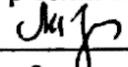


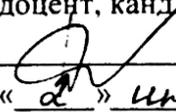
Министерство образования и науки Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Факультет прикладной математики и кибернетики
Кафедра прикладной математики

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ В ГЭК
Руководитель ООП
д-р техн. наук, профессор
 К.И. Лившиц
« 2 » июня 2017 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА
АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОСТАВКАМИ С ПРОГНОЗИРОВАНИЕМ

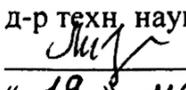
по основной образовательной программе подготовки бакалавров
по направлению подготовки 38.03.01 Экономика,
профилю подготовки «Математические методы в экономике»

Малахова Татьяна Евгеньевна

Руководитель ВКР
доцент, канд. техн. наук
 Г.Н. Решетникова
« 2 » июня 2017 г.

Автор работы
студент группы № 1133
 Т.Е. Малахова

Министерство образования и науки Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Факультет прикладной математики и кибернетики
Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ
Руководитель ООП
д-р техн. наук, профессор
 К.И. Лившиц
« 19 » мая 2017 г.

ЗАДАНИЕ

по подготовке ВКР бакалавра
студенту Малаховой Татьяне Евгеньевне группы № 1133

1. Тема ВКР «Адаптивное управление поставками с прогнозированием»

2. Срок сдачи студентом выполненной ВКР:

а) на кафедре: 02.06.2017

б) в ГЭК: 08.06.2017

3. Исходные данные к работе: На основе выполненной курсовой работы разработать алгоритмы управления поставками с прогнозированием при использовании скидок. Необходимо рассмотреть постоянные во времени скидки и скидки, устанавливаемые при выполнении некоторого критерия. Проверить качество работы системы управления с помощью численного моделирования.

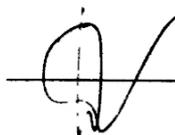
4. Краткое содержание работы: Построение математической модели для управления поставками с учетом скидок. Формирование объемов поставок на основе минимизации математического ожидания критерия обобщенной работы. Использование алгоритмов адаптивного управления. Модификация алгоритма управления с целью слежения только за уровнем желаемой прибыли. Учет ограничений на объем поставок, позволяющих избежать избытка и недостатка товара на складе. Осуществить анализ работоспособности и качества предложенных алгоритмов с помощью численного моделирования.

5. Организация, по заданию которой выполняется работа: Национальный исследовательский Томский государственный университет.

6. Перечень графического материала (с точным указанием обязательных чертежей):
39 рисунков, 3 таблиц.

7. Дата выдачи задания « 19 » мая 2017 г.

Руководитель ВКР
канд. техн. наук, доцент кафедры
прикладной математики НИ ТГУ

 Г. Н. Решетникова

Задание принял к исполнению 19 мая 2017 Малахова
дата, подпись студента

РЕФЕРАТ

Малахова Татьяна Евгеньевна

«АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОСТАВКАМИ С ПРОГНОЗИРОВАНИЕМ»

ВКР содержит 54 страницы, 3 раздела, 39 рисунков, 3 таблицы, 3 приложения, 10 источников литературы.

В настоящей работе рассматривается задача управления поставками товара для торговой компании при использовании прогнозирующей модели с возможностью отслеживания желаемого дохода при использовании скидок.

Цели работы:

1. Построение математической модели для управления поставками;
2. Разработка алгоритмов адаптивного управления для формирования объемов поставок при использовании скидок
3. Создание системы ограничений для объемов поставок, позволяющих избежать как недостатка, так и избытка товаров на складе;
4. Проведение численного моделирования и анализ результатов.

Результаты: Построена математическая модель для управления поставками. Разработаны алгоритмы формирования объемов поставок на основе минимизации математического ожидания критерия обобщенной работы при отслеживании части компонент вектора заданного состояния. Рассмотрены алгоритмы адаптивного управления объемами поставок с учетом скидок. Предложена система ограничений на объем поставок, позволяющих избежать избытка и недостатка товара на складе. Проведен анализ работоспособности и качества предложенных алгоритмов путем численного моделирования.

Для численных расчетов использовался пакет MathCad 14.0.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1 Построение математической модели для управления поставками	7
2 Алгоритмы управления.....	10
2.1 Управление объемами поставок по критерию обобщенной работы	10
2.2 Синтез управляющих воздействий при модификации критерия обобщенной работы с использованием прогнозирующей модели	11
2.3 Оценивание состояний и параметров модели	14
2.3.1 Описание стохастической модели и информационной системы	14
2.3.2 Оценивание состояния и параметров модели	15
2.4 Ограничения	18
2.4.1 Ограничения на компоненты вектора состояния.....	19
2.4.2 Ограничения на объем поставок.....	19
2.5 Модификации алгоритма управления	20
2.5.1 Формирование объема поставок при отслеживании желаемого дохода ...	20
2.5.2 Формирование объема поставок при прогнозировании заданного состояния.....	22
2.6 Адаптивное управление поставками с учетом скидок	23
3 Численное моделирование.....	25
3.1 Описание исходных данных	26
3.2 Построение функций для аппроксимации объемов поставок и прибыли	27
3.3 Построение расчетных функций.	28
3.4 Моделирование с использованием модификации функционала обобщенной работы при отслеживании дохода	29
3.5 Моделирование с использованием модификации функционала обобщенной работы при прогнозировании заданного состояния	32
3.6 Моделирование при использовании скидок	33
3.7 Сравнение результатов моделирования	40
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	42
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	43
Приложение А Программная реализация моделирования без введения скидок .	45
Приложения Б Программная реализация моделирования однодневных скидок, автоматически устанавливаемых в момент падения реализуемого дохода от желаемого	48
Приложение В Программная реализация моделирования однодневных скидок, устанавливаемых раз в неделю	52

ВВЕДЕНИЕ

В условиях рыночной экономики предпринимателям всё сложнее удовлетворять спрос клиентов. Конкуренция на рынке товаров и услуг заставляет предпринимателей разрабатывать всё новые формы работы с покупателями. В связи, с чем участники рынка должны постоянно совершенствовать качество продукции, сервис обслуживания и другие факторы, на основе которых клиент сделает выбор в пользу той или иной торговой фирмы.

По характеру развития конкуренция подразделяется на ценовую и неценовую. Первая подразумевает искусственное сбивание цен на данную продукцию, то есть основным инструментом влияния на выбор клиента являются цены. Неценовая конкуренция проводится посредством совершенствования качества продукции, сервиса обслуживания клиентов, технологии производства, продаж с помощью рекламы, внедрения инноваций и прочего.

Методы неценовой конкуренции подразделяются на 3 группы:

1. Методы обеспечения конкурентных преимуществ. Сюда относят выпуск новых товаров, изменение качества продукции и др.
2. Методы рекламы и связи с общественностью.
3. Методы стимулирования сбыта. То есть кратковременные меры материального характера, поощряющие покупку товара.

Одним из способов стимулирования продаж является введение скидок. Исторически скидки появились и стали использоваться в условиях уличной торговли, когда продавец в результате торга предоставлял скидку тому покупателю, который приобретает больше товаров. В настоящее время практика предоставления скидок используется крупными и средними компаниями, организациями малого бизнеса и индивидуальными предпринимателями. Основными целями скидок являются увеличение товарооборота и сокращение товарных запасов. Их популярность часто обусловлена и психологическим фактором, так как покупатели видят выгоду от покупки товара при сокращении своих затрат.

Также в настоящее время осуществляется этап информатизации, который характеризуется расширением внедрения информационно-вычислительных систем, созданием и развитием методов автоматического управления, с применением следящих систем управления для совмещенного синтеза, что позволяет своевременно реагировать на изменения рыночной ситуации.

Построение математической модели управления с возможностью отслеживания желаемого дохода при использовании скидок позволяет торговым фирмам планировать внедрение скидок более эффективным способом.

1 Построение математической модели для управления поставками

Для того чтобы применять информационные технологии для управления необходимо построить математическую модель.

Уравнения динамики объема товара на складах торговой фирмы и у потребителя можно записать в виде

$$\begin{aligned}\dot{z}(t) &= k_3 u(t) - k_4 (Y(t) - v(t)) z(t) - k_1 z(t), \quad z(t_0) = z_0, \\ \dot{v}(t) &= k_4 (Y(t) - v(t)) z(t) - k_2 v(t), \quad v(t_0) = v_0.\end{aligned}\tag{1.1}$$

Доход от реализации товара складывается из разности от объема проданного товара и затрат на его хранение. Тогда уравнение динамики дохода можно записать в виде

$$\begin{aligned}\dot{w}(t) &= k_4 (Y(t) - v(t)) z(t) - u(t) - k_5 z(t), \\ w(t_0) &= w_0.\end{aligned}\tag{1.2}$$

В (1.1) и (1.2) используются следующие обозначения величин, которые заданы в денежных единицах (руб.):

$u(t)$ – объем поставляемого товара в единицу времени в ценах поставки;

$\omega(t)$ – управление, задающее изменение объемов поставок

$z(t)$ – объем товара на складе торговой фирмы в ценах продажи;

$v(t)$ – объем товара у потребителей в ценах продажи;

$Y(t)$ – потенциальный спрос в ценах продажи (объем продукции, который способен мгновенно удовлетворить спрос);

$w(t)$ – доход от реализации товара;

k_1 – коэффициент, характеризующий порчу товара при хранении на складе;

k_2 – коэффициент, характеризующий скорость потребления;

k_3 – коэффициент, характеризующий торговую наценку;

k_4 – коэффициент, характеризующий темп продаж;

k_5 – коэффициент, характеризующий плату за хранение товара.

Запишем уравнения (1.1) и (1.2) в терминах пространства состояний. Пусть $x(t) = (z(t), v(t), w(t))^T$ – вектор состояния, который характеризует объем товара на складе, объем товара у потребителя и доход от реализации товара. Тогда нелинейную динамическую модель, описывающую процесс закупок и продажи товара, можно записать в виде

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1.3)$$

где

$$f(t, x(t), u(t)) = \begin{pmatrix} k_3 u(t) - k_4 (Y(t) - v(t)) z(t) - k_1 z(t) \\ k_4 (Y(t) - v(t)) z(t) - k_2 v(t) \\ k_4 (Y(t) - v(t)) z(t) - u(t) - k_5 z(t) \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

Заметим, что модель (1.3) сформулирована в терминах дифференциальных уравнений лишь для удобства теоретического анализа и простоты записи. Для экономической системы более адекватным является описание в терминах уравнений дискретного времени, когда время меняется с шагом, равным расчетному периоду (день, неделя, месяц).

Линеаризацию модели (1.1), (1.2) будем проводить с использованием формулы Тейлора

$$\dot{x}(t) = \left. \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x} \right|_{x=x^{(p)}(t)} x(t) + \left. \frac{\partial f(\cdot)}{\partial u} \right|_{u=u^{(p)}(t)} u(t), \quad (1.5)$$

где $x^{(p)}(t)$ – вектор расчетных значений, описывающий объем товара на складе, у потребителя и доход в момент времени t , где $\phi_s(t), \phi_z(t)$ описывают расчетные значения текущего спроса и объема товара на складе.

Обозначим

$$\bar{A}(t) = \left. \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x} \right|_{x=x^{(p)}(t)}, \quad \bar{B}(t) = \left. \frac{\partial f(\cdot)}{\partial u} \right|_{u=u^{(p)}(t)}.$$

Тогда математическая модель для управления поставками примет вид системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t) = \bar{A}(t)x(t) + \bar{B}(t)u(t), \quad x(t_0) = x_0. \quad (1.6)$$

Матрицы $\bar{A}(t), \bar{B}(t)$ динамических свойств и влияния управляющих воздействий, которые имеют вид

$$\bar{A}(t) = \begin{pmatrix} -k_4\phi_s(t) - k_1 & k_4\phi_z(t) & 0 \\ k_4\phi_s(t) & -k_4\phi_z(t) - k_2 & 0 \\ k_4\phi_s(t) - k_5 & -k_4\phi_z(t) & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{B}(t) = \begin{pmatrix} k_3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

Для формирования объема поставок используется дискретная модель, которая представляется в виде

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k), \quad x(0) = x_0, \quad (1.8)$$

где $A(k) = I_3 + \Delta t \bar{A}(t_k)$, $B(k) = \Delta t \bar{B}(t_k)$, $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ — шаг дискретизации, k соответствует моменту времени $t_k = t_0 + k\Delta t$, $k = \overline{0, N}$, I_3 — единичная матрица третьего порядка.

2 Алгоритмы управления

Будем формировать управление с помощью квадратичного критерия обобщенной работы. Термин «*критерий обобщенной работы*» был введен А.А.Красовским.

2.1 Управление объемами поставок по критерию обобщенной работы

Математическую модель зададим в виде (1.6), а минимизируемый функционал запишем в виде

$$J = \frac{1}{2} x^T(T) E x(T) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [x^T(t) C x(t) + u^T(t) D u(t) + u_{op}^T(t) D u_{op}(t)] dt, \quad (2.1)$$

где $u_{op}(t)$ – оптимальное управление, доставляющее минимум функционалу, имеющее вид

$$u(t) = u_{op}(t) = -D^{-1} \bar{B}^T(t) \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^T, \quad (2.2)$$

где $V = V(x, t)$ является решением линейного уравнения в частных производных с граничным условием

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \bar{A}(\tau) x(\tau) &= -\frac{1}{2} x^T(\tau) C x(\tau), \\ V(T) &= \frac{1}{2} x^T(T) E x(T). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Если искать решение задачи (2.3) в виде квадратичной формы

$$V(t) = \frac{1}{2} x^T(t) L(t) x(t),$$

то оптимальное управление примет вид

$$u(t) = u_{op}(t) = -D^{-1} \bar{B}^T(t) L(t) x(t), \quad (2.4)$$

где $L(t)$ является решением линейного матричного дифференциального уравнения Ляпунова

$$\begin{aligned}\dot{L}(\tau) &= -L(\tau)\bar{A}(\tau) - \bar{A}^T(\tau)L(\tau) - C, \\ L(T) &= E.\end{aligned}$$

Недостаток этого метода заключается в том, что управление (2.4) является оптимальным при «свободном» поведении модели, т.е. при $u \equiv 0$ [7]. При нулевом управлении поведение объекта может значительно отличаться от реального управляемого поведения объекта, что может привести объект в область далёкую от реально достигаемой.

2.2 Синтез управляющих воздействий при модификации критерия обобщенной работы с использованием прогнозирующей модели

Можно получить лучшие результаты, если «свободным» считать поведение объекта при фиксированном значении управляющих воздействий. Пусть задача управления формулируется как управление темпом изменения объемов поставок. В этом случае математическая модель, используемая для управления, представляется в виде

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \bar{A}(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(t_0) = x_0, \\ \dot{\omega}(t) &= \omega(t), \quad \omega(t_0) = \omega_0,\end{aligned}\tag{2.5}$$

где $u(t)$ – вектор, описывающий объем поставок, а $\omega(t)$ – вектор управления, который задает темп их изменения.

