

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Механико–математический факультет
Кафедра геометрии

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ В ГЭК

Руководитель ООП
канд. физ.-мат. наук, доцент


_____ Л. В. Гензе
подпись

«19» июня 2020 г.

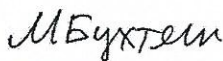
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

**АППРОКСИМАЦИЯ ДЕФОРМИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ
РЕФЛЕКТОРА ПАРАБОЛИЧЕСКИХ АНТЕНН**

По основной образовательной программе подготовки бакалавров
направление подготовки 02.03.01 – Математика и компьютерные науки

Сабурова Карина Маруфовна

Руководитель ВКР
канд. физ.-мат. наук, доцент


_____ М. С. Бухтяк
подпись

«11» июня 2020 г.

Автор работы
студент группы № 04601


_____ К. М. Сабурова
подпись

Содержание

СОДЕРЖАНИЕ	1
АННОТАЦИЯ	2
ВВЕДЕНИЕ.....	2
ВИДЫ РАЗВЕРТЫВАЕМЫХ АНТЕНН.....	3
ОСНОВНЫЕ ТИПЫ РЕФЛЕКТОРОВ.....	7
ТИПЫ КРУПНОГАБАРИТНЫХ РАЗВЕРТЫВАЕМЫХ РЕФЛЕКТОРОВ.....	9
ДЕФОРМАЦИЯ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗОНТИЧНЫХ АНТЕНН.....	18
ДВЕ ЗАДАЧИ АППРОКСИМАЦИИ	19
АППРОКСИМАЦИЯ «В МАЛОМ».....	20
Пример применения конечно-элементной модели	20
АППРОКСИМАЦИЯ «В ЦЕЛОМ»	22
КВАДРИКА ЗАРАНЕЕ УКАЗАННОГО ТИПА (ПАРАБОЛОИД).....	22
ПАРАБОЛОИД С ФИКСИРОВАННЫМ ФОКАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ.....	23
КВАДРИКА «ПРОИЗВОЛЬНОГО» ВИДА.....	24
Пример отыскания квадрики общего вида.....	25
ВЫВОД.....	27
ГЛОССАРИЙ	30
ЛИТЕРАТУРА	28
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. MAPLE – ПРОГРАММА ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ «В МАЛОМ»:.....	32
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. MAPLE – ПРОГРАММА ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ «В ЦЕЛОМ»:	38

Аннотация

При реализации проектирования крупногабаритных трансформируемых антенн для аппаратов космического назначения возникает необходимость в решении задачи об оценке деформации параболического рефлектора. В данной работе изучим основные типы рефлекторных антенн. Также будем рассматривать такой важный вопрос в космической области как оценивание поверхности деформированного рефлектора, который задан облаком измеримых точек. Деформация рефлектора оценивается с помощью вычислительных методов [1].

Введение

Антенны на данный момент это самая главная составляющая современных космических аппаратов. Конструирование космических антенн связано с развитием ракетных и космических технологий. Антенны для космических аппаратов разного конструктивного вида используются в сфере системных связей, дистанционного зондирования и природного мониторинга. Самым главным направлением в космической сфере является создание крупногабаритных трансформируемых антенн [3]. Создание антенн необходимо для улучшения приемо-передающих характеристик космического аппарата. В начале 50-ых годов 20-го века возникла необходимость в разработке метода, который подходил бы для проектирования крупных зеркальных антенн созданных для радиоастрономии, космических исследований и радиолокации. Данный метод для проектирования крупных зеркальных антенн называется методом гомологических деформаций. Эффективной схемой по методу гомологических деформаций является изменение гравитационных нагрузок, при наклонах рефлектора, обеспечивающий его минимальную деформацию от параболической формы. Для того, чтобы метод гомологических деформаций был выполнен необходимо применять специальные, часто очень трудные, эффективные решения. На данный момент методы моделирования и анализа конструкций позволяют проектировать антенны с малыми деформациями формы отражающей поверхности только с помощью правильного подбора соотношений жесткости структурных элементов [2].

