Министерство науки и высшего образования Российской Федерации НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ) Физический факультет

> ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ В ГЭК Руководитель ООП д-р физ.-мат. наук, доцент

<u>Одия</u> О.Н. Чайковская подпись <u>8</u> »<u>изна</u> 20<u>23</u> г. ANHINCTE,

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ РЯДА ОБЪЕКТОВ ГСО ПО ДАННЫМ ПОЗИЦИОННЫХ И ФОТОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

по направлению подготовки 03.03.02 Физика направленность (профиль) «Фундаментальная физика»

Новикова Ольга Сергеевна

Руководитель ВКР доктор ф.-м. наук, профессор

Бардов Т.В. Бордовицына подпись « 8» шон 2023 г.

Автор работы студент группы № 051977

teel О.С. Новикова поопись «<u>8</u>» шлям 20<u>23</u> г.

Томск - 2023

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации. НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ) Физический факультет

УТВЕРЖЛАЮ Руководитель ООП д-р физ.-мат. наук, доцент О.Н. Чайковская подпись 06 2023 г. 02

ЗАДАНИЕ

по выполнению выпускной квалификационной работы бакалавра обучающемуся Новикова Ольга Сергеевна

Фамилия Имя Отчество обучающегося

по направлению подготовки 03.03.02 Физика, направленность (профиль) «Фундаментальная физика»

1 Тема выпускной квалификационной работы

Исследование динамики ряда объектов ГСО по данным позиционных

и фотометрических измерений

2 Срок сдачи обучающимся выполненной выпускной квалификационной работы: а) в учебный офис / деканат – 🔗 июня 2023 года б) в ГЭК – 🔗 июня 2023 года 3 Исходные данные к работе: Группа объектов космического мусора зоны ГСО Объект исследования – Динамика группы объектов зоны ГСО Предмет исследования Цель исследования – Получение динамических параметров объектов по данным позиционных и фотометрических измерений 4. Задачи: – численное моделирование движения ГСС и представление наблюдений. - составление и решение системы линейных уравнений поправок. - разработка программы и использование данных фотометрии для нахождения динамических параметров объекта получение и анализ результатов определения динамических параметров группы объектов ГСС по данным позиционных и фотометрических измерений. Методы исследования: Численное моделирование движения ИСЗ. Сингулярный анализ Организация или отрасль, по тематике которой выполняется работа -Национальный Исследовательский Томский государственный университет 4 Краткое содержание работы Получение и анализ динамических характеристик группы объектов ГСО из наблюдений Руководитель выпускной квалификационной работы papad Профессор НИТГУ, д.ф.-м.н., Бордовицына Т.В. должность, место работы подпись И.О. Фамилия Задание принял к исполнению

должность, место работы

Новикова О.С. И.О. Фамилия

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа «Исследование динамики ряда объектов ГСО по данным позиционных и фотометрических измерений» состоит из 32 стр., 8 рисунков, 13 таблиц и 13 источников литературы.

Ключевые слова: геосинхронные объекты, позиционные и фотометрические измерения, численное моделирование движения, определение динамических параметров.

Целью данной работы является определение и улучшение орбит с помощью программного комплекса «Численная модель движения ИСЗ», освоение и реализация методики определения динамических параметров объектов по данным позиционных и фотометрических измерений, применение отбраковки к в задаче улучшения орбит, оценка ее эффективности и объединение групп наблюдений в задаче улучшения орбит.

Объектами исследования в настоящей работе являются ряд геосинхронных объектов с номерами 90073, 90196 и 43165 (номера объектов даны в соответствии с нумерацией в динамической базе данных космических объектов Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН), представляющих собой фрагменты космического мусора.

С помощью усовершенствованного программного комплекса «Численная модель движения ИСЗ» осуществляется численное моделирование движения объектов, в ходе которого учитываются возмущения от несферичности геопотенциала, приливных сил, возмущение от притяжения Луны и Солнца и светового давления.

Получаемое для каждого объекта ГСС значение парусности в ходе процесса улучшения орбиты является одним из динамических параметров, определяемых по данным позиционных и фотометрических измерений, к которым относятся также площадь миделевого сечения и масса объекта.

На основании полученных данных проведен анализ влияния отбраковки наблюдений по правилам $1,5\sigma$ и 2σ , а также отбраковки измерений блеска, на оптимизацию сходимости процесса улучшения и результаты определения динамических параметров исследуемых объектов космического мусора.

Кроме того, было выполнено исследование объекта 90073 на возможность объединения групп наблюдений в задаче улучшения орбит.

оглавление

B	ВЕДЕНИЕ
1	Описание наблюдательного материала (позиционные и фотометрические
	измерения)5
2	Численное моделирование движения ГСС и представление наблюдений6
	2.1 Численная модель: уравнения движения, модель сил, интегратор
	2.2 Процедура представления наблюдений10
3	Составление и решение системы линейных уравнений12
	3.1 Составление систем линейных уравнений поправок12
	3.2 Вычисления изохронных производных путем интегрирования
	соответствующих дифференциальных уравнений12
	3.3 Метод дифференциальных поправок. Обусловленность задачи13
	3.4 Отбраковка измерений14
4	Использование данных фотометрии для нахождения динамических параметров
	объекта16
5	Результаты определения динамических параметров группы объектов ГСС по
	данным позиционных и фотометрических измерений18
34	АКЛЮЧЕНИЕ
C	ПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ32
П	РИЛОЖЕНИЕ А Графики распределения динамических параметров объектов
Γ	CC

введение

После начала космической эры человечества в 1957 году с запуском первого искусственного спутника Земли через непродолжительное время в околоземном пространстве появился космический мусор (КМ), который представляет собой неисправные космические аппараты, их фрагменты (антенны, солнечные батареи, части общивки), ступени ракета-носителя и другие различные твердые отходы космической деятельности, движущиеся с огромной скоростью по орбите и представляющие серьезную опасность для спутников и космических кораблей.

Скапливание большого числа объектов космического мусора в околоземном пространстве, которое напрямую увеличивает вероятность столкновения его с рабочими космическими аппаратами и даже допускает возможность падения космического мусора на поверхность Земли, является международной глобальной угрозой, которую необходимо минимизировать.

По расчетам Европейского космического агентства (The European Space Agency, 2023) на 27 марта 2023 года за всю историю космических полетов совершено около 6380 запуском ракет (включая неудавшиеся), количество искусственных спутников, выведенных на околоземную орбиты, приближается к 16 тыс., все еще в космосе находятся около 10 тыс. спутников, из которых только около 7,7 тыс. в рабочем состоянии. Количество объектов КМ, регулярно отслеживаемых Сетью космического наблюдения Соединенных Штатов и занесенных в каталог, равно 33,64 тыс. Но далеко не все объекты КМ отслеживаются и каталогизируются. Число объектов, оцененное на основе статистических моделей, которые должны находиться на околоземной орбите на сегодняшний день:

- 36,5 тыс. больше 10 сантиметров;

– 1 млн размером от 1 до 10 сантиметров;

– 130 млн меньше 1 сантиметра.

По этим данным видно, насколько актуальной проблемой является проблема космического мусора, и насколько серьезные усилия нужно прилагать человечеству, чтобы ее решить. Сделать это можно путем создания международной сети оптических инструментов для позиционных и фотометрических измерений объектов, находящихся в околоземном пространстве, с помощью которой появится больше возможностей для нахождения решения различных задач исследования динамики объектов космического мусора.

3

Целью настоящей работы является получение результатов определения динамических параметров объектов по данным позиционных и фотометрических измерений. Объектами исследования являются фрагменты объектов космического мусора на геосинхронных орбитах.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

освоить использование программного комплекса «Численная модель движения
 ИСЗ» для обработки позиционных измерений объектов ГСС;

 освоить и реализовать алгоритм вычисления динамических параметров околоземных объектов по данным фотометрических измерений;

применить отбраковку измерений к полученным параметрам ряда объектов КМ и оценить её эффективность;

 представить в табличном и графическом виде результаты определения динамических параметров группы объектов КМ по данным позиционных и фотометрических измерений;

 выполнить работу над объектом 90073 на предмет объединения групп наблюдений в задаче улучшения орбит.

Работа состоит из введения, 5 разделов, заключения, списка использованной литературы и приложения. В первом разделе дано описание наблюдательного материала, втором разделе приводится теория численного моделирования BO движения геосинхронных спутников и модель представления наблюдений, в третьем разделе рассмотрено составление и решение системы линейных уравнений для используемой модели движения, в четвертом разделе приведен алгоритм определения динамических параметров объекта по данным фотометрии и, наконец, в пятом разделе изложены результаты и анализ определения динамических параметров группы объектов ГСС по данным позиционных и фотометрических измерений.

4

1 Описание наблюдательного материала (позиционные и фотометрические измерения)

Основная задача позиционных измерений – определение местоположения объекта на небесной сфере на эпоху наблюдения. Результатом обработки первичных данных является набор из небесных экваториальных координат – прямого восхождения *α* и склонения *δ*.

Фотометрические измерения связаны с изменением потока или интенсивности света, излучаемого комическим объектом и позволяют оценить блеск наблюдаемого объекта в звездных величинах.

