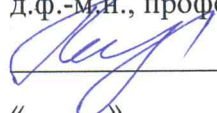


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Физико-технический факультет

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ В ГЭК

Руководитель ООП

д.ф.-м.н., профессор

 Г.Р. Шрагер

« » 20 г.

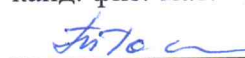
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА
ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ МНОГОЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА
ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА

по направлению подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника
направленность (профиль) «Промышленная и специальная робототехника»

Панаистов Егор Андреевич

Руководитель ВКР

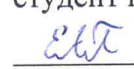
канд. физ.-мат. наук, доцент

 Т.И. Горбенко

«02» июня 2023 г.

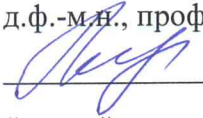
Автор работы

студент группы № 101901

 Е.А. Панаистов

«02» июня 2023 г.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации.
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Наименование учебного структурного подразделения
Физико-технический факультет
Кафедра прикладной газовой динамики и горения (ПГДиГ)

УТВЕРЖДАЮ
Руководитель ООП
д.ф.-м.н., профессор
 Г.Р. Шрагер
« ____ » _____ 20__ г.

ЗАДАНИЕ

по выполнению выпускной квалификационной работы бакалавра обучающегося
Панаистов Егор Андреевич

по направлению подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника, направленность
(профиль) «Промышленная и специальная робототехника»

1 Тема выпускной квалификационной работы

Исследование кинематики многозвенового манипулятора промышленного робота

2 Срок сдачи обучающимся выполненной выпускной квалификационной работы:

а) в учебный офис / деканат – 08.06.2023г. б) в ГЭК – 08.06.2023г.

3 Исходные данные к работе:

Объект исследования – трехзвеновый манипулятор промышленного робота с тремя вращательными кинематическими парами

Предмет исследования – механика манипулятора робота

Цель исследования – решение прямой задачи кинематического исследования манипулятора робота

Задачи: структурный анализ манипулятора, определение абсолютных положений, скоростей и ускорений звеньев манипулятора робота при их заданных относительных положениях

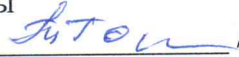
Методы исследования: структурный анализ манипулятора; аналитическое определение положения концевой точки манипулятора робота; расчет скорости и ускорения концевой точки робота

Организация или отрасль, по тематике которой выполняется работа, – технические науки. машиностроение

4 Краткое содержание работы:

1. Обзор литературы. 2. Выбор схемы манипулятора робота. 3 Аналитическое решение прямой задачи кинематического исследования манипулятора робота. 4 Метод матриц в кинематике манипулятора.

Руководитель выпускной квалификационной работы
Доцент, ФТФ, НИ ТГУ

 / Т.И. Горбенко

Задание принял к исполнению
Студент гр. 101901, ФТФ, НИ ТГУ

 / Е.А. Панаистов

АННОТАЦИЯ

Тема: "Исследование кинематики многозвенного манипулятора промышленного робота"

Объем выпускной квалификационной работы 38 страниц, на которых размещены 11 рисунков, 14 таблиц и 1 приложение, при написании работы использовалось 8 источников.

Ключевые слова: манипулятор, прямая задача кинематики аналитический метод, матричный метод.

Объектом исследования является манипулятор робота «Робин РСС-1 «Сфера»».

Предметом исследования является прямая задача кинематики манипулятора робота «Робин РСС-1 «Сфера»».

Поставленной целью исследования, проведенного в рамках данной работы, является решение прямой задачи кинематического исследования манипулятора робота.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

1) Проанализирован теоретический материал по кинематике манипуляторов и решению прямой задачи кинематики;

2) Выбрана схема манипулятора, проведен структурный анализ и применение методов решения прямой задачи кинематики для выбранной схемы манипулятора;

3) Решена прямая задача аналитическим и матричным методами.

В ходе работы были изучены аналитический и матричный методы, был проведен структурный анализ и кинематический анализ выбранной схемы манипулятора.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1 Обзор литературы	4
1.1 Основные понятия и определения	4
1.2 Конструкции манипуляторов роботов	4
2 Выбор схемы манипулятора робота	5
2.1 Задачи кинематического исследования манипулятора робота. Прямая и обратная задачи кинематики	7
2.2 Постановка задачи кинематического исследования. Выбор схемы манипулятора	8
3 Аналитическое решение прямой задачи кинематического исследования манипулятора робота.....	11
3.1 Решение прямой задачи о положениях манипулятора	11
3.2 Решение прямой задачи о скоростях и ускорениях манипулятора.....	16
4 Метод матриц в кинематике манипулятора.....	21
4.1 Описание матричного метода	21
4.2 Применение матричного метода для решения прямой задачи кинематического исследования манипулятора	23
4.3 Результаты расчета	25
Выводы	28
Список использованной литературы	29
Приложение А Листинг программы	30

ВВЕДЕНИЕ

Промышленные роботы обычно являются одним из компонентов автоматизированных производственных систем, применяемых в гибком автоматизированном производстве, которые при неизменном уровне качества позволяют увеличить производительность труда в целом. Сочетание и взаимное расположение звеньев и сочленений определяет число степеней подвижности, а также область действия манипуляционной системы робота. Обычно предполагают, что первые три сочленения в исполнительном механизме манипулятора реализуют транспортные (или переносные) степени подвижности (обеспечивая вывод рабочего органа в заданное место), а остальные реализуют ориентирующие степени подвижности (отвечая за нужную ориентацию рабочего органа).

Конструирование манипуляторов роботов представляет собой комплексный процесс, состоящий из различных этапов как практических, так и теоретических. Последние включают в себя определение основных требований к структуре манипулятора, приводам, к грузоподъемности и точности позиционирования, быстродействию и другим характеристикам.

При разработке и проектировании, а также при решении задач управления манипуляторов приходится решать прямую и обратную задачи кинематики.

Решение прямой задачи описывает нахождение рабочего органа манипулятора при заданных углах его звеньев, а обратная задача наоборот — какие параметры необходимо задать звеньям манипулятору, чтобы его рабочий орган оказался в заданном положении. Наиболее распространенной и важной является именно обратная задача кинематики, но её невозможно решить без предварительного решения прямой задачи кинематики.

Данная работа сосредоточена на решении прямой задачи о положениях, скоростях и ускорениях манипулятора промышленного робота.

1 Обзор литературы

Проведение кинематического анализа невозможно без понимания структуры манипулятора робота, знания конструкций манипуляторов роботов, поэтому перед начать кинематическое исследование необходимо с рассмотрения основных понятий.

1.1 Основные понятия и определения

Манипулятор – это техническое устройство, предназначенное для воспроизведения некоторых рабочих функций руки; или это исполнительный механизм промышленного робота, оснащенный приводами и рабочим органом, с помощью которого осуществляется выполнение рабочих функций.

Числом степеней свободы механической системы называется число возможных перемещений системы.

Твердые тела, входящие в механическую систему манипулятора называются звеньями.

Входные звенья – звенья, которым сообщается движение, выходное звено – звено, совершающее рабочее движение.

В манипуляторе число входных звеньев равно числу приводов, а выходных – числу рабочих органов, то есть, как правило, одно.

Подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев называется кинематической парой.

Кинематические пары могут быть классифицированы как по числу степеней свободы звеньев в их относительном движении, так и по числу связей, налагаемых парой на относительное движение звеньев [1].

Совокупность звеньев, образующих между собой кинематические пары, называется кинематической цепью [1].

Кинематические цепи подразделяются на плоские и пространственные в зависимости от вида движения звеньев: в одной или нескольких параллельных плоскостях и в пространстве [1].

Кинематические цепи могут быть замкнутые и незамкнутые. Незамкнутая кинематическая цепь – это такая цепь, в которой есть звенья, входящие только в одну кинематическую пару [1].

Реакциями связей называют силы, приложенные к механической системе со стороны других тел, а также силы действия звеньев друг на друга в кинематических парах манипулятора. Знание реакций в кинематических парах необходимо при решении задачи силового анализа манипулятора.

1.2 Конструкции манипуляторов роботов

Конструкции манипуляторов классифицируются по различным характеристикам, в том числе и по типу кинематических схем. Кинематические схемы в свою очередь связаны с системами координат, в которых работают манипуляторы (прямоугольные, цилиндрические, сферические, угловые).

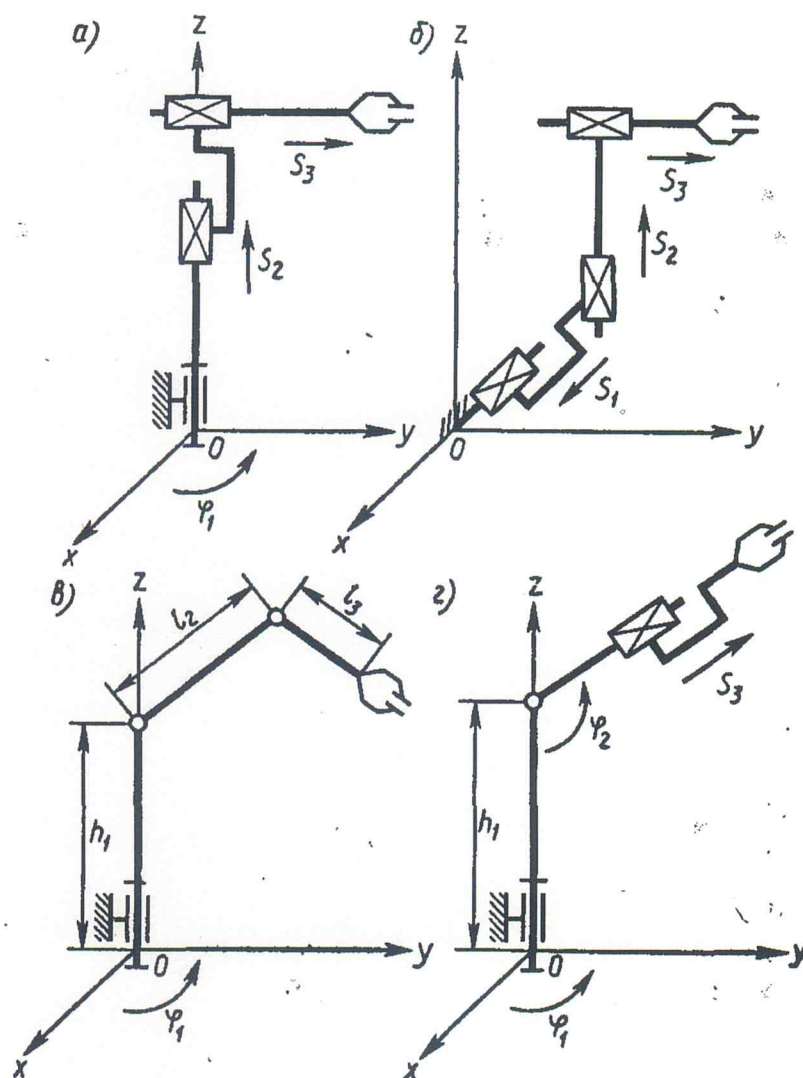


Рисунок 1 – Виды конструкций манипуляторов [2]

Цилиндрическая система координат (рисунок 1, а) реализуется двумя поступательными и одним вращательным движением. Рабочая зона манипулятора ограничена цилиндрическими поверхностями.