В этом случае минимизируемый функционал обобщенной работы запишется следующим образом

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T \left[x^T(t)Cx(t) + u^T(t)D_2u(t) + \omega^T(t)D_1\omega(t) + \omega_{op}^T(t)D_1\omega_{op}(t) \right] dt, \tag{2.6}$$

а модель, описывающая «свободное» движение объекта на интервале оптимизации, называемая прогнозирующей моделью, имеет вид

$$\begin{aligned}\dot{x}_M(\tau) &= \bar{A}(\tau)x_M(\tau) + \bar{B}(\tau)u_M(\tau), \quad x_M(t_0) = x_0, \\ \dot{u}_M(\tau) &= 0, \quad u_M(t_0) = u_0,\end{aligned}\tag{2.7}$$

где « M » - указывает на принадлежность прогнозирующей модели. Тогда

$$\omega_{op}(t) = -D_1^{-1} \left(\frac{\partial V}{\partial u} \right)^T,\tag{2.8}$$

где функция $V = V(t, x, u)$ удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\frac{1}{2} \left[x_M^T(\tau) C x_M(\tau) + u_M^T(\tau) D_2 u_M(\tau) \right], \\ V(T) &= 0.\end{aligned}\tag{2.9}$$

Заметим, что (2.9) справедливо для модели (2.7). Распишем в уравнении для $V = V(t, x, u)$ полную производную функции

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial V}{\partial x_M} \dot{x}_M(\tau) = -\frac{1}{2} \left[x_M^T(\tau) C x_M(\tau) + u_M^T(\tau) D_2 u_M(\tau) \right]\tag{2.10}$$

и обозначим

$$W_1 = \left(\frac{\partial V}{\partial x_M} \right)^T, \quad W_2 = \left(\frac{\partial V}{\partial u_M} \right)^T,\tag{2.11}$$

n -мерный и m -мерный векторы-столбцы.

Тогда на траектории поведения модели (2.7) полные производные для W_1 и W_2 будут равны

$$\begin{aligned}\dot{W}_1 &= \frac{\partial W_1}{\partial \tau} + \frac{\partial W_1}{\partial x_M} \dot{x}_M, \\ \dot{W}_2 &= \frac{\partial W_2}{\partial \tau} + \frac{\partial W_2}{\partial x_M} \dot{x}_M.\end{aligned}\tag{2.12}$$

Если последовательно продифференцировать (2.10) по x_M, u_M и подставить уравнения для модели, то, с учетом обозначений (2.12), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\dot{W}_1(\tau) &= -\bar{A}^T(\tau)W_1(\tau) - Cx_M(\tau), \quad W_1(T) = 0, \\ \dot{W}_2(\tau) &= -\bar{B}^T(\tau)W_2(\tau) - D_2u_M(\tau), \quad W_2(T) = 0.\end{aligned}$$

С помощью решения полученной системы в обратном времени найдем управление в момент t , которое будет равно

$$\omega_{op}(t) = -D_1^{-1}W_2(t). \quad (2.13)$$

При формировании управляющих воздействий по критерию (2.6) может получиться не очень хороший результат, так как оптимизация осуществляется на интервале $[t_0, T]$, который может быть достаточно большим. При этом используется модель «свободного» поведения объекта.

В связи с этим оптимизация критерия осуществляется на скользящем интервале $[t_k, t_k + l_p \Delta t]$, где $l_p \Delta t$ – длина интервала оптимизации. Кроме того при формировании управления осуществляется отслеживание заданного состояния $x_z(\cdot)$. Тогда критерий оптимизации задается в виде

$$\begin{aligned}J(t_k) = \frac{1}{2}M \left\{ \int_{t_k}^{t_k + l_p \Delta t} [x(t) - x_z(t)]^T C(x(t) - x_z(t)) + u^T(t)D_2u(t) + \right. \\ \left. + \omega^T(t)D_1\omega(t) + \omega_{op}^T(t)D_1\omega_{op}(t) \right\} dt, \quad (2.14)\end{aligned}$$

Прогнозирующая модель, описывающая свободное поведение модели на интервале оптимизации будем задавать в виде

$$x_M(j+1) = A(k)x_M(j) + B(k)u(k) + F(k)\bar{q}(k), \quad j = \overline{k, k + l_p - 1}. \quad (2.15)$$

Изменение объема поставок, которое задается при оптимизации функционала (2.14) и при использовании прогнозирующей модели (2.15), находится следующим образом

$$\omega_{op}(k) = \omega(k) = -D_1^{-1}W_2(k), \quad u(k+1) = u(k) + \Delta t \omega(k), \quad (2.16)$$

где $W_2(k)$ определяется из решения в обратном времени системы разностных уравнений

$$\begin{aligned}
 g_M(j-1) &= 2g_M(j) - A(k)g_M(j) - B(k)u(k) - F(k)\bar{q}(k), \\
 g_M(k+l_p) &= x_M(k+l_p), \\
 W_1(j-1) &= A^T(k)W_1(j) + \Delta t C(g_M(j) - x_z(t)), \\
 W_1(k+l_p) &= 0, \\
 W_2(j-1) &= W_2(j) + B^T(k)W_1(j) + \Delta t D_2 u(k), \\
 W_2(k+l_p) &= 0, \\
 j &= k+l_p, k+l_p-1, \dots, k+1.
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

2.3 Оценивание состояний и параметров модели

Синтез управляющих воздействий в реальных условиях осуществляется с использованием информации, которая достаточно часто бывает неполной и имеет ошибки.

2.3.1 Описание стохастической модели и информационной системы

При управлении поставками в реальной ситуации необходимо учитывать влияние случайных факторов. В связи с этим математическая модель для управления поставок примет вид

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= \bar{A}(t)x(t) + \bar{B}(t)u(t) + \bar{F}(t)q(t), \quad x(t_0) = x_0, \\
 \dot{u}(t) &= \omega(t), \quad u(t_0) = u_0,
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Вектор $q(t)$ описывает действие случайных факторов, которые будем задавать гауссовскими случайными величинами с характеристиками

$$M \{q(t)\} = \bar{q}(t), \quad M \{(q(t) - \bar{q}(t))(q(\tau) - \bar{q}(\tau))^T\} = Q(t)\delta(t - \tau)$$

где $\delta(t - \tau)$ – дельта - функция Дирака. Матрица $\bar{F}(t)$ определяет влияние случайных факторов в модели.

Тогда дискретная модель представляется в виде

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k) + B(k)u(k) + F(k)q(k), \quad x(0) = x_0, \\ u(k+1) &= u(k) + \Delta t \omega(k), \quad u(0) = u_0, \end{aligned} \quad (2.19)$$

где $A(k) = I_3 + \Delta t \bar{A}(t_k)$, $B(k) = \Delta t \bar{B}(t_k)$, $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ – шаг дискретизации, k соответствует моменту времени $t_k = t_0 + k\Delta t$, $k = \overline{0, N}$, I_3 – единичная матрица третьего порядка, $q(k)$ – последовательность гауссовских случайных величин с характеристиками

$$\begin{aligned} M\{q(k)\} &= \bar{q}(k), \quad M\{(q(k) - \bar{q}(k))(q(j) - \bar{q}(j))^T\} = Q(k)\delta_{kj}, \\ Q(k) &= \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} M\{(q(t) - \bar{q}(t))(q(\tau) - \bar{q}(\tau))^T\} dt d\tau = Q(t_k)\Delta t, \end{aligned}$$

где δ_{kj} – символ Кронекера. Для того чтобы возмущения $q(t)$ и $q(k)$ имели одни и те же статистические характеристики, матрицу $F(k)$ представим в виде

$$F(k) = \sqrt{\Delta t} \bar{F}(t_k).$$

Будем считать, что математическая модель информационная системы имеет вид

$$y(k) = Hx(k) + r(k), \quad (2.20)$$

где H – матрица, определяющая наличие информации о векторе состояния $x(k)$, $r(k)$ – вектор, описывающий погрешности информационной системы, которые задаются последовательностью гауссовских случайных величин с характеристиками

$$M\{r(k)\} = 0, \quad M\{r(k)r^T(j)\} = R\delta_{kj}, \quad M\{q(k)r^T(j)\} = 0.$$

2.3.2 Оценивание состояния и параметров модели

Так как управление осуществляется при неполной информации о векторе состояния, то возникает необходимость в построении его оценок

$\hat{x}(k) = (\hat{z}(k), \hat{v}(k), \hat{w}(k))^T$. При этом предполагается, что априорное распределение вектора x_0 является гауссовским

$$M\{x_0\} = \bar{x}_0, \quad M\{(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T\} = P_x,$$

где P_x – ковариационная матрица ошибок начальных условий вектора состояния.

Построение оценки $\hat{x}(k+1)$ по результатам измерений $y(k+1)$ осуществляется с помощью рекуррентного алгоритма

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= \hat{x}(k+1/k) + K(k)[y(k+1) - H\hat{x}(k+1/k)], \quad \hat{x}(0) = \bar{x}_0, \\ \hat{x}(k+1/k) &= A(k)\hat{x}(k) + B(k)u(k) + F(k)\bar{q}(k), \\ K(k) &= P(k+1/k)H^T [HP(k+1/k)H^T + R]^{-1}, \\ P(k+1/k) &= A(k)P(k)A^T(k) + F(k)Q(k)F^T(k), \\ P(k+1) &= [I_n - K(k)H]P(k+1/k), \\ P(0) &= P_{x_0}, \end{aligned} \tag{2.21}$$

где I_n – единичная матрица n -го порядка, вектор $\hat{x}(k+1/k) = A(k)\hat{x}(k) + B(k)u(k) + F(k)\bar{q}(k)$ является экстраполированной оценкой вектора состояния $\hat{x}(k+1)$, $K(k)$ – матрица коэффициентов усиления фильтра.

Для синтеза управления в реальных условиях также необходимо учитывать наличие переменных во времени неизвестных параметров.

Пусть для формирования управляющих воздействий используется математическая модель в виде

$$x(k+1) = A(k, \theta(k))x(k) + B(k, \theta(k))u(k) + F(k)q(k), \quad x(0) = x_0, \tag{2.22}$$

где $\theta(k) - N_\theta$ - мерный вектор переменных во времени неизвестных параметров. При этом предполагается, что элементы матриц A и B линейно зависят от компонент вектора $\theta(k)$ и априорные распределения векторов начальных условий θ_0 и x_0 являются гауссовскими

$$\begin{aligned} M\{x_0\} &= \bar{x}_0, \quad M\{(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T\} = P_{x_0}, \\ M\{\theta_0\} &= \bar{\theta}_0, \quad M\{(\theta_0 - \bar{\theta}_0)(\theta_0 - \bar{\theta}_0)^T\} = P_{\theta_0}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

где P_{θ_0} и P_{x_0} – ковариационные матрицы ошибок начальных условий векторов параметров и состояния модели.

Используемые в адаптивных системах управления алгоритмы оценивания параметров строятся, как правило, на основе гипотезы квазистационарности характеристик объекта управления, то есть $\dot{\theta}(k) = 0$. В соответствии с этой гипотезой оцениваемые параметры или постоянны во времени или изменяются с незначительной скоростью, пренебрежение которой практически не ухудшает оценок, получаемых на ограниченном интервале времени наблюдения.

Таким образом, можно записать дискретную модель изменения параметров в виде

$$\theta(k+1) = \theta(k), \quad \theta(0) = \bar{\theta}_0. \quad (2.24)$$

Информационная система

$$y(k+1) = Hx(k+1) + r(k+1) \quad (2.25)$$

является общей для состояния и параметров модели. Действительно,

$$\begin{aligned} y(k+1) &= HA(k, \theta(k))x(k) + HB(k, \theta(k))u(k) + HF(k)q(k) = \\ &= H\Phi(x(k), u(k))\theta(k) + Hf(x(k), u(k)) + \tilde{q}(k), \end{aligned}$$

где матрица $\Phi(\cdot)$ размерности $n \times N_0$ и вектор-столбец $f(\cdot)$ с n элементами получаются в результате представления системы (2.18) в следующем виде

$$x(k+1) = \Phi(x(k), u(k))\theta(k) + f(x(k), u(k)) + F(k)q(k). \quad (2.26)$$

Тогда вектор, содержащий информацию о процессе можно приближенно представить в виде

$$y(k+1) = H\Phi(\hat{x}(k), u(k))\theta(k) + Hf(\hat{x}(k), u(k)) + \tilde{q}(k).$$

Будем строить оценку вектора параметров $\hat{\theta}(k+1)$ по текущей информации $y(k+1)$ в виде

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + L(k) \left[y(k+1) - H\Phi(\hat{x}(k), u(k))\hat{\theta}(k) - Hf(\hat{x}(k), u(k)) \right], \quad (2.27)$$

где $L(k)$ – коэффициент усиления фильтра, выражение для которого можно получить аналогично коэффициенту усиления $K(k)$ для оценки состояния $\hat{x}(k+1)$.

Таким образом, оценивание состояния и параметров можно осуществлять с помощью двух параллельно работающих дискретных фильтров. Рекуррентный алгоритм для оценки состояния будет иметь вид

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= \hat{x}(k+1/k) + K(k) \left[y(k+1) - H\hat{x}(k+1/k) \right], \quad \hat{x}(0) = \bar{x}_0, \\ \hat{x}(k+1/k) &= A(k, \hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + B(k, \hat{\theta}(k))u(k) + F(k)\bar{q}(k), \\ K(k) &= P_x(k+1/k)H^T \left[HP_x(k+1/k)H^T + R \right]^{-1}, \\ P_x(k+1/k) &= A(k, \hat{\theta}(k))P_x(k)A^T(k, \hat{\theta}(k)) + F(k)Q(k)F^T(k), \\ P(k+1) &= \left[I_n - K(k)H \right] P_x(k+1/k), \quad P(0) = P_{x_0}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Оценку параметров будем получать с помощью рекуррентного алгоритма

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k+1) &= \hat{\theta}(k) + L(k) \left[y(k+1) - Hg(\hat{x}(k), u(k)) - HG(\hat{x}(k), u(k)) \right], \quad \hat{\theta}(0) = \bar{\theta}_0, \\ L(k) &= P_\theta(k)G^T(\hat{x}(k), u(k))H^T M_1^{-1}(k), \\ M(k) &= HG(\hat{x}(k), u(k))P_\theta(k)G^T(\hat{x}(k), u(k))H^T + HF(k)Q(k)F^T(k)H^T + R, \\ P_\theta(k+1) &= \left[I_{N_\theta} - L(k)HG(\hat{x}(k), u(k)) \right] P_\theta(k), \quad P_\theta(0) = P_{\theta_0}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

2.4 Ограничения

Наличие ограничений является характерным свойством экономических систем. При этом различаются ограничения на компоненты вектора состояния и на управление.

2.4.1 Ограничения на компоненты вектора состояния

Исходя из экономического смысла, первые две компоненты вектора состояния, характеризующие объемы товара на складе торговой фирмы и у потребителя, считаются неотрицательными, то есть

$$x_i(k) = \begin{cases} x_i(k), & \text{если } x_i(k) \geq 0, \\ 0, & \text{если } x_i(k) < 0, \quad i = 1, 2. \end{cases} \quad (2.30)$$

2.4.2 Ограничения на объем поставок

Будем формировать объемы поставок таким образом, чтобы избежать как избытка, так и недостатка товара на складе, что приводит к убыткам. В первом случае может возникнуть порча товара, например, при недостатке холодильников, а во втором убытки могут возникнуть за счет отсутствия товара при наличии спроса. Для учета этих требований используются условия, приведенные в [4,11].

Будем предполагать, что товар поставляется только целыми упаковками, время поставки постоянное и плата за товар осуществляется по факту, т.е. в момент его получения. Пусть $z_{\max}(k), z_{\min}(k)$ – значения, задающие максимальный и минимальный объем товара, который может храниться на складе. Кроме того, зададим значение $z_z(k)$ – объем товара, который желательно иметь на складе, например, $z_z(k) = 0,5(z_{\max}(k) + z_{\min}(k))$.

