

Министерство образования и науки Российской Федерации
(МИНОБРНАУКИ РОССИИ)
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (ТГУ)
Физико-Технический Факультет
Кафедра динамики полета

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ В ГЭК

Руководитель ООП

д-р физ.-мат. наук, профессор

 В. И. Биматов

« 6 » 06 2016 г.

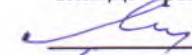
СЕЙСМИЧЕСКИЕ МОРСКИЕ ВОЛНЫ ЦУНАМИ

Выпускная квалификационная работа бакалавра
по направлению 24.03.03 – Баллистика и гидроаэродинамика
профиль Динамика полета и управление движением ракет и
космических аппаратов

Липунов Игорь Борисович

Руководитель:

канд. физ.-мат. наук

 Э.Е. Либин

« 6 » 06 2016

Автор работы:

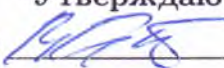
Студент гр.10205

 И.Б. Липунов

Томск 2016

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физико-
технический
факультет

'Утверждаю'
Зав.кафедрой  Биматов В.И.
Кафедра динамики полета

ЗАДАНИЕ

на выпускную работу студента IV курса 10205 группы
Липунова Игоря Борисовича

1. Тема работы:
"Сейсмические морские волны цунами."
2. Научный руководитель: кандидат физ.- мат. наук, доцент Э.Е.Либин
3. Срок представления на кафедру " 10 " июня 2016г.
4. Содержание работы

№ п/п	Наименование работы	Сроки исполнения
1.	Постановка задачи. Работа с литературой.	<u>10.02.2016</u>
2.	Получение аналитического решения задачи.	<u>1.03.2016</u>
3.	Проведение расчетов.	<u>3.04.2016</u>
4.	Оформление рукописи.	<u>25.05.2016</u>

Рекомендуемая для проработки литература:

1. Ламб Г. Гидродинамика. Том1.-Москва-Ижевск:НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2003, 452 стр.
2. Сретенский Л. Н., Ставроский А. С. Расчет высоты волн цунами вдоль берега.—Тр. Морского гидрофизич. ин-та, [96], том 24, с. 25-47.
3. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. ОНТИ НКТП СССР.: — 1936. — 303с.
4. Стокер Дж.Дж. Волны на воде. Математическая теория и приложения. М.: И-л, — 1959. — 618с.
5. Федосенко В. С., Черкесов Л. В. О внутренних волнах от подводных землетрясений.— Изв. АН СССР, ФАО, 1968, том 4, вып. 11, с 1197-1203.

Научный руководитель
канд. физ.-мат. наук, доцент

 /Э.Е. Либин/

Задание принял и исполнил

 /И.Б. Липунов/

Аннотация

По современным представлениям цунами генерируется внезапным сдвигом по падению плоскости разлома во время больших землетрясений. Хотя землетрясения, происходящие при сдвиге по простираанию плоскости разлома, иногда тоже возбуждают цунами, они в общем являются локальными и не распространяются на большие расстояния. Цунами возникают обычно вслед за сильным не глубоким землетрясением под дном моря. Фокусом, или гипоцентром, называется точка в теле Земли, в которой произошел первоначальный разрыв. Глубина фокуса измеряется от поверхности Земли по вертикали. Пересечение этой вертикали с земной поверхностью образует точку, называемую эпицентром. По своей природе проблема цунами является комплексной. Исследования ее включают: описание фактических цунами и их последствий; изучение сейсмического режима и строения земной коры цунами опасных регионов; разработку сейсмо-гидродинамической теории возбуждения, распространения и трансформации волн цунами, а также их взаимодействие с берегом. Математический аппарат, описывающий явление цунами, относится к теории длинных волн на поверхности жидкости. Он еще не достаточно хорошо развит. Поэтому в настоящей работе сделана попытка синтезировать современные знания о цунами, главным образом в том что касается математических методов исследований.

Выпускная квалификационная работа: 25 с., 10 рис., 17 источников.

Abstract

On the modern representations of a tsunami it is generated by sudden shift on falling of the plane of a break during larger earthquakes. Though the earthquakes occurring at shift on a break plane extension sometimes too excite a tsunami, they generally are local and do not extend to long distances. Tsunami arise usually after the strong not deep earthquake under the bottom of the sea. Focus, or a hypocenter, the point in a body of Earth in which there was a tentative gap is called. Depth of focus is measured from the Earth's surface down. Crossing of this vertical with a terrestrial surface forms the point called by epicenter. By the nature the problem of a tsunami is complex. Researches include it: description of the actual tsunami and their consequences; studying of the seismic mode and structure of crust of a tsunami of dangerous regions; development of the seismo-hydraulic theory of exaltation, distribution and transformation of waves of a tsunami, and also their interaction with the coast. The mathematical apparatus describing the tsunami phenomenon falls into shallow water theories on a liquid surface. It is not rather well developed. Therefore in the real work attempt to synthesize the modern knowledge of a tsunami, mainly as for mathematical methods of researches is made.

Final qualification work: 25 pages, 10 fig., 17 sources.