Антенны параболической формы широко используются в космических линиях связи. Один из известных немецких физиков Герц Генрих Рудольф в 1888 году, впервые в то время, в своих опытах использовал параболический цилиндр в качестве фокусирующего устройства. И в наше время интерес к антеннам зеркального типа не угасает в связи с стремительным развитием космических радиотехнических систем и комплексов.

Основные достоинства зеркальных антенн: их легкость и простота конструкции такого типа антенн. При этом у данных антенн есть возможность формирования самых различных диаграмм направленности, малая шумовая температура и высокий КПД.

При создании крупногабаритных трансформируемых антенн на основе трансформируемого рефлектора возникает необходимость решения задачи по юстировке рефлектора. В основе юстировки лежит представление отражающей поверхности рефлектора антенны, как облако измеренных точек [4].

Параболоид вращения или вырезка из него на данный момент является лучшей формой рефлектора. На форму поверхности рефлектора крупногабаритных антенн влияет погрешность при производстве, внешние факторы при выводе и эксплуатации на орбите. Для того что бы оценить деформации поверхности рефлектора крупногабаритных антенн используют разные методики основанные на аппроксимации облака точек.

Виды развертываемых антенн

Антенны, предназначенные для космического использования, диаметром равным 9,3 м, есть однозеркальное устройство, которое установлено на азимутально-угломестной опорно-поворотной системе. Космическое антенное устройство представляет собой рефлектор, опорно-поворотное устройство, блок облучателя и системы наведения в составе двух приводов азимутального и угломестного соответственно. Механизм космической антенны предоставлена на рисунке 1:

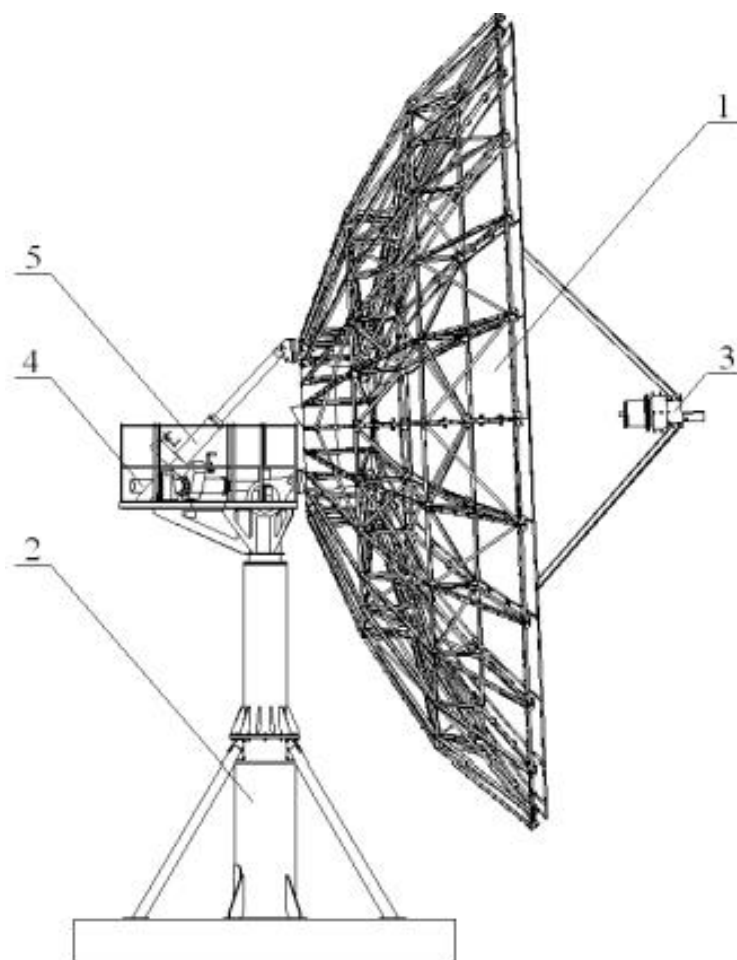


Рис. 1. Общий вид антенного устройства:

1-рефлектор; 2-опорно-поворотное устройство; 3-блок облучателя; 4-азимутальный привод; 5-угломестный привод

Работающая поверхность рефлектора антенны космического аппарата представляет собой осесимметричную вырезку из параболоида вращения и содержит три яруса алюминиевых отражающих панелей. На стальном каркасе рефлектора космической антенны также устанавливаются отражающие панели рефлектора, выполненные в виде пространственной фермы. Главной силовой частью конструкции рефлектора космической антенны является жесткая центральная часть, которая состоит из, усиленных ребрами, трубчатых сегментов. Центральная часть рефлектора антенны получает изгибные и крутильные нагрузки от периферийных ферм и передает их на опорно-поворотное устройство антенны. Также в центральной части антенны к рёбрам присоединяют двадцать четыре радиальные фермы, которые соединяются между собой в средней части двумя кольцевыми поясами и по периферии специальными балками. Также и каркас рефлектора имеет систему диагональных элементов.

В конструкции опорно-поворотной части антенны выделяются три основные составляющие: вращающуюся трубу, имеющую два опорных узла,

колонну с подкосами, закрепленную на бетонном основании, и подвижную площадку, которая состоит из двух взаимно ортогональных труб, плоской рамы, настила, ребер жесткости, ограждения и элементов крепления угломестного и азимутального приводов [2].

На космические аппараты устанавливаются разворачиваемые антенны. Необходимость в использовании разворачиваемой конструкции, на космических аппаратах, относится к габаритным размерам выводимого на орбиту спутника. Данная необходимость появляется тогда, когда диаметр антенны предназначенной для космического базирования превышает – 2 метра, а при применении многоразового транспортного космического корабля – 4,2 метра.

При применении разворачиваемой антенны в космическом пространстве постоянно появляется большое количество отдельных требований, осуществление которых обеспечивает работоспособность её конструкции. Перечислим основные требования: транспортабельность, заданная точность поверхности, жесткость конструкции в рабочем положении, минимальная масса и объем в сложенном положении, высокая надежность разворачивания, сохранение электродинамических параметров в заданных пределах при воздействии нагрузок со стороны окружающей среды, низкая скорость и технологичность. Особенность космического и наземного базирования возлагает и особые условия на разворачиваемые антенны.

Для космических аппаратов необходимо, чтобы антенны были саморазвёртывающимися и устойчивыми к факторам космического пространства: перепаду температур, глубокому вакууму, солнечному давлению, аэродинамическому сопротивлению на низких орбитах, метеоритам и так далее. Проблемы возникают при проведения испытаний больших космических антенн в наземных устройствах [5].

Антенны космических аппаратов можно классифицировать по способу разворачивания и по конструктивному оформлению.

Антенны, предназначенные для космических аппаратов, делятся по методу разворачивания на:

1. Вращающиеся антенны. Антенны данного типа разворачивания раскрываются с помощью центробежных сил, которые возникают при вращении конструкции вокруг фокальной оси (кривая второго порядка - геометрическое место точек, декартовы прямоугольные координаты которых удовлетворяют уравнению вида

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0,$$

в котором по крайней мере один из коэффициентов a_{11} , a_{12} , a_{22} отличен от нуля).