Расчетный темп продаж и оценку объема товара на складе без новой поставки определим в виде

$$\begin{aligned} p(k) &= k_4(\phi_s(k) - v(k))z_z(k), \\ \hat{\delta}(k) &= \hat{z}(k) - l_p p(k). \end{aligned} \quad (2.31)$$

Тогда предварительный объем поставки формируется следующим образом

$$u^{(1)}(k) = \begin{cases} 0, & \hat{\delta}(k) > z_{\min}, \\ u(k), & \hat{\delta}(k) \leq z_{\min}. \end{cases} \quad (2.32)$$

Если $u^{(1)}(k) \neq 0$, то осуществляется дальнейшее уточнение объема поставки.

Оценку объема товара на складе с учетом поставленного товара определим как

$$d(k) = \hat{\delta}(k) + u^{(1)}(k). \quad (2.33)$$

Объем поставки уточняется при использовании неравенства

$$u^{(2)}(k) = \begin{cases} z_{\max} - z_{\min}, & d(k) < z_{\min}, \\ u^{(1)}(k), & z_{\min} \leq d(k) \leq z_{\max}, \\ z_{\max} - z_z, & d(k) > z_{\max}. \end{cases} \quad (2.34)$$

Так как товар поставляется в целых упаковках, то это также необходимо учитывать. Пусть h – стоимость упаковки товара. Тогда выражения

$$\mu(k) = \left[\frac{u^{(2)}(k)}{h} \right], \quad h^*(k) = u^{(2)}(k) - \mu(k)h, \quad (2.35)$$

определяют количество целых упаковок в поставке и остаток.

Окончательно объем поставки определяется следующим образом

$$u^{(3)}(k) = \begin{cases} 0, & \text{если } \mu(k) = 0, \quad h^*(k) \leq 0,5h, \\ \mu(k)s, & \text{если } \mu(k) \neq 0, \quad h^*(k) \leq 0,5h, \\ (\mu(k) + 1)s, & \text{если } \mu(k) \neq 0, \quad h^*(k) > 0,5h. \end{cases} \quad (2.36)$$

2.5 Модификации алгоритма управления

2.5.1 Формирование объема поставок при отслеживании желаемого дохода

Для управления поставками при использовании модели (1.1), (1.2) требуется информация о состоянии склада, об объеме товара у потребителя и получаемом доходе. Однако следует отметить, что сбор таких сведений зачастую связан со значительными материальными потерями, и не под силу мелким и средним

предприятиям. Важную роль при этом играют и затраты как на сбор информации, так и на ее обработку.

Так как наиболее важным для предпринимателя является информация о доходе, то вводится модификация критерия обобщенной работы, при которой формирование объема поставок в момент t_k будет осуществляться при слежении только за величиной желаемого дохода

$$J^{(s)}(t_k) = \frac{1}{2} M \left\{ \int_{t_k}^{t_k + l_p \Delta t} [x^{(s)}(t) - w_z(t_k)]^T C_s [x^{(s)}(t) - w_z(t_k)] + u^T(t) D_2 u(t) + \right. \quad (2.37)$$

$$\left. + \omega^T(t) D_1 \omega(t) + \omega_{op}^T(t) D_1 \omega_{op}(t) \right\} dt,$$

где $S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – вектор, обеспечивающий слежение только за доходом $w_z(\cdot)$, $x^{(s)}(t) = Sx(t)$, C_s, D_1, D_2 – положительные весовые коэффициенты, $u(t)$ – объем поставок, $\omega_{op}(t)$ – управление, задающее темп изменения объема поставок, $l_p \Delta t$ – величина скользящего интервала оптимизации функционала (2.14). При этом динамика дохода на интервале оптимизации $[t_k, t_k + l_p \Delta t]$ описывается системой с постоянными внешним возмущением $\bar{q}(k)$ и постоянным объемом поставок $u(k)$

$$x_M^{(s)}(j+1) = A_s(k) x_M^{(s)}(j) + B_s(k) u(k) + F_s(k) \bar{q}(k), \quad j = \overline{k, k + l_p - 1}, \quad (2.38)$$

$$x_M^{(s)} = S \hat{x}(k).$$

Уравнение (2.38) называется прогнозирующей моделью для дохода, а «М» указывает на принадлежность этой модели. В (2.38)

$$A_s(k) = SA(k)S^T, \quad B_s(k) = SB(k), \quad F_s(k) = SF(k).$$

Изменение объема поставок, которое задается при оптимизации функционала (2.37) и при использовании прогнозирующей модели (2.38), находится следующим образом

$$\omega_{op}(k) = \omega(k) = -D_1^{-1} W_2^{(s)}(k), \quad u(k+1) = u(k) + \Delta t \omega(k), \quad (2.39)$$

где $W_2^{(S)}(k)$ определяется из решения в обратном времени системы разностных уравнений

$$\begin{aligned}
g_M^{(S)}(j-1) &= 2g_M^{(S)}(j) - A_S(k)g_M^{(S)}(j) - B_S(k)u(k) - F_S(k)\bar{q}(k), \\
g_M^{(S)}(k+l_p) &= x_M^{(S)}(k+l_p), \\
W_1^{(S)}(j-1) &= A_S^T(k)W_1^{(S)}(j) + \Delta t C_S(g_M^{(S)}(j) - w_z(t_k)), \\
W_1^{(S)}(k+l_p) &= 0, \\
W_2^{(S)}(j-1) &= W_2^{(S)}(j) + B_S^T(k)W_1^{(S)}(j) + \Delta t D_2 u(k), \\
W_2^{(S)}(k+l_p) &= 0, \\
j &= k+l_p, k+l_p-1, \dots, k+1.
\end{aligned} \tag{2.40}$$

2.5.2 Формирование объема поставок при прогнозировании заданного состояния

Можно предложить модификацию, когда в качестве прогнозирующей модели используется желаемое состояние дохода на интервале оптимизации. Так как в начальный и конечный момент интервала оптимизации доход равен $w_z(t_k)$ и $w_z(t_k+l_p)$, то уравнение, задающее значение дохода на интервале $[t_k, t_k+l_p\Delta t]$ примет вид

$$\begin{aligned}
w_z(t_j) &= \frac{t_j - t_k}{l_p} (w_z(t_k+l_p) - w_z(t_k)) + w_z(t_k), \\
j &= k, k+1, \dots, k+l_p.
\end{aligned} \tag{2.41}$$

При небольшом интервале оптимизации, в качестве прогнозирующего значения дохода можно взять любое значение желаемого дохода на интервале оптимизации, например $w_z(t_k)$. В этом случае изменение объема поставок также вычисляется с помощью соотношения (2.39), а $W_2^{(S)}(k)$ определяется из решения в обратном времени системы разностных уравнений

$$\begin{aligned}
W_1^{(S)}(j-1) &= A_S^T(k)W_1^{(S)}(j) + \Delta t C_S(g_M^{(S)}(j) - w_z(t_k)), \\
W_1^{(S)}(k+l_p) &= 0, \\
W_2^{(S)}(j-1) &= W_2^{(S)}(j) + B_S^T(k)W_1^{(S)}(j) + \Delta t D_2 u(k), \\
W_2^{(S)}(k+l_p) &= 0, \\
j &= k+l_p, k+l_p-1, \dots, k+1.
\end{aligned} \tag{2.42}$$

То есть при такой модификации не используется прогнозирующая модель для описания движения в прямом времени.

2.6 Адаптивное управление поставками с учетом скидок

Скидка – это сумма, на которую продавец снижает цену продажи товара. Существует множество типов скидок: на один день, по дням недели, на любой срок, сезонная скидка и т.д. При этом скидки могут быть как однодневными, так и многодневными. Они могут устанавливаться различными способами: через постоянные промежутки времени и автоматически при выполнении некоторого критерия.

Скидки осуществляются за счет уменьшения торговой наценки и приводят к увеличению скорости продажи и потребления товара, что в свою очередь приводит к увеличению объемов продаж. Таким образом, в матрицах динамических свойств и влияния управляющих воздействий (1.7) коэффициенты k_1, k_5 являются постоянными, а k_2, k_3, k_4 изменяются в момент установления скидок и восстанавливают свои первоначальные значения после их отмены. Так если в момент t устанавливается скидка, равная p_r , то торговая наценка уменьшится и станет равной $k_3^* = (1 - p_r)k_3$. При этом будем предполагать, что темп продаж и потребления пропорционально увеличатся, т.е. $k_4^* = (1 + p_r)k_4$, $k_2^* = (1 + p_r)k_2$. Момент установления скидок и их продолжительность определяются либо менеджером торговой фирмы, либо автоматически при выполнении некоторого критерия.

Тогда матрицы динамических свойств и влияния управляющих воздействий запишутся след образом

$$A(k, k_2^*, k_4^*) = \begin{pmatrix} 1 - k_4^* \phi_s(t) \Delta t - k_1 \Delta t & k_4^* \phi_z(t) \Delta t & 0 \\ k_4^* \phi_s(t) \Delta t & 1 - k_4^* \phi_z(t) \Delta t - k_2^* \Delta t & 0 \\ k_4^* \phi_s(t) \Delta t - k_5 \Delta t & -k_4^* \phi_z(t) \Delta t & 1 \end{pmatrix}, B(k, k_3^*) = \begin{pmatrix} k_3^* \Delta t \\ 0 \\ -\Delta t \end{pmatrix},$$

где

$$k_3^* = \begin{cases} k_3, & \text{если не используются скидки} \\ k_3(1 - p_r), & \text{иначе} \end{cases},$$

$$k_2^* = \begin{cases} k_2, & \text{если не используются скидки} \\ k_2(1 + p_r), & \text{иначе} \end{cases},$$

$$k_4^* = \begin{cases} k_4, & \text{если не используются скидки} \\ k_4(1 + p_r), & \text{иначе} \end{cases}.$$

Пусть неизвестными параметрами являются коэффициенты k_2^* и k_4^* , то есть $\theta = \begin{pmatrix} k_2^* \\ k_4^* \end{pmatrix}$, и для построения оценок вектора состояния $\hat{x}(\cdot)$ и параметров $\hat{\theta}(\cdot)$ используются соотношения (2.28), (2.29). Тогда адаптивное управление будет формироваться с использованием матрицы динамических свойств следующего вида

$$A(k, \hat{\theta}(k)) = \begin{pmatrix} 1 - (\theta(k))_2 \phi_s(t) \Delta t - k_1 \Delta t & (\theta(k))_2 \phi_z(t) \Delta t & 0 \\ (\theta(k))_2 \phi_s(t) \Delta t & 1 - (\theta(k))_2 \phi_z(t) \Delta t - (\theta(k))_1 \Delta t & 0 \\ (\theta(k))_2 \phi_s(t) \Delta t - k_5 \Delta t & -(\theta(k))_2 \phi_z(t) \Delta t & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.43)$$

И для управления используется следующая система

$$\begin{aligned} g_M^{(S)}(j-1) &= 2g_M^{(S)}(j) - A_S(k, \hat{\theta}(k))g_M^{(S)}(j) - B_S(k, k_3^*)u(k) - F_S(k)\bar{q}(k), \\ g_M^{(S)}(k+l_p) &= x_M^{(S)}(k+l_p), \\ W_1^{(S)}(j-1) &= A_S^T(k, \hat{\theta}(k))W_1^{(S)}(j) + \Delta t C_S(g_M^{(S)}(j) - w_z(t_k)), \\ W_1^{(S)}(k+l_p) &= 0, \\ W_2^{(S)}(j-1) &= W_2^{(S)}(j) + B_S^T(k, k_3^*)W_1^{(S)}(j) + \Delta t D_2 u(k), \\ W_2^{(S)}(k+l_p) &= 0, \\ j &= k+l_p, k+l_p-1, \dots, k+1. \end{aligned} \quad (2.44)$$

3 Численное моделирование

Для численного моделирования использовались данные работы конкретной торговой фирмы, закупающей и реализующей продукты питания.

Синтез управляющих воздействий в реальных условиях осуществляется с использованием информации, которая достаточно часто бывает неполной и имеет ошибки. В данной работе рассматривается ситуация при отсутствии информации об объеме товара у потребителя

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Также в реальных условиях не все параметры модели являются известными. Будем считать, что неизвестными являются следующие параметры: k_2 и k_4 – коэффициенты, характеризующие постоянный темп потребления и темп продаж.

Рассмотрим задачу слежения только за величиной желаемого дохода $w_z(t_k)$. В этом случае $S = (0 \ 0 \ 1)$, а весовые коэффициенты C_s, D_1, D_2 имеют вид: $C_s = 894243$, $D_1 = 578$, $D_2 = 5843$.

Поставка товара на склад осуществлялась в течение трех дней. $z_{\max}(k) = 1684$, $z_{\min}(k) = 496$, $z_z(k) = 1050$ – значения, задающие максимальный, минимальный и желаемый объем товара на складе. Эти значения определяет предприниматель, исходя из площади складского помещения, которое отводится для хранения конкретного товара, например, объема холодильников, наличия денежных средств и ситуации на рынке, и исходя из опыта работы.

При этом существенное значение при определении объема поставок оказывает необходимость поставок товара только целыми упаковками. Стоимость упаковки товара полагается равной 771 [руб.]. Начальным значением объема поставок принимается $z_z(k)$. Значения коэффициентов, при которых были получены все результаты, равны: $k_1 = 10^{-3}$, $k_2 = 19.991$, $k_3 = 1.28$, $k_4 = 0.039899$, $k_5 = 10^{-7}$.

3.1 Описание исходных данных

В таблице 3.1 представлены объем поставок и доход за определенный период.

Таблица 3.1 – Исходные данные

№	Дата	Объем поставок (тыс. руб.)	Доход (тыс. руб.)
0	01.04.2010	320.22	120.78
1	11.04.2010	1067.4	402.6
2	21.04.2010	533.7	201.3
3	01.05.2010	2241.54	845.46
4	11.05.2010	3202.2	1207.8
5	21.05.2010	747.18	281.82
6	31.05.2010	426.96	161.04
7	10.06.2010	1174.14	442.86
8	20.06.2010	853.92	322.08
9	30.06.2010	960.66	362.34

Отпускная цена превосходит цену закупки на 43%. Так как моделирование предполагается осуществлять с шагом Δt , равным одному дню, то необходимо построить аппроксимирующие функции для этих данных.

3.2 Построение функций для аппроксимации объемов поставок и прибыли

Аппроксимацию объемов поставок выполним методом наименьших квадратов (МНК) с использованием полиномов Чебышева дискретной переменной.

Для полиномов Чебышева дискретной переменной существует двухслойная рекуррентная формула, по которой можно вычислить полином любой степени:

$$t_0(x) = 1, \quad t_1(x) = x - a_1, \quad a_1 = \frac{1}{n+1} \sum_{j=0}^n x_j,$$
$$t_{k+1}(x) = (x - a_{k+1})t_k - b_{k+1}t_{k-1}(x),$$

где

$$a_{k+1} = \frac{\sum_{j=0}^n x_j t_k^2(x_j)}{\sum_{j=0}^n t_k^2(x_j)}, \quad b_{k+1} = \frac{\sum_{j=0}^n t_k^2(x_j)}{\sum_{j=0}^n t_{k-1}^2(x_j)}.$$

Аппроксимирующая функция $\varphi(x)$ определяется, в виде линейной комбинации базисных функций, в качестве которых берутся полиномы Чебышева дискретной переменной $t_k(x)$:

$$\varphi(x) = \sum_{k=0}^m c_k t_k(x).$$

Согласно МНК коэффициенты c_k этой линейной комбинации определяются как частное от деления правых частей получающейся системы нормальных уравнений на диагональные элементы матрицы этой системы. Причем матрица системы является матрицей Грама для полиномов Чебышева дискретной переменной

$$c_k = \frac{\sum_{j=0}^n f(x_j) t_k(x_j)}{\sum_{j=0}^n t_k^2(x_j)}.$$

Заметим, что если для улучшения качества аппроксимации возникает необходимость в увеличении числа базисных функций, то не придется пересчитывать коэффициенты c_k , определенные с меньшим значением m .

