непрерывные ядра. В нашем случае необходимо продвинуться еще на один шаг. По аналогии с описанной выше процедурой мы опять вводим каналные потенциалы $Z_{\alpha_3, \beta_3}^{\alpha_2}$:

$$Z_{\alpha_3 m, \beta_3 n} = \sum_{\alpha_2} Z_{\alpha_3 m, \beta_3 n}^{\alpha_2}, \quad (86)$$

которые генерируют амплитуды X , удовлетворяющие уравнениям

$$X_{\alpha_3 m, \beta_3 n}^{\alpha_2} = Z_{\alpha_3 m, \beta_3 n}^{\alpha_2} + \sum_{\gamma_3, kl} Z_{\alpha_3 m, \gamma_3 k}^{\alpha_2} \Delta_{kl}^{\gamma_3} X_{\gamma_3 l, \beta_3 n}^{\alpha_2}. \quad (87)$$

В импульсном представлении уравнения (87) имеют структуру, аналогичную (70). Ненулевые потенциалы $Z_{\alpha_3 \beta_3}^{\alpha_2}$ изображены на рис. 3. Потенциалы типа (4+1) ($\alpha_2 = 1, 4$) и соответствующие уравнения (87), определяющие рассеяние в системах $4N$ и $\eta - 3N$, подробно рассмотрены в работах [34] и [32]. Помимо потенциалов типа (4 + 1) у нас также имеются потенциалы типа (3 + 2), а именно $Z_{\alpha_3 \beta_3}^{\alpha_2}$ с $\alpha_2 = 2, 3$, которые определяют две невзаимодействующих друг с другом группы частиц, между которыми, однако, возможен

обмен энергией. Иными словами, энергия каждой из подсистем может изменяться, в то время как их сумма сохраняется. При этом потенциалы $Z_{1,3}^2$, $Z_{2,3}^3$ и $Z_{2,4}^3$ аналогичны по структуре потенциалам типа $(2+2)$ (см. $Z_{2,1}^3$ и $Z_{1,1}^4$ на рис. 1) и в импульсном представлении имеют вид (сравни с формулой (72))

$$Z_{\alpha_3 m, \beta_3 n}^{\alpha_2}(E; p, p') = \sum_{\alpha_4, kl} g_{\alpha_4 k}^{\alpha_3 m}(\omega', p') \Delta_{kl}^{\alpha_4} \left(E - \frac{p^2}{2\mu_{\alpha_2 \beta_3}} - \frac{p'^2}{2\mu_{\alpha_2 \alpha_3}} \right) g_{\alpha_4 l}^{\beta_3 n}(\omega, p). \quad (88)$$

В то же время, потенциалы $Z_{3,3}^2$, $Z_{3,3}^3$ и $Z_{3,4}^3$ более сложны по структуре:

$$Z_{\alpha_3 m, \beta_3 n}^{\alpha_2}(E; p, p') = \frac{1}{2} \sum_{\alpha_4, kl} \int_{-1}^{+1} g_{\alpha_4 k}^{\alpha_3 m}(\omega, \vec{q}) \times \Delta_{kl}^{\alpha_4} \left(E - \frac{p^2}{2\mu_{\alpha_2 \alpha_3}} - \frac{q^2}{2\mu_{\alpha_3 \alpha_4}} \right) g_{\alpha_4 l}^{\beta_3 n}(\omega', \vec{q}') d(\hat{p} \cdot \hat{p}') \quad (89)$$

и, что особенно важно, не имеют аналогов в разбиениях α_3 . Структура потенциалов (88) и (89) иллюстрируется диаграммами на рис. 4 на примере $Z_{1,3}^2$ и $Z_{3,3}^2$. В приведенных выше формулах E представляет собой сумму внутренних энергий невзаимодействующих кластеров.