Прямоугольная система координат (рисунок 1, б) осуществляется тремя поступательными перемещениями. Манипулятор с такой системой координат имеет рабочую зону в виде параллелепипеда.

Угловая система координат (рисунок 1, в) реализуется тремя вращательными движениями.

В манипуляторах, работающих в сферической системе координат (рисунок 1, г) производятся одно поступательное и два вращательных движения. Рабочая зона ограничена сферическими поверхностями.

Движения кинематических пар не только влияют на форму рабочей зоны, но и оказывают влияние на некоторые другие характеристики манипуляторов. Например, поступательные кинематические пары упрощают решения кинематических задач, что в свою очередь делает проще программирование робота. Вращательные кинематические пары позволяют сделать манипулятор более компактным, но усложняют решения кинематических задач.

2 Выбор схемы манипулятора робота

Выбор схемы объекта исследования (манипулятора робота) важная часть кинематического исследования. От схемы манипулятора зависят геометрические и кинематические характеристики, типы кинематических пар, а следовательно вид кинематических уравнений.

2.1 Задачи кинематического исследования манипулятора робота. Прямая и обратная задачи кинематики

Задачи кинематики и динамики манипуляторов решаются на разных этапах проектирования и управления роботами. Проектирование ПР начинается с анализа операций и условий производства. Изучаются перемещения, скорости и ускорения объекта: условия движения объекта определяют требования к исполнительному механизму робота – манипулятору.

Авторы [3] указывают, что сочетание и взаимное расположение звеньев и сочленений определяет число степеней подвижности, а также область действия манипуляционной системы робота. Первые три сочленения в исполнительном механизме манипулятора реализуют транспортные (или переносные) степени подвижности (обеспечивая вывод рабочего органа в заданное место), а остальные реализуют ориентирующие степени подвижности (отвечая за нужную ориентацию рабочего органа).

В робототехнике есть две основные задачи кинематики, прямая и обратная.

Прямая задача – это вычисление положения рабочего органа манипулятора по его кинематической схеме и заданной ориентации его звеньев.

Обратная задача – это вычисление углов по заданному положению рабочего органа и известной схеме его кинематики.

Решение прямой задачи описывает нахождение рабочего органа манипулятора при заданных углах его звеньев, а обратная задача наоборот – какие параметры необходимо задать звеньям манипулятору, чтобы его рабочий орган оказался в заданном положении.

Обратная задача не всегда может быть решена однозначно, потому что, хотя для углов всегда существует единственное положение рабочего органа, но не факт, что для положения существует такая же единственная комбинация углов. Достичь заданного положения возможно и при другой комбинации углов [3].

Задачи кинематики и динамики манипуляторов решаются на этапах проектирования и управления роботами.

Кинематический анализ манипулятора (МА) промышленного робота (ПР) позволяет решить следующие задачи.

1. Определение кинематических характеристик звеньев: перемещение; скорость; ускорение; траектория движения; функция положения при известных законах движения входных (ведущих) звеньев.
2. Оценка кинематических условий работы рабочего (выходного) звена.
3. Определение необходимых численных данных для проведения силового, динамического, энергетического и других расчётов механизма.

Для решения задачи о кинематическом анализе необходимы следующие исходные данные:

1. Кинематическая схема механизма.
2. Размеры и иные геометрические параметры звеньев (которые не изменяются при движении механизма).
3. Законы движения входных звеньев (или параметры движения, например, угловая скорость и угловое ускорение входного звена в выбранном для анализа положении механизма).

В первом этапе решения задачи о кинематическом анализе манипулятора применяется аналитический метод, который требует умения составлять достаточно сложные аналитические зависимости (формулы) и умения решать их с использованием компьютерной техники и технологий, что в последнее время возможно и доступно.

2.2 Выбор схемы манипулятора

Постановка задачи.

Провести структурный и кинематический анализ механизма манипулятора робота (рис. 2). Робот «Робин РСС-1 «Сфера»» используется в составе учебного лабораторного стенда ГПС-2Т-УР (лаборатория робототехники, физико-технический факультет ТГУ).

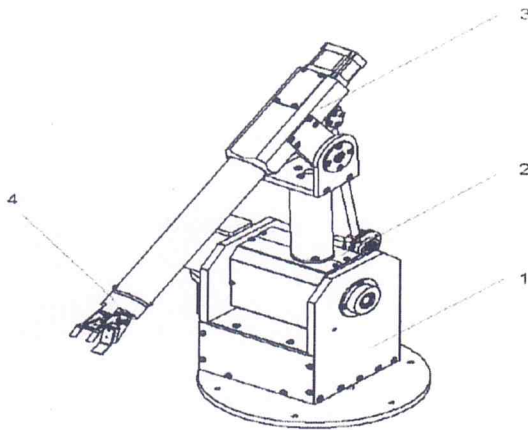


Рисунок 2 – Робот «Робин PSS-1 «Сфера»» [4]

Структурный анализ – составить кинематическую схему манипулятора робота; провести структурный анализ механизма; определить общее число звеньев, число подвижных звеньев; подсчитать и установить класс кинематических пар, определить степень подвижности механизма и вычислить рабочую зону манипулятора робота.

Кинематический анализ – решить прямую задачу, вычислить положения концевой точки манипулятора (X , Y , Z) по его кинематической схеме и заданной ориентации звеньев (угол положения звена 2 и звена 3 – φ_2 и φ_3 , соответственно).

Выбор схемы манипулятора.

Кинематическая схема робота «Робин PSS-1 «Сфера»» (рис. 2) соответствует типовой конструкции робота с угловой системой координат (рис. 1, в). Манипулятор робота состоит из поворотного стола 1 (звено 1), двух качающихся звеньев 2 и 3, захватного устройства 4. Такие манипуляторы называют «Манипуляторами с плоскопараллельной кинематикой», рабочий орган такого манипулятора движется в одной вертикальной плоскости, при этом все звенья МА движутся в параллельных плоскостях.

Таким образом, манипулятор состоит из трёх звеньев и работает в угловой системе координат. Звено 1 расположено строго вертикально и может вращаться вокруг оси Z . Звенья 2 и 3 способны перемещаться вокруг осей X , Y и Z , а так же вокруг оси Z за счет вращения звена 1. Эти параметры определяют рабочую зону манипулятора. Вокруг оси Z МА способен вращаться на 270 градусов.

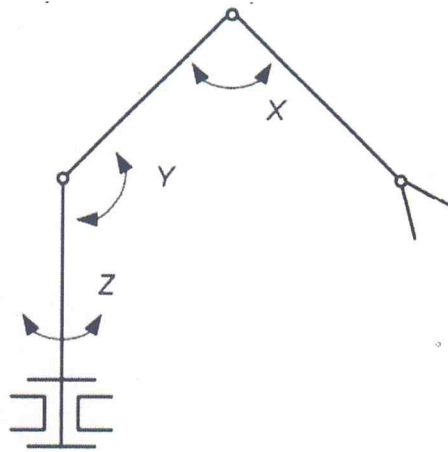


Рисунок 3 – Кинематическая схема робота «Робин PSS-1 «Сфера»»

3 Аналитическое решение прямой задачи кинематического исследования манипулятора робота

Во втором разделе была выбрана схема манипулятора, изучена его структура, в данном разделе проводится непосредственно решение прямой задачи кинематики аналитическим методом.

3.1 Решение прямой задачи о положениях манипулятора

Проектирование роботов манипуляторов требует решения следующих основных задач кинематики:

прямой задачи о положениях – состоит в определении положения и ориентации рабочего органа, а при необходимости и других звеньев по заданным обобщенным координатам;

прямой задачи о скоростях (ускорениях) – состоит в определении скорости (ускорения) движения рабочего органа по заданным обобщенным скоростям (ускорениям) в кинематических парах;

обратной задачи о положениях – состоит в определении относительных координат звеньев манипулятора по заданным положениям объекта или жестко связанного с ним захватывающего звена;

обратной задачи о скоростях (ускорениях) – состоит в определении требуемых обобщенных скоростей (ускорений) в кинематических парах по заданной скорости (ускорению) выходного звена.

Прямая задача обычно многократно используется при проектировании манипулятора. С ее помощью можно определять характеристики рабочей зоны манипулятора со сложной кинематической схемой при наличии ограничений на обобщенные координаты, определять точностные характеристики, например, погрешности положения и ориентации захватного устройства, которые обусловлены либо неточным изготовлением звеньев манипулятора, либо неточностями обработки той или иной координаты.

Существует множество методов решения, имеющих свои достоинства и недостатки. Выбор того или иного метода связан, как правило, со спецификой решаемой задачи и особенностями конструкции манипулятора. В данном разделе будет использоваться аналитический метод решения прямой задачи кинематики.

Проведем структурный анализ схемы манипулятора робота «Робин РСС-1 «Сфера»».

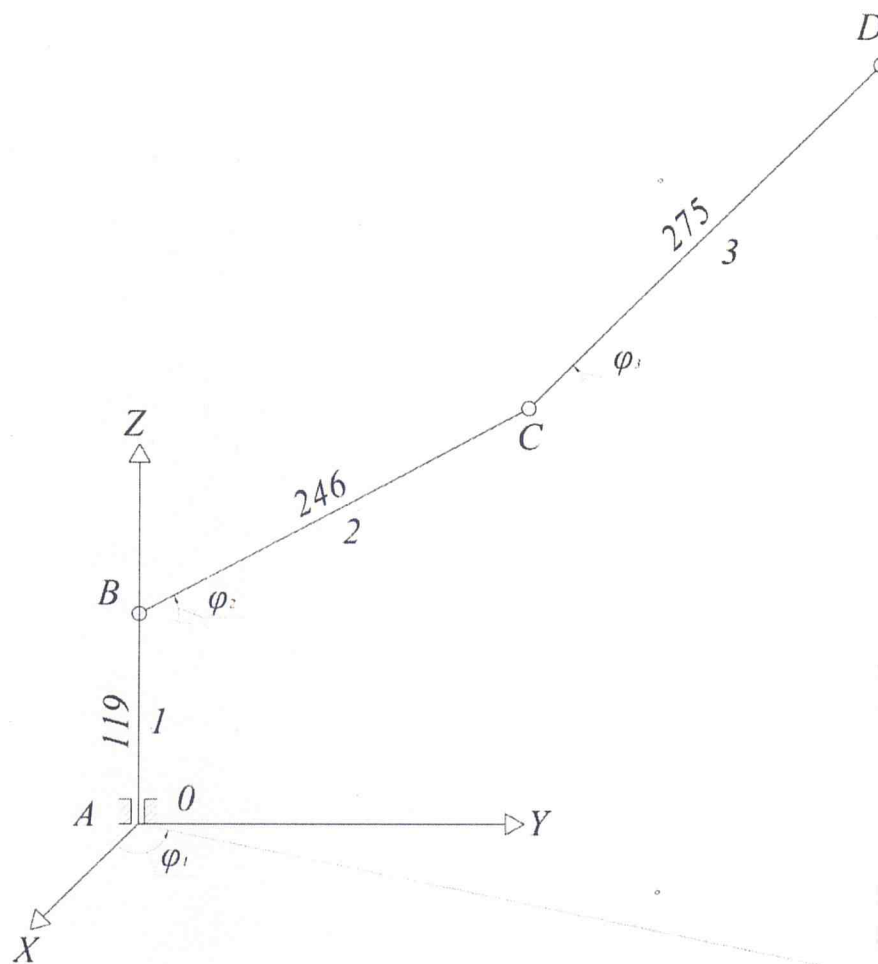


Рисунок 4 – Кинематическая схема робота

Звенья 0 (стойка) и 1 входят в пару A (V класса); звенья 1 и 2 входят в пару B (V класса); звенья 2 и 3 входят в пару C (V класса). Число подвижных звеньев n равно трем, число кинематических пар пятого класса также равно трем. Подставляя числа звеньев и пар в формулу Сомова–Малышева получаем

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 6 * 3 - 5 * 3 = 3$$

т.е. степень подвижности механизма равна трем.