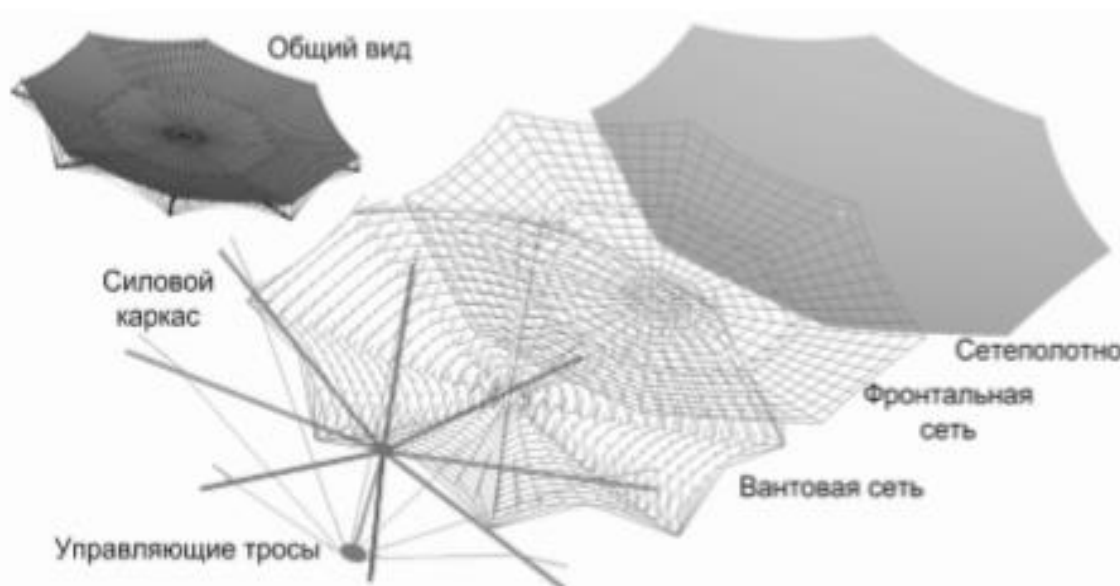
1. Механические антенны. Конструкции таких антенн соединены в единую механическую схему, раскрываемая с помощью энергии пружин или деформированных упругих элементов.
2. Пневматические антенны. Раскрытие такого типа антенн производится с помощью создания избыточного давления во внутренних полостях конструкции.
3. Пиротехнические антенны. Антенны пиротехнического типа развертываются после того как происходит взрыв небольшого заряда или группы зарядов.
4. Комбинированные антенны. Конструкция таких антенн раскрываются с помощью комбинации действий перечисленных выше способов разворачивания.

По конструктивному оформлению космические антенны можно разделить на:

1. Секторные антенны. Данные антенны состоят из механически соединенных панелей и ферм.
2. Ферменные антенны. Такого конструктивного оформления антенны имеют пространственный складной каркас, который состоит из шарнирно соединенных стержней.
3. Вантовые антенны. Антенны состоят из силового кольца, сетеполотна и системы вантовых растяжек.
4. Сборные антенны. Конструктивное оформление имеет отдельные панели и фермы.
5. Надувные антенны. Антенны такого типа имеют отдельные надувные части, закрепляющиеся к отражающим поверхностям.
6. Зонтичные антенны. Антенны зонтичного типа имеют конструкцию, подобную дождевому зонту [6].

Антенны зонтичного типа использовались во времена «раннего космического периода» и были названы по принципу их раскрытия. В ступице антенны закрепляются стержни легкого и прочного силового каркаса, к которому затем крепятся тыльная и фронтальная сети из углепластиковых нитей. Между такими сетями зажат лист трикотажной ткани, как правило такой лист, сотканной из молибденовых или вольфрамовых нитей. Такого вида ткань называется сетеполотном и является

отражающей поверхностью рефлектора. Принципиальная схема рефлектора показана на рисунке:



В лучшей форме такой поверхности является форма куска параболоида вращения. Параболоид как математический объект имеет бесконечную протяженность, такой параболоид называется родительским. Но так или иначе данные антенны имеют большой минус при большом диаметре. Спутники, на которых устанавливается такова типа антенна, имеет две длинные штанги: одна предназначена для фиксирования положения ступицы, а на второй штанге помещают принимающее или передающее устройство, которое, в силу своих размеров, блокирует часть сигнала. Длинные штанги чрезмерно реагируют на перепады температур в космическом пространстве, при переходе от затененного участка орбиты к освещенному. Данные минусы существенно неощутимы для офсетного рефлектора, который имеет вид вырезки из родительского параболоида. Преимуществом перед антеннами зонтичного типа является то, что в случае с таким отражателем всю конструкцию космической антенны удастся разместить более компактно. Данное преимущество при увеличении размеров рефлекторов антенной конструкции становится более проблематичным. Таким образом, использование офсетного рефлектора вполне обосновано и представляется как вполне прогрессивный вариант формы отражающей конструкции.