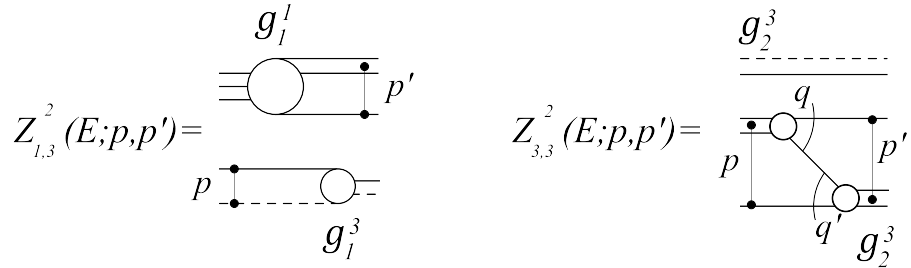


Рис. 4 — Потенциалы $Z_{1,3}^2$ и $Z_{3,3}^2$ определенные выражениями (88) и (89). Форм-фактор $g_2^3(q)$ определяет взаимодействие двух нуклонов в присутствии взаимодействующей пары ηN . Он отличается от формфактора $g_1(q)$ в потенциале $Z_{2,1}^2$ на рис. 2.

Диаграммное представление уравнений (87) для $\alpha = 2, 3$ с учетом тождественности нуклонов дано на рис. 5 и 6.

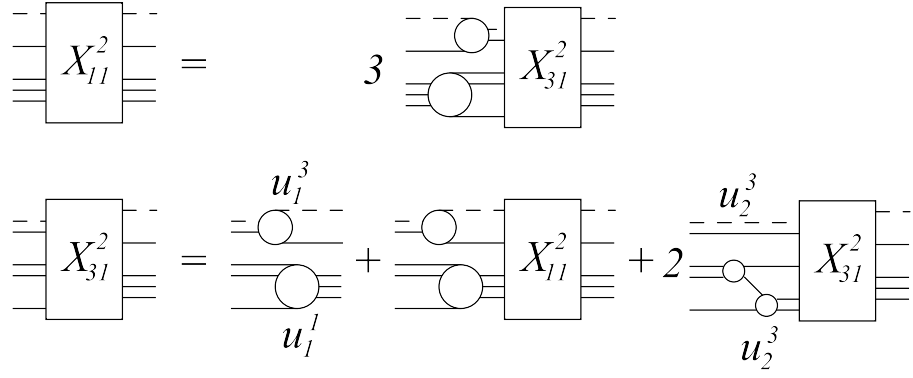


Рис. 5 — Эффективные квази-двухчастичные уравнения для амплитуд X_{α_3, β_3}^2 , возникающих в разбиении $(\eta N) - (NNN)$. Обозначения те же, что на рис. 1. Нижние и верхние индексы в обозначении $u_{\alpha_4}^{\alpha_3}$ относятся к номерам, соответственно, двух- и трехчастичных разбиений в таблице 1. Целочисленные коэффициенты появились вследствие учета тождественности нуклонов и перехода к симметризованным состояниям.

Далее, повторяя процедуру, которая привела нас от выражения (69) к уравнениям (83) и используя затем сепарабельное разложение амплитуд

$$X_{\alpha_3 m, \beta_3 n}^{\alpha_2} = \sum_{kl} \left| \begin{array}{c} \alpha_2 k \\ \alpha_3 m \end{array} \right\rangle \Delta_{kl}^{\alpha_2} \left\langle \begin{array}{c} \alpha_2 l \\ \beta_3 n \end{array} \right|, \quad (90)$$

мы приходим к квази-двухчастичной форме исходных уравнений задачи пяти тел

$$X_{\alpha_2 m, \beta_2 n} = Z_{\alpha_2 m, \beta_2 n} + \sum_{\gamma_2, kl} Z_{\alpha_2 m, \gamma_2 k} \Delta_{kl}^{\gamma_2} X_{\gamma_2 l, \beta_2 n}, \quad (91)$$

где

$$Z_{\alpha_2 m, \beta_2 n} = (1 - \delta_{\alpha_2 \beta_2}) \sum_{\alpha_3, kl} \left\langle \begin{array}{c} \alpha_2 m \\ \alpha_3 k \end{array} \right| \Delta_{kl}^{\alpha_3} \left| \begin{array}{c} \beta_2 n \\ \alpha_3 l \end{array} \right\rangle. \quad (92)$$