Все кинематические пары манипулятора (A , B , C) являются вращательными поэтому, манипулятор работает в угловой (ангулярной) системе координат.

Проведем кинематическое исследование механизма, т.е. изучение движения звеньев механизма без учета сил, обуславливающих это движение.

Кинематическое исследование состоит в основном в решении трех задач:

- определение перемещений звеньев и траекторий, описываемых точками звеньев;

- определение скоростей отдельных точек звеньев и угловых скоростей звеньев;
- определение ускорений отдельных точек звеньев и угловых ускорений звеньев.

Функцией положения ведомого звена (или точки на нем) называется зависимость его (или ее) перемещения от перемещения ведущего звена (или точки на нем).

Вид функции положения зависит от схемы механизма, а значения постоянных, которые входят в нее – от размерных параметров механизма. Для того чтобы составить функцию положения механизма, следует рассмотреть фигуру, которую образуют оси его звеньев. Из геометрических свойств этой фигуры находят искомую зависимость.

При кинематическом исследовании механизмов скорости и ускорения ведомых звеньев удобно выражать в функции поворота φ или перемещения s ведущего звена. Если для некоторого звена механизма $\phi_k = \phi_k(\varphi)$, то угловая скорость этого звена

$$\omega_k = \frac{d\phi_k}{dt} = \frac{d\phi_k}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d\phi_k}{d\varphi} = \omega \omega_\varphi$$

Здесь ω – угловая скорость ведущего звена, а $\omega_\varphi = \phi'_k$ – безразмерная угловая скорость этого k -го звена.

Кинематическое исследование МА

Исходные данные.

Длины звеньев МА: l_1 – (звено 1),

$l_1 = 119$ мм;

$l_2 = 246$ мм;

$l_3 = 275$ мм.

Угловые скорости вращения звеньев МА:

$\omega_1 = 20$ град/с;

$\omega_2 = 20$ град/с;

$\omega_3 = 20$ град/с.

Для проведения кинематического исследования МА робота примем начальные углы положения звеньев манипулятора, представленные в таблице 1.

Таблица 1 – Начальные углы положения звеньев МА

Вариант	φ_1 , град	φ_2 , град	φ_3 , град
1	20	20	20–60
2	30	20	20–60
3	40	20	20–60

Определим координаты точки В (рис. 4):

$$\begin{cases} x_B = 0 \\ y_B = 0 \\ z_B = l_1 \end{cases}$$

Координаты точки С:

$$\begin{cases} x_C = l_2 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 \\ y_C = l_2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_1 \\ z_C = l_1 + l_2 \sin \varphi_2 \end{cases}$$

Координаты точки D:

$$\begin{cases} x_D = (l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) \cos \varphi_1 \\ y_D = (l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) \sin \varphi_1 \\ z_D = l_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3) \end{cases}$$

Радиус-вектор точки D:

$$r = \sqrt{x_D^2 + y_D^2 + z_D^2}$$

Радиус-вектор точки D определяет положение концевой точки манипулятора в пространстве относительно начала координат.

Проведем расчет радиус-вектора точки D в зависимости от углов положения звеньев МА.

Расчет значений положения точки D и ее проекций для варианта 1 (табл. 1, $\varphi_1=20^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$) представлен в таблице 2.

Таблица 2 – Значение координат концевой точки D и радиус-вектор точки D при $\varphi_1=20^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

φ_3 , °	x_D , м	y_D , м	z_D , м	r , м
20	0,415	0,151	0,379	0,582
30	0,383	0,139	0,413	0,581
40	0,346	0,126	0,441	0,575
50	0,305	0,111	0,461	0,564
60	0,262	0,095	0,473	0,549

Значения положения точки D и ее проекций для варианта 2 ($\varphi_1=30^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$) представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Значение координат концевой точки D и радиус-вектор точки D при $\varphi_1=30^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

$\varphi_3, ^\circ$	$x_D, \text{ м}$	$y_D, \text{ м}$	$z_D, \text{ м}$	$r, \text{ м}$
20	0,382	0,220	0,379	0,582
30	0,353	0,203	0,413	0,581
40	0,319	0,184	0,441	0,575
50	0,281	0,162	0,461	0,564
60	0,241	0,139	0,473	0,549

Значения положения точки D и ее проекций для варианта 3 ($\varphi_1=40^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$) представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Значение координат концевой точки D и радиус-вектор точки D при $\varphi_1=40^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

$\varphi_3, ^\circ$	$x_D, \text{ м}$	$y_D, \text{ м}$	$z_D, \text{ м}$	$r, \text{ м}$
20	0,338	0,284	0,379	0,582
30	0,312	0,262	0,413	0,581
40	0,282	0,236	0,441	0,575
50	0,249	0,209	0,461	0,564
60	0,213	0,179	0,473	0,549

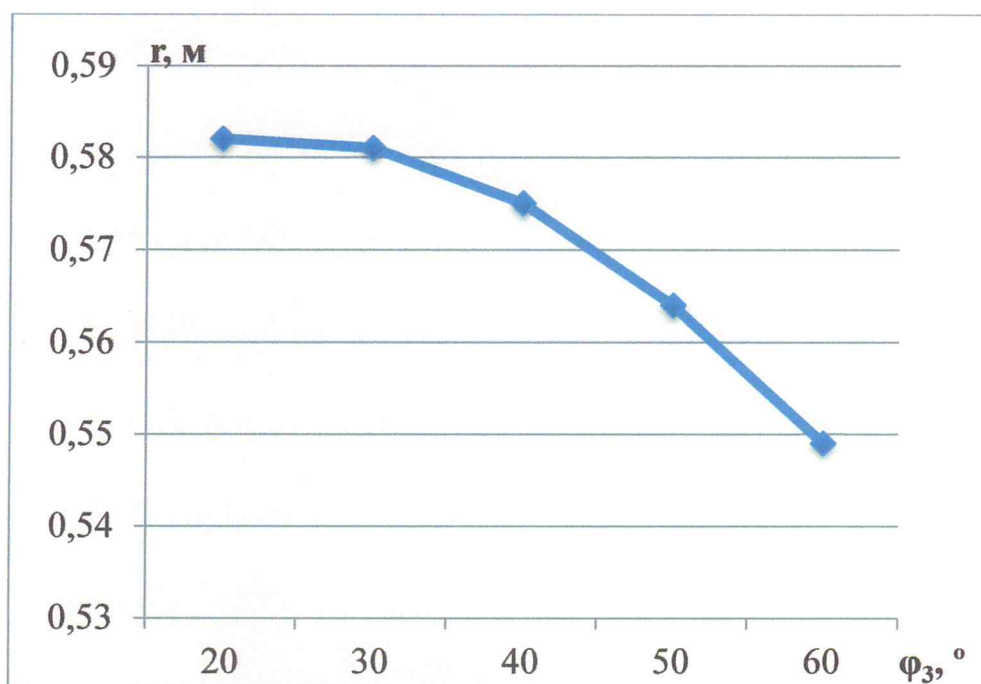


Рисунок 5 – Влияние изменения угла φ_3 на значения радиус-вектора точки D при $\varphi_2=20^\circ$

Анализ предварительных расчетов (табл. 2-4) по исследованию положений концевой точки манипулятора робота показал, что изменение

положения звена 1 не оказывает влияние на значение проекции на ось Z и на радиус-вектора точки D . Изменение угла положения звена 3 в пределах от 20 до 60 градусов приведет к увеличению значения проекции на ось Z , но уменьшает значения проекций на оси X и Y , что суммарно приводит к уменьшению значения радиус-вектора точки D .

3.2 Решение прямой задачи о скоростях и ускорениях манипулятора

Проведем расчет скорости точки D в зависимости от углов положения звеньев МА.

Определим скорость точки D :

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{dr}{d\varphi_2} \frac{d\varphi_2}{dt} + \frac{dr}{d\varphi_3} \frac{d\varphi_3}{dt} = \omega_1 \frac{dr}{d\varphi_1} + \omega_2 \frac{dr}{d\varphi_2} + \omega_3 \frac{dr}{d\varphi_3}$$

Проекция скорости точки D на координатные оси:

$$\begin{cases} v_x = \omega_1(-l_2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - l_3 \sin \varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\ + \omega_2(-l_2 \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - l_3 \cos \varphi_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) + \omega_3(-l_3 \cos \varphi_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) \\ v_y = \omega_1(l_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\ + \omega_2(-l_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 - l_3 \sin \varphi_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) + \omega_3(-l_3 \sin \varphi_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) \\ v_z = \omega_2(l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) + \omega_3(l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) \end{cases}$$

Скорость точки D :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Значения скорости точки D и ее проекций для варианта 1 ($\varphi_1=20^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$) представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Значение скорости концевой точки D и её проекций на оси при $\varphi_1=20^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

$\varphi_3, ^\circ$	$v_x, \text{ м/с}$	$v_y, \text{ м/с}$	$v_z, \text{ м/с}$	$v, \text{ м/с}$
20	-0,196	0,092	0,227	0,314
30	-0,214	0,073	0,204	0,305
40	-0,227	0,054	0,176	0,293
50	-0,235	0,034	0,146	0,279
60	-0,238	0,016	0,114	0,264

Значения скорости точки D и ее проекций для варианта 2 ($\varphi_1=30^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$) представлены в таблице 6.