Для аппроксимации функции поставок $\varphi u(x)$ строится многочлен девятого порядка.

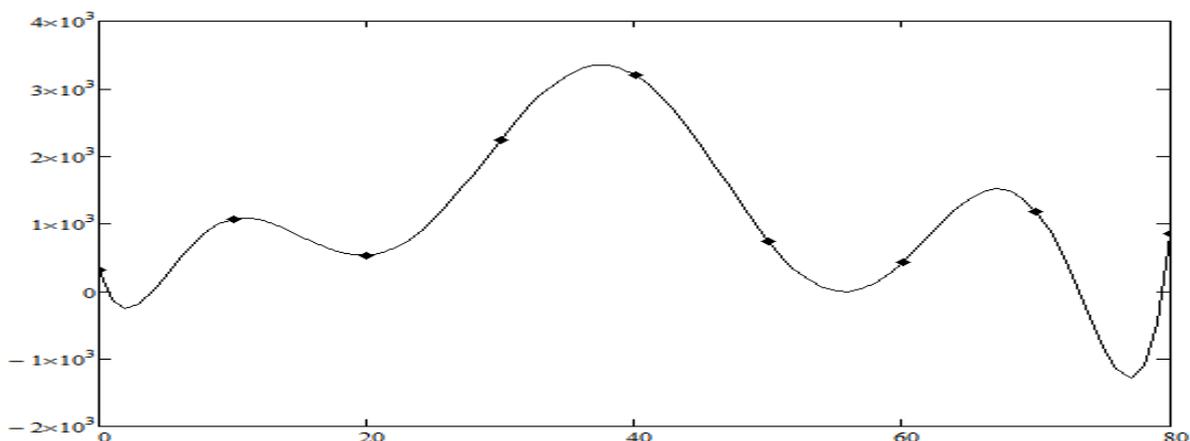


Рисунок.3.1 – Функция поставок: $\varphi u(x)$ – сплошная линия,
исходные данные – точки.

3.3 Построение расчетных функций.

Для моделирования необходимо знание о функциях определяющих объем товара на складе и у потребителя и потенциальный спрос относительно рассматриваемого товара. Построение функций производится таким образом, чтобы они отражали ежедневную ситуацию.

На рис.3.2 представлены графики функций:

$\varphi u(x)$ – для объема поставок

$\varphi z(x)$ –объем товара на складе

$\varphi v(x)$ – объем не использованного товара у потребителя

$\varphi y(x)$ – потенциальный спрос

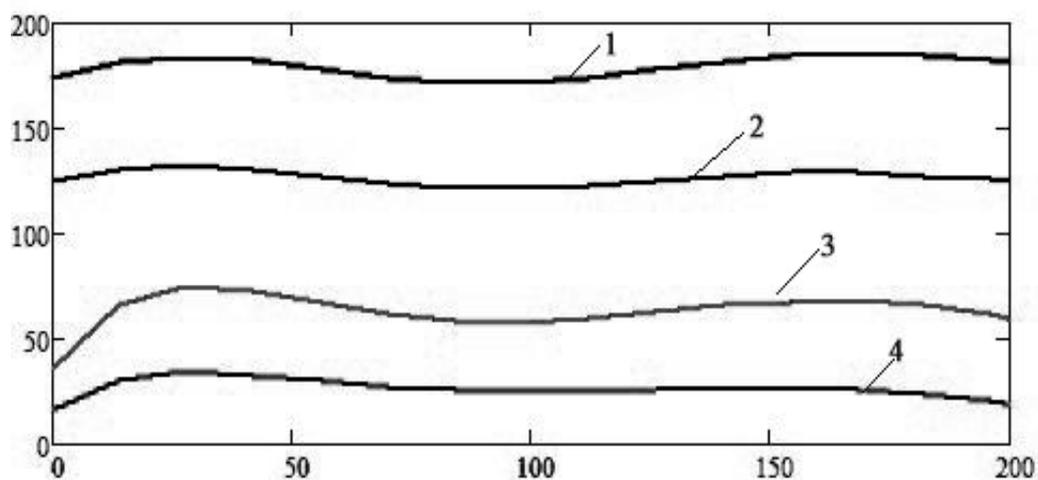


Рисунок 3.2 – $\varphi y(x)$ – кр.1, $\varphi z(x)$ – кр.2, $\varphi u(x)$ – кр.3, $\varphi v(x)$ – кр.4

Функция, задающая расчетные значения текущего спроса определяется как разность функций потенциального спроса и объема товара у потребителя.

3.4 Моделирование с использованием модификации функционала обобщенной работы при отслеживании дохода

Так как мы рассматриваем задачу слежения только за величиной желаемого дохода $w_z(t_k)$ и в этом случае $S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, то при такой модификации критерия процесс нахождения весовых матриц упрощается, т.к. вместо весовой матрицы используется весовой коэффициент.

На рисунках 3.3 и 3.4 приведены графики, определяющие динамику дохода, $z_{\max}(k)$, $z_{\min}(k)$, $z_z(k)$ – максимальный, минимальный и желаемый объемы товара на складе в дискретный момент k , графики динамики объемов товара на складе торговой компании и объемы поставок.

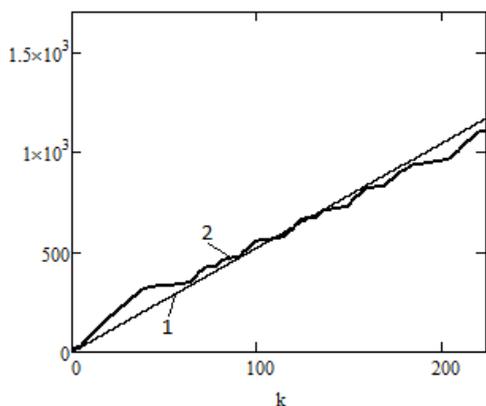


Рисунок 3.3 – Желаемый доход (кр.1), реализуемый доход (кр.2).

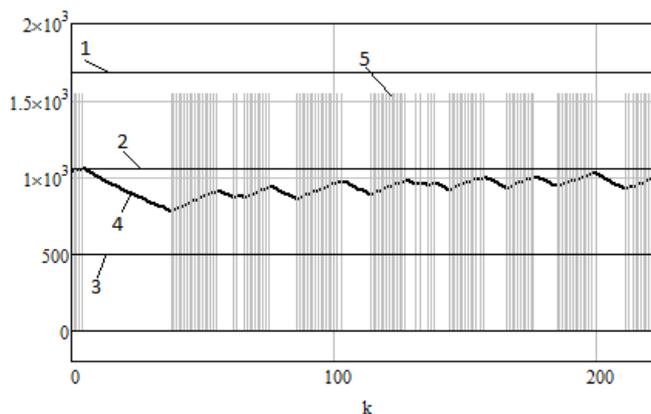


Рисунок 3.4 – $z_{\max}(k)$ – (кр.1), $z_{\min}(k)$ – (кр.3), $z_z(k)$ – (кр.2), $z(k)$ – (кр.4), $u(k)$ – (кр.5).

Так как управление осуществляется при неполной информации о векторе состояния, то возникает необходимость в построении его оценок

На рисунках 3.5, 3.6 и 3.7 представлены графики динамики компонент вектора состояния (объем товара на складе, объем товара у потребителя и доход от реализации товара) и их оценки.

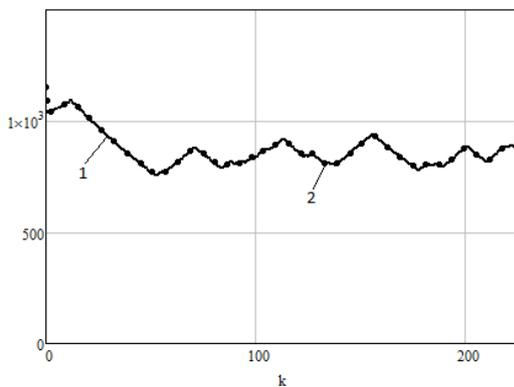


Рисунок 3.5 – динамика объема товара на складе - (кр.1) и его оценка (кр.2).

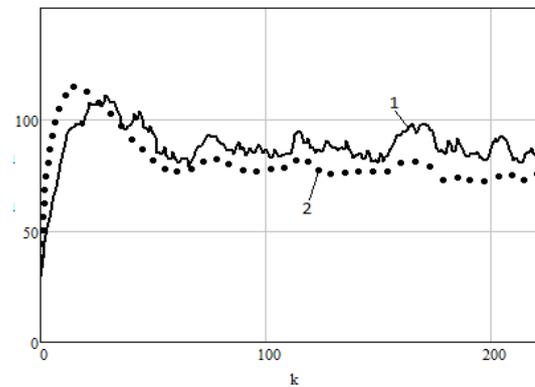


Рисунок 3.6 – динамика объема товара у потребителя - (кр.1) и его оценка (кр.2).

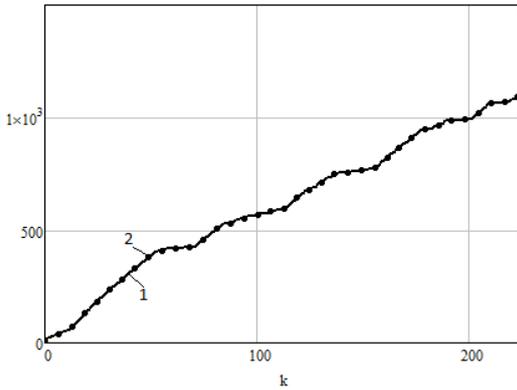


Рисунок 3.7 – динамика дохода
- (кр.1) и его оценка (кр.2).

Так как параметры: k_2 и k_4 являются неизвестными, то возникает необходимость в построении их оценок.

На рисунках 3.10 и 3.11 представлены графики коэффициентов k_2 , k_4 и их оценки при моделировании без введения скидок.

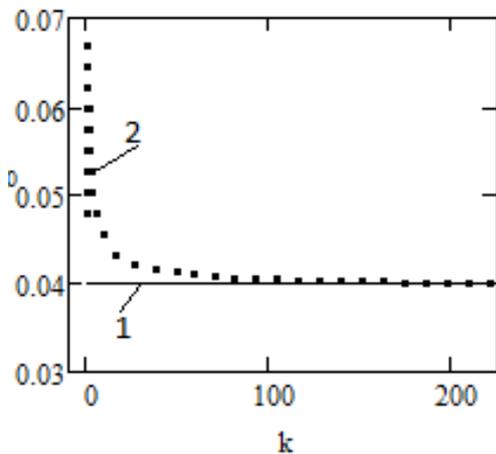


Рисунок 3.10 – График коэффициента
 k_4 - (кр.1) и его оценка (кр.2).

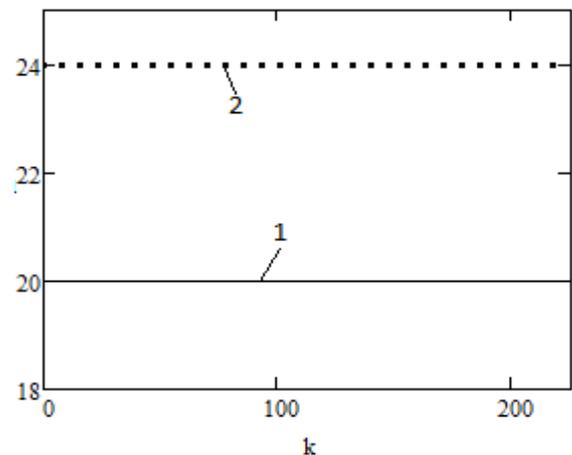


Рисунок 3.11 – График коэффициента
 k_2 - (кр.1) и его оценка (кр.2).

Из графика 3.11 видно, что параметр k_2 недоступен оцениванию. Это происходит в силу задания информационной матрицы H , так как мы не имеем информацию о потребителе.

3.5 Моделирование с использованием модификации функционала обобщенной работы при прогнозировании заданного состояния

Будем использовать модификацию, когда в качестве прогнозирующей модели используется желаемое состояние дохода на интервале оптимизации. Будем считать, что в начальный и конечный момент интервала оптимизации доход равен $w_z(t_k)$ и $w_z(t_k + l_p)$, $k = 0, 1, \dots, N$. Тогда уравнение, уравнение, задающее значение дохода на интервале $[t_k, t_k + l_p \Delta t]$ примет вид (2.40). В этом случае управление осуществляется согласно (2.38) и (2.41).

На рисунках 3.12 и 3.13 приведены графики, определяющие динамику дохода, $z_{\max}(k)$, $z_{\min}(k)$, $z_z(k)$ – максимальный, минимальный и желаемый объемы товара на складе в каждый дискретный момент k , графики динамики объемов товара на складе торговой компании и объемы поставок.

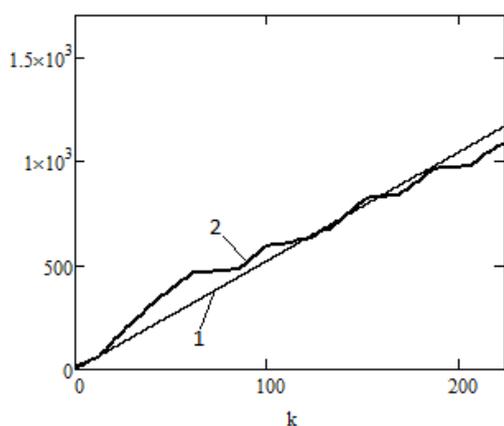


Рисунок 3.12 – Желаемый доход (кр.1), реализуемый доход (кр.2).

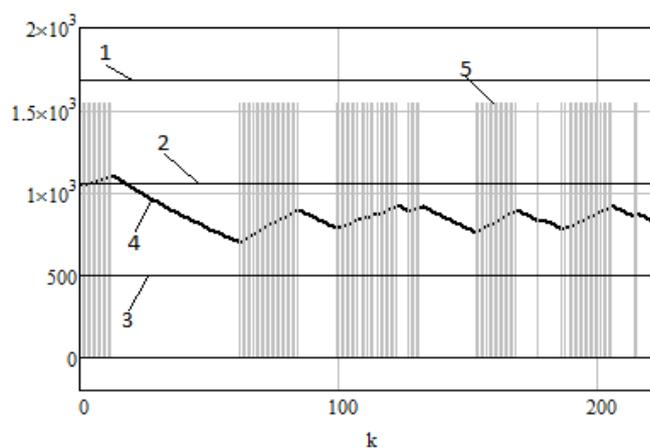


Рисунок 3.13 – $z_{\max}(k)$ – (кр.1), $z_{\min}(k)$ – (кр.3), $z_z(k)$ – (кр.2), $z(k)$ – (кр.4), $u(k)$ – (кр.5).

Результаты моделирования показали, что при данной модификации алгоритма управления, получаются практически те же результаты, что и без модификации, что получается в силу непродолжительного интервала оптимизации, равного $l_p \Delta t$.

3.6 Моделирование при использовании скидок

В данной работе рассматриваются 4 вида скидок:

1. Скидки, автоматически устанавливаемые при выполнении некоторого критерия: однодневные и недельные.
2. Постоянные скидки, устанавливаемые менеджером фирмы: однодневные раз в неделю и недельные раз в месяц.