Потенциалы (92) представлены в виде диаграмм на рис. 7. В импульс-

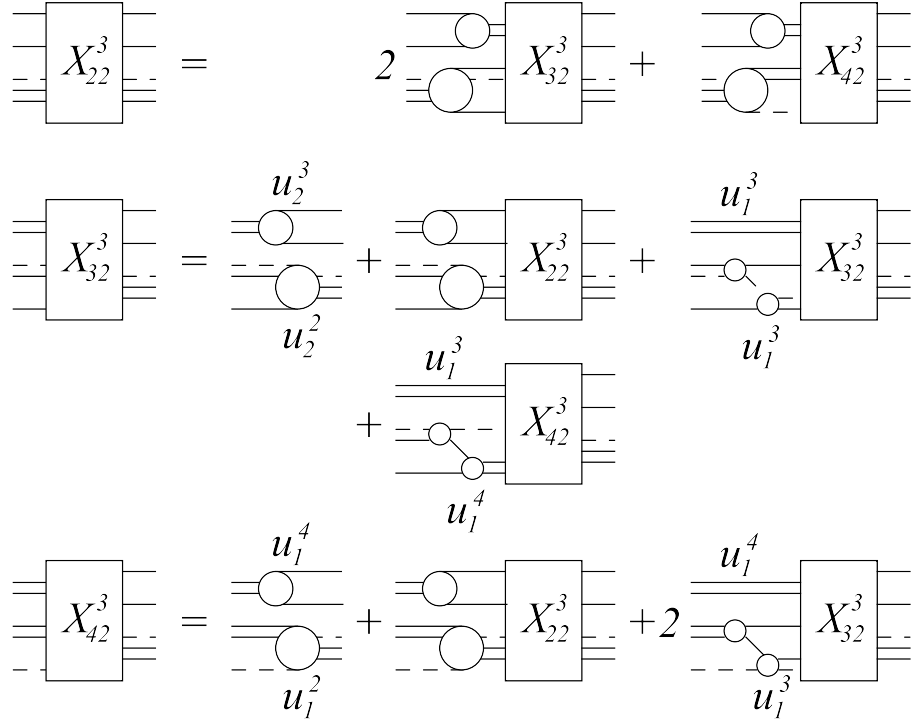


Рис. 6 — То же, что на рис. 5 для амплитуд X_{α_3, β_3}^3 в разбиении $(\eta NN) - (NN)$.

ном представлении они имеют стандартный вид (сравни с выражением (71))

$$Z_{\alpha_2 m, \beta_2 n}(E; p, p') = \frac{1}{2} \sum_{\alpha_3, kl} \int_{-1}^{+1} g_{\alpha_3 k}^{\alpha_2 m}(\omega, \vec{q}) \quad (93)$$

$$\times \Delta_{kl}^{\alpha_3} \left(E - \frac{p^2}{2\mu_{\alpha_2}} - \frac{q^2}{2\mu_{\alpha_2 \alpha_3}} \right) g_{\alpha_3 l}^{\beta_2 n}(\omega', \vec{q}') d(\hat{p} \cdot \hat{p}'),$$

который схематически проиллюстрирован в форме диаграмм на рис. 8 на примере потенциала $Z_{4,2}$. Здесь $E = \mathcal{E}$ есть энергия всей системы пяти тел $\eta - 4N$.

Уравнения (91) в которых корректно учтена тождественность нуклонов представлены на рис. 9. Как и ранее, потенциалы $Z_{\alpha_2 m, \beta_2 n}$ и амплитуды $X_{\alpha_2 m, \beta_2 n}$ не имеют матричной структуры по индексам $\alpha_2 m$ и $\beta_2 n$. Как показано в работе [26], если формфакторы $|\alpha_2 m\rangle$ и $|\beta_2 n\rangle$ соответствуют связанным состояниям в подсистемах α_2 и β_2 , то матрица $X_{\alpha_2 m, \beta_2 n}$ (вычисленная на энергетической поверхности) определяет рассеяние из состояния $|\alpha_2 m\rangle$ в состояние $|\beta_2 n\rangle$.