Таблица 6 – Значение скорости концевой точки D и её проекций на оси при $\varphi_1=30^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

$\varphi_3, ^\circ$	$v_x, \text{м/с}$	$v_y, \text{м/с}$	$v_z, \text{м/с}$	$v, \text{м/с}$
20	-0,209	0,057	0,227	0,314
30	-0,223	0,035	0,204	0,305
40	-0,233	0,013	0,176	0,293
50	-0,238	-0,006	0,146	0,279
60	-0,237	-0,024	0,114	0,264

Значения скорости точки D и её проекций для варианта 3 ($\varphi_1=40^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$) представлены в таблице 7.

Таблица 7 – Значение скорости концевой точки D и её проекций на оси при $\varphi_1=40^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

$\varphi_3, ^\circ$	$v_x, \text{м/с}$	$v_y, \text{м/с}$	$v_z, \text{м/с}$	$v, \text{м/с}$
20	-0,216	0,019	0,227	0,314
30	-0,226	-0,004	0,204	0,305
40	-0,232	-0,027	0,176	0,293
50	-0,233	-0,047	0,146	0,279
60	-0,229	-0,065	0,114	0,264

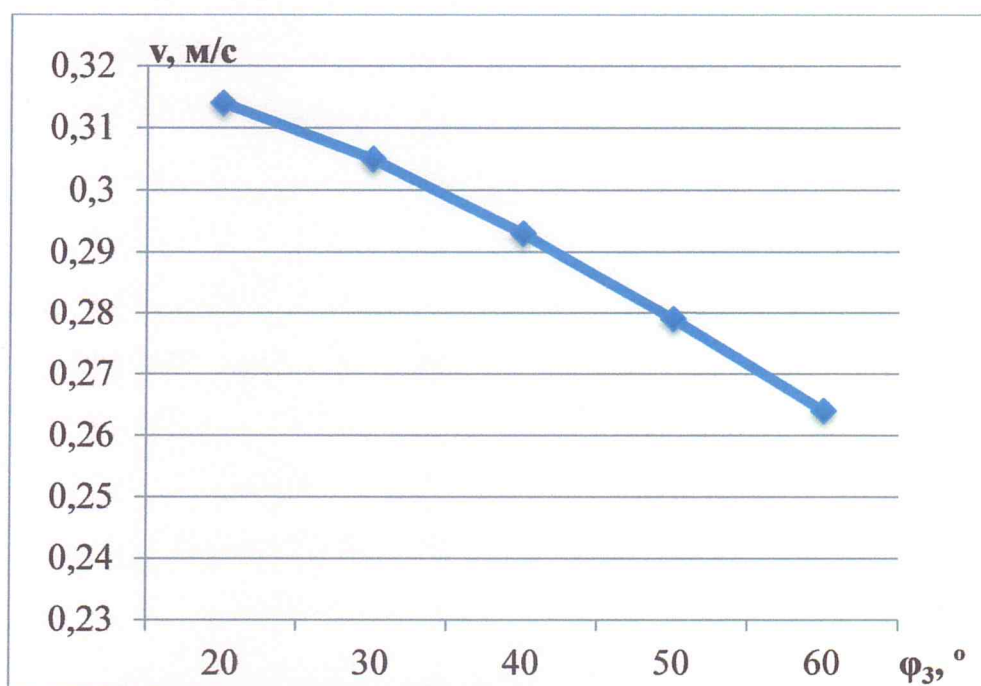


Рисунок 6 – Влияние изменения угла φ_3 на значения скорости точки D при $\varphi_2=20^\circ$

Анализ расчетов по исследованию скоростей концевой точки манипулятора показал, что изменение положения звена 1 не влияет на

значение проекции скорости на ось Z и на результирующую скорость точки D . Изменение угла положения звена 3 в пределах от 20 до 60 градусов приведет к уменьшению скорости концевой точки манипулятора.

Проведем расчет ускорения точки D в зависимости от углов положения звеньев МА.

Определим ускорение точки D :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{dv}{d\varphi_2} \frac{d\varphi_2}{dt} + \frac{dv}{d\varphi_3} \frac{d\varphi_3}{dt} = \omega_1 \frac{dv}{d\varphi_1} + \omega_2 \frac{dv}{d\varphi_2} + \omega_3 \frac{dv}{d\varphi_3}$$

Проекция ускорения точки D на координатные оси:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_x = \omega_1^2(-l_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - l_3 \cos \varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\ \quad + \omega_2^2(-l_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - l_3 \cos \varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\ \quad + \omega_3^2(-l_3 \cos \varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\ \quad + 2\omega_1\omega_2(l_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\ \quad + 2\omega_1\omega_3(l_3 \sin \varphi_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) + 2\omega_2\omega_3(-l_3 \cos \varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) \\ a_y = \omega_1^2(-l_2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - l_3 \sin \varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\ \quad + \omega_2^2(-l_2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - l_3 \sin \varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\ \quad + \omega_3^2(-l_3 \sin \varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\ \quad + 2\omega_1\omega_2(l_2 \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\ \quad + 2\omega_1\omega_3(l_3 \cos \varphi_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) + 2\omega_2\omega_3(-l_3 \sin \varphi_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) \\ a_z = \omega_2^2(-l_2 \sin \varphi_2 - l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) + \omega_3^2(-l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\ \quad + 2\omega_2\omega_3(-l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)) \end{array} \right.$$

Значения ускорения точки D и ее проекций для варианта 1 ($\varphi_1=20^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$) представлена в таблице 8.

Таблица 8 – Значение ускорения концевой точки D и её проекций на оси при $\varphi_1=20^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

$\varphi_3, ^\circ$	$a_x, \text{м/с}^2$	$a_y, \text{м/с}^2$	$a_z, \text{м/с}^2$	$a, \text{м/с}^2$
20	-0,137	-0,163	-0,096	0,234
30	-0,112	-0,172	-0,113	0,234
40	-0,085	-0,176	-0,126	0,233
50	-0,057	-0,176	-0,136	0,230
60	-0,028	-0,173	-0,142	0,225

Значения ускорения точки D и ее проекций для варианта 2 ($\varphi_1=30^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$) представлена в таблице 9.

Таблица 9 – Значение ускорения концевой точки D и её проекций на оси при $\varphi_1=30^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

$\varphi_3, ^\circ$	$a_x, \text{м/с}^2$	$a_y, \text{м/с}^2$	$a_z, \text{м/с}^2$	$a, \text{м/с}^2$
20	-0,107	-0,185	-0,096	0,234
30	-0,080	-0,189	-0,113	0,234
40	-0,053	-0,188	-0,126	0,233
50	-0,025	-0,184	-0,136	0,230
60	0,002	-0,175	-0,142	0,225

Значения ускорения точки D и ее проекций для варианта 3 ($\varphi_1=40^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$) представлена в таблице 10.

Таблица 10 – Значение ускорения концевой точки D и её проекций на оси при $\varphi_1=40^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

$\varphi_3, ^\circ$	$a_x, \text{м/с}^2$	$a_y, \text{м/с}^2$	$a_z, \text{м/с}^2$	$a, \text{м/с}^2$
20	-0,073	-0,200	-0,096	0,234
30	-0,046	-0,200	-0,113	0,234
40	-0,020	-0,195	-0,126	0,233
50	0,007	-0,185	-0,136	0,230
60	0,033	-0,172	-0,142	0,225

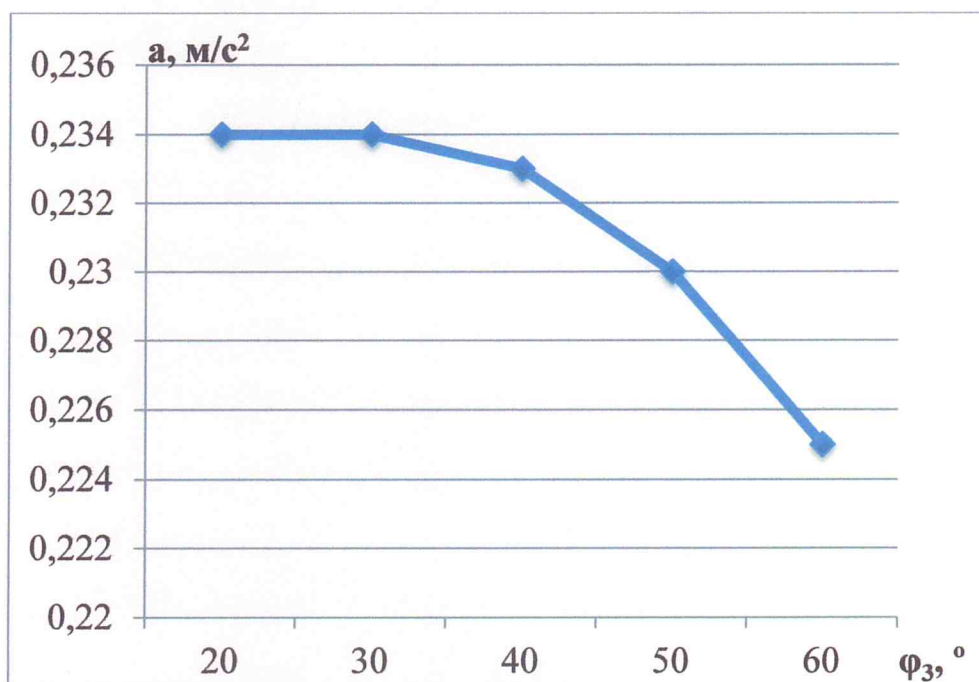


Рисунок 7 – Влияние изменения угла φ_3 на значения ускорения точки D при $\varphi_2=20^\circ$

Анализ расчетов по исследованию ускорений концевой точки манипулятора показал, что изменение положения звена 1 не влияет на

значение проекции ускорения на ось Z и на результирующее ускорение точки D . Изменение угла положения звена 3 в пределах от 20 до 60 градусов приведет к уменьшению ускорения концевой точки манипулятора

Таким образом изменение положения звена 1 не влияет на значения проекций положения, скорости и ускорения на ось Z и на радиус-вектор, результирующие скорость и ускорение точки D . Изменение угла положения звена 3 в пределах от 20 до 60 градусов приведет к уменьшению значений радиус-вектора, скорости и ускорения концевой точки манипулятора.

4 Метод матриц в кинематике манипулятора

Аналитический метод, рассмотренный в предыдущем разделе, применяется для вычисления вручную, но в последнее время чаще используются методы больше приспособленные для расчетов на ЭВМ такие, как, например, матричный метод.

4.1 Описание матричного метода

Для использования матричного метода для решения задач кинематики манипуляторов необходимо рассмотреть специальные системы координат, расширенные координаты и матрицы перехода.

Специальные системы координат.

Осью вращательной пары $(i, i+1)$, составленной из звеньев i и $i+1$, является ось цилиндрического шарнира, жестко связанная со звеном i , вокруг которой вращается звено $i+1$. Для поступательной пары $(i, i+1)$ осью является любая прямая, параллельная вектору скорости поступательного движения звена $i+1$ относительно звена i .