Содержание

Введение.	2
1 Задачи с начальными условиями	3
1.1 Теория длинных волн	3
1.2 Параметры характеризующие дисперсию	4
1.3 Безразмерные переменные	5
1.4 Волна Коши-Пуассона	6
1.5 Нелинейные волны конечной амплитуды	8
2 Кноидальные волны	11
2.1 Уравнение Кортевега – де Фриза	11
2.2 Стационарное решение и уединенная волна	12
2.3 Оценка приближенных теорий	14
2.4 Периодические кноидальные волны	15
2.5 Формулы теории эллиптических функций	18
3 Рефракция волн цунами	21
Заключение.	24
Список литературы	25

Введение.

В последнее время явление цунами, как и сам этот термин, получило широкую известность. Цунами - японское слово, означающее волну в гавани. Теперь оно применяется для обозначения гравитационных волн на поверхности воды, вызванных главным образом землетрясениями или явлениями, связанными с ними (например оползнем), а также взрывами вулканических островов или ядерных устройств. Прежде эти волны назывались „приливными“, но это не верно, так как цунами не связаны с приливами. Другой широко распространенный термин „морские сейсмические волны“ не включает волны от естественных и искусственных взрывов.

По современным представлениям цунами генерируется внезапным сдвигом по падению плоскости разлома во время больших землетрясений. Хотя землетрясения, происходящие при сдвиге по простиранию плоскости разлома, иногда тоже возбуждают цунами, они в общем являются локальными и не распространяются на большие расстояния. Цунами возникают обычно вслед за сильным не глубоким землетрясением под дном моря. Фокусом, или гипоцентром, называется точка в теле Земли, в которой произошел первоначальный разрыв. Глубина фокуса измеряется от поверхности Земли по вертикали. Пересечение этой вертикали с земной поверхностью образует точку, называемую эпицентром. Цунами могут возбуждаться как движением морского дна при сдвиге плоскости разлома, так и сейсмическими поверхностными волнами, проходящими через континентальный шельф. Долгопериодные поверхностные сейсмические волны (так называемые волны Рэлея) имеют вертикальную компоненту и переносят значительную долю энергии землетрясения. Из несейсмических причин возбуждения цунами являются сбросы и падения в воду большой массы береговых пород при землетрясении.

В соответствии с общей классификацией цунами относятся к длинным волнам. Длина их достигает нескольких сотен километров, амплитуда над глубокой частью океана обычно порядка одного метра. Поэтому их трудно обнаружить с воздуха или с корабля. Волны распространяются со скоростью, пропорциональной квадратному корню из глубины воды. В океане эта скорость составляет несколько сотен километров в час. Достигнув континентального шельфа, волны цунами замедляют свое движение, а их высота возрастает. Подход цунами к берегу иногда сопровождается отливом, которому могут предшествовать короткопериодные колебания уровня воды малой амплитуды, называемые предвестниками. Цунами состоит из серии волн, которые достигают берега с периодом от 5 до 90 мин. Самой высокой обычно бывает не первая волна, но большей частью она оказывается среди первых десяти. За главными волнами цунами следуют вторичные колебания (ондуляции), в основном связанные с резонансными эффектами в бухтах, удерживающих энергию главных волн.

По своей природе проблема цунами является комплексной. Исследования ее включают: описание фактических цунами и их последствий; изучение сейсмического режима и строения земной коры цунамиопасных регионов; разработку сейсмо-гидродинамической теории возбуждения, распространения и трансформации волн цунами, а также их взаимодействие с берегом.

Математический аппарат, описывающий явление цунами, относится к теории длинных волн на поверхности жидкости. Он еще не достаточно хорошо развит. Поэтому в настоящей работе сделана попытка синтезировать современные знания о цунами, главным образом в том что касается математических методов исследований.

1 Задачи с начальными условиями

1.1 Теория длинных волн

Теория длинных волн является приближенной теорией, которая следует из предположения, что компонента ускорения частиц воды по оси y оказывает незначительное влияние на давление p , или, иными словами, что давление p задается как в гидростатике

$$p = g\rho(h - y). \quad (1.1.1)$$

Величина ρ , как всегда, есть плотность воды, а уравнение $y = h(x, t)$ — есть уравнение верхней границы слоя воды, по которой давление считается равным нулю. Многие следствия из (1.1.1) полезны для наших целей. Прежде всего, мы видим, что

$$\frac{\partial p}{\partial x} = g\rho \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (1.1.2)$$

а потому p_x не зависит от y . Отсюда следует, что компоненты ускорения частиц воды по оси x также не зависят от y ; следовательно, u — компонента скорости по оси x — также не зависит от y для всех t , если это имело место в какой-либо момент времени, скажем при $t=0$. Мы будем предполагать, что это верно для всех случаев (это верно, например, в важном специальном случае, когда жидкость находится в покое при $t=0$). Таким образом, $u=u(x, t)$, т.е. горизонтальная компонента скорости, зависит теперь только от x и t . Поэтому в качестве уравнения движения в направлении оси x , учитывая (1.1.2) мы можем принять

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -g \frac{\partial h}{\partial x}. \quad (1.1.3)$$

Это просто обычное уравнение движения в форме Эйлера, в котором учтено, что $u_y = 0$. Условие сохранения объема записывается в виде

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [u(h - D)] = 0. \quad (1.1.4)$$

Здесь $y=-D(x)$ — уравнение дна жидкого слоя, т.е. величина $h - D$ есть расстояние по вертикали от поверхности жидкости до дна (местная глубина).