CNCT 10	09002 09007	73		
281021	15561600	23332007	-14372326	001159
281021	15562400	23332816	-14371271	001174
281021	15564800	23335247	-14364390	001177
281021	15565600	23340057	-14363391	001176
281021	15572800	23343290	-14355356	001165
281021	15581600	23352152	-14345518	001161
281021	17295200	01074425	-12044656	001160
281021	17301600	01080836	-12035915	001156
281021	17312000	01091265	-12015121	001159
281021	21052800	04432412	-03342211	001157
281021	21055000	04434614	-03332948	001172
281021	21055800	04435414	-03331033	001159
281021	21060600	04440215	-03325100	001171
281021	21061400	04441018	-03323172	001171
281021	21062200	04441819	-03321280	001171
281021	21063000	04442621	-03315386	001172
281021	21065400	04445023	-03305630	001157
281021	21071000	04450624	-03301811	001167
281021	21071800	04451425	-03295925	001171
КОНЕЦ				

Рисунок 1.1 – Содержимое файла с наблюдательным материалом

На рисунке 1.1 представлены данные, содержащиеся в файле с наблюдениями околоземных объектов, полученными на научной установке Цейсс-2000 в ЦКП «Терскольская обсерватория» Института астрономии РАН. Начинается файл со служебного слова СИСТ и оканчивается служебным словом КОНЕЦ, в первой строке после СИСТ следует код обсерватории, затем номер объекта в российском каталоге, далее идут колонки по порядку: дата и время измерения в UTC, прямое восхождение и склонение в градусной мере, последний столбец – оценка блеска в звездных величинах (последние три цифры) и ее точность (первые три цифры). Наблюдения при этом предполагаются высокоточными, то есть нет необходимости ни в какой дополнительной оценке точности, сопряженной с влиянием погодных условий.

2 Численное моделирование движения ГСС и представление наблюдений

2.1 Численная модель: уравнения движения, модель сил, интегратор

Уравнения движения

Движение искусственного спутника Земли описывается как движение материальной частицы бесконечно малой массы в поле тяготения центрального тела с массой M под действием сил, определенных потенциальной функцией U и совокупности сил P, не имеющих потенциала (Бордовицына, 2016). В таком случае дифференциальные уравнения движения частицы в инерциальной прямоугольной системе координат, связанной с центральным телом можно представить в виде

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \dot{\mathbf{x}}, \ \frac{d\dot{\mathbf{x}}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \mathbf{x}} + \boldsymbol{P}$$
(2.1.1)

с начальными условиями

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0), \dot{\mathbf{x}}_0 = \dot{\mathbf{x}}(t_0),$$

где

$$U = -\frac{\mu}{r} - R. \tag{2.1.2}$$

Здесь $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ – вектор положения спутника; t – физическое время; r – модуль вектора положения; $\mu = k^2(M)$, здесь k^2 – универсальная гравитационная постоянная; $\partial/\partial \mathbf{x}$ – градиент; $U = U(t, \mathbf{x})$, причем

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{x}} = \boldsymbol{Q} \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}},$$

где Q = Q(t) представляет собой матрицу перехода из вращающейся системы координат в инерциальную прямоугольную систему, а V – это потенциал гравитационного поля Земли во вращающейся системе координат, жестко связанной с Землей.

Первое слагаемое в (2.1.2) представляет собой потенциал, обусловленный притяжением сферической Земли, рассматриваемой как материальная точка, а второе слагаемое $R = \sum_{i=1}^{N} R_i$ – потенциал возмущающих сил, вызванных притяжением Луны, Солнца и больших планет.

Модель сил

Равнодействующая всех сил, используемая в данной модели, есть совокупность таких возмущающих факторов как:

 несферичность геопотенциала, определенная до гармоник 360-го порядка и степени;

- приливные деформации Земли как центрального тела;

- притяжения Луны и Солнца, рассматриваемые как материальные точки;

 возмущение от светового давления на спутник, имеющий сферическую диффузную отражательную поверхность.

Существенное влияние на движение околоземных объектов оказывает возмущение от несферичности геопотенциала, проекция которого на прямоугольную ось системы координат, жестко связанной с Землей, задается формулой (Аксенов, 1977)

$$\mathbf{X} = \frac{\partial U}{\partial \mathbf{x}}$$

где потенциал Земли *U* определяется формулой

$$U = \frac{GM_{\oplus}}{R_e} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^{n} \left(\frac{R_e}{r} \right)^{n+1} \bar{P}_{n,m}(\sin\varphi) \left[\bar{C}_{n,m} \cos m\lambda + \bar{S}_{n,m} \sin m\lambda \right] \right\}.$$
 (2.1.3)

Здесь R_e – экваториальный радиус Земли; GM_{\oplus} – гравитационный параметр Земли; r, φ, λ – сферические координаты спутника во вращающейся системе координат, жестко связанной с Землей; $\overline{P}_{n,m}(\sin \varphi)$ – полностью нормированная присоединенная функция Лежандра порядка n и степени m; $\overline{C}_{n,m}, \overline{S}_{n,m}$ – нормализованные гармонические безразмерные числовые коэффициенты, зависящие от формы тела и распределения массы внутри него.

Вычисление компонент разложения (2.1.3) и его производных выполняется с помощью рекуррентного алгоритма Каннингема (Бордовицына, 2016).

Приливные деформации, возникающие в теле Земли под действием притяжения внешнего тела (Луны или Солнца), вносят значительный вклад в общую долю возмущения, оказываемого на искусственный спутник

Во внешнем пространстве потенциал приливных сил, возникающих в теле Земли вследствие притяжения внешнего тела и действующих на космический аппарат, с помощью модели Лява представляется формулой (Бордовицына, Авдюшев, 2007)

$$\tilde{R} = \frac{GM_l}{R_l} \sum_{n=2}^{\infty} k_n \left(\frac{R_e}{R_l}\right)^n \left(\frac{R_e}{r}\right)^{n+1} P_n(\cos\varphi),$$

где *M*_l – масса внешнего тела;

*R*_{*l*} – геоцентрический радиус-вектор внешнего тела;

 k_n – константы, называемые числами Лява и характеризующие упругие свойства Земли;

*R*_e – экваториальный радиус Земли;

r – радиус-вектор внешней точки, то есть вектор, указывающий на спутник;

φ – угол между направлением на внешнее тело и элемент массы Земли, на которые действует сила в результате притяжения внешнего тела.

Для учета возмущения от притяжения третьего тела к уравнениям движения (2.1.1) добавляется слагаемое

$$\frac{\partial R}{\partial \mathbf{x}} = \mu' \left(\frac{\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{x}}{\Delta^3} - \frac{\tilde{\mathbf{x}}}{r'^3} \right), \tag{2.1.4}$$

где $\Delta = \sqrt{(\tilde{x}_1 - x_1)^2 + (\tilde{x}_2 - x_2)^2 + (\tilde{x}_3 - x_3)^2}$ – расстояние от спутника до возмущающего тела; $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)^T$ – вектор положения возмущающего тела; $r' = |\tilde{\mathbf{x}}|$; μ' – произведение постоянной тяготения на массу возмущающего тела. Поскольку возмущающие влияния Луны и Солнца обыкновенно учитываются независимыми друг от друга, то формулой (2.1.4) можно будет воспользоваться в обоих случаях. При одновременном учете притяжения обоих тел в правой части уравнений движения появиться два слагаемых данного типа.

Для учета негравитационных возмущений, связанных со световым давление, создаваемым Солнцем, будем предполагать, что мощность потока солнечной радиации постоянна, сила светового давления всегда направлена по линии Земля-Солнце, орбита Земли круговая и спутник имеет сферическую форму. Принимая во внимание все эти предположения, силу прямого светового давления Солнца на спутник можем выразить как (Авдюшев, 2010)

$$P = L \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|} - L \left(\frac{\dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{x}}{c|\mathbf{x}|} \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|} + \frac{\mathbf{x}}{c} \right),$$

$$L = \nu \kappa \theta \frac{a_E^2}{|\mathbf{x}|^2} \frac{\sigma}{m'},$$
(2.1.5)

где х – геоцентрический вектор положения спутника;

с – скорость света;

 $\kappa = 1367 \text{ Bt/m}^2 - \text{солнечная постоянная;}$

 θ – постоянная, характеризующая отражающие свойства спутника ($\theta = 1$ отражение зеркальное, при $\theta = 1,44$ – отражение диффузное);

*а*_{*E*} – большая полуось орбиты Земли;

 $\nu - функция тени;$

σ – площадь миделевого сечения, отнесенная к плоскости, перпендикулярной гелиоцентрическому вектору положения;

т – масса исследуемого объекта.

Первый элемент формулы (2.1.5) отвечает за световое давление, а второй – за эффект Пойнтинга-Робертсона (Robertson, 1937), связанный с изотропным переизлучением солнечной радиации космическим телом.