Пронумеруем все звенья манипулятора от стойки (звено 0) до звена n и свяжем с каждым из них свою систему координат, выбранную следующим образом: ось z_i идет по оси кинематической пары; начало координат системы i , лежит на общем перпендикуляре к осям z_{i-1} и z_i , либо в точке их пересечения, если таковая имеется, либо в любой точке оси кинематической пары, если ось z_i совпадает с осью z_{i-1} или параллельна ей; ось x_i идет по общему перпендикуляру, проводимому к осям z_{i-1} и z_i , и направлена от точки пересечения этого перпендикуляра с осью z_{i-1} к точке его пересечения с осью z_i , либо в любую сторону по нормали к плоскости, содержащей оси z_{i-1} и z_i , если они пересекаются: y_i выбирается по правилу правой тройки векторов. [1]

Начало координат системы 0, т.е. системы, жестко связанной со стойкой, может лежать в любой точке оси пары $(0, 1)$, ось направляется произвольным образом.

Расширенные координаты и матрицы перехода.

Специальный выбор систем координат звеньев манипулятора позволяет с помощью четырех элементарных перемещений преобразовать систему $i-1$ в систему i , выполняемых в следующем порядке:

1) поворот системы $i-1$ вокруг оси z_{i-1} на угол θ_i до тех пор, пока ось x_{i-1} не станет параллельной оси x_i ;

2) сдвиг повернутой системы вдоль оси z_{i-1} **на величину s_i** до тех пор, пока оси x_{i-1} и x_i не окажутся на одной прямой;

3) сдвиг вдоль оси x_i **на величину a_i** до тех пор, пока не совпадут начала координат;

4) поворот вокруг оси x_i **на угол α_i** до совмещения оси z_{i-1} с осью z_i [1].

Результирующая матрица перехода из системы $i-1$ в систему i имеет вид:

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & s_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

С помощью матрицы можно связать радиусы-векторы одной и той же точки в системах i и $i-1$:

$$R_{i-1} = A_i R_i$$

где $R_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix}$ – матрица-столбец, определяющая положение

произвольной точки звена i в системе отсчета жестко связанной с этим

звеном (системе i), а $R_{i-1} = \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \\ z_{i-1} \\ 1 \end{bmatrix}$ – матрица-столбец, определяющая

положение той же точки звена i в системе отсчета жестко связанной со звеном $i-1$ (системе $i-1$) [1].

Прямая задача кинематики манипуляторов формулируется следующим образом: задана кинематическая схема манипулятора и в некоторый момент времени известны значения обобщенных координат, определяющие положение всех звеньев манипулятора друг относительно друга. Требуется определить положения, скорости и ускорения концевой точки последнего звена манипулятора в системе отсчета, связанной со стойкой. Геометрические размеры звеньев считаются известными.

Задача о положении решается с помощью формулы, аналогичной предыдущей:

$$R_0 = \prod_{i=1}^n A_i R_n = T_n R_n$$

где R_0 – матрица-столбец, определяющая положение концевой точки последнего звена n в системе отсчета жестко со стойкой, а R_n – матрица-

столбец, определяющая положение той же точки звена n в системе отсчета жестко связанной с этим звеном.

Зная обобщенные скорости и ускорения манипулятора, можно вычислить скорость и ускорения точки звена манипулятора путем дифференцирования столбца R_0 по времени:

$$\dot{R}_0 = \frac{dT_n}{dt} R_n = \sum_{k=1}^m \frac{dT_n}{dq_k} \frac{dq_k}{dt} R_n$$

$$\ddot{R}_0 = \frac{d^2T_n}{dt^2} R_n = \left(\sum_{k=1}^m \frac{d^2T_n}{dq_k^2} \frac{dq_k}{dt} \frac{dq_k}{dt} + \sum_{k=1}^m \frac{dT_n}{dq_k} \frac{d^2q_k}{dt^2} \right) R_n$$

где $\frac{dq_k}{dt}$ и $\frac{d^2q_k}{dt^2}$ – обобщенная скорость и обобщенное ускорение.

4.2 Применение матричного метода для решения прямой задачи кинематического исследования манипулятора

Постановка задачи.

Решить прямую задачу кинематики манипулятора робота «Робин РСС-1 «Сфера»» используемого в составе учебного лабораторного стенда ГПС-2Т-УР (лаборатория робототехники, физико-технический факультет ТГУ).

Специальные системы координат для данного манипулятора:

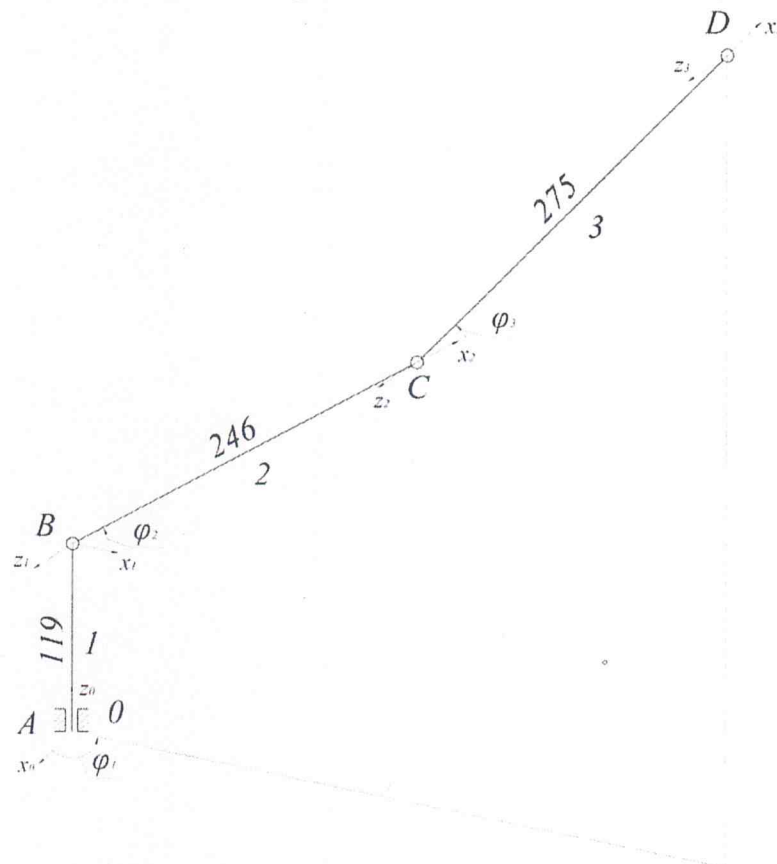


Рисунок 8 – Кинематическая схема робота

Требуется определить положения, скорости и ускорения точки D звена 3.

Формула перевода координат в системе $Dx_3y_3z_3$ в координаты в системе $Ax_0y_0z_0$:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix} = A_1 A_2 A_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

где A_1 , A_2 и A_3 - матрицы перехода из соответствующей системы координат.

Расширенные координаты точки D в системе $Dx_3y_3z_3$:

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Все элементарные перемещения представлены в таблице 11.

Таблица 11 – Элементарные перемещения

Кинематическая пара	Параметры			
	θ_i	s_i	a_i	α_i
A	φ_1	l_1	0	$\frac{\pi}{2}$
B	φ_2	0	l_2	0
C	φ_3	0	l_3	0

В таблице 1 φ_1 , φ_2 и φ_3 – углы положений соответствующих звеньев, l_1 , l_2 и l_3 – длины соответствующих звеньев.

В соответствии с данной таблицей определяются матрицы перехода:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \cos \alpha_1 & \sin \theta_1 \sin \alpha_1 & a_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \cos \alpha_1 & -\cos \theta_1 \sin \alpha_1 & a_1 \sin \theta_1 \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & s_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & 0 & \sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & 0 & -\cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 A_2 &= \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \cos \alpha_2 & \sin \theta_2 \sin \alpha_2 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \cos \alpha_2 & -\cos \theta_2 \sin \alpha_2 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & 0 & l_2 \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & l_2 \sin \varphi_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 \cos \alpha_3 & \sin \theta_3 \sin \alpha_3 & a_3 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 \cos \alpha_3 & -\cos \theta_3 \sin \alpha_3 & a_3 \sin \theta_3 \\ 0 & \sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & s_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 & 0 & l_3 \cos \varphi_3 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 & 0 & l_3 \sin \varphi_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4.3 Результаты расчета

Исходные данные.

Длины звеньев МА:

$$l_1 = 119 \text{ мм};$$

$$l_2 = 246 \text{ мм};$$

$$l_3 = 275 \text{ мм}.$$

Угловые скорости вращения звеньев МА:

$$\omega_1 = 20 \text{ град/с};$$

$$\omega_2 = 20 \text{ град/с};$$

$$\omega_3 = 20 \text{ град/с}.$$

Для проведения кинематического исследования манипулятора робота примем начальные углы положения звеньев манипулятора:

$$\varphi_1 = 20^\circ;$$

$$\varphi_2 = 20^\circ;$$

$$\varphi_3 = 20^\circ - 60^\circ, \text{ с шагом } 10^\circ.$$

Для решения данной задачи использовалась система SMath Studio.

SMath Studio — программа для вычисления математических выражений и построения графиков функций. Данная программа разрабатывалась как аналог Mathcad в России, и обладает соответствующим функционалом. Листинг программы представлен в приложении А.

Расчет значений положения точки D и ее проекций для значений углов $\varphi_1=20^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$, представлены в таблице 12.

Таблица 12 – Значение координат концевой точки D и радиус-вектор точки D при $\varphi_1=20^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

$\varphi_3, ^\circ$	$R_x, \text{ м}$	$R_y, \text{ м}$	$R_z, \text{ м}$	$R, \text{ м}$
20	0,4152	0,1511	0,3799	0,5827
30	0,3833	0,1395	0,4138	0,5811
40	0,3464	0,1261	0,4413	0,575
50	0,3056	0,1112	0,4616	0,5646
60	0,2621	0,0954	0,474	0,5499

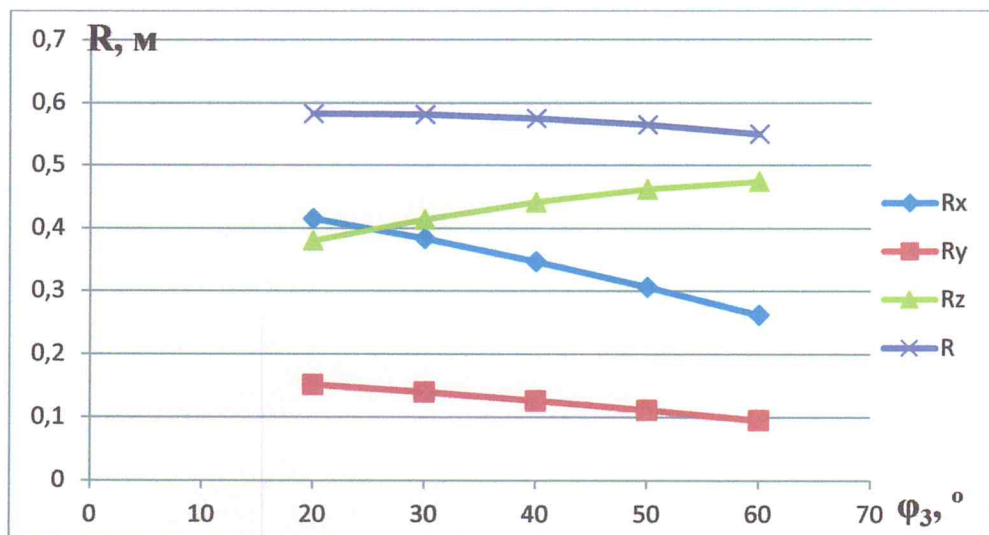


Рисунок 9 – Влияние изменения угла φ_3 на значения радиус-вектора точки D при $\varphi_1=20^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

Расчет значений скоростей точки D и ее проекций для значений углов $\varphi_1=20^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$, представлены в таблице 13.