Значение скидки задавалось равным 5% от торговой наценки, т. е. с учетом скидки k_3 становилось равным $k_3^* = (0,95)k_3$, при этом предполагалось, что темпы продаж и потребления увеличатся и станут равными $k_4^* = (1,05)k_4$, $k_2^* = (1,05)k_2$. Тогда, если используются скидки, то вместо коэффициентов k_3, k_4, k_2 используются коэффициенты k_3^*, k_4^*, k_2^* .

В работе рассматриваются автоматически устанавливаемые скидки при отклонении реализованного дохода от заданного на 1 день и на неделю.

На рисунках 3.14 и 3.15 приводятся результаты моделирования, когда вводятся однодневные скидки при падении дохода.

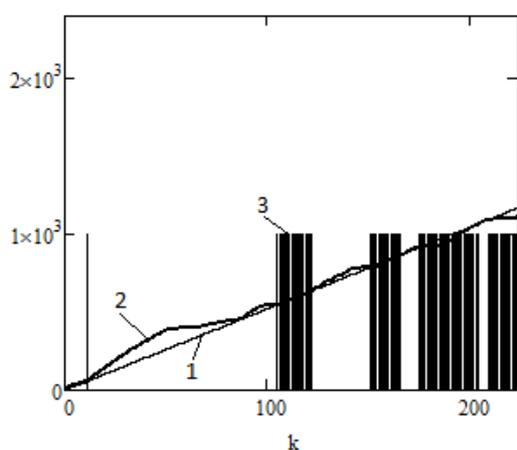


Рисунок 3.14 – Желаемый доход (кр.1), реализуемый доход (кр.2), моменты введения скидок (кр.3)

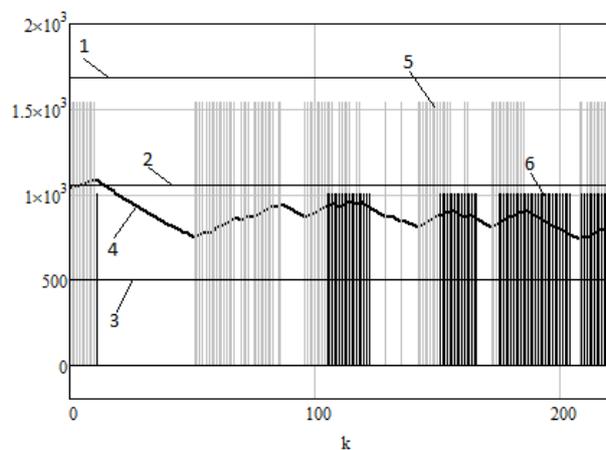


Рисунок 3.15 – $z_{\max}(k)$ – (кр.1), $z_{\min}(k)$ – (кр.3), $z_z(k)$ – (кр.2), $z(k)$ – (кр.4), $u(k)$ – (кр.5), моменты введения скидок – (кр.6).

На рисунках 3.16 и 3.17 приводятся результаты моделирования, когда вводятся недельные скидки при падении дохода.

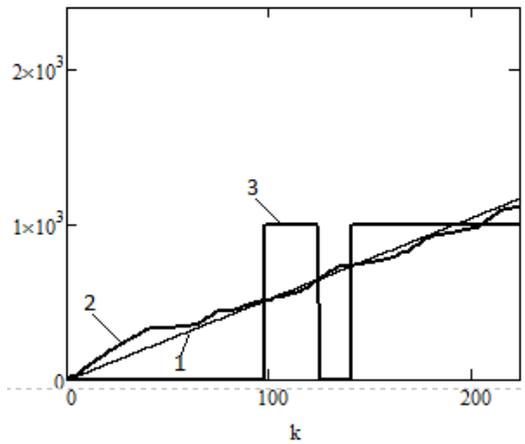


Рисунок 3.16 – Желаемый доход (кр.1), реализуемый доход (кр.2), моменты введения скидок и их продолжительность (кр.3)

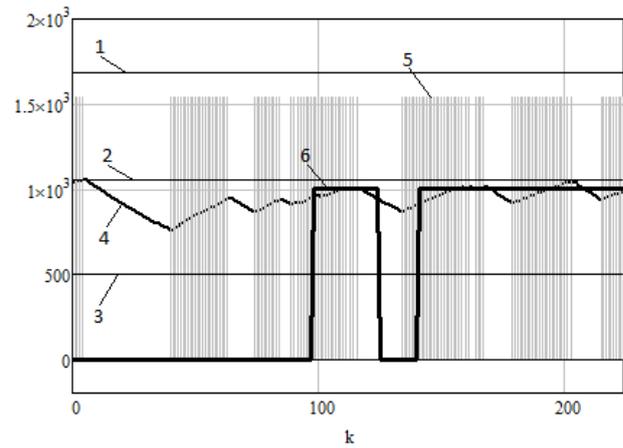


Рисунок 3.17 – $z_{\max}(k)$ – (кр.1), $z_{\min}(k)$ – (кр.3), $z_z(k)$ – (кр.2), $z(k)$ – (кр.4), $u(k)$ – (кр.5), моменты введения скидок и их продолжительность – (кр.6).

Заметим, что на рисунках (3.16) и (3.17) изображены кривые, показывающие, что недельные скидки вводились непрерывно несколько раз.

Постоянные скидки, устанавливаемые менеджером фирмы, считались равными 1 дню, которые использовались 1 раз в неделю, и 1 неделе, которые длились раз в месяц.

На рисунках 3.18 и 3.19 приводятся результаты моделирования, когда вводятся скидки 1 раз в неделю на 1 день.

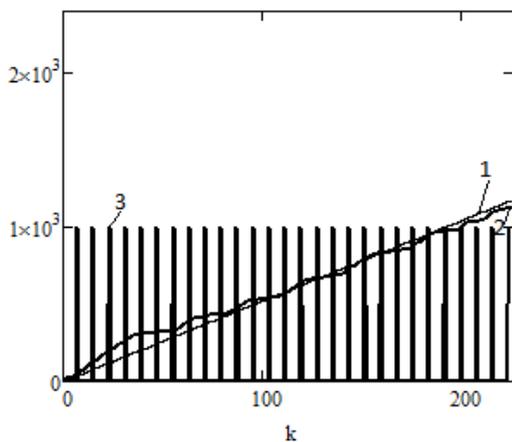


Рисунок 3.18 – Желаемый доход (кр.1), реализуемый доход (кр.2), моменты введения скидок и их продолжительность (кр.3)

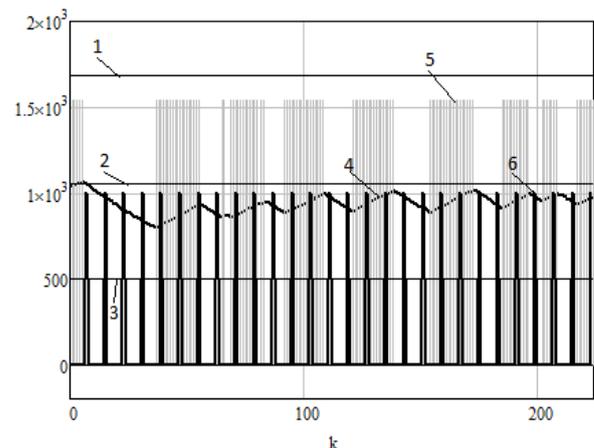


Рисунок 3.19 – $z_{\max}(k)$ – (кр.1), $z_{\min}(k)$ – (кр.3), $z_z(k)$ – (кр.2), $z(k)$ – (кр.4), $u(k)$ – (кр.5), моменты введения скидок и их продолжительность – (кр.6).

На рисунках 3.20 и 3.21 приводятся результаты моделирования, когда вводятся недельные скидки 1 раз в месяц.

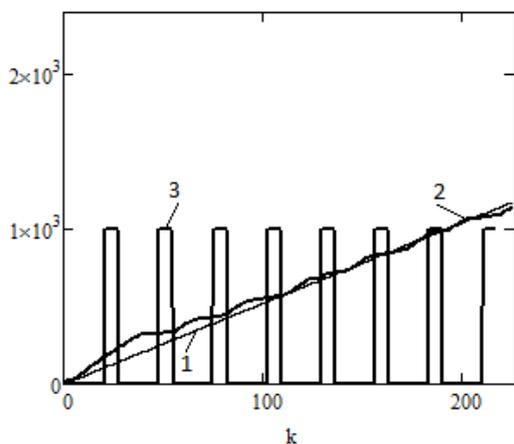


Рисунок 3.20 – Желаемый доход (кр.1), реализуемый доход (кр.2), моменты введения скидок и их продолжительность (кр.3)

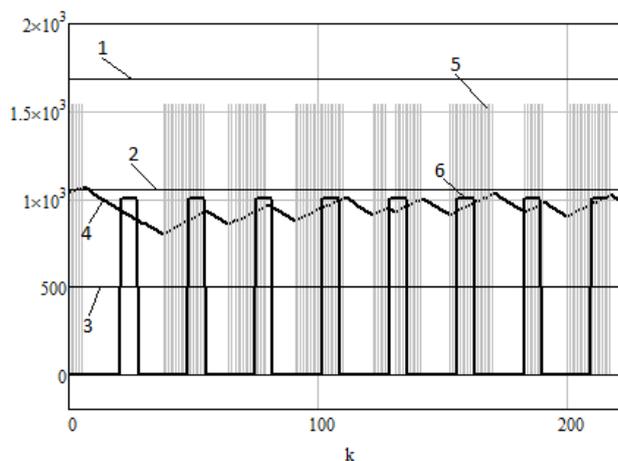


Рисунок 3.21 – $z_{\max}(k)$ – (кр.1), $z_{\min}(k)$ – (кр.3), $z_z(k)$ – (кр.2), $z(k)$ – (кр.4), $u(k)$ – (кр.5), моменты введения скидок и их продолжительность – (кр.6).

Так как управление осуществляется при неполной информации о векторе состояния, то необходимо построить его оценки.

На рисунках 3.22, 3.23 и 3.24 представлены графики динамики компонент вектора состояния (объем товара на складе, объем товара у потребителя и доход от реализации товара) и их оценки при моделировании однодневных скидок при падении дохода.

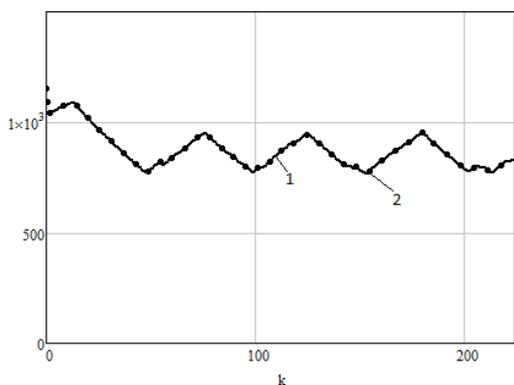


Рисунок 3.22 – динамика объема товара на складе - (кр.1) и его оценка (кр.2).

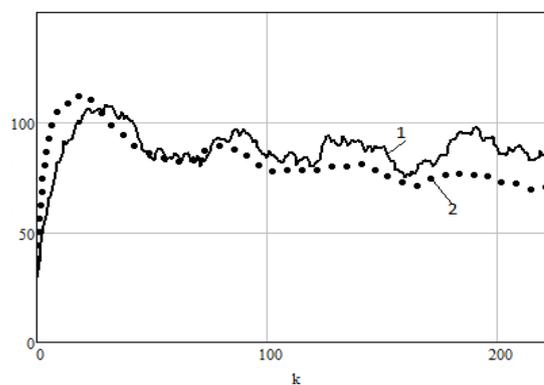


Рисунок 3.23 – динамика объема товара у потребителя - (кр.1) и его оценка (кр.2).

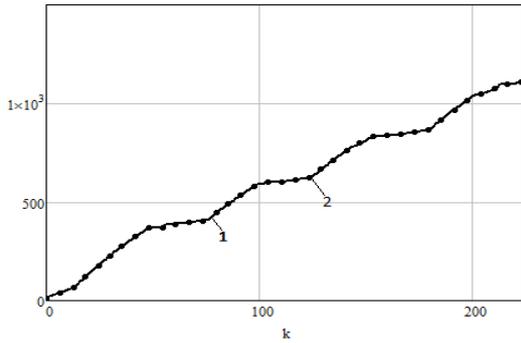


Рисунок 3.24 –динамика дохода - (кр.1) и его оценка (кр.2).

На рисунках 3.25, 3.26 и 3.27 представлены графики динамики компонент вектора состояния (объем товара на складе, объем товара у потребителя и доход от реализации товара) и их оценки при моделировании недельных скидок при падении дохода.

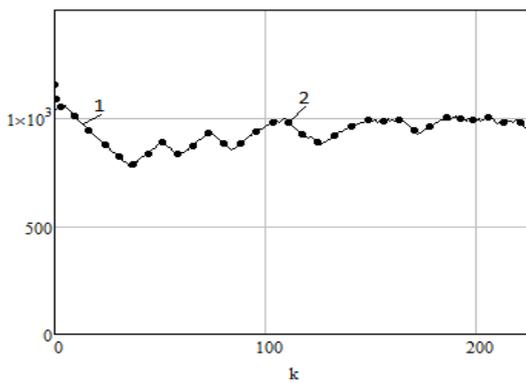


Рисунок 3.25 –динамика объема товара на складе - (кр.1) и его оценка (кр.2).

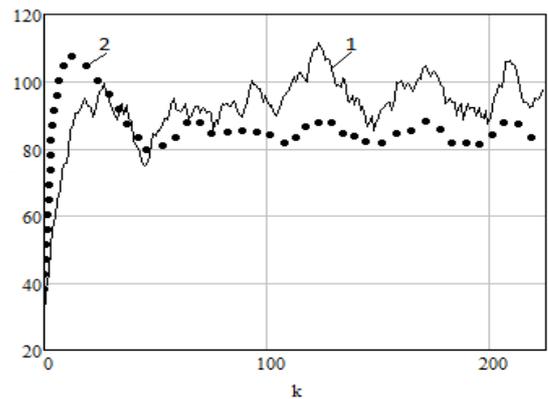


Рисунок 3.26 –динамика объема товара у потребителя - (кр.1) и его оценка (кр.2).

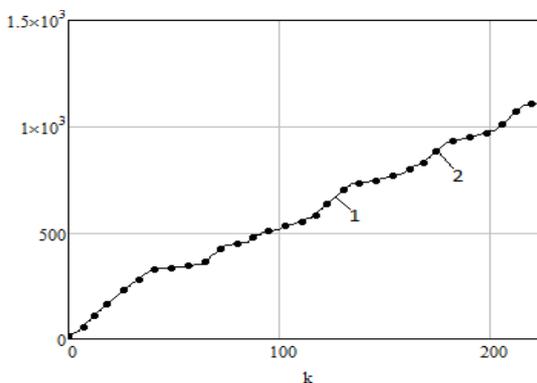


Рисунок 3.27 –динамика дохода - (кр.1) и его оценка (кр.2).

На рисунках 3.28, 3.29 и 3.30 представлены графики динамики компонент вектора состояния (объем товара на складе, объем товара у потребителя и доход от реализации товара) и их оценки при моделировании однодневных скидков, действующих 1 раз в неделю.

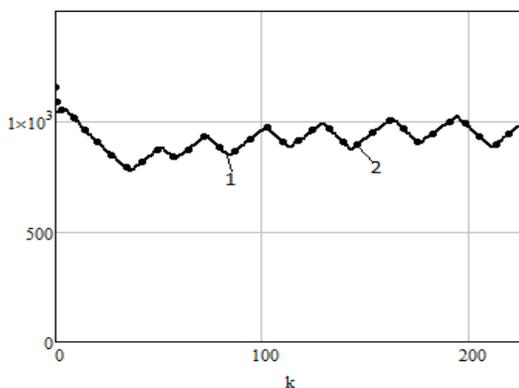


Рисунок 3.28 –динамика объема товара на складе - (кр.1) и его оценка (кр.2).