Функция тени *v* для «конусной» модели (Бордовицына, 1992), которая характеризуется наличием полутени, представленной на рисунке 2.1, имеет вид (Авдюшев, 2010):

$$\nu = \begin{cases} 1, & \text{если } r > r_E + r_S \\ 1 - \frac{s_{SE}}{s}, \text{если } r > |r_S - r_E| \\ 0, & \text{если } r > |r_S - r_E| \end{cases}$$

где r – угол, образованный между объектом, Солнцем и Землей; r_S и r_E – угловые размеры Солнца и Земли соответственно, видимые с рассматриваемого объекта; s и s_{SE} – площади дисков Солнца и пересечения Солнца и Земли соответственно:



Рисунок 2.1 – «Конусная» световая модель

Углы между радиальным направлением из центров дисков Земли и Солнца в точке пересечения их границ обозначаются φ_E и φ_S соответственно и определяются как

$$\varphi_E = 2 \arccos\left(\frac{r^2 + r_E^2 - r_S^2}{2rr_E}\right), \varphi_S = 2 \arccos\left(\frac{r^2 + r_S^2 - r_E^2}{2rr_S}\right).$$

Интегратор

В настоящей версии «Численной модели движения ИСЗ» используется разработанный Авдюшевым В.А. новый, более эффективный интегратор Lobbie (Авдюшев, 2020), который представляет собой дальнейшее развитие интегратора Эверхарта (Авдюшев, 2010).

Интегратор Lobbie представляет собой реализацию коллокационного метода на разбиениях Лобатто, который предназначен для быстрого, простого и удобного решения смешанных дифференциальных уравнений орбитальной динамики любых порядков. Порядок при этом определяется разбиением на шаге, или, что тоже самое, распределением узловых значений разбиения. Длина шага как параметр может задаваться пользователем или автоматически определяться в процессе пошагового интегрирования.

К тому же, интегратор обладает геометрическими свойствами, то есть является симметричным и орбитально устойчивым. Еще одной замечательной особенностью коллокационных интеграторов является то, как они позволяют конструировать приближенное аналитическое решение в виде полинома на каждом шаге, что очень удобно для частого вывода результатов на плотной временной сетке.

2.2 Процедура представления наблюдений

Для определения неизвестных орбитальных параметров движения необходимо иметь астрометрические измерения наблюдаемых положений в рамках выбранной модели или скорости движения тела, при этом часто измеряется положение тела на небесной сфере с помощью двух углов – прямого восхождения α и склонения δ .

В таком случае, пусть имеется N измерений \mathbf{p}_i^O в *L*-мерном пространстве \mathbf{p} на моменты времени \mathbf{t}_i (i = 1, ..., N). Тогда требуется по наблюдениям \mathbf{p}_i^O уточнить k орбитальных параметров **q** модели вида (Авдюшев, 2010)

$$\mathbf{p}^{C} = \mathbf{p}^{C}(\mathbf{t}, \mathbf{q}^{DT}) = \mathbf{T}(\mathbf{t}, \mathbf{x}(\mathbf{t}, \mathbf{q}^{D}), \mathbf{q}^{T}).$$
(2.2.1)

Формула представляет собой совокупность начальных параметров и результатов численного моделирования орбиты спутника, где в качестве начальных параметров берется физическое время t и модельный вектор орбитальных параметров $\mathbf{q}^{DT} = (\mathbf{q}^{D}, \mathbf{q}^{T})$, а на выходе вычисляется положение на орбите \mathbf{p}^{C} как преобразованное положение **х** небесного тела относительно выбранной системы прямоугольных координат посредством численного интегрирования дифференциальных уравнений движения. К тому же, в выражении (2.2.1) Т представляет собой преобразование перехода от физического пространства **x** в пространство **p**, в котором происходят измерения положения объекта во (например, пространство угловых координат времени на небесной cdepe): $\mathbf{q}^{D} = (\mathbf{x}_{0}, \dot{\mathbf{x}}_{0}, t_{0}, q_{0}, ...)$ и \mathbf{q}^{T} являются векторами модельных параметров, связанных с движением объекта и координатным преобразованием соответственно: \mathbf{x}_0 и $\dot{\mathbf{x}}_0$ – векторы состояния системы (положения и скорости) на начальную эпоху t_0 .

Поскольку в (2.2.1) только прямоугольные координаты **x** непосредственно имеют отношение к численному интегрированию, то преобразование **T** можно опустить. В этом случае численная модель орбитального движения ИСЗ будет выглядеть следующим образом:

$$\mathbf{p}^{\mathsf{C}} = \mathbf{p}^{\mathsf{C}}(\boldsymbol{t}, \mathbf{q}^{D}) = \mathbf{x}(\boldsymbol{t}, \mathbf{q}^{D}), \qquad (2.2.2)$$

где $\mathbf{p}^{C} - M$ -мерный вектор модельных представлений наблюдений; M = NL.

В случае разнородных или неравноточных наблюдений целесообразно ввести симметричную (обычно, диагональную) весовую матрицу **W** размера $M \times M$. Допустим, при обработке измерений в топоцентрических угловых координатах относительно экватора на эпоху J2000.0 (L = 2), то есть прямого восхождения α^{0} и склонения δ^{0} , используют весовую матрицу **W** = diag($w_1, ..., w_{2N}$), где $w_{2i-1} = \cos^2 \delta_i^{0}$ и $w_{2i} = 1$ (i = 1, ..., N).

Наиболее часто наблюдаются именно угловые координаты объекта на небесной сфере, отнесенной к наземному наблюдателю (топоцентру). Преобразование перехода к топоцентрическому вектору положения спутника \mathbf{x}_T формально можно записать в виде

$$\boldsymbol{Q}^{-1}(\mathbf{x}) - \mathbf{x}_{TE} = \mathbf{x}_{T},$$

где Q^{-1} есть матрица перехода из инерциальной прямоугольной геоцентрической системы координат к вращающейся системе, жестко связанной с Землей; \mathbf{x}_{TE} – геоцентрическое положение наблюдателя, вычисляемое по его сферическим координатам (геоцентрическому расстоянию, широте и местному звездному времени).

Прямое восхождение и склонение на каждый момент наблюдения вычисляются из топоцентрического вектора положения спутника $\mathbf{x}_T = (x_{T1}, x_{T2}, x_{T3})^{\mathrm{T}}$ как

$$\alpha^{\mathrm{C}} = \arctan \frac{x_{T2}}{x_{T1}}, \qquad \delta^{\mathrm{C}} = \arcsin \frac{x_{T3}}{|\mathbf{x}_{T}|}.$$

Наземные наблюдения $\mathbf{p}_i^O = (\alpha_i^O, \delta_i^O)$ отнесены к моментам t_i^O всемирного координированного времени (аппроксимация UT1), поэтому для применения численной модели (2.2.1) необходим предварительных переход к эфемеридному времени t_i^* . Кроме того, требуется учитывать эффект запаздывания света для получения вектора видимых положений небесного тела $\mathbf{p}_i^C = (\alpha_i^C, \delta_i^C)$ относительно земного наблюдателя, и сделать это можно посредством уравнения, которое решается методом простых итераций:

$$t_i = t_i^* - |\mathbf{x}_{TO}(t_i^*) - \mathbf{x}(t_i)|/c,$$

где $\mathbf{x}_{TO}(t_i^*)$ - положение топоцентра в пространстве **x** на момент эфемеридного времени t_i^* ; c – скорость света.

3 Составление и решение системы линейных уравнений

3.1 Составление систем линейных уравнений поправок

Обратная задача орбитальной динамики фактически заключается в определении орбитальных параметров модели **q** посредством минимизации суммы квадратов невязок, т.е. целевой функции

$$S(\mathbf{q}) = \|\mathbf{p}^{0} - \mathbf{p}^{C}(\mathbf{t}, \mathbf{q})\|^{2} \longrightarrow \min, \qquad (3.1.1)$$

В данном выражении $\mathbf{p}^{0} = (\mathbf{p}_{1}^{0}, ..., \mathbf{p}_{N}^{0})^{T}$ и $\mathbf{p}^{C} = (\mathbf{p}_{1}^{C}, ..., \mathbf{p}_{N}^{C})^{T} - M$ -мерные вектора измерений и их модельных представлений соответственно; $\mathbf{q} = (\mathbf{x}_{0}, \dot{\mathbf{x}}_{0}, \gamma)^{T} - 7$ -мерный вектор определяемых параметров: \mathbf{x}_{0} и $\dot{\mathbf{x}}_{0}$ – векторы положения и скорости на начальную эпоху \mathbf{t}_{0} ; $\gamma = A/m$ – коэффициент парусности, равный отношению площади миделевого сечения A спутника к его массе m.