Основные типы рефлекторов

Самой простой формой рефлекторной антенны предназначенной для космических аппаратов является параболический рефлектор. Плюсы данного типа рефлекторов это преимущественно геометрические свойства параболы,

так как сферические волны, которые излучает источник, размещенный в фокальной точке, преобразуются в плоские волны, которые направлены вдоль оси вращения апертуры, что показано чуть ниже на рисунке 2(а). Параметры луча, который генерируется таким типом рефлекторов, которые первоначально определяются диаметром апертуры D , фокусным расстоянием F , кривизной отражающей поверхности F/D , диаграммой направленности и размером облучающей антенны. Электрические параметры элементарной рефлекторной конструкции космической антенны ограничены эффектом блокировки апертуры.

Возможны конфигурации для решения данной проблемы, которые используют смещенный облучатель и секционный параболический рефлектор, как показано на рисунке 2 (б). Эффект блокировки облучателя в таком случае становится незначительно малым и направление максимального излучения контролируется с помощью формования рефлекторной поверхности.

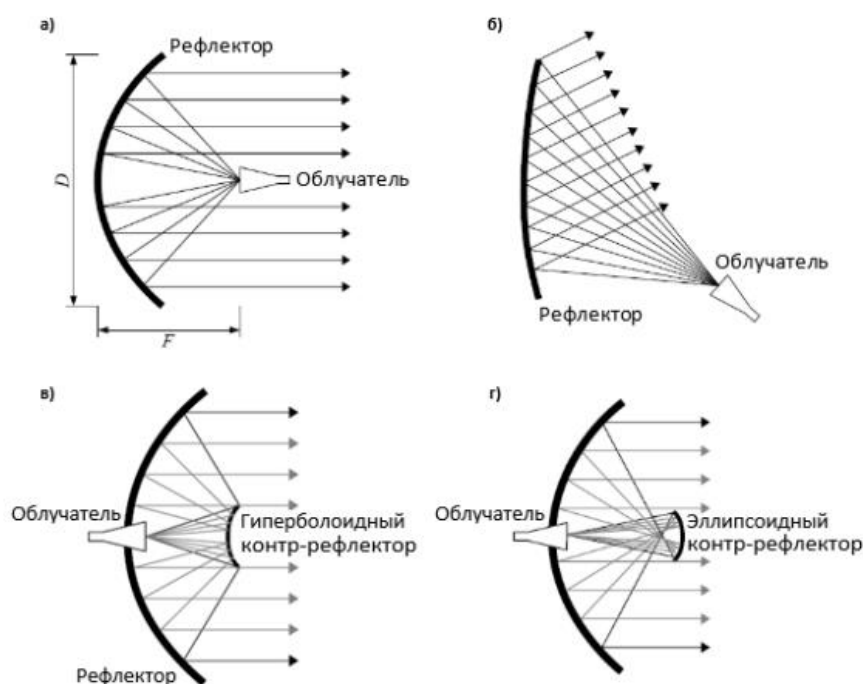


Рис.2 Конфигурации рефлекторных антенн [27] а) прямофокусный параболический рефлектор; б) рефлектор со смещенной осью; в) рефлектор Кассегрена; г) рефлектор Грегори

Традиционные конфигурации для рефлекторов Грегори и Кассегрена можно увидеть на рисунках 2(г) и 2(в), соответственно. Облучатель в данных конструкциях находится с тыльной стороны основного параболического рефлектора [27]. В конструкции Кассегрена вспомогательное зеркало двухзеркальной антенны, которое по размеру намного меньше, чем основное зеркало, называемое контр-рефлектором, является сегментом гиперboloида,

расположенным внутри фокуса главного зеркала. В конструкции Грегори контр-рефлектор представляет собой эллипсоид, который расположен вне фокуса основного зеркала [29]. Две, вышеуказанные, антенные конструкции обладают одинаковыми электрическими характеристиками.