Таблица 13 – Значение скорости концевой точки D и её проекций на оси при $\varphi_1=40^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

$\varphi_3, ^\circ$	$v_x, \text{м/с}$	$v_y, \text{м/с}$	$v_z, \text{м/с}$	$v, \text{м/с}$
20	-0,1963	0,0927	0,2278	0,3146
30	-0,2145	0,0735	0,2041	0,3051
40	-0,2279	0,054	0,1767	0,2933
50	-0,236	0,0349	0,1464	0,2798
60	-0,2386	0,0168	0,114	0,2649

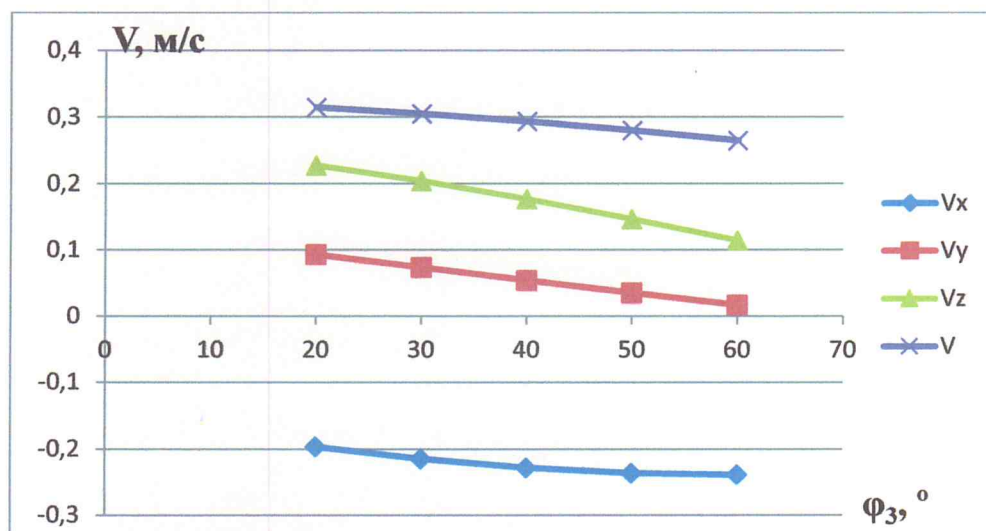


Рисунок 10 – Влияние изменения угла φ_3 на значения скорости точки D при $\varphi_1=20^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

Расчет значений ускорения точки D и ее проекций для значений углов $\varphi_1=20^\circ$, $\varphi_2=20^\circ$, представлены в таблице 14

Таблица 14 – Значение ускорения концевой точки D и её проекций на оси при $\varphi_1=20^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

$\varphi_3, ^\circ$	$a_x, \text{м/с}^2$	$a_y, \text{м/с}^2$	$a_z, \text{м/с}^2$	$a, \text{м/с}^2$
20	-0,1371	-0,1634	-0,0964	0,234
30	-0,112	-0,1718	-0,1129	0,2342
40	-0,0849	-0,1763	-0,1263	0,2329
50	-0,0567	-0,1765	-0,1362	0,230
60	-0,0281	-0,1725	-0,1422	0,2254

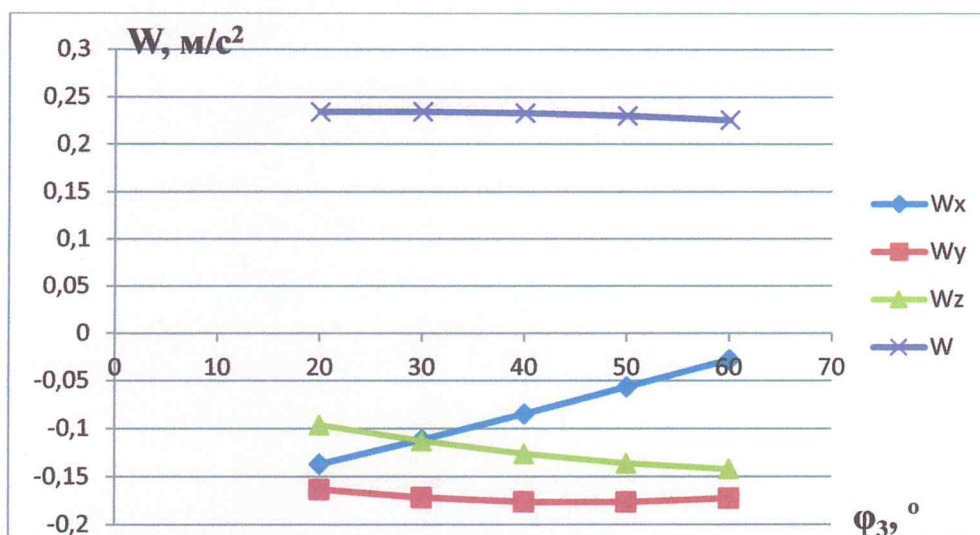


Рисунок 11 – Влияние изменения угла φ_3 на значения ускорения точки D при $\varphi_1=20^\circ$ и $\varphi_2=20^\circ$

Анализ расчетов по исследованию положений скоростей и ускорений концевой точки манипулятора показал, что полученные результаты совпадают с теми, что были получены при решении аналогичной задачи в главе 3 аналитическим методом, следовательно программа, созданная для решения прямой задачи кинематики, работает корректно.

ВЫВОДЫ

В ходе работы был проведен структурный анализ схемы манипулятора робота «Робин РСС-1 «Сфера»».

Для проведения кинематического анализа, заключающегося в решении прямой задачи кинематики о положениях, скоростях и ускорениях, были рассмотрены аналитический и матричный методы.

Была решена прямая задача кинематического исследования аналитическим методом и методом матриц (с помощью программы SMath Studio). Определены значения положения, скорости и ускорения концевой точки манипулятора при различных значениях угла положения звена 3 манипулятора.

Было проведено сравнение результатов расчетов полученных аналитическим и матричным методами.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Механика промышленных роботов: Учеб.пособие для втузов: В 3 кн. / Под ред. К.В. Фролова, Е.И. Воробьева. Кн. 1: Кинематика и динамика/ Е.И. Воробьев, С.А. Попов, Г.И. Шевелева. –М.: Высш. шк.
2. Механика промышленных роботов: Учеб.пособие для втузов: В 3 кн. / Под ред. К.В. Фролова, Е.И. Воробьева. Кн. 3: Основы конструирования/ Е.И. Воробьев, А. В. Бабич, К. П. Жуков. –М.: Высш. шк.
3. Колтыгин Д.С., Седельников И.А. Метод и программа решения прямой и обратной задачи кинематики для управления роботом манипулятором // Системы. Методы. Технологии. – 2020. – № 4(48). С. – 65-74.
4. Инструкция по эксплуатации. Учебный электромеханический робот с тремя степенями подвижности «РОБИН РСС-1 «СФЕРА»». Челябинск, 2016 г. –19 с.
5. Маркова Л.В., Бирюкова Д.В., Шидловский А.В. Моделирование системы управления роботизированного комплекса // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – 2020. – № 3(108). – С. 14-21.
6. Подкорытов Д.Д. Применение метода Денавита-Хартенберга в эксплуатации робототехники // Инновационные научные исследования: гуманитарные и точные науки. – 2022. – С. 122-128.
7. Крамарь В.А., Крамарь О.А., Путин А.Н. Решение прямой задачи кинематики для антропоморфных манипуляторов // Автоматизация и измерения в машино-приборостроении. – 2022. – № 1 (9). – С. 50-59.
8. Новалов А.А., Кирюкин С.В., Павлова А.Н. Методы расчёта параметров управления манипуляторами // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. – 2013. – № 1 (17). – С. 44-51.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Листинг программы

Таблица элементарных перемещений и координаты концевой точки в системе, связанной с предыдущим звеном

```

                                θi  si  ai  di
D :=  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$     A :=  $\begin{bmatrix} \varphi 1 & l1 & 0 & \frac{\pi}{2} \\ \varphi 2 & 0 & l2 & 0 \\ \varphi 3 & 0 & l3 & 0 \end{bmatrix}$ 

s1 := A1 2    a1 := A1 3    α1 := A1 4
s2 := A2 2    a2 := A2 3    α2 := A2 4
s3 := A3 2    a3 := A3 3    α3 := A3 4

for k:=1;k<6;k:=k+1
    A1_k :=  $\begin{bmatrix} \cos(\theta 1_k) - \sin(\theta 1_k) \cdot \cos(\alpha 1) & \sin(\theta 1_k) \cdot \sin(\alpha 1) & a1 \cdot \cos(\theta 1_k) \\ \sin(\theta 1_k) & \cos(\theta 1_k) \cdot \cos(\alpha 1) & -\cos(\theta 1_k) \cdot \sin(\alpha 1) & a1 \cdot \sin(\theta 1_k) \\ 0 & \sin(\alpha 1) & \cos(\alpha 1) & s1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 
    A2_k :=  $\begin{bmatrix} \cos(\theta 2_k) - \sin(\theta 2_k) \cdot \cos(\alpha 2) & \sin(\theta 2_k) \cdot \sin(\alpha 2) & a2 \cdot \cos(\theta 2_k) \\ \sin(\theta 2_k) & \cos(\theta 2_k) \cdot \cos(\alpha 2) & -\cos(\theta 2_k) \cdot \sin(\alpha 2) & a2 \cdot \sin(\theta 2_k) \\ 0 & \sin(\alpha 2) & \cos(\alpha 2) & s2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 
    A3_k :=  $\begin{bmatrix} \cos(\theta 3_k) - \sin(\theta 3_k) \cdot \cos(\alpha 3) & \sin(\theta 3_k) \cdot \sin(\alpha 3) & a3 \cdot \cos(\theta 3_k) \\ \sin(\theta 3_k) & \cos(\theta 3_k) \cdot \cos(\alpha 3) & -\cos(\theta 3_k) \cdot \sin(\alpha 3) & a3 \cdot \sin(\theta 3_k) \\ 0 & \sin(\alpha 3) & \cos(\alpha 3) & s3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 
    R_k := A1_k · A2_k · A3_k · D
    Rx_k := R_k1 1
    Ry_k := R_k2 1
    Rz_k := R_k3 1
    r_k :=  $\sqrt{(Rx_k)^2 + (Ry_k)^2 + (Rz_k)^2}$ 
    dRφ1_k :=  $\begin{bmatrix} \frac{d}{d \theta 1_k} Rx_k \\ \frac{d}{d \theta 1_k} Ry_k \\ \frac{d}{d \theta 1_k} Rz_k \\ 0 \end{bmatrix}$ 
    dRφ2_k :=  $\begin{bmatrix} \frac{d}{d \theta 2_k} Rx_k \\ \frac{d}{d \theta 2_k} Ry_k \\ \frac{d}{d \theta 2_k} Rz_k \\ 0 \end{bmatrix}$ 