3.2 Вычисления изохронных производных путем интегрирования соответствующих дифференциальных уравнений

Минимум функции (3.1.1) находиться из необходимого условия экстремума:

$$\frac{\partial S}{\partial \mathbf{q}} = -2(\mathbf{p}^O - \mathbf{p}^C)^T \mathbf{W} \frac{\partial \mathbf{p}^C}{\partial \mathbf{q}} = 0.$$
(3.2.1)

Решение системы уравнений (3.1.2) предусматривает решение изохронных производных $\partial \mathbf{p}^{c}/\partial \mathbf{q}$, которые согласно (2.2.1) для каждого момента времени t_{i} можно выразить как

$$\left(\frac{\partial \mathbf{p}^{C}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{i} = \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}}\right)_{i} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}}\right)_{i}.$$
(3.2.2)

Размер матрицы в левой части выражения равен $L \times K$, а в правой $L \times 3$ и $3 \times K$ соответственно. Согласно (Авдюшев, 2010), при обработке астрометрических измерений производные $\partial \mathbf{T}/\partial \mathbf{x}$ определяются аналитически из дифференциальных соотношений

$$\rho^{C} d\alpha^{C} \cos \delta^{C} = dx_{1} \sin \alpha^{C} + dx_{2} \cos \alpha^{C},$$

$$\rho^{C} d\delta^{C} = dx_{1} \cos \alpha^{C} \sin \delta^{C} + dx_{2} \sin \alpha^{C} \sin \delta^{C} + dx_{3} \cos \delta^{C}.$$

Численная модель орбитального движения (2.2.2) фактически представляет численное решение дифференциальных уравнений движения

$$\frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = \mathbf{P}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{q}^D), \qquad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0), \qquad \dot{\mathbf{x}}_0 = \dot{\mathbf{x}}(t_0), \qquad (3.2.3)$$

где **P** – равнодействующая всех сил, учитываемых в математической модели орбитального движения (3.1.4). В соответствии с ней производные $\partial \mathbf{x}/\partial \mathbf{q}$ находятся численно из дифференциальных уравнений в вариациях

$$\frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} \right) = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{q}}$$
(3.2.4)

с начальными условиями

$$\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}_{\mathbf{0}}}\right)_{0} = \mathbf{E}, \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{0}}}\right)_{0} = 0, \qquad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}_{\mathbf{0}}}\right)_{0} = 0, \qquad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{0}}}\right)_{0} = \mathbf{E}$$

Здесь $\mathbf{T} = (\alpha^{C}, \delta^{C}); \rho^{C} = |\mathbf{x}_{T}|$ – топоцентрическое расстояние объекта; \mathbf{E} – единичная матрица размера 3 × 3.

В результате, системы уравнений (3.2.3) и (3.2.4) совместно численно интегрируется.

3.3 Метод дифференциальных поправок. Обусловленность задачи

Для решения системы уравнений (3.2.1) как правило используют итерационные методы типа Ньютона, в которых обращаются к производным второго порядка $\partial^2 S / \partial \mathbf{q}^2$ или их приближениям для уточнения локального поведения целевой функции. Но, ввиду сложности вычисления вторых производных, на практике чаще используется метод дифференциальных поправок, который в математике принято называть методом Гаусса-Ньютона. Он является одной из модификаций метода Ньютона, наиболее простой из них (вторые производные $\partial^2 S / \partial \mathbf{q}^2$ опускаются), но в то же время достаточно эффективной.

Введем матрицу изохронных производных и матрицу невязок:

$$\mathbf{A}_{N \times K} = \frac{\partial \mathbf{p}^{C}}{\partial \mathbf{q}}$$
и $\mathbf{B}_{N \times 1} = (\mathbf{p}^{O} - \mathbf{p}^{C})$

где *N* – количество моментов наблюдений, *K* – количество орбитальных параметров системы.

В этом случае поправка к текущему приближению **q** определяется как

$$\Delta \mathbf{q} = -(\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{G},$$

где $\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A}$ – нормальная матрица, которая в минимуме целевой функции при достаточно малых невязках **B** близка к матрице Гессе $\partial^2 S / \partial \mathbf{q}^2$; $\mathbf{G} = -\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{B}$ – градиент функции *S* по \mathbf{q} , \mathbf{W} – введенная ранее матрица весов.

Итерационный алгоритм вычисления дифференциальных поправок Δ**q** для *n*-ной выглядит следующим образом (Авдюшев, Бордовицына и др, 2022):

$$\Delta \mathbf{q}^{n+1} = \Delta \mathbf{q}^n + \left(\mathbf{A}(\mathbf{q}^n)^T \mathbf{W} \mathbf{A}(\mathbf{q}^n) \right)^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{q}^n)^T \mathbf{W} \mathbf{B}(\mathbf{q}^n),$$
$$\mathbf{q}^{n+1} = \mathbf{q}^n + \Delta \mathbf{q}^{n+1},$$

Итерационный процесс оканчивается с выполнением условия

$$|\mathbf{q}^{n+1}-\mathbf{q}^n|<\varepsilon,$$

где *ε* – установленная точность вычислений.

Мерой несогласованности численной модели и вектора измерений можно считать величину среднеквадратического отклонения σ_0 на единицу веса:

$$\sigma_0^2 = S(\mathbf{q})/(N-K).$$

Среднеквадратичные ошибки определяемых параметров задаются как

$$\sigma_i^2 = \sigma_0^2 \overline{w}_{ii}, \qquad i = 1, \dots, K,$$

где \overline{w}_{ii} – диагональный элемент матрицы (**A**^T**WA**)⁻¹.

3.4 Отбраковка измерений

При проведении многократных измерений одной величины нередко оказывается, что несколько значений может существенно отличаться от остальных. Такие измерения, как правило, содержат грубую ошибку и называются выбросами. Задача отбраковки измерений – избавиться от выбросов и привести имеющиеся данные наблюдений к нормальному распределению.

Чтобы понять, является ли ошибка грубой и нуждается ли соответствующее измерение в отбраковке, используют величину среднеквадратической ошибки: те измерения, невязки которых выходят за пределы определенного интервала значений, кратного значению стандартного отклонения, подлежат отбраковке. Чаще всего используется так называемое правило трех сигм: вероятность того, что случайная величина отклониться от своего математического ожидания на величину, большую чем утроенное среднеквадратическое отклонение, фактически равна нулю. То есть, если для какой-либо случайной величины выполняется правило трех сигм, то эта случайная величина имеет нормальное распределение. Для более строгого определения измеряемой величины возможны отбраковки требовательнее, чем правило 3σ , например, 2σ .

На практике, невязки уточняемых координат (прямого восхождения и склонения) для проведения отбраковки получаем в ходе численного моделирования, и, сравнивая величину среднеквадратической ошибки каждого измерения с величиной стандартного отклонения, умноженной на числовой коэффициент, отбрасываем наблюдения, ошибки которых не лежат в интервале

$-n\sigma \leq |\sigma_i| \leq n\sigma$,

где n – числовой коэффициент при стандартном отклонении σ ; σ_i – невязки координат, полученных в процессе моделирования. Затем, для оставшихся наблюдений повторно

проводится процедура улучшения орбиты, в ходе которой σ каждый раз переопределяется, и так происходит до тех пор, пока среднеквадратичные ошибки координат не будут все попадать в выбранный интервал.

4 Использование данных фотометрии для нахождения динамических параметров объекта

Известная из фотометрических изменений видимая звездная величина объекта m зависит от обратного квадрата модуля топоцентрического вектора космического аппарата r'и может быть представлена в виде (McCue, Williams, Morford, 1971):

$$m = m_{sun} - 2.5 \lg \frac{AkF(\psi)}{{\Gamma'}^2}, \qquad (4.1)$$

где m_{sun} — видимая звездная величина Солнца в видимой области спектра, равная -26,74, A — площадь миделевого сечения объекта, k — спектральный коэффициент отражения, значения которого лежат в интервале от 0,1 до 1 и $F(\psi)$ — фазовая функция, зависящая от так называемого фазового угла ψ — угла в системе «Солнце-космический аппарат-наблюдатель» (рисунок 4.1). Если $\psi = 0^{\circ}$, то объект находится позади наблюдателя и максимально освещен (полная фаза), а при $\psi = 90^{\circ}$ освещена только половина поверхности космического аппарата.



Рисунок 4.1 – Определение фазового угла (Н – наблюдатель, ψ – фазовый угол) (Наблюдение ИСЗ, 2012)

Путем преобразования (4.1) находим выражение для величины площади миделевого сечения *A*:

$$-0.4(m - m_{sun}) = \lg \frac{AkF(\psi)}{r'^2}$$
$$\frac{AkF(\psi)}{r'^2} = 10^{-0.4(m - m_{sun})}$$
$$A = \frac{10^{-0.4(m - m_{sun})}r'^2}{kF(\psi)}.$$

Осталось определить вид фазовой функции $F(\psi)$, который зависит от формы исследуемого космического аппарата, т.е. для каждого космического аппарата следует определить свою фазовую функцию. Если предположить, что рассматриваемые объекты

представляют собой сферу с диффузной отражательной поверхностью, то фазовая функция будет описываться выражением:

$$F(\psi) = \frac{2}{3\pi^2} [(\pi - \psi)\cos\psi + \sin\psi],$$

Величина косинуса фазового угла ψ в каждый момент времени определяется как:

$$\cos \psi = \frac{\mathbf{x}_E \mathbf{x}_S}{r'_E r'_S},$$

где $\mathbf{x}_E = \{x_{obs} - x_{sp}; y_{obs} - y_{sp}; z_{obs} - z_{sp}\}$ и $\mathbf{x}_S = \{x_S - x_{sp}; y_S - y_{sp}; z_S - z_{sp}\}$ есть векторы положения наблюдателя и Солнца в системе координат, связанной с космическим аппаратом (рисунок 4.2), компоненты которых известны из численного моделирования, а r'_E и r'_S модули этих векторов соответственно.



Рисунок 4.2 – Векторы положения наблюдателя и Солнца в системе координат, связанной с космическим аппаратом

В дальнейшем, рассчитав величину площади миделевого сечения космического тела A для каждого момента времени и зная значение парусности объекта $\gamma = A/M$, полученное в процессе улучшения орбит с помощью программного комплекса «Численная модель движения ИСЗ», которое определяется как отношение площади миделевого сечения к массе объекта, найти последнюю для каждого измерения.