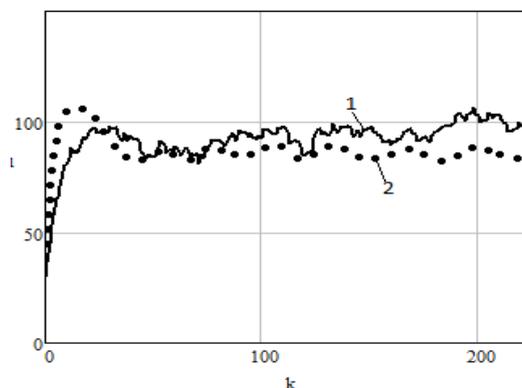


Рисунок 3.29 –динамика объема товара у потребителя - (кр.1) и его оценка (кр.2).

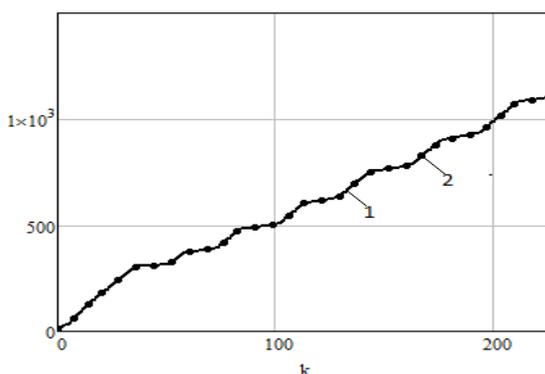


Рисунок 3.30 –динамика дохода - (кр.1) и его оценка (кр.2).

На рисунках 3.31, 3.32 и 3.33 представлены графики динамики компонент вектора состояния (объем товара на складе, объем товара у потребителя и доход от реализации товара) и их оценки при моделировании недельных скидков, действующих 1 раз в месяц.

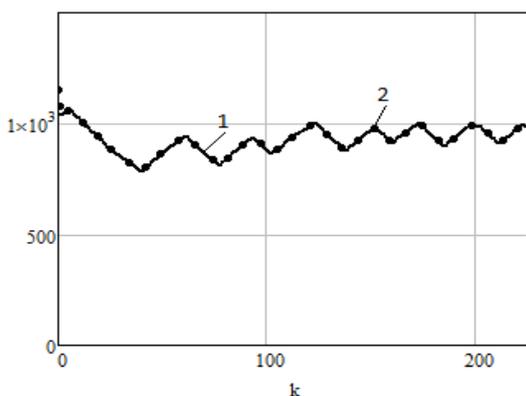


Рисунок 3.31 – динамика объема товара на складе - (кр.1) и его оценка (кр.2).

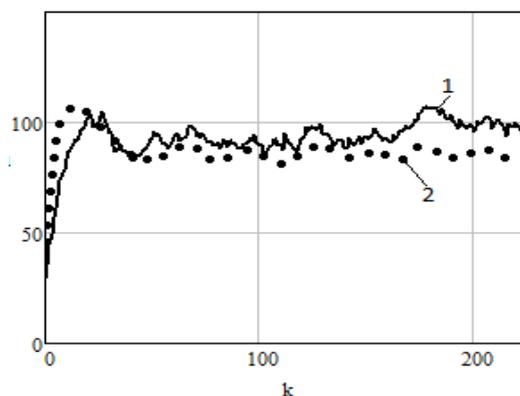


Рисунок 3.32 – динамика объема товара у потребителя - (кр.1) и его оценка (кр.2).

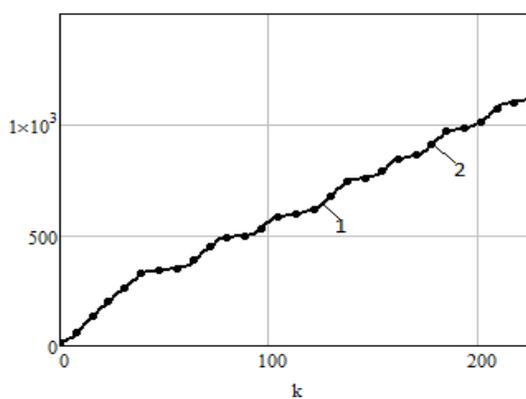


Рисунок 3.33 – динамика дохода - (кр.1) и его оценка (кр.2).

На рисунках 3.34 и 3.35 представлены графики коэффициентов k_2 , k_4 и их оценок при моделировании однодневных скидок при падении дохода.

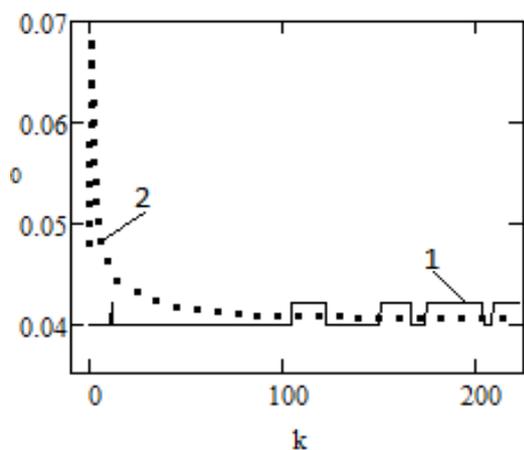


Рисунок 3.34 – График коэффициента k_4 - (кр.1) и его оценка (кр.2).

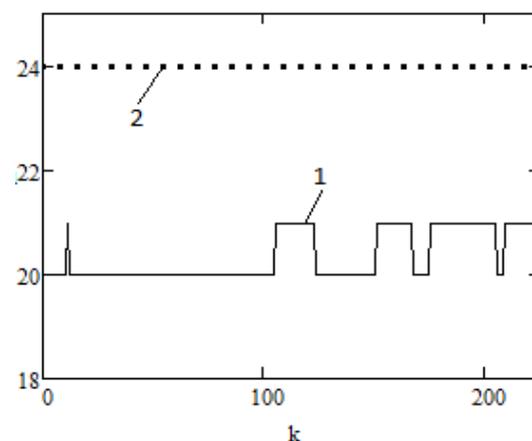


Рисунок 3.35 – График коэффициента k_2 - (кр.1) и его оценка (кр.2).

На рисунках 3.36 и 3.37 приведены графики коэффициентов k_2 , k_4 и их оценок при моделировании недельных скидок при падении дохода.

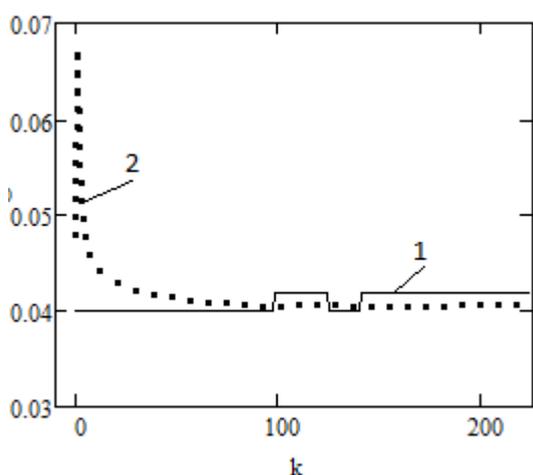


Рисунок 3.36 – График коэффициента k_4 - (кр.1) и его оценка (кр.2).

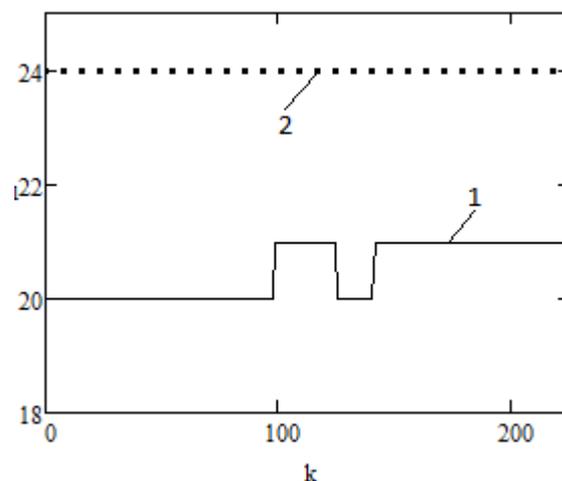


Рисунок 3.37 – График коэффициента k_2 - (кр.1) и его оценка (кр.2).

На рисунках 3.38 и 3.39 приведены графики коэффициентов k_2 , k_4 и их оценок при моделировании однодневных скидок, действующих 1 раз в неделю.

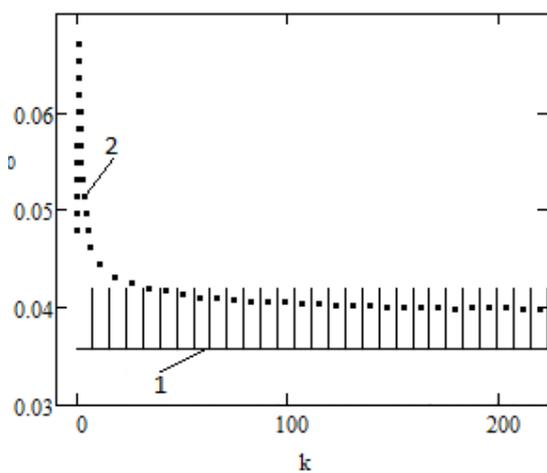


Рисунок 3.38 – График коэффициента k_4 - (кр.1) и его оценка (кр.2).

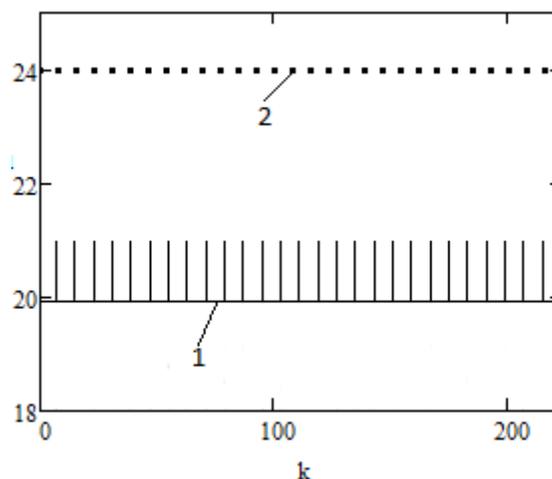


Рисунок 3.39 – График коэффициента k_2 - (кр.1) и его оценка (кр.2).

На рисунках 3.40 и 3.41 приведены графики коэффициентов k_2 , k_4 и их оценок при моделировании недельных скидок, действующих 1 раз в месяц.

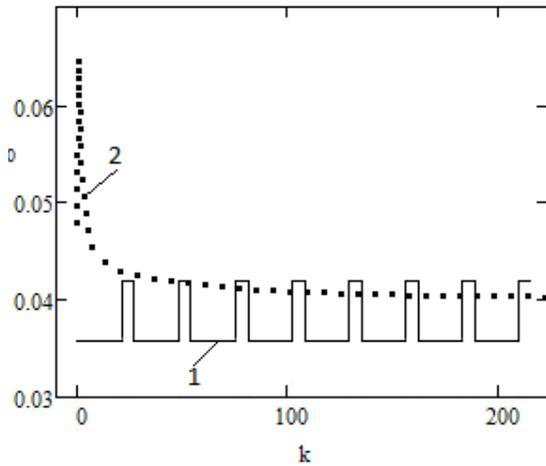


Рисунок 3.40 – График коэффициента k_4 - (кр.1) и его оценка (кр.2).

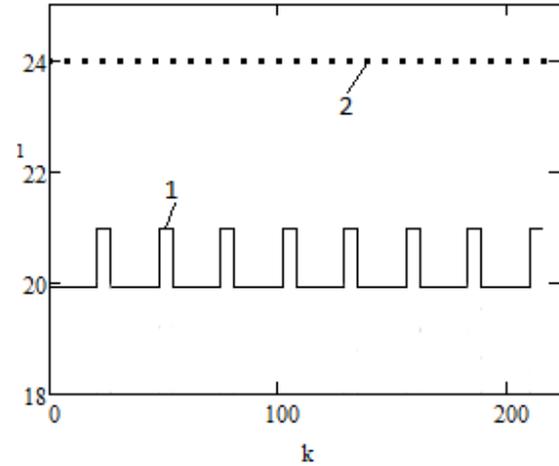


Рисунок 3.41 – График коэффициента k_2 - (кр.1) и его оценка (кр.2).

В силу задания информационной матрицы H , на рисунках 3.35, 3.37, 3.39 и 3.41 параметр k_2 недоступен оцениванию.

3.7 Сравнение результатов моделирования

Учитывая действия случайных факторов, сравнение различных стратегий работы торговой фирмы осуществлялось по следующим критериям:

1. Усредненный суммарный объем поставок за весь период моделирования (в тыс. руб.):

$$S_u = \frac{1}{30} \sum_{j=1}^{30} \left(\sum_{i=1}^{224} u_i \right), \quad (3.1)$$

где u_i – объем поставляемого товара в момент i .

2. Усредненный доход за весь период моделирования (в тыс. руб.):

$$W^{(sr)} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} w^{(i)}(N), \quad (3.2)$$

где i определяет номер прогона имитационной модели.

В таблице 3.2 приводятся значения усредненного суммарного объема поставок при отсутствии скидок (I), при автоматическом введении однодневных

скидок (II) и недельных (III), при использовании однодневных скидок 1 раз в неделю(IV) и недельных скидок 1 раз в месяц (V).

Таблица 3.2 – Усредненные значения суммарного объема поставок

I	II	III	IV	V
$S_u=15850$ тыс.руб.	$S_u=16474$ тыс.руб.	$S_u=19681$ тыс.руб.	$S_u=18036$ тыс.руб.	$S_u=18339$ тыс.руб.

В таблице 3.3 приведены значения усредненного дохода, полученной при отсутствии скидок (I), при автоматическом введении однодневных скидок (II) и недельных (III), при использовании однодневных скидок 1 раз в неделю(IV) и недельных скидок 1 раз в месяц (V).

Таблица 3.3 – Усредненные значения дохода

I	II	III	IV	V
$W^{(sr)}=1088,96$ тыс.руб.	$W^{(sr)}=1102,83$ тыс.руб.	$W^{(sr)}=1130,1$ тыс.руб.	$W^{(sr)}=1112,2$ тыс.руб.	$W^{(sr)}=1119,03$ тыс.руб.

Результаты, приведенные в таблицах 3.2 и 3.3, показывают, что усредненные значения реализованного дохода и суммарного объема поставок торговой фирмы увеличиваются при использовании скидок.

Также недельные скидки при обоих способах установления дают большее увеличение дохода по сравнению с однодневными скидками. Таким образом, для лучшего результата стоит вводить скидки на несколько дней.

Кроме того, при автоматическом введении скидок, наблюдается ситуация, когда скидки устанавливаются несколько раз подряд, что видно из рисунков (3.14), (3.15), (3.16) и (3.17). И эти результаты могут стать основой для принятия решения менеджером о пересмотре цены на данный товар.

Таким образом, работать с автоматическими скидками выгоднее и при этом стоит устанавливать продолжительные скидки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложена математическая модель для управления поставками товаров с использованием критерия обобщенной работы при слежении за величиной желаемого дохода. При этом для увеличения дохода предпринимателя используются скидки. Построена математическая модель и алгоритмы управления с учетом ограничений, позволяющих избежать как недостатка, так и избытка товара на складе. С помощью численного моделирования показана возможность управления поставками при слежении только за объемом желаемого дохода. Рассмотрены различные подходы к осуществлению скидок и сделаны выводы об их эффективности. Сформулированы рекомендации для принятия решений об использовании конкретных видов скидок.