С учётом заданных целей космическая антенна и диапазон её рабочих частот космическую антенну комплектуют твердотельными или разворачиваемыми рефлекторами. Необходимо чтобы размер твердотельных прецизионных рефлекторов был ограничен размером обтекателя ракетаносителя [30], при этом апертура (характеристика оптического прибора, которая описывает его способность собирать свет и противостоять дифракционному размытию деталей изображения) актуальных разворачиваемых рефлекторов прогнозируется до 100 метров [5]. Твердотельные и разворачиваемые конструкции рефлекторов космических антенн, не считая необходимые электрические характеристики, обязаны удовлетворять требованиям по массе, являющиеся строгими для использования в космосе.

Типы крупногабаритных разворачиваемых рефлекторов

Крупногабаритные космические рефлекторы – это разворачиваемые космические конструкции, которые создаются для оснащения обладающих высокой точностью отражающих поверхностей большой площади [5]. На сегодняшний день рефлекторы крупногабаритных антенн в размере достигают нескольких десятков метров. Обязательные задачи для данных конструкций, рассматриваются в работе [31], выводящей основные проблемы в проектировании рефлекторов, с требуемой формой отражающей поверхности, состоящей в обеспечении малого веса при высокой точности.

Разработка и исследование конструкций крупногабаритных разворачиваемых рефлекторов является важнейшими задачами, решение которых вместе с исследованием традиционных задач механики требуют анализа широкого спектра взаимосвязанных задач, ограниченных значительными габаритами конструкций в развернутом состоянии, влиянием среды пребывания (космический вакуум, высокие градиенты температур), малой динамической жесткостью и другими различными факторами [25]. Во время проектирования конструкций космического базирования обязательно учитывать также требования к технологическим процессам и конструкционным материалам, которые позволят обеспечивать размерную стабильность и надежность частей конструкции [23].

В разворачиваемых сетчатых конструкциях рефлектора необходимая аппроксимация формы зеркала получается с помощью натяжения эластичного радио-отражающего материала на силовой каркас. Сетчатые разворачиваемой антенны делятся на зонтичный и ободной типы, что зависит от вида силового каркаса.

Гряник Михаил Васильевич и Ломан В. И., в своей работе [5], рассматривают класс разворачиваемых зонтичных антенн как космического, так и наземного базирования. Вместе с тем, что форма поверхности рефлектора формируется только радиальными ребрами жесткости и их форма имеет вид параболоида, также в данной работе получены аналитические оценки эффекта «подушки» и среднеквадратическое отклонение рефлектора (в предположении, что «подушка» отсутствует) в зависимости от диаметра антенны и количества ребер жесткости. По принципу этих формул были получены и проанализированы диаграммы направленностей разного рода конструкций антенн, также была произведена оценка потери коэффициента усиления из-за не параболичности формы отражающей поверхности антенны.

В работе [18] изучаются методы нахождения формы стержневых вантово-оболочечных структур, в заключении данной работы был приведён вывод о том, что нет универсального метода для анализа такого рода конструкций и возникает необходимость в выборе его (метода) для конкретной конструкции. Для структур, в которых могут быть большие перемещения, в работе предлагается использовать геометрически нелинейный метод конечных элементов [35].