5 Результаты определения динамических параметров группы объектов ГСС по данным позиционных и фотометрических измерений

Для получения динамических параметров группы объектов геосинхронной орбиты был проведён числовой эксперимент с помощью программного комплекса «Численная модель движения ИСЗ». В эксперименте использовалась совокупность наблюдений объектов 90073, 90196 и 43165, выполненных в обсерватории на пике Терскол.

В процессе работы были определены и улучшены орбиты выбранных объектов, применен на практике алгоритм для вычисления площади миделевого сечения с использованием фотометрических измерений, и на основе полученных результатов оценена масса объекта по каждому массиву наблюдений.

Реализация алгоритма определения величины площади миделевого сечения и вычисления массы спутника была выполнена на языке Pascal.

Для анализа влияния отбраковки измерений на оптимизацию сходимости процесса улучшения и определение динамических параметров по всему объему представленных наблюдений были проведены отбраковки по $1,5\sigma$ и 2σ , а также отбраковка по фотометрии.

Объект 90073

Объект 90073 имеет большую наблюдательную базу, позволяющую более качественно определить динамические параметры и орбиту объекта, поэтому результаты исследования именно этого объекта будем считать превалирующими.

Орбита объекта 90073 была улучшена в полном объеме по представленным массивам наблюдений, определены динамические параметры на каждый момент времени, результаты зафиксированы в таблице 1. Здесь и далее N – количество наблюдений; σ – среднеквадратичная ошибка в конце процесса улучшения орбиты; A – значение площади миделевого сечения; $A/m \pm \sigma_{A/m}$ – величина парусности объекта и ошибка ее определения в ходе улучшения орбиты. В последней колонке приведено число Тодда для контроля обусловленности задачи определения параметров. Также, в таблице указывается тип отбраковки, используемый в данной задаче улучшения орбиты.

18

Период наблюде ний	N	σ, "	$A_{ m Muh}, \ { m M}^2$	$A_{\text{макс}}, \text{ M}^2$	$A_{\rm cp},{ m m}^2$	$A/m\pm \sigma_{A/m},$ ${ m M}^2/{ m K}{ m \Gamma}$	т, кг	Число Тодда
				Без от	браковки			
Сентябрь 2019	655	1.698	0.030	22.614	0.578	$0.095 \pm 7.8 \text{E-}04$	6.062	3.587 E+05
Декабрь 2019	1749	0.839	5.454 E-05	15.931	0.512	0.101±9.6E-05	5.063	1.705 E+05
Июнь 2020	236	0.347	0.200	7.274	1.170	0.132±1.2E-03	8.894	7.478 E+05
Сентябрь 2020	436	0.751	0.038	7.257	0.855	0.124±3.9E-04	6.924	4.886 E+05
Сентябрь 2021	345	1.092	0.075	11.380	1.224	0.143±3.7E-04	8.537	4.795 E+05
Октябрь 2021	646	1.669	0.069	73.587	1.365	0.117±3.1E-04	11.733	1.721 E+05
Ноябрь 2021	259	0.743	0.078	16.912	1.124	0.099±1.9E-03	11.396	1.524 E+04
Январь 2022	288	2.664	0.041	33.552	1.093	0.082±1.2E-03	13.347	6.039 E+05
Июнь/ Июль 2022	201	0.541	0.040	8.567	1.267	0.104±6.4E-04	12.249	9.924 E+06
Октябрь 2022	115	0.797	0.104	9.985	0.910	0.150±1.2E-02	6.060	2.818 E+05
Ноябрь 2022	135	0.758	0.055	5.340	0.731	0.134±3.3E-03	5.467	2.365 E+05

Таблица 1 - Данные о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 90073

Определение площади миделевого сечения и массы происходит со значительным разбросом в данных как по каждому измерений в массиве наблюдений, так и по в общей совокупной картине групп наблюдений, что отчетливо видно в столбце с оценкой массы объекта, которая для разных периодов наблюдений может различаться на степень.

В таблицах 2 и 3 соответственно приведены сведения о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров при использовании отбраковок по правилам $1,5\sigma$ и 2σ , проведенные с помощью функции, введенной в усовершенствованной версии «Численной модели ИСЗ».

Отбраковка по правилу $1,5\sigma$, представленная в таблице 2, негативно сказалась на количестве исследуемых наблюдений ввиду того, что практически все из них отбраковывались в процессе улучшения орбиты и лишь для части периодов наблюдений удалось успешно провести численное моделирование орбиты после отбраковки.

Период наблюде ний	Ν	σ, "	$A_{\text{мин}}$, м 2	$A_{\text{макс}}, \mathrm{m}^2$	$A_{\rm cp},{ m m}^2$	$A/m\pm\sigma_{A/m},$ $\mathrm{m}^{2}/\mathrm{kg}$	т, кг	Число Тодда
			(Отбраковка	ι 1.5σ			
Сентябрь 2019	18	0.515 E-01	0.094	8.963	2.143	$0.095 \pm 2.6E-04$	22.625	1.810 E+06
Декабрь 2019	13	0.172 E-01	0.127	0.805	0.329	0.100±6.1E-05	3.306	1.590 E+06
Сентябрь 2020	18	0.407 E-01	0.196	4.452	1.530	0.125±1.5E-04	12.197	9.109 E+06

Таблица 2 – Данные о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 90073 с отбраковкой по правилу 1,5*σ*

Среднеквадратичная ошибка в случае отбраковки по $1,5\sigma$ значительно уменьшается для тех массивов наблюдений, которые удалось исследовать, но число Тодда, напротив, растет, увеличиваясь на порядок, что указывает на ухудшение обусловленности задачи. Диапазон значений площади миделевого сечения сокращается, но среднее значение для сентября 2019 и 2020 годов заметно больше аналогичных значений в таблице 1, что в конечном счете сказывается на определении средней массы объекта для этих периодов.

Далее рассмотрим отбраковку по правилу 2σ , приведенную в таблице 3.

Таблица 3 - Данные о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 90073 с отбраковкой по правилу 2*σ*

I			1	1	2						
Период наблюде ний	Ν	σ, "	$A_{\text{мин}}$, м 2	$A_{\text{макс}}$, м 2	$A_{\rm cp},{ m M}^2$	$A/m\pm \sigma_{A/m},$ ${ m m}^2/{ m kg}$	т, кг	Число Тодда			
Отбраковка 2 σ											
Сентябрь 2019	292	0.352	0.046	22.614	0.814	0.093±3.0E-04	8.802	1.241 E+06			
Декабрь 2019	808	0.227	5.454 E-05	15.405	0.438	0.100±1.1E-04	4.377	2.452 E+06			
Июнь 2020	129	0.158	0.200	5.463	1.343	0.137±1.2E-03	10.051	1.608 E+05			
Сентябрь 2020	247	0.270	0.038	7.256	0.880	0.123±2.2E-04	7.163	4.247 E+06			
Октябрь/ Ноябрь 2021	273	0.408	0.117	73.588	1.622	0.104±2.0E-04	15.647	8.029 E+05			
Январь 2022	147	0.387	0.081	7.250	0.940	$0.095 \pm 2.5 \text{E-}03$	9.893	3.334 E+06			
Июнь/ Июль 2022	77	0.131	0.040	6.522	1.526	0.086±8.2E-04	17.815	9.487 E+06			
Октябрь 2022	68	0.285	0.152	9.985	1.091	0.158±7.2E-03	6.895	1.940 E+05			
Ноябрь 2022	94	0.379	0.139	5.340	0.821	0.144±2.3E-03	5.702	5.306 E+05			

Из представленных данных видно, что отбраковку 2σ удалось провести по большей части массивов наблюдений: для сентября 2021 года возникли сложности в процессе улучшения орбиты со стороны программного обеспечения, связанные, скорее всего, либо с недостатком наблюдений, либо с недоработками имеющейся модели. Наблюдения за октябрь и ноябрь 2021 были улучшены совместно для избегания такой же проблемы.

Стандартное отклонение после отбраковки 2σ уменьшается, число Тодда увеличивается минимум на степень для части групп наблюдений, и, одновременно с этим, для части массивов оно уменьшается, но незначительно. Тем не менее, обусловленность матрицы в процессе улучшения не снижается так очевидно, как это было в случае отбраковки 1,5 σ .

Значение парусности объекта для двух предыдущих отбраковок уточняется в процессе улучшения орбиты, чаще всего в меньшую сторону, как и ошибка в определении парусности. Определение таких динамических параметров, как масса и площадь миделевого сечения, дает довольно противоречивые результаты: общий разброс значений масс объекта по совокупности наблюдений не только не уменьшается, но и значительно увеличивается по сравнению с соответствующими данными в таблице 1, особенно это заметно для отбраковки $1,5\sigma$, например, масса объекта по данным за сентябрь 2019 года в таблице 2 выросла почти на 16 кг относительно результата, представленного в таблице 1. Определение площади миделевого сечения также дает весьма неоднозначные результаты, которые напрямую связаны с качеством и количеством исследуемых наблюдений.

Наконец, в таблице 4 рассмотрен процесс улучшения орбиты после отбраковки по фотометрии, суть которой заключается в том, что удаляются те наблюдения, в которых значение блеска m находится за границами диапазона 15,5 $\leq m \leq$ 19,0.