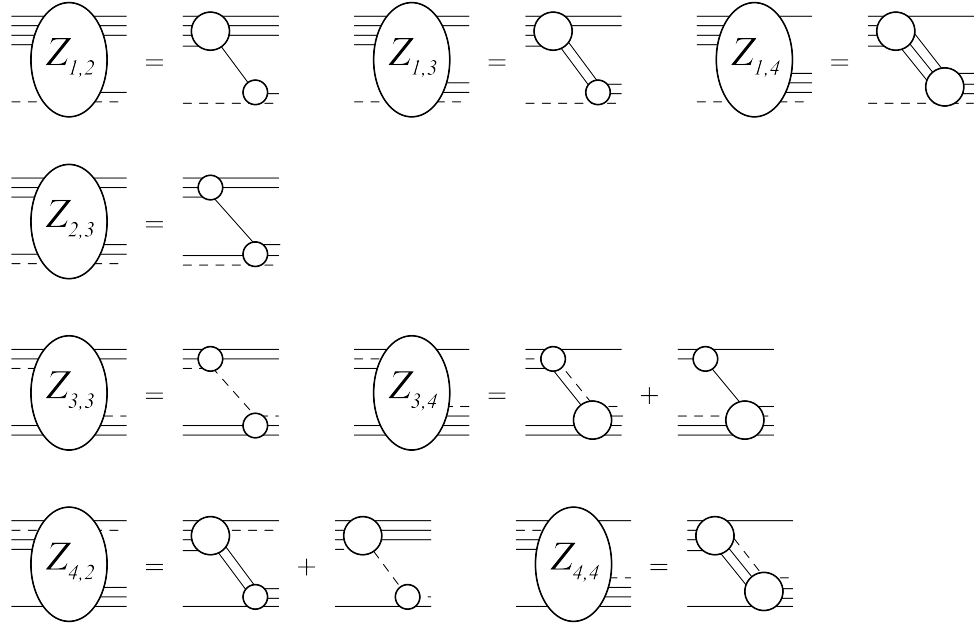


Рис. 7 — Потенциалы Z_{α_2, β_2} (92). Обозначения как на рис. 1.

$$Z_{4,2}(E; p, p') = \begin{array}{c} g_3^4 \\ \text{Diagram 1} \\ g_3^2 \end{array} + \begin{array}{c} g_1^4 \\ \text{Diagram 2} \\ g_1^2 \end{array}$$

The equation shows the structure of the potential $Z_{4,2}$ as a sum of two diagrams. Each diagram is a square with vertices p (bottom-left), p' (bottom-right), q (top-right), and q' (top-left). The first diagram has external legs g_3^4 (top) and g_3^2 (bottom). The second diagram has external legs g_1^4 (top) and g_1^2 (bottom). The internal lines are solid in the first diagram and dashed in the second.

Рис. 8 — Структура потенциала $Z_{4,2}$ согласно общей формуле (93).

Представленный выше вывод уравнений для задачи пяти тел (91), имеющих непрерывные ядра, показывает, что используемый нами сепарабельный метод позволяет свести пятичастичные (в общем случае N -частичные) расчеты к довольно прозрачной рекуррентной схеме, в которой амплитуды подсистем в разбиении α_{n-2} определяются амплитудами, относящимися только к разбиениям $\alpha_{n-1} \subset \alpha_{n-2}$ и $\alpha_n \subset \alpha_{n-1}$. В рамках этой схемы формфакторы и пропагаторы, возникающие в сепарабельном представлении матрицах X в