По данной тематике сделаны доклады на V-й Международной научной конференции «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем» (19-20 мая 2017 г.) и на XIV международной научно-практической конференции имени А.Ф. Терпугова. (18-22 ноября 2015г.), по результатам которой в сборнике трудов конференции опубликована статья «Управление поставками с прогнозированием».

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Решетникова Г.Н. Адаптивное управление поставками и рекламой. Алгоритмы. Модели. Ограничения. Saarbrucken (Germany) LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. – 152с.
2. Решетникова Г.Н. Управление поставками при наличии ограничений. Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2014): Материалы XIII международной научно-практической конференции имени А.Ф. Терпугова. (20-22 ноября 2014г.).– Томск. Изд-во Том. Ун-та, 2014. – Ч.1. – С. 56-61. ISBN 978-5-7511-2300-0
3. Решетникова Г.Н. Моделирование систем: Учебное пособие /Г.Н. Решетникова; Федеральное агентство по образованию, Томск: Томский гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники. – 2-е изд., перераб. и доп. – Томск: Томский гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 441 с.
4. Reshetnikova G. N. , Khabibulina N. Y. , Kotsubinsky V. P. Polonskaya M. S. Servo-System Simulation [Electronic resources] / G. N. Reshetnikova [et al.] // Mechanical Engineering, Automation and Control Systems (MEACS) : proceedings of the International Conference, Tomsk, 1-4 December, 2015 / National Research Tomsk Polytechnic University (TPU) ; Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). — [S. 1.]: IEEE, 2015. — [4 p.]. — Title screen. — Режим доступа: <http://dx.doi.org/10.1109/MEACS.2015.7414890> (дата обращения: 16.03.2016)
5. Решетникова Г.Н., Ченбулашкина А.А. Адаптивное управление поставками с учетом ограничений // Изв. Вузов. – Физика. – Том 58. №11/2. – 2015. – С. 291-297.
6. Решетникова Г.Н. Определение момента и объема заказа при управлении поставками. Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2015): Материалы XIV международной научно-практической конференции имени А.Ф. Терпугова. (18-22 ноября 2015г.).– Томск. Изд-во Том. Ун-та, 2015. – Ч.2. – С. 87-92.

7. Горский А.А., Колпакова И.Г., Локшин Б.Я. Динамическая модель процесса производства, хранения и сбыта товара повседневного спроса //Изв. РАН. ТиСУ. 1998. – №1. – С.144-148.

8. Красовский А.А., Буков В.Н., Шендрик В.С. Универсальные системы оптимального управления непрерывными процессами //Автоматика и телемеханика. – 1977. – №2. – С.5-13.

9. Неруш Ю.М. Логистика. Учебник. – М.:ЮНИТИ.2000. – 520с.

10. Решетникова Г.Н., Малахова Т.Е. Управление поставками с прогнозированием. //Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2016): Материалы XV международной конференции имени А.Ф. Терпугова. (12-16 сентября 2016г.).– Томск. Изд-во Том. Ун-та, 2016. – Ч.2. – С. 69-74.

Приложение А Программная реализация моделирования без введения

скидоч

```

Mod3 := | k4 ← 0.039899
          k2 ← 19.991
          H ← ( 1 0 0 )
              ( 0 0 1 )
          θ ← ( k4 )
              ( k2 )
          θo<sup>(0)</sup> ← ( 1.2·k4 )
                    ( 1.2·k2 )
          Zzad ← 1050
          Zmin ← 496
          Zmax ← 3368 / 2
          S ← ( 0 0 1 )
          X<sup>(0)</sup> ← ( Zzad )
                    ( φV(0) )
                    ( w0 / 14 )
          Xo<sup>(0)</sup> ← ( (X<sup>(0)</sup>)0 + 0.1·(X<sup>(0)</sup>)0 )
                    ( (X<sup>(0)</sup>)1 + 0.3·(X<sup>(0)</sup>)1 )
                    ( (X<sup>(0)</sup>)2 + 0.2·(X<sup>(0)</sup>)2 )
          t0 ← 0
          D1 ← 578
          D2 ← 5843
          u0 ← ( 0 )
          Δt ← 1 / ( 16·14 )
          lp ← 3
          h ← 771
          Cs ← 894243
          Pk ← identity(3)
          Pθ ← identity(np)
          for k ∈ 0..N

```

```

          tk+1 ← Δt + tk
          Xs<sup>(k)</sup> ← S·X<sup>(k)</sup>
          A(t) ← ( 1 + [-k4·(Y(t) - φV(t)) - k1]·Δt      k4·φZ(t)·Δt      0 )
                 ( k4·(Y(t) - φV(t))·Δt      1 + (-k4·φZ(t) - k2)·Δt  0 )
                 ( [k4·(Y(t) - φV(t)) - k5]·Δt      -k4·φZ(t)·Δt      1 )
          B ← ( k3·Δt )
              ( 0 )
              ( -1·Δt )
          Aθ(t) ← ( 1 + [-(θo<sup>(k)</sup>)0·(Y(t) - φV(t)) - k1]·Δt      (θo<sup>(k)</sup>)0·φZ(t)·Δt      0 )
                  ( (θo<sup>(k)</sup>)0·(Y(t) - φV(t))·Δt      1 + [-(θo<sup>(k)</sup>)0·φZ(t) - (θo<sup>(k)</sup>)1]·Δt  0 )
                  ( [(θo<sup>(k)</sup>)0·(Y(t) - φV(t)) - k5]·Δt      -(θo<sup>(k)</sup>)0·φZ(t)·Δt      1 )
          Bθ ← ( k3·Δt )
              ( 0 )
              ( -1·Δt )

```

Продолжение приложения А

```

As ← S·Aθ(tk)·ST
Bs ← S·Bθ
Fs ← S·F
XMs ← Xs<k>
Ws1 ← 0
Ws2 ← 0
Xzks ← S·Xzk<k>
for l ∈ 0..lp - 1
  XMs ← As·XMs + Bs·uk
for j ∈ lp..1
  XMs ← 2·XMs - As·XMs - Bs·uk
  Ws1 ← As·Ws1 + Δt·Cs·(XMs - Xzks)
  Ws2 ← Ws2 + Bs·Ws1 + Δt·D2·uk
vk ←  $\frac{-Ws2}{D1}$ 
uk+1 ← uk + Δt·vk
Pr ← k4·[Y(k) - (X<k>)1]·(X<k>)0
d ← (X0<k>)0 - lp·Pr
uz ← (uk+1)0 if d ≤ Zmin
uz ← 0 if d > Zmin
g1 ← d + uz
uz1 ← Zmax - Zzad if g1 > Zmax
uz1 ← uz if Zmin ≤ g1 ≤ Zmax
uz1 ← Zmax - Zmin if g1 < Zmin
h1 ← floor( $\frac{uz1}{h}$ )
h2 ← uz1 - h1·h
uzk ← 0 if h1 = 0 ∧ h2 ≤ 0.5·h
uzk ← h1·h if h1 ≠ 0 ∧ h2 ≤ 0.5·h
uzk ← (h1 + 1)·h if h1 ≠ 0 ∧ h2 > 0.5·h
(uk+1)0 ← uzk

X<k+1> ← A(tk)·X<k> + B·uk + F·mom(3, 0, 1)
for p ∈ 0..1
  (X<k+1>)p ← 0 if (X<k+1>)p < 0
  y ← H·X<k+1> + H· $\begin{bmatrix} \text{mom}[1, 0, (\sqrt{R1_{0,0}})]_0 \\ \text{mom}[1, 0, (\sqrt{R1_{1,1}})]_0 \\ \text{mom}[1, 0, (\sqrt{R1_{2,2}})]_0 \end{bmatrix}$ 
Pk1 ← Aθ(tk)·Pk·Aθ(tk)T + F·Q·FT
K ← Pk1·HT·(H·Pk1·HT + H·R1·HT)-1

```

Продолжение приложения А

$$\begin{aligned}
 P_k &\leftarrow (\text{identity}(3) - K \cdot H) \cdot P_{k1} \\
 X_o^{\langle k+1 \rangle} &\leftarrow A\theta(t_k) \cdot X_o^{\langle k \rangle} + B\theta \cdot u_k + K \cdot \left[y - H \cdot \left(A\theta(t_k) \cdot X_o^{\langle k \rangle} + B\theta \cdot u_k \right) \right] \\
 G &\leftarrow \begin{bmatrix} -\left[\left(X_o^{\langle k \rangle} \right)_0 \cdot \left(Y(t_k) - \phi V(t_k) \right) \cdot \Delta t \right] + \left(X_o^{\langle k \rangle} \right)_1 \cdot \phi Z(t_k) \cdot \Delta t & 0 \\ \left(X_o^{\langle k \rangle} \right)_0 \cdot \left(Y(t_k) - \phi V(t_k) \right) \cdot \Delta t - \left(X_o^{\langle k \rangle} \right)_1 \cdot \phi Z(t_k) \cdot \Delta t & -\left(X_o^{\langle k \rangle} \right)_1 \cdot \Delta t \\ \left(X_o^{\langle k \rangle} \right)_0 \cdot \left(Y(t_k) - \phi V(t_k) \right) \cdot \Delta t - \left(X_o^{\langle k \rangle} \right)_1 \cdot \phi Z(t_k) \cdot \Delta t & 0 \end{bmatrix} \\
 g &\leftarrow A\theta(t_k) \cdot X_o^{\langle k \rangle} + B\theta \cdot u_k - G \cdot \theta_o^{\langle k \rangle} \\
 M &\leftarrow H \cdot G \cdot P\theta \cdot G^T \cdot H^T + H \cdot F \cdot Q \cdot F^T \cdot H^T + H \cdot R_1 \cdot H^T \\
 L &\leftarrow P\theta \cdot G^T \cdot H^T \cdot M^{-1} \\
 P\theta &\leftarrow (\text{identity}(np) - L \cdot H \cdot G) \cdot P\theta \\
 \theta_o^{\langle k+1 \rangle} &\leftarrow \theta_o^{\langle k \rangle} + L \cdot \left(y - H \cdot G \cdot \theta_o^{\langle k \rangle} - H \cdot g \right) \\
 \text{for } p \in 0..1 \\
 \left(X_o^{\langle k+1 \rangle} \right)_p &\leftarrow 0 \text{ if } \left(X_o^{\langle k+1 \rangle} \right)_p < 0 \\
 W_{ww} &\leftarrow \left(X^{\langle N \rangle} \right)_2 \\
 Su &\leftarrow \sum_{i=0}^N u_i \\
 \begin{pmatrix} X \\ X_o \\ u \\ \theta \\ \theta_o \\ Xzk \\ Su \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Приложение Б Программная реализация моделирования однодневных скидок, автоматически устанавливаемых в момент падения реализуемого дохода от желаемого

```

Mod3 :=
  k4 ← 0.039899
  k2 ← 19.991
  H ←  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 
   $\theta \leftarrow \begin{pmatrix} k4 \\ k2 \end{pmatrix}$ 
   $\theta_0^{(0)} \leftarrow \begin{pmatrix} 1.2 \cdot k4 \\ 1.2 \cdot k2 \end{pmatrix}$ 
  Zzad ← 1050
  Zmin ← 496
  Zmax ←  $\frac{3368}{2}$ 
  S ← (0 0 1)
   $X^{(0)} \leftarrow \begin{bmatrix} Zzad \\ \phi V(0) \\ \left(\frac{w_0}{14}\right) \end{bmatrix}$ 
   $X_0^{(0)} \leftarrow \begin{bmatrix} (X^{(0)})_0 + 0.1 \cdot (X^{(0)})_0 \\ (X^{(0)})_1 + 0.3 \cdot (X^{(0)})_1 \\ (X^{(0)})_2 + 0.2 \cdot (X^{(0)})_2 \end{bmatrix}$ 
  t0 ← 0
  D1 ← 578
  D2 ← 5843
  u0 ← (0)
   $\Delta t \leftarrow \frac{1}{16 \cdot 14}$ 
  lp ← 3
  h ← 771
  Cs ← 894243
  Pk ← identity(3)
  P0 ← identity(np)
  t4 ← k4

  t2 ← k2
  kk12_0 ← k2
  kk14_0 ← k4
  tt_0 ← 0
  for k ∈ 0..N
    k3 ← 2.28
    k4 ← t4
    k2 ← t2
  
```

[
—
[
•

Продолжение приложения Б

```

tk+1 ← Δt + tk
razn ← (X(k))2 - (Xzk(k))2
ttk ← 0 if razn > 0
if razn ≤ 0
    k3 ← k3-0.95
    k4 ← k4-1.05
    k2 ← k2-1.05
    ttk ← 1000
kk12k ← k2
kk14k ← k4
Xs(k) ← S·X(k)
A(t) ← 
$$\begin{bmatrix} 1 + [-k4·(Y(t) - φV(t)) - k1]·Δt & k4·φZ(t)·Δt & 0 \\ k4·(Y(t) - φV(t))·Δt & 1 + (-k4·φZ(t) - k2)·Δt & 0 \\ [k4·(Y(t) - φV(t)) - k5]·Δt & -k4·φZ(t)·Δt & 1 \end{bmatrix}$$

B ← 
$$\begin{pmatrix} k3·Δt \\ 0 \\ -1·Δt \end{pmatrix}$$

Aθ(t) ← 
$$\begin{bmatrix} 1 + [-(θ_0^{(k)})_0·(Y(t) - φV(t)) - k1]·Δt & (θ_0^{(k)})_0·φZ(t)·Δt & 0 \\ (θ_0^{(k)})_0·(Y(t) - φV(t))·Δt & 1 + [-(θ_0^{(k)})_0·φZ(t) - (θ_0^{(k)})_1]·Δt & 0 \\ [(θ_0^{(k)})_0·(Y(t) - φV(t)) - k5]·Δt & -(θ_0^{(k)})_0·φZ(t)·Δt & 1 \end{bmatrix}$$

Bθ ← 
$$\begin{pmatrix} k3·Δt \\ 0 \\ -1·Δt \end{pmatrix}$$

As ← S·Aθ(tk)·ST
Bs ← S·Bθ
Fs ← S·F
XMs ← Xs(k)
Ws1 ← 0
Ws2 ← 0

Xzks ← S·Xzk(k)
for l ∈ 0..lp - 1
    XMs ← As·XMs + Bs·uk
for j ∈ lp..1
    XMs ← 2·XMs - As·XMs - Bs·uk
    Ws1 ← As·Ws1 + Δt·Cs·(XMs - Xzks)
    Ws2 ← Ws2 + Bs·Ws1 + Δt·D2·uk
vk ← 
$$\frac{-Ws2}{D1}$$

uk+1 ← uk + Δt·vk
Pr ← k4·[Y(k) - (X(k))1], (X(k))0
d ← (Xo(k))0 - lp·Pr
uz ← (uk+1)0 if d ≤ Zmin
uz ← 0 if d > Zmin
g1 ← d + uz
uz1 ← Zmax - Zzad if g1 > Zmax
uz1 ← uz if Zmin ≤ g1 ≤ Zmax
uz1 ← Zmax - Zmin if g1 < Zmin