Период наблюде ний	N	σ, "	$A_{\rm Muh}$, м 2	$A_{\text{макс}}, \text{ m}^2$	$A_{\rm cp},{ m M}^2$	$A/m\pm\sigma_{A/m},$ $\mathrm{m}^{2}/\mathrm{kg}$	т, кг	Число Тодда
		Отбр	раковка по	о фотометр	ии (15.5 ≤	m ≤ 19.0)		
Сентябрь 2019	584	1.749	0.067	1.520	0.330	$0.095 \pm 8.5 \text{E-}04$	3.458	3.202 E+05
Декабрь 2019	1669	0.822	0.049	15.404	0.387	0.101±9.8E-05	3.838	1.688 E+05
Июнь 2020	167	0.354	0.200	2.182	0.668	0.132±1.4E-03	5.081	7.697 E+05
Сентябрь 2020	334	0.724	0.061	1.868	0.491	0.124 ± 4.4 E-04	3.964	5.904 E+05

Таблица 4 – Данные о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 90073 с отбраковкой по фотометрии

Период наблюде ний	Ν	σ, "	$A_{\rm Muh}$, м 2	$A_{\text{макс}}, \text{ m}^2$	$A_{\rm cp}$, m ²	$A/m\pm\sigma_{A/m},$ ${ m m}^{2}/{ m kf}$	т, кг	Число Тодда
Сентябрь 2021	264	1.088	0.146	1.949	0.634	$0.143 \pm 4.2\text{E-}04$	4.430	4.942 E+05
Октябрь 2021	487	1.676	0.131	9.911	0.622	0.116±3.7E-04	5.370	1.513 E+05
Ноябрь 2021	202	0.755	0.078	5.022	0.528	0.098±2.1E-03	5.408	0.116 E+05
Январь 2022	215	2.905	0.041	1.727	0.407	0.083±1.3E-03	4.882	6.907 E+05
Июнь/ Июль 2022	140	0.558	0.040	2.775	0.425	0.104±7.2E-04	4.095	9.892 E+06
Октябрь 2022	94	0.811	0.121	1.217	0.524	0.149 ± 0.013	3.516	2.862 E+05
Ноябрь 2022	109	0.784	0.105	1.076	0.396	0.136±3.9E-03	2.906	2.188 E+05

Окончание таблицы 4.

Отбраковка по фотометрии стоит несколько отдельно от двух остальных приводимых в этой работе отбраковок, так как практически не влияет в лучшую сторону на сам процесс улучшения орбиты объекта. Тем не менее, это легко проводимая отбраковка выбросов в данных фотометрии, которая, вместе с тем, практически не ухудшает процесс сходимости и обусловленность задачи.

Основным плюсом данной отбраковки можно считать уменьшение разброса в значениях величины площади миделевого сечения, поскольку в алгоритме, используемом в данной работе, она явно зависит от величины блеска объекта, представленном в наблюдениях. Из этого также следует заметное уменьшение диапазона значений массы объекта.

Для наглядной демонстрации влияния отбраковки измерений на процесс улучшения орбит и определение динамических параметров на рисунках 5.1-4 приводятся графики зависимости блеска, невязок угловых топоцентрических координат, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции объекта от номера наблюдения для массива наблюдений за декабрь 2019 года с использованием исследуемых отбраковок и без них.

Рисунок 5.1 по большому счету представлен для сравнительного анализа графиков.

Отбраковка по правилу $1,5\sigma$ (рисунок 5.2) практически ничего не может сказать нам о распределении динамических параметров, поскольку была отбракована значительная часть наблюдений, поэтому, несмотря на наименьшее значение среднеквадратической ошибки определения координат, данная отбраковка не является действенным средством

22

оптимизирования как процесса улучшения орбит, так и определения динамических параметров спутников.



Рисунок 5.1 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за декабрь 2019 года



Рисунок 5.2 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за декабрь 2019 года, отбраковка 1,5 σ



Рисунок 5.3 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за декабрь 2019 года, отбраковка 2*σ*

При использовании отбраковки по правилу 2σ (рисунок 5.3), как уже было показано, не происходит чрезмерного отбрасывания измерений, как в случае с отбраковкой 1,5 σ , и благодаря этому становится возможным провести анализ полученных зависимостей. Отчетливо видно, что невязки прямого восхождения и склонения распрелены нормально, количество значений площади миделевого сечения и массы, выходящих за рамки общей тенденции, уменьшилось за счет отбракованных измерений, но, тем не менее, осталось довольно большое число выбросов в данных от тех наблюдений, что не были отбракованы. Поэтому можно сделать вывод, что данная отбраковка достаточно эффективна для оптимизации процесса улучшения орбиты, но сама по себе существенно не влиет на повышение качества определения динамических параметров околоземных объектов.



График для отбраковки по фотометрии представлен на рисунке 5.4.

Рисунок 5.4 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за декабрь 2019 года, отбраковка по фотометрии

Ранее уже было показано, что отбраковка по фотометрии практически не влияет на процесс улучшения орбиты, что явно прослеживается при сравнении графиков на рисунок 5.1 и рисунок 5.4. Несмотря на это, за счет удаления выбросов в данных измерений блеска, значения площади миделевого сечения и массы объекта находятся в интервале в 10 раз меньшем, чем на графиках без отбраковок и с отбраковкой 2σ . Следовательно, динамические параметры определены в этом случае более качественно, чем для остальных отбраковок.

Но, к сожалению, проблемы усовершенствования результатов численной модели данная отбраковка не решает, хотя и является простым инструментов в улучшении определения динамических параметров. Вполне возможно её успешное дальнейшее использование совместно с рассмотренными ранее отбраковками, например, с отбраковкой 2*σ*.

Объекты 43165

Остальные два исследуемых объекта имеют не такую обширную базу наблюдений, как объект 90073, а последние имеющиеся наблюдения датируются мартом 2017 года для каждого, поэтому определение и улучшение орбит для части массивов наблюдений было сопряжено с трудностями вследствие недостаточного количества наблюдений, что усложняло анализ параметров объектов и их изменение во времени. Тем не менее, полученные результаты анализа хорошо согласуются с аналогичными результатами для объекта 90073, за исключением нескольких случаев проблем с качеством наблюдений, и, соответственно, сложностей в численной моделировании.

В таблицах 5-8 приведены сведения о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 43165 без отбраковки, с отбраковками по $1,5\sigma$, 2σ и отбраковкой по фотометрии соответственно на те периоды наблюдений, для которых было возможно провести улучшение орбиты с использование «Численной модели движения ИСЗ». Стоит отметить, что в наблюдениях присутствовали измерения, содержащие нулевую величину блеска объекта, которые удалялись вручную в процессе улучшения орбиты.

Период наблюде ний	N	σ, "	$A_{\text{мин}}$, м 2	$A_{\text{макс}}, \mathrm{m}^2$	$A_{\rm cp}$, м 2	$A/m \pm \sigma_{A/m},$ $\mathrm{m}^{2}/\mathrm{kg}$	т, кг	Число Тодда
				Без отбран	ковки			
Июнь 2013	94	0.424	0.037	0.583	0.265	2.445 ± 0.087	0.108	1.390 E+07
Декабрь 2013	117	1.125	0.064	1.008	0.370	2.597 ± 0.002	0.143	9.369 E+05
Июнь 2016	50	0.625	0.042	9.067	0.773	2.500 ± 0.026	0.309	8.533 E+07
Март 2017	119	2.025	0.039	14.326	0.987	2.720 ± 0.003	0.363	7.114 E+04

Таблица 5 – Данные о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 43165

Таблица 6 – Данные о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 43165 с отбраковкой 1,5*σ*

Период наблюде ний	N	σ, "	$A_{\rm Muh}$, м 2	$A_{\text{макс}}, \text{ m}^2$	$A_{\rm cp}$, м 2	$A/m\pm\sigma_{A/m},$ ${ m m}^{2}/{ m K}\Gamma$	т, кг	Число Тодда
				Отбраков	ка 1,5 <i>о</i>			
Декабрь 2013	10	0.973 E-01	0.200	0.613	0.378	2.614 ± 0.002	0.145	5.557 E+06
Июнь 2016	15	0.116	0.076	4.437	0.762	2.566 ± 0.011	0.297	1.983 E+08

Таблица 7 – Данные о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 43165 с отбраковкой 2*σ*

Период наблюде ний	Ν	σ, "	$A_{\text{мин}}, \text{m}^2$	А _{макс} , м ²	$A_{\rm cp},{ m m}^2$	$A/m\pm \sigma_{A/m},$ ${ m M}^2/{ m K}{ m \Gamma}$	т, кг	Число Тодда
				Отбраков	вка 2σ			
Июнь 2013	54	0.208	0.053	0.583	0.323	2.289 ± 0.069	0.141	1.798 E+07
Декабрь 2013	88	0.667	0.064	1.008	0.378	2.614 ± 0.002	0.145	1.504 E+06
Июнь 2016	22	0.158	0.076	4.347	0.772	2.564 ± 0.011	0.301	1.326 E+08
Март 2017	81	1.301	0.039	9.113	1.102	2.720 ± 0.003	0.405	1.054 E+05

Таблица 8 – Данные о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 43165 с отбраковкой по фотометрии