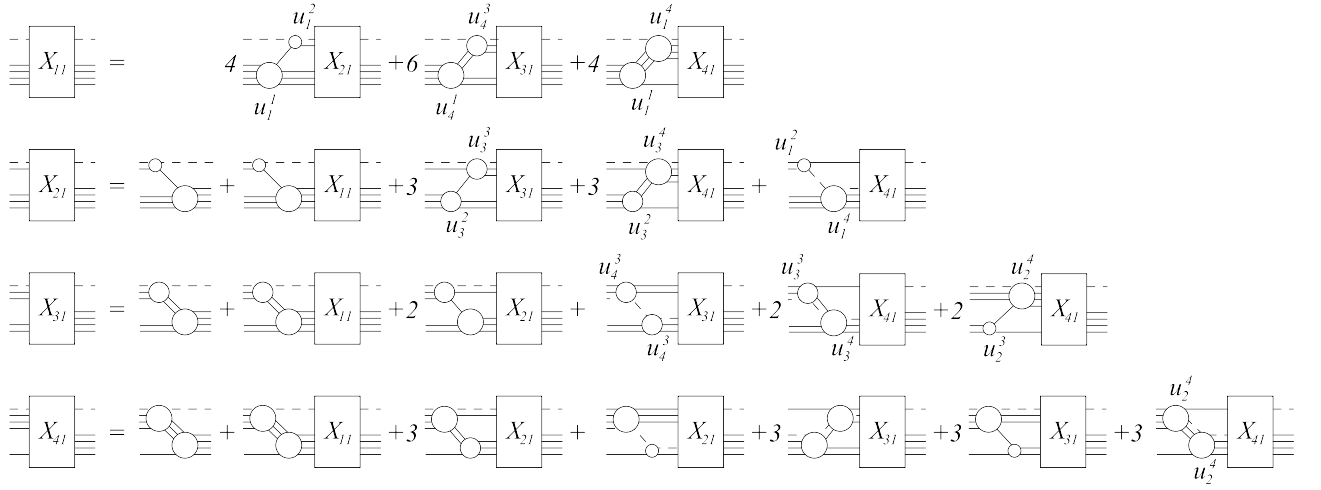


Рис. 9 — Графическое представление эффективных квази-двухчастичных уравнений для рассеяния в системе пяти тел $\eta - 4N$. Обозначения как на рис. 1.

разбиениях α_n и α_{n-1}

$$X_{\alpha_{n+1}a, \beta_{n+1}b}^{\alpha_n} = \sum_{kl} \left| \begin{array}{c} \alpha_n k \\ \alpha_{n+1} a \end{array} \right\rangle \Delta_{kl}^{\alpha_n} \left\langle \begin{array}{c} \alpha_n l \\ \beta_{n+1} b \end{array} \right|, \quad (94)$$

$$X_{\alpha_n a, \beta_n b}^{\alpha_{n-1}} = \sum_{kl} \left| \begin{array}{c} \alpha_{n-1} k \\ \alpha_n a \end{array} \right\rangle \Delta_{kl}^{\alpha_{n-1}} \left\langle \begin{array}{c} \alpha_{n-1} l \\ \beta_n b \end{array} \right|$$

используются для построения эффективных потенциалов $Z_{\alpha_{n-1}a, \beta_{n-1}b}^{\alpha_{n-2}}$ согласно общему выражению

$$Z_{\alpha_{n-1}a, \beta_{n-1}b}^{\alpha_{n-2}} = (1 - \delta_{\alpha_{n-1}\beta_{n-1}}) \sum_{\gamma_n, kl} \left\langle \begin{array}{c} \alpha_{n-1} a \\ \gamma_n k \end{array} \right| \Delta_{kl}^{\gamma_n} \left| \begin{array}{c} \beta_{n-1} b \\ \gamma_n l \end{array} \right\rangle, \quad (95)$$

$$\gamma_n \subset \alpha_{n-1}, \gamma_n \subset \beta_{n-1}, \alpha_{n-1}, \beta_{n-1} \subset \alpha_{n-2}.$$

Потенциалы (95) порождают матрицы X в разбиении α_{n-2} :

$$X_{\alpha_{n-1}a, \beta_{n-1}b}^{\alpha_{n-2}} = Z_{\alpha_{n-1}a, \beta_{n-1}b}^{\alpha_{n-2}} + \sum_{\gamma_{n-1}, kl} Z_{\alpha_{n-1}a, \gamma_{n-1}k}^{\alpha_{n-2}} \Delta_{kl}^{\gamma_{n-1}} X_{\gamma_{n-1}l, \beta_{n-1}b}^{\alpha_{n-2}},$$

$$\alpha_{n-1}, \beta_{n-1}, \gamma_{n-1} \subset \alpha_{n-2}. \quad (96)$$

В действительности, уравнения (96) в таком виде решаются лишь для нахождения амплитуд $X_{\alpha_{2m}, \beta_{2n}}$. В других разбиениях α_n с $n > 2$ использу-

ются, фактически, только их ядра для получения сепарабельного представления амплитуды $X_{\alpha_{n-1}a, \beta_{n-1}b}^{\alpha_{n-2}}$. Начав с $n = 4$ после трехкратного повторения описанной выше процедуры мы приведем исходные уравнения для пяти частиц к квази-двухчастичным уравнениям, имеющим структуру уравнений Липпмана-Швингера для связанных каналов.