```

Рисунок А.1 – Первый лист программы

$$\begin{aligned}
dR\phi3_k &:= \begin{bmatrix} \frac{d}{d\theta3_k} R_{x_k} \\ \frac{d}{d\theta3_k} R_{y_k} \\ \frac{d}{d\theta3_k} R_{z_k} \\ 0 \end{bmatrix} \\
V_k &:= dR\phi1_k \cdot \omega1 + dR\phi2_k \cdot \omega2 + dR\phi3_k \cdot \omega3 \\
V_{x_k} &:= V_{k_{11}} \\
V_{y_k} &:= V_{k_{21}} \\
V_{z_k} &:= V_{k_{31}} \\
v_k &:= \sqrt{(V_{x_k})^2 + (V_{y_k})^2 + (V_{z_k})^2} \\
dV\phi1_k &:= \begin{bmatrix} \frac{d}{d\theta1_k} V_{x_k} \\ \frac{d}{d\theta1_k} V_{y_k} \\ \frac{d}{d\theta1_k} V_{z_k} \\ 0 \end{bmatrix} \\
dV\phi2_k &:= \begin{bmatrix} \frac{d}{d\theta2_k} V_{x_k} \\ \frac{d}{d\theta2_k} V_{y_k} \\ \frac{d}{d\theta2_k} V_{z_k} \\ 0 \end{bmatrix} \\
dV\phi3_k &:= \begin{bmatrix} \frac{d}{d\theta3_k} V_{x_k} \\ \frac{d}{d\theta3_k} V_{y_k} \\ \frac{d}{d\theta3_k} V_{z_k} \\ 0 \end{bmatrix} \\
W_k &:= dV\phi1_k \cdot \omega1 + dV\phi2_k \cdot \omega2 + dV\phi3_k \cdot \omega3 \\
W_{x_k} &:= W_{k_{11}} \\
W_{y_k} &:= W_{k_{21}} \\
W_{z_k} &:= W_{k_{31}} \\
w_k &:= \sqrt{(W_{x_k})^2 + (W_{y_k})^2 + (W_{z_k})^2}
\end{aligned}$$

Рисунок А.2 –Второй лист программы

```

for k:=1;k<6;k:=k+1
|  $\theta 1_k := A_{11}$ 
|  $\theta 2_k := A_{21}$ 
|  $\theta 3_k := A_{31} + 10 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot (k-1)$ 

 $\theta := \theta 3$ 

```

Исходные данные

```

l1:=0,119  $\varphi 1 := 20 \cdot \frac{\pi}{180}$   $\omega 1 := 20 \cdot \frac{\pi}{180}$ 
l2:=0,246  $\varphi 2 := 20 \cdot \frac{\pi}{180}$   $\omega 2 := 20 \cdot \frac{\pi}{180}$ 
l3:=0,275  $\varphi 3 := 20 \cdot \frac{\pi}{180}$   $\omega 3 := 20 \cdot \frac{\pi}{180}$ 

```

Рисунок А.3 –Третий лист программы

Координата X

$$\text{Grafrx} := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; Rx \right)$$

$$\text{Grafrx} = \begin{bmatrix} 20 & 0,4152 \\ 30 & 0,3833 \\ 40 & 0,3464 \\ 50 & 0,3056 \\ 60 & 0,2621 \end{bmatrix}$$

Координата Y

$$\text{GrafrY} := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; Ry \right)$$

$$\text{GrafrY} = \begin{bmatrix} 20 & 0,1511 \\ 30 & 0,1395 \\ 40 & 0,1261 \\ 50 & 0,1112 \\ 60 & 0,0954 \end{bmatrix}$$

Координата Z

$$\text{GrafrZ} := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; Rz \right)$$

$$\text{GrafrZ} = \begin{bmatrix} 20 & 0,3799 \\ 30 & 0,4138 \\ 40 & 0,4413 \\ 50 & 0,4616 \\ 60 & 0,474 \end{bmatrix}$$

Значение радиус-вектора

$$\text{Grafr} := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; r \right)$$

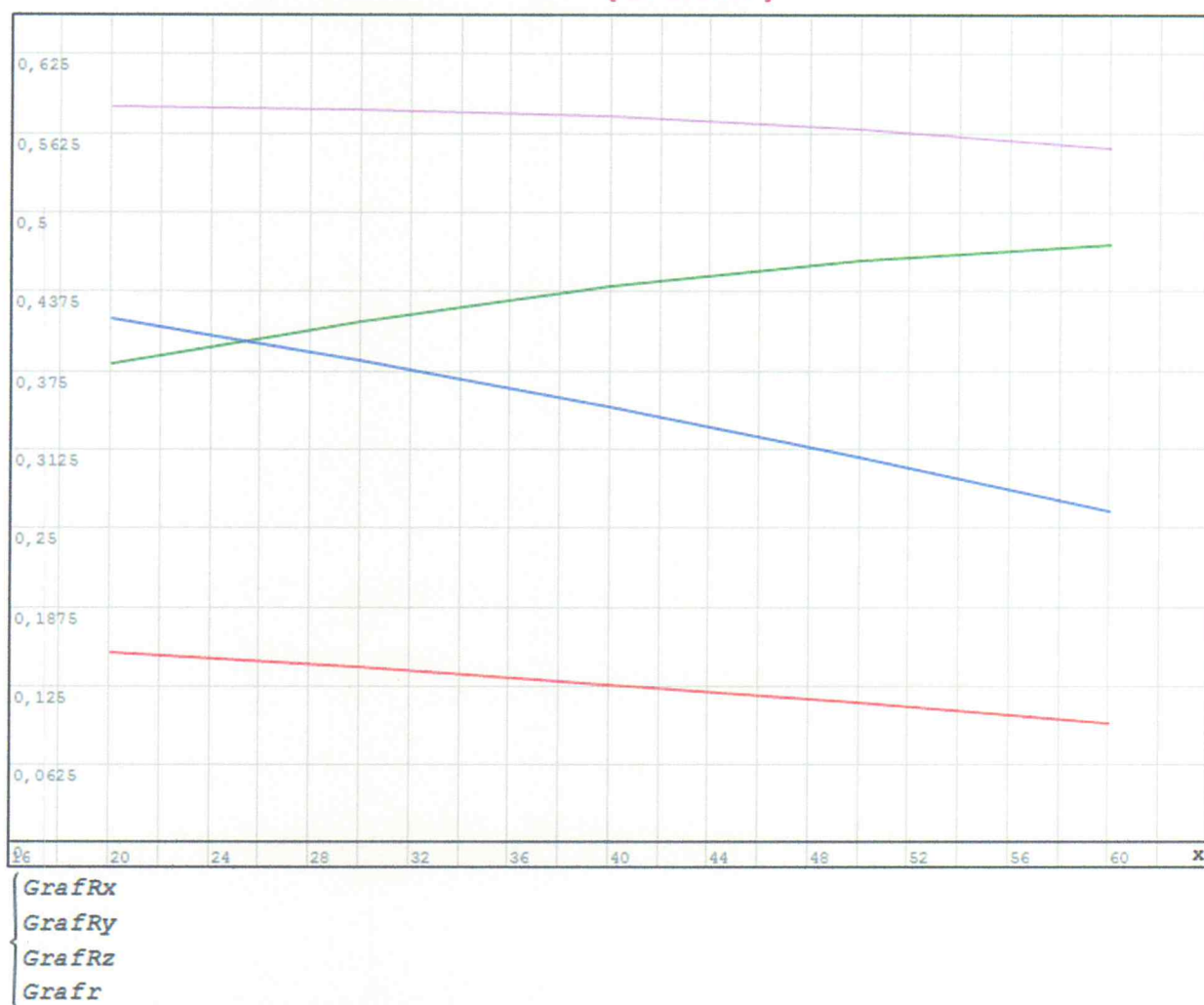
$$\text{Grafr} = \begin{bmatrix} 20 & 0,5827 \\ 30 & 0,5811 \\ 40 & 0,575 \\ 50 & 0,5646 \\ 60 & 0,5499 \end{bmatrix}$$


Рисунок А.4 –Четвертый лист программы

Проекция скорости на ось X
 $GrafVx := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; Vx \right)$

$$GrafVx = \begin{bmatrix} 20 & -0,1963 \\ 30 & -0,2145 \\ 40 & -0,2279 \\ 50 & -0,236 \\ 60 & -0,2386 \end{bmatrix}$$

Проекция скорости на ось Y

$GrafVy := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; Vy \right)$

$$GrafVy = \begin{bmatrix} 20 & 0,0927 \\ 30 & 0,0735 \\ 40 & 0,054 \\ 50 & 0,0349 \\ 60 & 0,0168 \end{bmatrix}$$

Проекция скорости на ось Z
 $GrafVz := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; Vz \right)$

$$GrafVz = \begin{bmatrix} 20 & 0,2278 \\ 30 & 0,2041 \\ 40 & 0,1767 \\ 50 & 0,1464 \\ 60 & 0,114 \end{bmatrix}$$

Значение скорости

$Grafv := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; v \right)$

$$Grafv = \begin{bmatrix} 20 & 0,3146 \\ 30 & 0,3051 \\ 40 & 0,2933 \\ 50 & 0,2798 \\ 60 & 0,2649 \end{bmatrix}$$