Период наблюде ний	Ν	σ, "	$A_{ m Muh},$ ${ m M}^2$	$A_{\text{макс}}, \text{м}^2$	$A_{\rm cp},{ m m}^2$	$A/m\pm \sigma_{A/m},$ ${ m m}^2/{ m k}{ m \Gamma}$	т, кг	Число Тодда			
Отбраковка по фотометрии (15,5 ≤ <i>m</i> ≤ 19)											
Июнь 2013	93	0.421	0.053	0.583	0.267	2.453 ± 0.087	0.109	1.387 E+07			
Декабрь 2013	116	1.126	0.150	1.008	0.373	2.597 ± 0.022	0.144	9.425 E+05			
Июнь 2016	43	0.660	0.073	0.995	0.339	2.498 ± 0.028	0.136	7.152 E+07			
Март 2017	92	2.110	0.167	0.407	0.261	2.720 ± 0.003	0.096	6.348 E+04			

Тенденции, выявленные при анализе объекта 90073, в целом сохраняются и для объекта 43196. Для начала рассмотрим отбраковку по правилу $1,5\sigma$: как видно из таблицы 6, лишь для части массивов данных удалось успешно провести отбраковку и улучшение орбиты, среднеквадратичная ошибка при это значительно уменьшается, конечно же, вместе с отбраковкой значительного количества измерений и увеличением на степень числа обусловленности. Отбраковка по правилу 2σ в целом проявила себя также, кроме, разве что, снижения количества отбракованных измерений. На определение парусности и величины соответствующей ошибки серьезным образом данные отбраковки не повлияли. Все отбраковки в той или иной степени уменьшили диапазон, в котором лежат значения площади миделевого сечения и массы (кроме полученных результатов на март 2017 года для отбраковки 2σ – масса незначительно, но увеличивается), но при отбраковке по

фотометрии, как уже отмечалось выше, это было сделано самым удачным образом, хотя в основном изменения касаются двух последних исследованных периодов наблюдений.

Объект 90196

Сведения о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 90196 без отбраковки, с отбраковками по 1,5 σ , 2 σ соответственно приведены в таблицах 9-11, отбраковка по фотометрии не проводилась ввиду того, что во всех массивах, доступных для изучения, не было значений блеска, выходящих за диапазон 15,5 $\leq m \leq$ 19. Как и для объекта 43165, по некоторым группам наблюдений имеется недостаточное количество наблюдений для успешного улучшения орбит, поэтому данные периоды не представлены в таблицах.

Период наблюде ний	N	σ, "	$A_{\rm мин}$, м 2	$A_{\text{макс}}, \text{ m}^2$	$A_{\rm cp},{ m M}^2$	$A/m\pm\sigma_{A/m},$ ${ m m}^2/{ m kg}$	т, кг	Число Тодда			
Без отбраковки											
Сентябрь 2011	112	0.218	0.095	0.387	0.249	0.012 ± 0.007	21.204	5.771 E+07			
Октябрь 2011	17	2.219	_	_	_	-0.028 ± 0.833	_	1.182 E+09			
Июнь 2014	62	0.318	0.087	0.450	0.180	0.010 ± 0.004	17.815	1.957 E+06			
Июль 2014	33	0.386	_	_	_	-0.033± 0.027	_	5.474 E+07			
Август/ Сентябрь 2014	120	0.379	0.058	0.421	0.203	0.013 ± 0.003	16.091	3.910 E+06			
Сентябрь 2014	100	0.331	0.110	0.421	0.212	0.003 ± 0.005	83.588	1.317 E+06			
Март 17	19	0.218	_	_	_	-220.991± 311.977	_	1.274 E+15			

Таблица 9 – Данные о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 90196

Улучшение орбиты на основе наблюдений за август и сентябрь 2014 года проводилось как по отдельности для каждой группы, так и совместно ввиду того, что при определении и улучшении орбиты за август 2014 сходимость итерационного процесса не достигалась. Поэтому было принято решение привести в таблице результаты совместного улучшения двух массивов наблюдений и отдельно результаты для сентября 2014 года.

К тому же, для некоторых периодов наблюдений возникли сложности с определением парусности объекта в ходе процесса улучшения орбиты, связанные, скорее

всего, с недостаточным количеством измерений, а именно для части массивов наблюдений ее значение вышло отрицательным, возникла трудность в степени определения ошибки, которая, например, для наблюдений за сентябрь 2014 года выходит больше, чем сама величина, а для остальных периодов очень близка к ней. То есть, говорить о точности определения динамических параметров по тем измерениям, которое есть в распоряжении, не приходиться. Значения площади при этом вычисляется относительно однородно, но из-за большой погрешности в определении парусности диапазон вычисленных масс объекта по совокупности наблюдений довольно широк. Для тех групп наблюдений, чья парусность приняла отрицательное значение в ходе процесса улучшения, площадь миделевого сечения и масса не вычислялись.

Перейдем к исследованию выполненных отбраковок (таблицы 10, 11).

Таблица 10 – Данные о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 90196 с отбраковкой 1,5*σ*

Период наблюде ний	N	σ, "	$A_{\rm Muh}$, м 2	$A_{\text{макс}}$, м 2	$A_{\rm cp}$, м 2	$A/m\pm\sigma_{A/m},$ $\mathrm{m}^{2}/\mathrm{kg}$	<i>т</i> , кг	Число Тодда
			(Этбраковка	ι 1,5σ			
Июнь 2014	11	0.508 E-01	0.103	0.447	0.179	0.010 ± 0.002	17.278	1.144 E+07
Август/ Сентябрь 2014	14	0.588 E-01	0.110	0.276	0.195	0.016 ± 0.003	12.233	1.572 E+07

Таблица 11 – Данные о процессе улучшения орбиты и определении динамических параметров объекта 90196 с отбраковкой 2*σ*

Период наблюден ий	Ν	σ, "	$A_{\text{мин}}$, м 2	$A_{\text{макс}}, \text{ m}^2$	$A_{\rm cp},{ m M}^2$	$A/m\pm\sigma_{A/m},$ $\mathrm{m}^{2}/\mathrm{kg}$	т, кг	Число Тодда
Отбраковка 2 σ								
Сентябрь 2011	78	0.141	0.130	0.387	0.254	6.301E-04± 5.532E-03	403.054	6.481 E+07
Июнь 2014	47	0.222	0.097	0.447	0.170	0.005 ± 0.002	32.602	2.071 E+06
Август/ Сентябрь 2014	85	0.247	0.061	0.420	0.202	0.015 ± 0.002	13.521	4.165 E+06

В целом, влияние отбраковок соответствует результатам, полученным ранее для двух предыдущих объектов. Спецификой объекта 90196 является, разве что, большая погрешность в определении парусности объекта, и решаться данная проблема должна увеличением базы наблюдений искомого объекта и уточнением численной модели движения.

Графики распределения исследуемых параметров по всей совокупности наблюдений для объектов 90073, 90196 и 43165 приведены в Приложении А.

Объединение наблюдений и прогноз в задаче улучшения орбит

Кроме того, для двух массивов наблюдений объекта 90073 была проведена работа по объединению групп наблюдений в задаче улучшения орбит. Алгоритм данной процедуры состоит в следующем: совместно улучшается орбита двух близлежащих массивов (в нашем случае, октябрь и ноябрь 2021 г.), при этом эпоха, на которую проводится улучшение, берется ближе к концу интервала, затем, с помощью полученных в ходе улучшения орбиты координат и параметров объекта осуществляется прогноз на выбранный период наблюдений, данные об определении орбиты которого у нас уже имеются, и, используя полученные значения координат и парусности на начальный момент времени, улучшаем орбиту объекта для выбранный период и получаем сведения об успешности прогнозирования параметров в данной числовой модели. Итоги настоящего числового эксперимента представлены в таблице 12.

Таблица 12 – Результаты объединения групп наблюдений в задаче улучшения орбит объекта 90073

Период наблюдений	Ν	σ, "	$A/m\pm\sigma_{A/m}$, м ² /кг	Число Тодда
Октябрь 2021	646	1.669	0.116±3.1E-04	1.532E+05
Ноябрь 2021	259	0.743	0.099 ± 0.002	2.328E+04
Октябрь-Ноябрь 2021	866	1.852	$0.109 \pm 2.5 \text{E-}04$	1.967E+06
Январь 2022 (05.01.22 – 09.01.22)	216	1.273	0.092 ± 0.006	4.311E+06
Январь 2022 (05.01.2022 – 28.01.2022)	288	2.664	0.082 ± 0.001	1.327E+06

В процессе объединения массивов наблюдений за октябрь и ноябрь 2021 г. и последующего улучшения орбиты были вручную удалены часть наблюдений, которые квалифицировались как выбросы, ради достижения сходимости итерационного процесса. В результате, число Тодда возрастает на две степени по сравнению со значением на октябрь 2021 г. и на степень по сравнению со значением на ноябрь 2021 г. Значение

среднеквадратичной ошибки, соответственно, тоже повышается, стало быть, процедура объединения явно ухудшает обусловленность задачи.

Период, на который будет осуществлен прогноз, и для которого имеются сведения об определении и улучшении орбиты, можно разбить на две части: 05.01.2022 – 09.01.2022 г. и 17.01.2022 – 28.01.2022 г. Соответственно, за первый период был взят интервал 05.01.2022 – 09.01.2022 г., а за второй – 05.01.2022 – 28.01.2022 г. в связи с количеством наблюдений.