4 Заключение

В диссертации представлен метод решения задачи пяти тел, основанный на уравнениях Альта-Грассбергера-Сандхаса. Метод можно рассматривать как обобщение схемы решения четырехтельной проблемы, приведенной в работе [26]. Его ключевым звеном является сепарабельное разложение амплитуд в двух-, трех- и четырехчастичных подсистемах. Получающиеся таким образом уравнения имеют форму двухчастичных уравнений Липпмана-Швингера для многоканальной задачи. В качестве неоднородных членов в этих уравнениях выступают обобщенные потенциалы, описывающие обмен частицей или группой частиц между двумя кластерами, либо два независимых кластера, между которыми возможен обмен энергией.

Важной особенностью задачи пяти тел является то, что, как показано в работе, в ней появляются потенциалы, которые по своей структуре принципиально отличаются от обобщенных потенциалов в задаче трех и четырех тел. По этой причине „эвристический“ подход, который сразу позволил бы записать пятичастичные уравнения по той же схеме, по которой получены уравнения для четырех частиц, невозможен.

Непосредственные выкладки проведены для системы, содержащей η -мезон и четыре нуклона. Таким образом, точное решение нерелятивистской задачи пяти тел впервые получено непосредственно, без перехода к вариационной формулировке.

Помимо η -мезонов, различные теории, как кварковые, так и чисто феноменологические, предсказывают притягивающий характер взаимодействия с нуклонами также для некоторых тяжелых чармированных мезонов, например, η_c . Здесь взаимодействие имеет уже не резонансный характер, как в случае ηN , а обусловлено одноглюонным обменом между кварками, входящими в состав чармированного мезона η_c и нуклона. Следствием этой особенности является экзотический характер $\eta_c N$ взаимодействия. А именно,

оно является очень интенсивным, но при этом характеризуется довольно малым радиусом действия сил. Естественным является вопрос о существовании связанных состояний этих мезонов с ядрами и возможности их экспериментального исследования.

Кроме того, полученные нами уравнения в силу своей универсальности и эффективности открывают широкие возможности для решения аналогичных задач взаимодействия в других системах адронов. Сюда следует отнести пятинуклонные системы (в первую очередь ${}^5\text{He}$ и ${}^5\text{Li}$), гиперядра, а также системы, содержащие ядро ${}^4\text{He}$ и K -мезон, η' -мезон и т.д.

Список использованной литературы

1. Wilkin C. Near-threshold production of η mesons / C. Wilkin // Physical Review C. — 1993. — V. 47, № 3 — P. R938.
2. Haider Q. Dependence of calculated binding energies and widths of eta mesic nuclei on treatment of subthreshold eta nucleon interaction / Q. Haider and L. C. Liu // Physical Review C. — 2002. — V. 66, № 3— P. 045208.
3. Xie J. J. Determination of the $\eta^3\text{He}$ threshold structure from the low energy $pd \rightarrow \eta^3\text{He}$ reaction // J. J. Xie, W. H. Liang, E. Oset, P. Moskal, M. Skurzok and C. Wilkin, Physical Review C — 2017. — V. 95, № 1 — P. 015202.
4. Ikeno N. η -nucleus interaction from the $d+d$ reaction around the η production threshold // N. Ikeno, H. Nagahiro, D. Jido and S. Hirenzaki, European Physical Journal A — 2017. — V. 53, № 10 — P. 194.
5. Rakityansky S. A. Quasibound states of eta nucleus systems // S. A. Rakityansky, S. A. Sofianos, M. Braun, V. B. Belyaev and W. Sandhas, Physical Review C — 1996. — V. 53 — P. R2043.
6. Kelkar N. G. Possible eta-mesic ^3He states within the finite rank approximation // N. G. Kelkar, K. P. Khemchandani and B. K. Jain, J. Phys. G — 2006. — V. 32 — P. L19.
7. Skurzok M. Searching for η -mesic Helium with WASA-at-COSY facility M. Skurzok, W. Krzemień, O. Rundel and P. Moskal, EPJ Web Conf. — 2016. — V. 117 — P. 02005.
8. Adlarson P. Search for η -mesic ^4He in the $dd \rightarrow ^3\text{He}n\pi^0$ and $dd \rightarrow ^3\text{He}p\pi^-$ reactions with the WASA-at-COSY facility // P. Adlarson *et al.*, Nuclear Physics A — 2017. — V. 959 — P. 102.
9. Wycech S. Are there eta helium bound states? // S. Wycech, A. M. Green and J. A. Niskanen, Physical Review C — 1995. — V. 52 — P. 544.