Два дифференциальных уравнения первого порядка (1.1.3) и (1.1.4) для функций $u(x, t)$ и $h(x, t)$ являются дифференциальными уравнениями нелинейной теории длинных волн (или мелкой воды). Как только начальное состояние жидкости задано, т.е. заданы значения u и h в момент времени $t=0$, уравнения (1.1.3) и (1.1.4) описывают последующее движение.

Если в дополнение к основному предположению теории длинных волн, выражаемому условием (1.1.1), мы примем что u и h , скорость частиц и возвышение свободной поверхности, и их производные являются малыми величинами, квадратами и произведениями которых можно пренебречь по сравнению с линейными членами, то сразу получается

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = gD \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (1.1.5)$$

Если глубина жидкости D постоянна, то $h(x, t)$ удовлетворяет такому же уравнению. Отсюда получается важный результат, что скорость распространения возмущений равна $\sqrt{gD}$. В принципе именно этот линеаризованный вариант теории мелкой воды всегда применяется как основа волновых движений на поверхности воды. Действительные океаны и моря с большинства точек зрения не считаются мелкими; однако в крупномасштабных явлениях глубина их действительно очень мала по сравнению с радиусом кривизны поверхности, так что приближение, которое дает теория длинных волн, подходит наилучшим образом.

Если из системы уравнений (1.1.3) и (1.1.4) исключить скорость u , то получим одно дифференциальное уравнение для возвышения уровня воды $h(x, t)$, которое имеет вид

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - gD \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{3}{2}g \frac{\partial^2}{\partial x^2} (h - D)^2 + \frac{1}{3}gD^3 \frac{\partial^4 h}{\partial x^4}. \quad (1.1.6)$$

Оно является классическим вариантом уравнения Буссинеска.

1.2 Параметры характеризующие дисперсию

Из предположения, что глубина волны мала по сравнению с горизонтальным масштабом, вытекают три приближения теории длинных волн [1, 4]: а) линейные компоненты, б) уравнения для волн конечной амплитуды, в) уравнения Буссинеска или Кортвега-де-Фриза (КдФ). Выбор той или иной аппроксимации определяется соотношением между тремя линейными характеристиками: глубиной D , длиной λ и амплитудой волны η . Их отношения определяют три безразмерных параметра:

$$\varepsilon = \frac{\eta}{D}; \quad \mu = \frac{D^2}{\lambda^3}; \quad U = \frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{\eta \lambda^2}{D^3}, \quad (1.2.1)$$

где U — параметр Урселла, отражающий относительное значение амплитудной и фазовой дисперсий.

В линейной теории периодических гравитационных волн [4] частота ω дается соотношением

$$\omega^2 = gk \cdot th(kD), \quad (1.2.2)$$

где g — гравитационное ускорение, а $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число.

Фазовая скорость C выражается в виде

$$C = \frac{\omega}{k}. \quad (1.2.3)$$

Для очень длинных волн выражение $th(kD)$ можно приближенно заменить первым членом его разложения. Тогда из формул (1.2.2) и (1.2.3) следует

$$C = \sqrt{gD} \left[1 - \frac{2\pi^2}{3} \frac{D^2}{\lambda^2} \right]. \quad (1.2.4)$$

Из уравнения (1.2.4) видно, что длинные волны распространяются со скоростью, которая зависит главным образом от глубины, но с небольшой отрицательной поправкой, пропорциональной значению μ . Две волновые компоненты с несколько различными значениями μ стремятся разделиться в процессе распространения. Таким образом, μ есть мера „частотной дисперсии“.

Второй тип дисперсии поясняется формулой скорости, с которой распространяется уединенная волна:

$$C \approx \sqrt{gD} \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right). \quad (1.2.5)$$

Приблизленно скорость есть $\sqrt{gD}$, но с небольшой поправкой, пропорциональной относительной амплитуде. Таким образом, параметр ε характеризует амплитудную дисперсию.

По значению параметра U можно выделить три режима:

- $U \ll 1$ — амплитудной дисперсией можно пренебречь. Справедлива линейная теория.
- $U = O(1)$ — существенна и амплитудная и частотная дисперсия. Применимы уравнения Буссинеска. При определенных условиях они сводятся к уравнениям Кортевега де Фриза.
- $U \gg 1$ — Амплитудная дисперсия преобладает. Справедлива нелинейная теория длинных волн конечной амплитуды.

Для изучения волн цунами применяются как линейные, так и нелинейные уравнения. Однако при распространении цунами через континентальный шельф следует применять промежуточный тип уравнений — уравнение Буссинеска. Параметр Урсела U является не вполне безукоризненным средством для описания различных режимов. Для очень длинных волн на мелкой воде (паводки, бор, цунами у берега) величина U зависит от интерпретации придаваемой длине волны λ . Для очень длинных волн понятие длины волны теряет смысл, так как длина уединенной волны есть ∞ , а кривизна потока под гребнем конечна, и для нее может быть определена длина волны. Относительная амплитуда $(h - D)/D$ является, следовательно, более приемлемой, чем величина U , для оценки важности нелинейных членов.