```

Продолжение приложения Б

```

h1 ← floor( $\frac{uz1}{h}$ )
h2 ← uz1 - h1·h
uzk ← 0 if h1 = 0 ∧ h2 ≤ 0.5·h
uzk ← h1·h if h1 ≠ 0 ∧ h2 ≤ 0.5·h
uzk ← (h1 + 1)·h if h1 ≠ 0 ∧ h2 > 0.5·h
( $u_{k+1}$ )0 ← uzk
 $X^{(k+1)}$  ← A( $t_k$ )· $X^{(k)}$  + B· $u_k$  + F·mom(3, 0, 1)
for p ∈ 0..1
  ( $X^{(k+1)}$ )p ← 0 if ( $X^{(k+1)}$ )p < 0
  y ← H· $X^{(k+1)}$  + H· $\begin{bmatrix} \text{mom}[1, 0, (\sqrt{R1_{0,0}})]_0 \\ \text{mom}[1, 0, (\sqrt{R1_{1,1}})]_0 \\ \text{mom}[1, 0, (\sqrt{R1_{2,2}})]_0 \end{bmatrix}$ 
Pk1 ← Aθ( $t_k$ )·Pk·Aθ( $t_k$ )T + F·Q·FT
K ← Pk1·HT·(H·Pk1·HT + H·R1·HT)-1
Pk ← (identity(3) - K·H)·Pk1
 $X_o^{(k+1)}$  ← Aθ( $t_k$ )· $X_o^{(k)}$  + Bθ· $u_k$  + K·[y - H·(Aθ( $t_k$ )· $X_o^{(k)}$  + Bθ· $u_k$ )]
G ←  $\begin{bmatrix} -[(X_o^{(k)})_0·(Y(t_k) - \phi V(t_k))·\Delta t] + (X_o^{(k)})_1·\phi Z(t_k)·\Delta t & 0 \\ (X_o^{(k)})_0·(Y(t_k) - \phi V(t_k))·\Delta t - (X_o^{(k)})_1·\phi Z(t_k)·\Delta t & -(X_o^{(k)})_1·\Delta t \\ (X_o^{(k)})_0·(Y(t_k) - \phi V(t_k))·\Delta t - (X_o^{(k)})_1·\phi Z(t_k)·\Delta t & 0 \end{bmatrix}$ 
g ← Aθ( $t_k$ )· $X_o^{(k)}$  + Bθ· $u_k$  - G·θo(k)
M ← H·G·Pθ·GT·HT + H·F·Q·FT·HT + H·R1·HT
L ← Pθ·GT·HT·M-1
Pθ ← (identity(np) - L·H·G)·Pθ
θo(k+1) ← θo(k) + L·(y - H·G·θo(k) - H·g)
for p ∈ 0..1

```

```

  ( $X^{(k+1)}$ )p ← 0 if ( $X^{(k+1)}$ )p < 0
  y ← H· $X^{(k+1)}$  + H· $\begin{bmatrix} \text{mom}[1, 0, (\sqrt{R1_{0,0}})]_0 \\ \text{mom}[1, 0, (\sqrt{R1_{1,1}})]_0 \\ \text{mom}[1, 0, (\sqrt{R1_{2,2}})]_0 \end{bmatrix}$ 
Pk1 ← Aθ( $t_k$ )·Pk·Aθ( $t_k$ )T + F·Q·FT
K ← Pk1·HT·(H·Pk1·HT + H·R1·HT)-1
Pk ← (identity(3) - K·H)·Pk1
 $X_o^{(k+1)}$  ← Aθ( $t_k$ )· $X_o^{(k)}$  + Bθ· $u_k$  + K·[y - H·(Aθ( $t_k$ )· $X_o^{(k)}$  + Bθ· $u_k$ )]
G ←  $\begin{bmatrix} -[(X_o^{(k)})_0·(Y(t_k) - \phi V(t_k))·\Delta t] + (X_o^{(k)})_1·\phi Z(t_k)·\Delta t & 0 \\ (X_o^{(k)})_0·(Y(t_k) - \phi V(t_k))·\Delta t - (X_o^{(k)})_1·\phi Z(t_k)·\Delta t & -(X_o^{(k)})_1·\Delta t \\ (X_o^{(k)})_0·(Y(t_k) - \phi V(t_k))·\Delta t - (X_o^{(k)})_1·\phi Z(t_k)·\Delta t & 0 \end{bmatrix}$ 
g ← Aθ( $t_k$ )· $X_o^{(k)}$  + Bθ· $u_k$  - G·θo(k)
M ← H·G·Pθ·GT·HT + H·F·Q·FT·HT + H·R1·HT

```

Продолжение приложения Б

$$\begin{aligned}
 & L \leftarrow P\theta \cdot G^T \cdot H^T \cdot M^{-1} \\
 & P\theta \leftarrow (\text{identity}(np) - L \cdot H \cdot G) \cdot P\theta \\
 & \theta_o^{(k+1)} \leftarrow \theta_o^{(k)} + L \cdot (y - H \cdot G \cdot \theta_o^{(k)} - H \cdot g) \\
 & \text{for } p \in 0..1 \\
 & \quad \left(X_o^{(k+1)} \right)_p \leftarrow 0 \text{ if } \left(X_o^{(k+1)} \right)_p < 0 \\
 & W_{ww} \leftarrow \left(X^{(N)} \right)_2 \\
 & Su \leftarrow \sum_{i=0}^N u_i \\
 & \left(\begin{array}{c} X \\ X_o \\ u \\ \theta \\ \theta_o \\ kk12 \\ kk14 \\ tt \\ W_{ww} \\ Su \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

Приложение В Программная реализация моделирования однодневных скидок, устанавливаемых раз в неделю

```

Mod3 := k4 ← 0.039899
        k2 ← 19.991
        H ←  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 
         $\theta \leftarrow \begin{pmatrix} k4 \\ k2 \end{pmatrix}$ 
         $\theta_0^{(0)} \leftarrow \begin{pmatrix} 1.2 \cdot k4 \\ 1.2 \cdot k2 \end{pmatrix}$ 
        Zzad ← 1050
        Zmin ← 496
        Zmax ←  $\frac{3368}{2}$ 
        S ← (0 0 1)
         $X^{(0)} \leftarrow \begin{bmatrix} Zzad \\ \phi V(0) \\ \left(\frac{w_0}{14}\right) \end{bmatrix}$ 
         $X_0^{(0)} \leftarrow \begin{bmatrix} (X^{(0)})_0 + 0.1 \cdot (X^{(0)})_0 \\ (X^{(0)})_1 + 0.3 \cdot (X^{(0)})_1 \\ (X^{(0)})_2 + 0.2 \cdot (X^{(0)})_2 \end{bmatrix}$ 
        t0 ← 0
        D1 ← 578
        D2 ← 5843
        u0 ← (0)
         $\Delta t \leftarrow \frac{1}{16 \cdot 14}$ 
        lp ← 3
        h ← 771
        Cs ← 894243
        Pk ← identity(3)
        P0 ← identity(np)
        jj ← 0
        kk ← 7

        tt0 ← 0
        kkk ← 0
        t2 ← k2
        t4 ← k4
        for k ∈ 0..N
            k4 ← t4
            k2 ← t2
            k3 ← 2.28
            tk+1 ← Δt + tk
            razn ←  $(X^{(k)})_2 - (Xz^{(k)})_2$ 
            if k = kk
                k3 ← k3-0.95
                k4 ← k4-1.05
                k2 ← k2-1.05
    
```

Продолжение приложения В

$$\begin{aligned}
 & jj \leftarrow jj + 1 \\
 & tt_{kk} \leftarrow 1000 \\
 & kk12_{kk} \leftarrow k2 \\
 & kk14_{kk} \leftarrow k4 \\
 & k \leftarrow k \\
 & kk \leftarrow k + 8 \\
 & Xs^{(k)} \leftarrow S \cdot X^{(k)} \\
 & A(t) \leftarrow \begin{bmatrix} 1 + [-k4 \cdot (Y(t) - \phi V(t)) - k1] \cdot \Delta t & k4 \cdot \phi Z(t) \cdot \Delta t & 0 \\ k4 \cdot (Y(t) - \phi V(t)) \cdot \Delta t & 1 + (-k4 \cdot \phi Z(t) - k2) \cdot \Delta t & 0 \\ [k4 \cdot (Y(t) - \phi V(t)) - k5] \cdot \Delta t & -k4 \cdot \phi Z(t) \cdot \Delta t & 1 \end{bmatrix} \\
 & B \leftarrow \begin{pmatrix} k3 \cdot \Delta t \\ 0 \\ -1 \cdot \Delta t \end{pmatrix} \\
 & A\theta(t) \leftarrow \begin{bmatrix} 1 + [-\left(\theta_o^{(k)}\right)_0 \cdot (Y(t) - \phi V(t)) - k1] \cdot \Delta t & \left(\theta_o^{(k)}\right)_0 \cdot \phi Z(t) \cdot \Delta t & 0 \\ \left(\theta_o^{(k)}\right)_0 \cdot (Y(t) - \phi V(t)) \cdot \Delta t & 1 + [-\left(\theta_o^{(k)}\right)_0 \cdot \phi Z(t) - \left(\theta_o^{(k)}\right)_1] \cdot \Delta t & 0 \\ \left[\left(\theta_o^{(k)}\right)_0 \cdot (Y(t) - \phi V(t)) - k5\right] \cdot \Delta t & -\left(\theta_o^{(k)}\right)_0 \cdot \phi Z(t) \cdot \Delta t & 1 \end{bmatrix} \\
 & B\theta \leftarrow \begin{pmatrix} k3 \cdot \Delta t \\ 0 \\ -1 \cdot \Delta t \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$As \leftarrow S \cdot A\theta(t_k) \cdot S^T$$

$$Bs \leftarrow S \cdot B\theta$$

$$Fs \leftarrow S \cdot F$$

$$XM_s \leftarrow X_s^{(k)}$$

$$Ws1 \leftarrow 0$$

$$Ws2 \leftarrow 0$$

for 1 ∈ 0..lp - 1

$$XM_s \leftarrow As \cdot XM_s + Bs \cdot u_k$$

for j ∈ lp..1

$$XM_s \leftarrow 2 \cdot XM_s - As \cdot XM_s - Bs \cdot u_k$$

$$Xzks \leftarrow \frac{k - 0}{224 - 0} \cdot (1173 - 2.265) + 2.265$$

$$Ws1 \leftarrow As \cdot Ws1 + \Delta t \cdot Cs \cdot (XM_s - Xzks)$$

$$Ws2 \leftarrow Ws2 + Bs \cdot Ws1 + \Delta t \cdot D2 \cdot u_k$$

$$v_k \leftarrow \frac{-Ws2}{D1}$$

$$u_{k+1} \leftarrow u_k + \Delta t \cdot v_k$$

$$Pr \leftarrow k4 \cdot [Y(k) - (X_o^{(k)})_1] \cdot (X_o^{(k)})_0$$

$$d \leftarrow (X_o^{(k)})_0 - lp \cdot Pr$$

$$uz \leftarrow (u_{k+1})_0 \text{ if } d \leq Zmin$$

$$uz \leftarrow 0 \text{ if } d > Zmin$$

$$g1 \leftarrow d + uz$$

$$uz1 \leftarrow Zmax - Zzad \text{ if } g1 > Zmax$$

$$uz1 \leftarrow uz \text{ if } Zmin \leq g1 \leq Zmax$$

$$uz1 \leftarrow Zmax - Zmin \text{ if } g1 < Zmin$$

Продолжение приложения В

```

h1 ← floor(uz1/h)
h2 ← uz1 - h1·h
uzk ← 0 if h1 = 0 ∧ h2 ≤ 0.5·h
uzk ← h1·h if h1 ≠ 0 ∧ h2 ≤ 0.5·h
uzk ← (h1 + 1)·h if h1 ≠ 0 ∧ h2 > 0.5·h
(uk+1)0 ← uzk
X<k+1> ← A(tk)·X<k> + B·uk + F·mom(3,0,1)
for p ∈ 0..1
  (X<k+1>)p ← 0 if (X<k+1>)p < 0
  G ← [
    -[(Xo<k>)0(Y(tk) - φV(tk))·Δt] + (Xo<k>)1·φZ(tk)·Δt      0
    (Xo<k>)0(Y(tk) - φV(tk))·Δt - (Xo<k>)1·φZ(tk)·Δt    -(Xo<k>)1·Δt
    (Xo<k>)0(Y(tk) - φV(tk))·Δt - (Xo<k>)1·φZ(tk)·Δt      0
  ]
  g ← Aθ(tk)·Xo<k> + Bθ·uk - G·θo<k>
  y ← H·X<k+1> + H·[
    mom[1,0,(√R10,0)]0
    mom[1,0,(√R11,1)]0
    mom[1,0,(√R12,2)]0
  ]
  Pk1 ← Aθ(tk)·Pk·Aθ(tk)T + F·Q·FT
  K ← Pk1·HT·(H·Pk1·HT + H·R1·HT)-1
  Pk ← (identity(3) - K·H)·Pk1
  Xo<k+1> ← Aθ(tk)·Xo<k> + Bθ·uk + K·[y - H·(Aθ(tk)·Xo<k> + Bθ·uk)]
  for p ∈ 0..1
    (Xo<k+1>)p ← 0 if (Xo<k+1>)p < 0
  M ← H·G·Pθ·GT·HT + H·F·Q·FT·HT + H·R1·HT
  L ← Pθ·GT·HT·M-1
  Pθ ← (identity(np) - L·H·G)·Pθ

```

$$\theta_o^{<k+1>} \leftarrow \theta_o^{<k>} + L \cdot (y - H \cdot G \cdot \theta_o^{<k>} - H \cdot g)$$

$$W_{ww} \leftarrow (X^{<N>})_2$$

$$Su \leftarrow \sum_{i=0}^N u_i$$

$$\begin{pmatrix} X \\ X_o \\ u \\ \theta \\ \theta_o \\ kk12 \\ kk14 \\ tt \\ W_{ww} \\ Su \end{pmatrix}$$

Уважаемый пользователь! Обращаем ваше внимание, что система «Антиплагиат» отвечает на вопрос, является ли тот или иной фрагмент текста заимствованным или нет. Ответ на вопрос, является ли заимствованным фрагмент именно плагиатом, а не законной цитатой, система оставляет на ваше усмотрение.

Отчет о проверке № 1

дата выгрузки: 05.06.2017 08:38:35
 пользователь: malahova.tanny@yandex.ru / ID. 3209811
 отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат»
 на сайте <http://www.antiplagiat.ru>

Информация о документе

№ документа: 32
 Имя исходного файла: Диплом.pdf
 Размер текста: 1770 кБ
 Тип документа: Прочее
 Символов в тексте: 49335
 Слов в тексте: 6756
 Число предложений: 325



Информация об отчете

Дата: Отчет от 05.06.2017 08:38:35 - Последний готовый отчет
 Комментарий: не указано
 Оценка оригинальности: 92.48%
 Заимствования: 7.52%
 Цитирование: 0%

Оригинальность: 92.48%
 Заимствования: 7.52%
 Цитирование: 0%

Источники

Доля в тексте	Источник	Ссылка	Дата	Найдено в
2.76%	[1] АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОСТАВКАМИ И РЕКЛАМОЙ - тема научной статьи по математике, читать бесплатно текст научно-исследовательской работы в электронной библиотеке КиберЛенинка	http://cyberleninka.ru	13.06.2013	Модуль поиска Интернет
2.55%	[2] Адаптивное управление поставками и рекламой	http://sun.tsu.ru	раньше 2011 года	Модуль поиска Интернет
2.55%	[3] Adaptive control of delivery and advertising.pdf	http://journals.tsu.ru	08.10.2016	Модуль поиска Интернет

Руководитель ВКР — *Т.Н. Решетников*