10. Lebedev A. I. Cross-sections for production of eta nuclei by photons // A. I. Lebedev and V. A. Tryasuchev, Journal of Physics G — 1991. — V. 17 — P. 1197.
11. Krusche B. Photoproduction of Mesons off Light Nuclei – the Search for η -Mesic Nuclei // B. Krusche *et al.* [Crystal Ball and TAPS Collaborations], Acta Physica Polonica B — 2010. — V. 41 — P. 2249.
12. Hanhart C. Comment on ‘Photoproduction of eta-mesic ${}^3\text{He}$ ’ // C. Hanhart, Physical Review Letters — 2005. — V. 94 — P. 049101.
13. Pheron F. Coherent photoproduction of eta-mesons off ${}^3\text{He}$ - search for eta-mesic nuclei // F. Pheron *et al.*, Physics Letters B — 2012. — V. 709 — P. 21.
14. Calen H. Measurement of the quasifree $p + n \rightarrow d + \eta$ reaction near threshold // H. Calen *et al.*, Physical Review Letters 1997. — V. 79 — P. 2642.
15. Bilger R. Measurement of the $pd \rightarrow pd\eta$ cross-section in complete kinematics // R. Bilger *et al.*, Physical Review C — 2004. — V. 69 — P. 014003.
16. Mayer B. The Reactions $dp \rightarrow {}^3\text{He}\eta$ and $dp \rightarrow {}^3\text{He}\pi^+\pi^-$ near the eta threshold // B. Mayer *et al.*, Physical Review C — 1996. — V. 53 — P. 2068.
17. Mersmann T. Precision study of the η ${}^3\text{He}$ system using the $dp \rightarrow {}^3\text{He}\eta$ reaction // T. Mersmann *et al.*, Physical Review Letters — 2007. — V. 98 — P. 242301.
18. Smyrski J. Measurement of the $dp \rightarrow {}^3\text{He}\eta$ reaction near threshold // J. Smyrski *et al.*, Physics Letters B — 2007. — V. 649 — P. 258.
19. Pfeiffer M. Photoproduction of eta mesic ${}^3\text{He}$ // M. Pfeiffer *et al.*, Physical Review Letters — 2004. — V. 92 — P. 252001.
20. Frascaria R. Total $d+d \rightarrow \alpha + \eta$ cross sections near threshold // R. Frascaria *et al.*, Physical Review C — 1994. — V. 50, № 2 — P. R537.