1.3 Безразмерные переменные

Выберем следующие безразмерные переменные, обозначенные знаком штрих:

$$x = Lx'; \quad t = \frac{Lt'}{\sqrt{gD}}; \quad \frac{h - D}{D} = \varepsilon\eta. \quad (1.3.1)$$

Тогда, в новых переменных x' , t' и η , уравнение Буссинеска (1.1.6) запишется так:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t'^2} - \frac{\partial^2 \eta}{\partial x'^2} = \frac{3}{2} \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x'^2} (\eta)^2 + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial^4 \eta}{\partial x'^4}. \quad (1.3.2)$$

Обычно эта форма уравнения и используется в теории длинных волн. Числовые множители стоящие перед параметрами ε и μ — несущественны, их можно выбирать различным образом. Важно только то, что параметры ε и μ определяют соответственно влияние нелинейности и пространственную дисперсию. Штрихи в этом уравнении, конечно, тоже опускают.

Уравнение (1.3.2) описывает, в общем случае, распространение нелинейных волн бегущих как влево, так вправо. Сокращенная форма уравнений Буссинеска, учитывающая что волна распространяется только направо может быть получена из (1.3.2) путем соответствующих преобразований. Это сокращенное уравнение Буссинеска имеет вид

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{3}{4} \varepsilon \frac{\partial \eta^2}{\partial x} + \frac{1}{6} \mu \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0. \quad (1.3.3)$$

Оно носит специальное название — уравнение Кортевега -де Фриза (КдФ). Для этого уравнения было найдено много восхитительных точных аналитических решений, и был разработан метод обратной задачи рассеяния для решения с заданным начальным условием. В настоящее время хорошие свойства этого уравнения доминируют над всеми другими уравнениями такого типа. Становится ясным, что КдФ уравнение применимо ко многим задачам о диспергирующих нелинейных волнах, совершенно не связанных с волнами на воде. Выведенное в гидродинамике в 1895 г. оно играет очень важную роль как в теории, так и в приложениях. Основные области его приложения — физика плазмы, гидродинамика, механика, теоретическая физика. На основе этого уравнения были открыты солитоны (уединенные волны), и начался большой прогресс в изучении свойств нелинейных волн. К решению проблем связанными с волнами цунами уравнение КдФ имеет лишь вспомогательное чисто теоретическое отношение.

1.4 Волна Коши-Пуассона

Задачей Коши-Пуассона называют линейную задачу о волнах с начальными условиями распространяющимися по поверхности воды. Приступая к изучению решений уравнения Буссинеска, начнем с простого случая линейной задачи, когда параметр ε , отвечающий за нелинейность, равен нулю.

Уравнение (1.3.2) будет тогда иметь вид

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4}. \quad (1.4.1)$$

Пусть, начальное возвышение задано в виде гауссовского импульса:

$$\eta(x, 0) = b \cdot e^{-x^2/d^2}. \quad (1.4.2)$$

Решение можно найти пользуясь тождеством Фурье

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos(\alpha x) d\alpha \int_0^\infty f(\beta) \cos(\beta \alpha) d\beta. \quad (1.4.3)$$

Будем искать решение уравнения (1.4.1) в форме

$$\eta(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos(\alpha x) A(\alpha, t) d\alpha \int_0^\infty \eta(\beta, 0) \cos(\alpha \beta) d\beta, \quad (1.4.4)$$

которая отличается от тождества Фурье (1.4.3) тем, что в первый интеграл введен множитель $A(\alpha, t)$. Чтобы выполнялось уравнение (1.4.1), функция $A(\alpha, t)$ должна удовлетворять дифференциальному уравнению

$$\ddot{A} + (\alpha^2 - \mu \alpha^4) A = 0; \quad A(\alpha, 0) = 1; \quad \dot{A}(\alpha, 0) = 0. \quad (1.4.5)$$

Таким образом, имеем:

$$\eta(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos(\alpha x) \cos\left(\alpha t \sqrt{1 - \mu \alpha^2}\right) d\alpha \int_0^\infty \eta(\beta, 0) \cos(\alpha \beta) d\beta. \quad (1.4.6)$$

Из решения, описываемого формулой (1.4.6), непосредственно видно, что форма волны является четной функцией по координате x . Она распадается на две бегущие в

разные стороны волны. Если параметр дисперсии μ равен нулю, то форма импульса, задаваемого начальным условием при движении не изменяется. В противном случае начальный импульс при движении изменяет свою форму.