В Таблице 13 представлены сведения о характере процесса улучшения орбиты по данным прогноза на начало выбранного периода, т.е. на 05.01.2022 г.

		-	-	
Период наблюдений	Ν	σ, "	$A/m\pm \sigma_{A/m}$, μ ² /κγ	Число Тодда
Январь 2022 (05.01.22 – 09.01.22)	216	21.180	0.093 ± 0.099	4.310E+06
Январь 2022 (05.01.2022 – 28.01.2022)	288	57.605	0.082 ± 0.025	1.325E+06

Таблица 13 – Результат процесса улучшения орбиты по данным прогноза

Сравнивая полученные результаты с теми, которые дает стандартное улучшение наблюдений, первое, что можно заметить – среднеквадратичная ошибка во много раз превышает рекомендуемое значение, равное 1. Вместе с тем, число обусловленности практически не меняется, но точность определения парусности объекта существенно снижается, значительно увеличивается ошибка. Из полученных результатов можно сделать вывод о том, что используемая численная модель движения нуждается в доработке.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, была проделана следующая работа:

 полностью освоена процедура использования программного комплекса «Численная модель движения ИСЗ» для получения параметров движения по данным позиционных измерений;

освоена и реализована методика получения динамических параметров
 околоземных объектов по данным фотометрических измерений;

 для всех рассмотренных объектов получены их динамические параметры: вектор состояния на выбранную дату, значение парусности объекта, площадь миделевого сечения и примерная масса;

 проведен анализ влияния отбраковки наблюдений на точность определяемых параметров, наиболее эффективной для используемых наблюдений оказалась отбраковка по правилу 2σ, также возможно её дальнейшее совместное использование с отбраковкой по фотометрии для увеличения точности определения динамических параметров;

– проведен эксперимент по объединению отстоящих групп наблюдений объекта 90073 с оценкой точности прогноза по отдельным и объединенным группам; полученные данные показывают, что объединение групп наблюдений не приводит к увеличению точности прогноза, а наоборот ухудшает его; этот факт требует дальнейшего более тщательного изучения.

31

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авдюшев В.А. Численное моделирование орбит. / В.А. Авдюшев – Томск: Изд-во НТЛ, 2010. – 282 с.

2. Авдюшев В.А. Новый коллокационный интегратор для решения задач динамики. І. Теоретические основы // Изв. вузов. Физика. 2020. Т 63, № 11. С. 131–140. doi: 10.17223/00213411/63/11/131

Авдюшев В.А. Интегратор Гаусса-Эверхарта // Вычислительные технологии.
 2010. Т. 15, № 4. С. 31–46.

4. В.А. Авдюшев, Т.В. Бордовицына, А.П. Батурин и др. Численное моделирование орбитального движения геосинхронных объектов по данным позиционных наблюдений // Астрон. Вестник. 2022. Т. 56. № 5. С. 1–12

Аксенов Е.П. Теория движения искусственных спутников Земли. / Е.П.
 Аксенов. – М.: Наука, 1977. – 360 с.

Бордовицына Т. В. Теория движения искусственных спутников Земли.
 Аналитические и численные методы / Т. В. Бордовицына, В. А. Авдюшев. – Томск : Изд-во
 Том. ун-та, 2016. – 256 с.

Бордовицына Т.В., Быкова Л.Е., Кардаш А.В., Федяев Ю.А., Шарковский Н.А.
 Эффективные алгоритмы численного моделирования движения ИСЗ // Изв. вузов. Физика.
 — Томск: Изд-во ТГУ, 1992. – Т. 35. – С. 62–70.

Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. / Г.Н. Дубошин.
 – М.: Физматгиз, 1963. – 586 с.

 9. Глава 5: Что и как наблюдаем? – [Электронный ресурс] // Наблюдение

 искусственных
 спутников
 Земли
 : [сайт].
 — URL:

 http://www.sat.belastro.net/glava5/glava5.1.p2.php (дата обращения: 06.06.2023).

10. McCue G.A., Williams J. G., Morford J. M. Optical characteristics of artificial satellites // Planetary and Space Science / 1971, V. 19, Issue 8, P. 851-868.

IERS Conventions 2010 — Gerard Petit and Brian Luzum // IERS Technical note 36.
 Frankfurt am Main. 2010. 179 p.

12. Robertson H.P. // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. - 1937. - V. 97. - P. 423-438.

13. Space debris by the numbers. - [Электронный ресурс] //The European SpaceAgency:[сайт].-URL:https://www.esa.int/Safety_Security/Space_Debris/Space_debris_by_the_numbers(датаобращения:05.06.2023).

ПРИЛОЖЕНИЕ А Графики распределения динамических параметров объектов ГСС



Рисунок А.1 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за сентябрь 2019 года



Рисунок А.2 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за декабрь 2019 года



Рисунок А.3 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за июнь 2020 года



Рисунок А.4 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за сентябрь 2020 года



Рисунок А.5 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за сентябрь 2021 года



Рисунок А.6 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за октябрь 2021 года



Рисунок А.7 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за ноябрь 2021 года



Рисунок А.8 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за январь 2022 года



Рисунок А.9 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за июнь/июль 2022 года



Рисунок А.10 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за октябрь 2022 года



Рисунок А.11 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за ноябрь 2022 года



Рисунок А.12 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за сентябрь 2019 года, отбраковка 1,5 σ



Рисунок А.13 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за декабрь 2019 года, отбраковка 1,5 σ



Рисунок А.14 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за сентябрь 2020 года, отбраковка 1,5 σ



Рисунок А.15 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за сентябрь 2019 года, отбраковка 2σ



Рисунок А.16 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за декабрь 2019 года, отбраковка 2*σ*



Рисунок А.17 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за июнь 2020 года, отбраковка 2σ



Рисунок А.18 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за сентябрь 2020 года, отбраковка 2 σ



Рисунок А.19 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за октябрь/ноябрь 2021 года, отбраковка 2 σ



Рисунок А.20 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за январь 2022 года, отбраковка 2*σ*



Рисунок А.21 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за июнь/июль 2022 года, отбраковка 2*σ*



Рисунок А.22 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за октябрь 2022 года, отбраковка 2*σ*



Рисунок А.23 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за ноябрь 2022 года, отбраковка 2*σ*



Рисунок А.24 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за сентябрь 2019 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.25 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за декабрь 2019 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.26 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за июнь 2020 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.27 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за сентябрь 2020 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.28 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за сентябрь 2021 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.29 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за октябрь 2021 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.30 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за ноябрь 2021 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.31 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за январь 2022 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.32 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за июнь/июль 2022 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.33 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за октябрь 2022 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.34 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90073 за ноябрь 2022 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.35 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за июнь 2013 года



Рисунок А.36 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за декабрь 2013 года



Рисунок А.37 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за июнь 2016 года



Рисунок А.38 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за март 2017 года



Рисунок А.39 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за декабрь 2012 года, отбраковка 1,5 σ



Рисунок А.40 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за июнь 2016 года, отбраковка 1,5σ



Рисунок А.41 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за июнь 2013 года, отбраковка 2σ



Рисунок А.42 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за декабрь 2013 года, отбраковка 2*σ*



Рисунок А.42 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за июнь 2016 года, отбраковка 2*σ*



Рисунок А.43 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за март 2017 года, отбраковка 2σ



Рисунок А.44 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за июнь 2013 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.45 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за декабрь 2013 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.46 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за июнь 2016 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.47 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 43165 за март 2017 года, отбраковка по фотометрии



Рисунок А.48 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90196 за сентябрь 2011 года



Рисунок А.49 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90196 за июнь 2014 года



Рисунок А.50 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90196 за август/сентябрь 2014 года



Рисунок А.51 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90196 за июнь 2014 года, отбраковка 1,5*σ*



Рисунок А.52 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90196 за июнь 2014 года, отбраковка 1,5σ



Рисунок А.53 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90196 за сентябрь 2011 года, отбраковка 2 σ



Рисунок А.54 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90196 за июнь 2014 года, отбраковка 2 σ



Рисунок А.55 – Распределение параметров блеска, невязок, массы, площади миделевого сечения и фазовой функции для объекта 90196 за август/сентябрь 2014 года, отбраковка 2σ



Антиплагиат 2.0, Проверка и повышение уникальности текста за 2 минуты

Уважаемый пользователь!

Обращаем ваше внимание, что система Антиплагиус отвечает на вопрос, является тот или иной фрагмент текста заимствованным или нет. Ответ на вопрос, является ли заимствованный фрагмент именно плагиатом, а не законной цитатой, система оставляет на ваше усмотрение.

Отчет о проверке № 8328040

Дата выгрузки: 2023-06-12 17:50:16 Пользователь: nolikoster@yandex.ru, ID: 8328040 Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» на сайте antiplagius.ru/

Информация о документе

№ документа: 8328040 Имя исходного файла: VKR_Novikova.docx Размер файла: 5.64 МБ

Информация об отчете

Дата: 2023-06-12 17:50:16 - Последний готовый отчет Оценка оригинальности: 99% Заимствования: 1%

99.63%

0.37%

Источники:

Доля в тексте	Ссылка
9.20%	https://obrazovanie-gid.ru/referaty/pravilo-treh-sigm-referat.ht
7.60%	https://studopedia.ru/1_88198_pravilo-treh-sigm.html