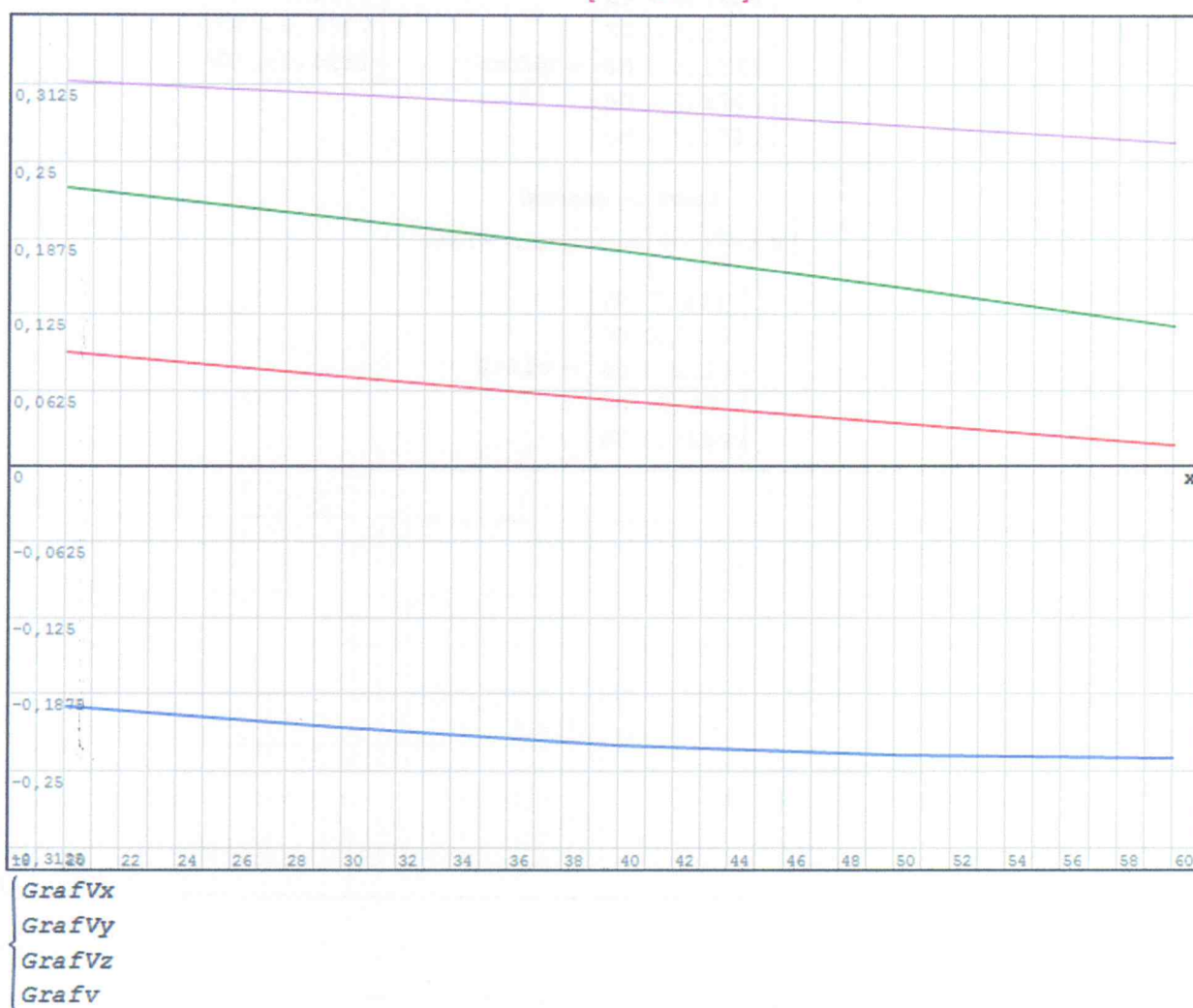


Рисунок А.5 – Пятый лист программы

Проекция ускорения на ось X

$$\text{GrafWx} := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; Wx \right)$$

$$\text{GrafWx} = \begin{bmatrix} 20 & -0,1371 \\ 30 & -0,112 \\ 40 & -0,0849 \\ 50 & -0,0567 \\ 60 & -0,0281 \end{bmatrix}$$

Проекция ускорения на ось Y

$$\text{GrafWy} := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; Wy \right)$$

$$\text{GrafWy} = \begin{bmatrix} 20 & -0,1634 \\ 30 & -0,1718 \\ 40 & -0,1763 \\ 50 & -0,1765 \\ 60 & -0,1725 \end{bmatrix}$$

Проекция ускорения на ось Z

$$\text{GrafWz} := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; Wz \right)$$

$$\text{GrafWz} = \begin{bmatrix} 20 & -0,0964 \\ 30 & -0,1129 \\ 40 & -0,1263 \\ 50 & -0,1362 \\ 60 & -0,1422 \end{bmatrix}$$

Значение ускорения

$$\text{Grafw} := \text{augment} \left(\theta \cdot \frac{180}{\pi}; w \right)$$

$$\text{Grafw} = \begin{bmatrix} 20 & 0,234 \\ 30 & 0,2342 \\ 40 & 0,2329 \\ 50 & 0,23 \\ 60 & 0,2254 \end{bmatrix}$$

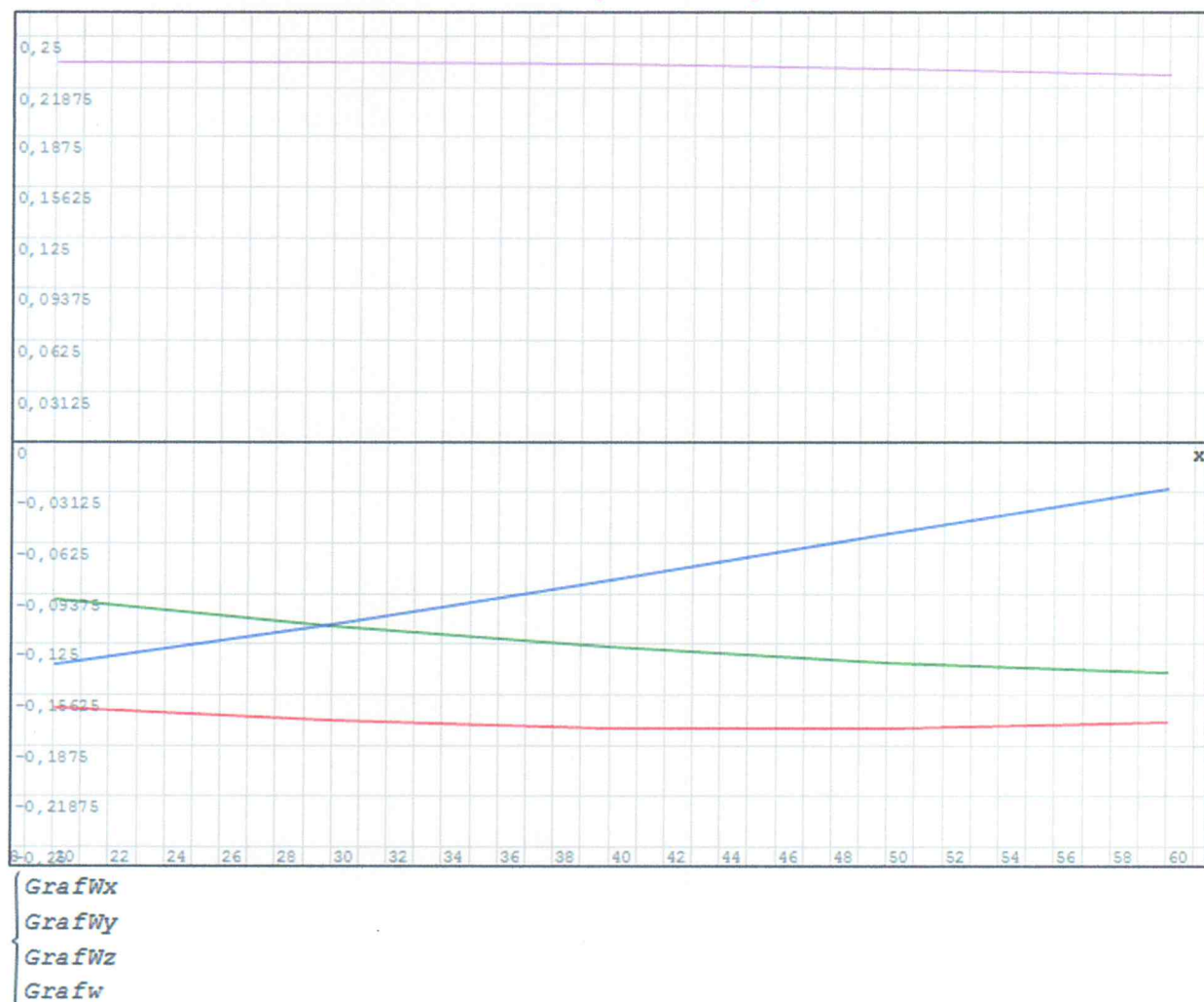


Рисунок А.6 – Шестой лист программы

Отчет о проверке на заимствования №1



Автор: Панаистов Егор Андреевич

Проверяющий:

Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - <http://users.antiplagiat.ru>

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 1

Начало загрузки: 01.06.2023 18:54:26

Длительность загрузки: 00:00:07

Имя исходного файла: ВКР Панаистов.docx

Название документа: ВКР Панаистов

Размер текста: 37 кБ

Символов в тексте: 37428

Слов в тексте: 4652

Число предложений: 267

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Начало проверки: 01.06.2023 18:54:34

Длительность проверки: 00:01:08

Комментарии: не указано

Поиск с учетом редактирования: да

Проверенные разделы: титульный лист с. 1, основная часть с. 2-3,5-27,29, содержание с. 4, библиография с. 28, приложение с. 29-34

Модули поиска: Перефразирования по Интернету (EN), Перефразированные заимствования по коллекции Интернет в английском сегменте,

Перефразированные заимствования по коллекции Интернет в русском сегменте,

Перефразирования по коллекции издательства Wiley, Патенты СССР, РФ, СНГ,

СМИ России и СНГ, Шаблонные фразы, Кольцо вузов, Издательство Wiley,

Переводные заимствования, ИПС Адилет, Библиография, Сводная коллекция ЭБС,

Интернет Плюс*, Сводная коллекция РГБ, Цитирование, Переводные

заимствования (RuEn), Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu),

Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (KkRu), Переводные заимствования

по eLIBRARY.RU (KyRu), Переводные заимствования по коллекции Гарант:

аналитика, Переводные заимствования по коллекции Интернет в английском

сегменте, Переводные заимствования по Интернету (EnRu), Переводные

заимствования по Интернету (KkRu), Переводные заимствования по Интернету

(KyRu), Переводные заимствования по коллекции Интернет в русском сегменте,

Переводные заимствования (KkEn), Переводные заимствования (KyEn),

Переводные заимствования издательства Wiley, eLIBRARY.RU, СПС ГАРАНТ:

аналитика, СПС ГАРАНТ: нормативно-правовая документация, IEEE, Медицина,

Диссертации НББ, Коллекция НБУ, Перефразирования по eLIBRARY.RU,

Перефразирования по СПС ГАРАНТ: аналитика, Перефразирования по Интернету

СОВПАДЕНИЯ

34.94%

САМОЦИТИРОВАНИЯ

0%

ЦИТИРОВАНИЯ

4.6%

ОРИГИНАЛЬНОСТЬ

60.46%

Автор работы ЕАТ / Панаистов Е. А.

Научный руководитель ИТОИ / Горбенко Т. В.

Руководитель ООП / Ширак Т. Р.