Если взять, для типичного примера, начальный импульс в виде (1.4.2), то второй интеграл в (1.4.6) возьмется в явном виде [15], и мы получим

$$\int_0^\infty \eta(\beta, 0) \cos(\alpha\beta) d\beta = b \cdot \int_0^\infty e^{-\beta^2/d^2} \cos(\alpha\beta) d\beta = bd\sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{\alpha^2 d^2}{4}}. \quad (1.4.7)$$

Следовательно, для частного случая имеем решение в виде однократного интеграла:

$$\eta(x, t) = \frac{bd}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \cos(\alpha x) \cos\left(\alpha t \sqrt{1 - \mu\alpha^2}\right) e^{-\frac{\alpha^2 d^2}{4}} d\alpha. \quad (1.4.8)$$

Для вычислений, в нем удобнее сделать подстановку $\alpha = 2\sigma/d$, и привести к виду:

$$\eta(x, t) = b\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \cos\left(\frac{2x}{d}\sigma\right) \cos\left(\frac{2t}{d}\sigma\sqrt{1 - \frac{4\mu}{d^2}\sigma^2}\right) e^{-\sigma^2} d\sigma. \quad (1.4.9)$$

На рисунке 1 показано как влияет параметр дисперсии μ на форму волны Коши-Пуассона в фиксированный момент времени.

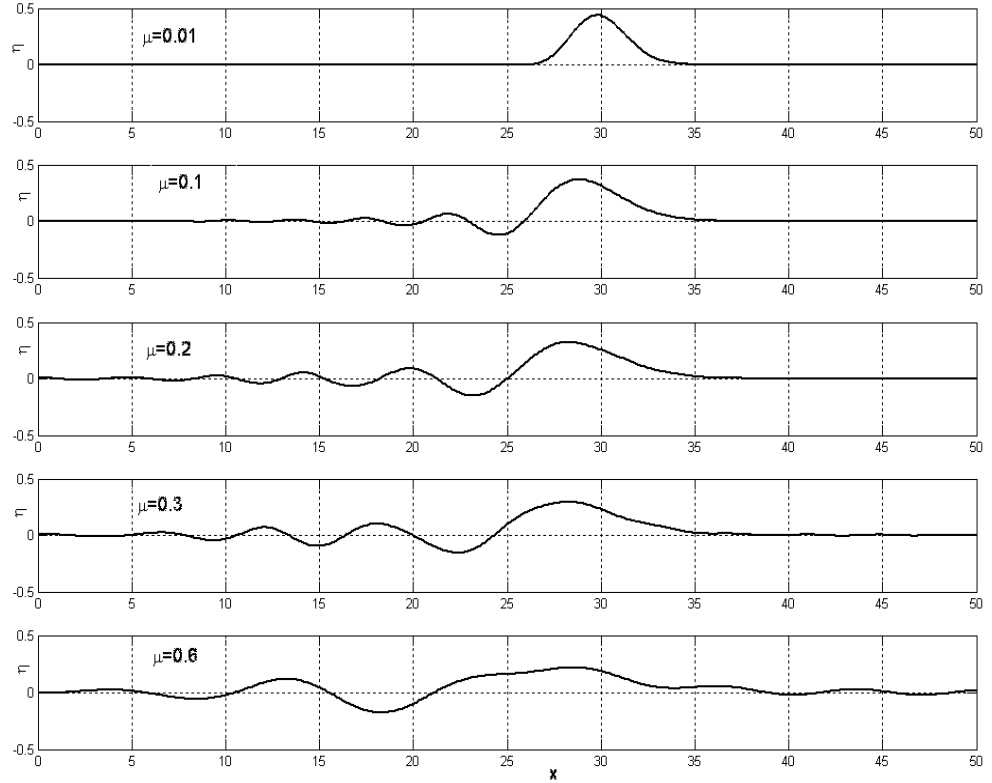


Рис. 1: Форма волны Коши-Пуассона в зависимости от коэффициента дисперсии μ в момент безразмерного времени $\tau = 30$.

Из этого рисунка видно, что при $\mu = 0$ волна распространяется без изменения своей формы. С ростом μ у нее сначала сзади появляется шлейф, а при дальнейшем увеличении появляются предвестники и впереди волны. Расчет, показанный на рисунке 1,

осуществлялся по формуле (1.4.9), с помощью программы:

```
function F=cunami(t,mu)
x=linspace(0,50,400); s=linspace(0,5,500); [X,S]=ndgrid(x,s);
F=cos(X.*S).*cos(t*S.*sqrt(abs(1-mu*S.^2))).*exp(-S.^2);
F=trapz(s,F,2); plot(x,F); grid on;
```

Такое же решение для волны Коши-Пуассона можно получить и для осесимметричного случая. Здесь вместо преобразования Фурье используется преобразование Ханкеля, и решение соответствующее начальному гауссовскому импульсу по радиальной координате r принимает вид:

$$\zeta(x, t) = b \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \sigma J_0\left(\frac{2r}{d}\sigma\right) \cos\left(\frac{2t}{d}\sigma \sqrt{1 - \frac{4\mu}{d^2}\sigma^2}\right) e^{-\sigma^2} d\sigma. \quad (1.4.10)$$