21. Willis N. eta - helium quasibound states // N. Willis *et al.*, Physics Letters B — 1997. — V. 406 — P. 14.
22. Wronska A. Near threshold eta meson production in the $dd \rightarrow {}^4\text{He}\eta$ reaction // A. Wronska *et al.*, European Physical Journal A — 2005. — V. 26 — P. 421.
23. Budzanowski A. Cross Section and Tensor Analysing Power of the $dd \rightarrow \eta\alpha$ Reaction Near Threshold // A. Budzanowski *et al.* [GEM Collaboration], Nuclear Physics A — 2009. — V. 821 — P. 193.
24. Фаддеев Л. Д. Теория рассеяния для системы трех частиц // Л. Д. Фаддеев, Журнал экспериментальной и теоретической физики — 1960. — V. 39 — P. 1459.
25. Якубовский О. А. Об интегральных уравнениях теории рассеяния для N частиц // О. А. Якубовский, Ядерная физика — 1967. — V. 5 — P. 1312.
26. Grassberger P. Systematical treatment of the non-relativistic n-particle scattering problem // P. Grassberger and W. Sandhas, Nuclear Physics B — 1967. — V. 2 — P. 181.
27. Fix A. Solution of the five-body η^4 He problem with separable pole expansion method // A. Fix and O. Kolesnikov, Physics Letters B — 2017. — V. 772 — P. 663.
28. Fix A. Systematic few-body analysis of eta-d, eta-3He and eta-4He interaction at low energies // A. Fix and O. Kolesnikov, arXiv:1801.09901 [nucl-th].
29. Gloeckle W. The Quantum Mechanical Few-Body Problem // W. Gloeckle, Springer, — 1983. — 198 с.
30. Lovelace C. Practical theory of three particle states. 1. Nonrelativistic // C. Lovelace, Physical Review — 1964. — V. 135 — P. B1225.
31. Afnan I. R. Faddeev Approach to Pion Production and Pion Deuteron Scattering // I. R. Afnan and A. W. Thomas, Physical Review C — 1974. — V. 10 — P. 109.

32. Fix A. The Eta-3N problem with separable interactions // A. Fix and H. Arenhövel, Physical Review C — 2003. — V.68 — P. 044002.
33. Stingl M. Complete angular momentum analysis of Faddeev-Lovelace equations based on non-central pair forces // M. Stingl and A. S. Rinat, Nuclear Physics A — 1970. — V.154 — P. 613.
34. Alt E. O. Treatment of the Three- and Four-Nucleon Systems by a Generalized Separable-Potential Model // E. O. Alt, P. Grassberger and W. Sandhas, Physical Review C — 1970. — V.1 — P. 85.

Отчет о проверке на заимствования №1

Автор: kolesnikov-ov@bk.ru / ID: 3085776

Проверяющий: (kolesnikov-ov@bk.ru / ID: 3085776)

Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат»- <http://www.antiplagiat.ru>

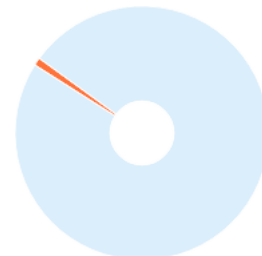
ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 6
Начало загрузки: 10.06.2018 11:04:48
Длительность загрузки: 00:00:01
Имя исходного файла:
Магистерская_Колесников
Размер текста: 631 кБ
Символов в тексте: 48400
Слов в тексте: 6756
Число предложений: 814

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Последний готовый отчет (ред.)
Начало проверки: 10.06.2018 11:04:50
Длительность проверки: 00:00:02
Комментарии: не указано
Модули поиска:

ЗАИМСТВОВАНИЯ	ЦИТИРОВАНИЯ	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ
0,19%	0%	99,81%



Заимствования — доля всех найденных текстовых пересечений, за исключением тех, которые система отнесла к цитированиям, по отношению к общему объему документа.
Цитирования — доля текстовых пересечений, которые не являются авторскими, но система посчитала их использование корректным, по отношению к общему объему документа. Сюда относятся оформленные по ГОСТу цитаты; общеупотребительные выражения; фрагменты текста, найденные в источниках из коллекций нормативно-правовой документации.

Текстовое пересечение — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.

Источник — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.

Оригинальность — доля фрагментов текста проверяемого документа, не обнаруженных ни в одном источнике, по которым шла проверка, по отношению к общему объему документа.

Заимствования, цитирования и оригинальность являются отдельными показателями и в сумме дают 100%, что соответствует всему тексту проверяемого документа.

Обращаем Ваше внимание, что система находит текстовые пересечения проверяемого документа с проиндексированными в системе текстовыми источниками. При этом система является вспомогательным инструментом, определение корректности и правомерности заимствований или цитирований, а также авторства текстовых фрагментов проверяемого документа остается в компетенции проверяющего.

№	Доля в отчете	Доля в тексте	Источник	Ссылка	Актуален на	Модуль поиска	Блоков в отчете	Блоков в тексте
[01]	0,19%	0,19%	Фоторождение и рассеяние ...	http://sun.tsu.ru	15 Ноя 2012	Модуль поиска Интернет	1	1