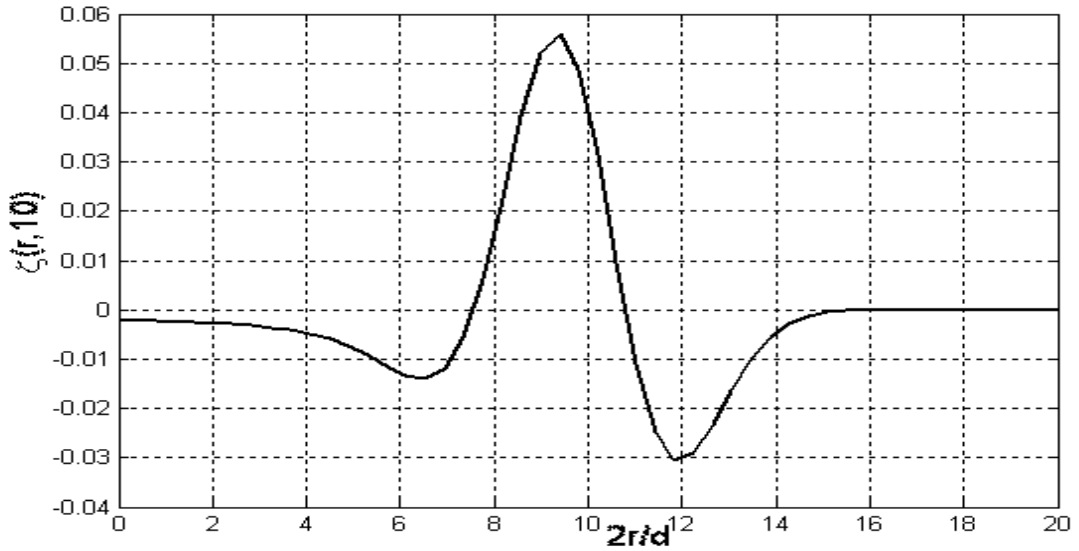


Рис. 2: Профиль кольцевой волны в момент безразмерного времени $\tau = 10$, распространяющейся от начального гауссовского возмущения единичной высоты без дисперсии при $\mu = 0$.

В отличие от плоской волны, кольцевая волна Коши-Пуассона не сохраняет свою форму при распространении. Она довольно быстро переходит в бугорок и впадину, как показано на рисунке 2, и затем расширяется удаляясь в радиальном направлении, и в то же время убывает по высоте. При учете дисперсии также возникают шлейфы, как и в плоской волне.

1.5 Нелинейные волны конечной амплитуды

Предположение о линейности позволяет определить сложное волновое движение посредством суммирования элементарных волновых движений, как это было сделано при решении задачи о волне Коши-Пуассона. В нелинейных уравнениях этот принцип суперпозиции не выполняется, что приводит к усложнению математического аппарата. В

случае волн конечной амплитуды слагаемое содержащее параметр ε в уравнении Буссинеска (1.3.2) нельзя отбрасывать. Пренебрегая, для простоты решения, дисперсионным параметром μ , запишем это уравнение в виде

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \varepsilon \frac{\partial^2 \eta^2}{\partial x^2} \quad (1.5.1)$$

Если $\varepsilon = 0$, то уравнение (1.5.1) имеет решение в виде волны движущейся с постоянной скоростью без изменения формы. Если $\varepsilon \neq 0$, то свойства волны меняются: скорость волны начинает зависеть от амплитуды ε , ее профиль становится несимметричным и он не постоянен в процессе движения. Профиль поверхности волны может также и опрокидываться, за счет того, что верхняя ее часть движется быстрее нижней.

Строго говоря, следовало бы решать не само уравнение (1.5.1), а систему двух дифференциальных уравнений (1.1.3) и (1.1.4), из которой выводится уравнение Буссинеска. По форме записи, эта система совпадает с уравнениями двумерной газовой динамики. Аналогия состоит в том, плотность газа заменяется возвышением свободной поверхности воды [4], показатель политропы $\gamma = 2$, а роль скорости звука играет $\sqrt{gD}$. Поэтому методы решения системы (1.1.3)–(1.1.4), а также и уравнения (1.5.1), должны быть газодинамическими, т.е. с применением метода характеристик и теории ударных волн.

Для уравнения гиперболического типа применяется также конечно-разностный метод, в котором для обеспечения устойчивости счета нужно применять слишком мелкий шаг по времени. Такой подход не является лучшим.

Для изучения нелинейных свойств уравнения (1.5.1) можно применить и более простой способ решения. Суть его состоит в том, что решение этого уравнения ищется в виде бегущей волны

$$\eta(x, t) = \eta(x - Vt), \quad (1.5.2)$$

где предполагается, что скорость V не зависит явно от времени. Вторая производная по времени в этом случае равна

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}, \quad (1.5.3)$$

и уравнение (1.5.1), следовательно, принимает вид

$$V^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\eta + \varepsilon \eta^2). \quad (1.5.4)$$

Считая, что V в этом выражении является приближенно постоянной величиной, можно сразу получить связь между величинами V и η :

$$V^2 = 1 + \varepsilon \eta,$$

или

$$V = \sqrt{1 + \varepsilon \eta} \quad (1.5.5)$$

Подставляя V в (1.5.2), получим

$$\eta = \eta_0 \left(x - t \sqrt{1 + \varepsilon \eta} \right). \quad (1.5.6)$$

Если коэффициент $\varepsilon = 0$, то формула (1.5.6) дает бегущую волну постоянной формы от начального возмущения $\eta_0(x)$. В общем случае оно определяет высоту поверхности

волны в неявной форме. При малых значениях параметра ε форму волны можно находить с помощью итераций

$$\eta_{n+1} = \eta_0 \left(x - t\sqrt{1 + \varepsilon\eta_n} \right), \quad \eta_0 = \eta_0(x), \quad (1.5.7)$$

которые достаточно быстро сходятся. На рисунке 3 показан вычисленный таким способом процесс продвижения и распада начального импульса гауссовской формы. Сначала импульс распадается на пару импульсов бегущих в разные стороны. Крутизна переднего фронта увеличивается по мере продвижения, а заднего — уменьшается.

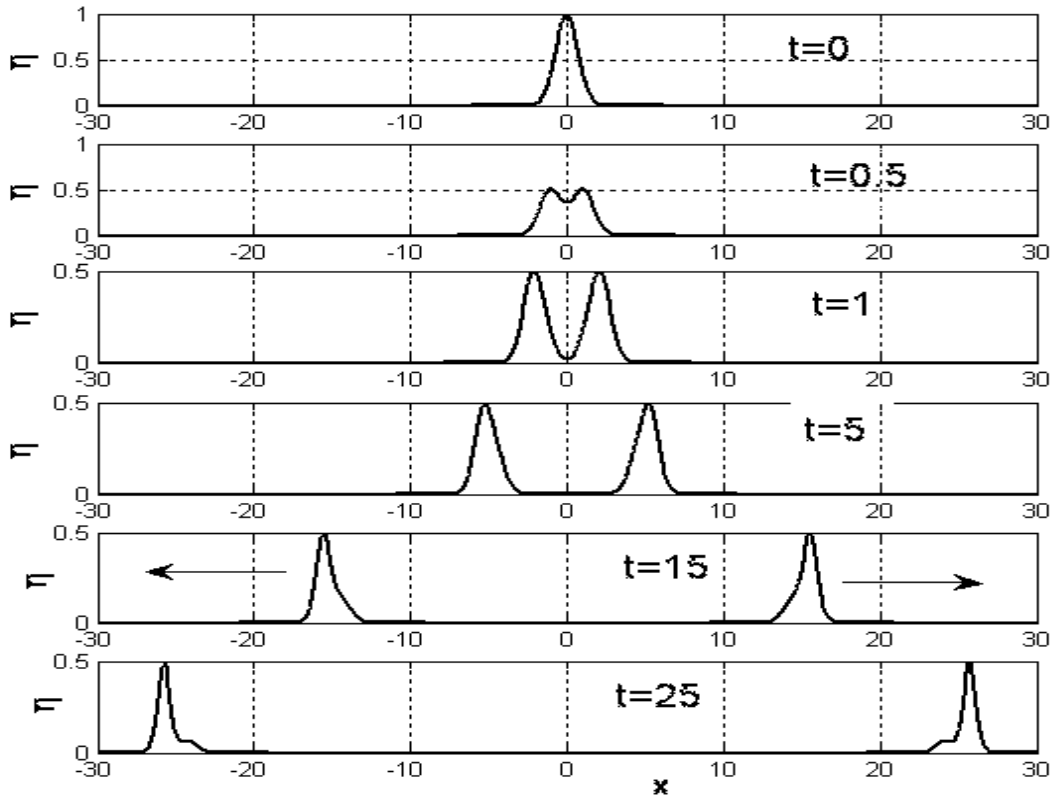


Рис. 3: Распространение локального возмущения от первичного гауссовского возвышения в нелинейной волне, $\varepsilon = 0.1$.

Такие эффекты проявляются уже при малой амплитуде $\varepsilon = 0.1$. В конечном счете нелинейная волна разрушается из-за ее опрокидывания, но в данном приближенном способе расчета это явление не может быть обнаружено. Волна просто разрушается на некотором расстоянии от начала движения. Начальные волны с большей высотой начинают разрушаться раньше.

Рассматриваемые по отдельности волна Коши-Пуассона и нелинейная волна стремятся исказить форму начальной волны. Однако может возникнуть ситуация при которой оба эффекта гасят друг друга. При одновременном учете коэффициентов μ и ε в уравнении Буссинеска (1.3.2) волна может распространяться (практически без искажения формы) на очень большие расстояния.

Заключение.

В работе рассматриваются волны цунами, в основе которых лежит приближенная нелинейная теория длинных волн. Эти волны описываются гиперболическим дифференциальным уравнением, предложенным еще Буссинеском, в которое входят нелинейное и дисперсионное слагаемые. Учитывается также и переменность глубины. Это уравнение, переделанное в уравнение Кортевега-де-Фриза, послужило в дальнейшем источником бурного развития всей физики нелинейных волн, в том числе и катастрофических волн цунами. Выводы, которые можно сделать в результате выполнения данной работы, следующие:

1. Нелинейный и дисперсионный члены включаются в уравнение Буссинеска как реально существующие факторы.
2. Учет только дисперсионного члена приводит к волне со шлейфом. Учет только нелинейного фактора приводит к быстрому опрокидыванию и разрушению волны. Такие волны не могут распространяться на огромные расстояния характерные для волн цунами.
3. При совместном учете нелинейного и дисперсионного слагаемого уравнение Буссинеска имеет решение в виде волн распространяющихся без изменения своей формы на любые расстояния.
4. Такие решения существуют в виде солитонов или кноидальных волн.
5. В работе проанализированы, с помощью аналитических и численных способов, все указанные выше решения. Составлены соответствующие программы для расчета этих явлений.
6. Волны цунами образуются в результате подвижек дна, которые происходят из-за подводных землетрясений на большой площади. Они обладают большой энергией и скоростью распространения. Приводят к катастрофическим последствиям при взаимодействии с берегом.
7. Фактический материал представлен в работе в виде карт рефракции волн, которые помещаются в интернете для служб оповещения.

Список литературы

- [1] Сретенский Л. Н., Ставроский А. С. Расчет высоты волн цунами вдоль берега.—Тр. Морского гидрофизич. ин-та, [96], том 24, с. 25-47.
- [2] Федосенко В. С., Черкесов Л. В. О внутренних волнах от подводных землетрясений.—Изв. АН СССР, ФАО, 1968, том 4, вып. 11, с 1197-1203.
- [3] Релей Дж. Теория звука.—2-е изд.—М.: Физматгиз, 1955.
- [4] Стокер Д.Д. Волны на воде. Математическая теория и приложения. М.: И-л, — 1959. — 618с.
- [5] Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. ОНТИ НКТП СССР.: — 1936. — 303с.
- [6] Ламб Г. Гидродинамика. Том1.-Москва-Ижевск:НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", —2003,— 452 стр.
- [7] Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе. Теоретическая гидромеханика. Часть 2. ОГИЗ, — Государственное издательство технико—теоретической литературы. Москва 1948.
- [8] Л. Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. Москва "Наука", главная редакция физико—математической литературы, —1987, —840 стр.
- [9] Д. Иваненко и А. Соколов. Классическая теория поля. Изд.-во технико-теоретической литературы, М.— Л, —1951, — 479 с.
- [10] М. В. Келдыш, Л. И. Седов. Приложение теории функций к гидродинамике и аэродинамике. М.: «Наука», — 1964, —48 с.
- [11] В. Коппенфельс, Ф. Штальман. Практика конформных отображений. М.: «Наука»— 1963, — 406 с.
- [12] М. А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М.: «Наука»— 1973.
- [13] Л. М. Милн-Томсон. Теоретическая гидродинамика. М.: «МИР»— 1974.
- [14] Праудмен Дж. Динамическая океанография.—М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1957.
- [15] И.С.Градштейн и И.М.Рыжик Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: <Ф-М>, — 1963г, — 1100с.
- [16] В.П. Дьяконов. MATLAB 6/ 6.1/ 6.5| SIMULINK 4/5. Основы применения. / Изд-во <СОЛОН-ПРЕСС>, — М.: — 2002, —767 с.
- [17] В.Г.Потемкин. MATLAB 6: среда проектирования инженерных приложений. МОСКВА · ДИАЛОГ-МИФИ · 2003, —445 с.

Уважаемый пользователь! Обращаем ваше внимание, что система «Антиплагиат» отвечает на вопрос, является ли тот или иной фрагмент текста заимствованным или нет. Ответ на вопрос, является ли заимствованный фрагмент именно плагиатом, а не законной цитатой, система оставляет на ваше усмотрение.

Отчет о проверке № 1

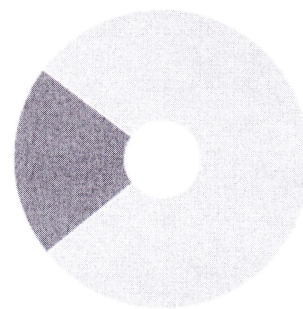
дата загрузки: 05.06.2016 07:53:53
пользователь: igor.lipunov94@mail.ru / ID: 2100576
отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат»
на сайте <http://www.antiplagiat.ru>

Информация о документе

№ документа: 6
Имя исходного файла: DIPLOM.pdf
Размер текста: 572 кБ
Тип документа: Не указано
Символов в тексте: 45267
Слов в тексте: 6166
Число предложений: 308

Информация об отчете

Дата: Отчет от 05.06.2016 07:53:54 - Последний готовый отчет
Комментарии: не указано
Оценка оригинальности: 79.29%
Заимствования: 20.71%
Цитирование: 0%



Оригинальность: 79.29%
Заимствования: 20.71%
Цитирование: 0%

Источники

Доля в тексте	Источник	Ссылка	Дата	Найдено в
15.08%	[1] ♦♦♦♦♦♦♦♦♦♦ ♦♦♦♦♦♦ ♦♦♦♦♦♦ ♦♦♦♦♦♦.	http://inethub.olvi.net.ua	22.04.2014	Модуль поиска Интернет
3.24%	[2] Том.VI. Киселев О.М. Зоопарк чудовищ или знакомство со специальными функциями (стр.1-104) (2/3)	http://matem.anrb.ru	18.10.2014	Модуль поиска Интернет
2.47%	[3] Характеристика волн цунами	http://otherreferats.allbest.ru	раньше 2011 года	Модуль поиска Интернет

Руководитель ВКР
Доцент каф. Д.П.

 З.Е. Любченко

Руководитель
ООП

 В.Г. Беляков

Автор работы
студент гр.10205

 Lipunov I.B.