В своей работе Пономарев С. В. [22] разработал систему фермы для разворачиваемых конструкций антенных рефлекторов с предварительным натяжением, в которой гибкие элементы дают возможность многократного складывания. Для аппроксимации требуемой формы отражающей поверхности натяжение сети создается системой внешних сил из плоскости, приложенных в узлах фермы, (Рис.3):

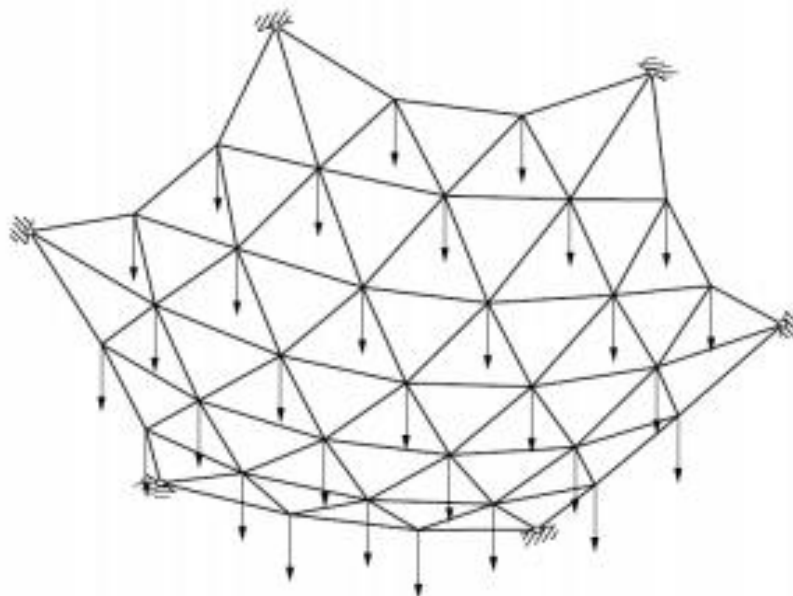


Рис.3 Ферма натяжения с системой сил [22]

Верность формы отражающей поверхности связана с размером треугольников сети. При отыскании координат узлов при заданных естественных длинах элементов решается нелинейная система уравнений равновесия с использованием метода Ньютона-Рафсона. Разработанная теория легла за основу для проектирования десятиметровой космической антенны.

В данной работе также показано, что форма напряженной вантовой конструкции предопределяется длинами и положением ее элементов, что составляет ее основное свойство, при этом влияние упругих деформаций ее элементов на форму зеркала относят к эффектам второго порядка малости, что обеспечивается соблюдением условий кинематической определимости сборки [22].

Также изучается модульная концепция в работе [32], которая состоит из семи похожих гексагональных модулей, формирующих общую антенную систему. Данные модули содержат ферменную опору зонтичного типа конструкции и антенную поверхность.

Характеристики антенны: диаметр данной антенны – 10 метров, также необходимо, чтобы точность поверхности была около 0,3 или 0,4 миллиметров.

Также была разработана полная модель в масштабе 1:2 одного модуля без механизмов разворачивания для осуществления испытаний «чашей вверх» или «чашей вниз» для выяснения пределов возможностей концепции. При

настройке отражающей поверхности к теоретической в положении «чашей вверх», модель настроена с среднеквадратическим отклонением равным 0,19 миллиметра. После настройки, с использованием измерений в обеих конфигурациях, результатов «чашей вверх» или «чашей вниз», среднеквадратическое отклонение было уменьшено до 0,17 миллиметра, среднее значение составило около 0,21 миллиметра (включая эффекты сетки). В результате данной работы был получен вывод о том, что предложенная концепция имеет потенциал для создания высокопрецизионных антенных поверхностей с точностью, лежащей за пределами точности текущей измерительной системы.

Существенные результаты в инженерной теории конструирования крупногабаритных антенн были составлены в работах [9-13]. А также в данных работах были рассмотрены все возможные нагрузки, которым подвергается рефлектор на орбите и определены требования по жесткости, которым должны удовлетворять космические антенны для сохранения своей работоспособности.

Одной из основных причин искажения формы поверхности на орбите являются тепловые нагрузки рассмотренные в работе [11], поэтому возникает необходимость как можно точнее оценить возможные перепады температур, которые возникают при движении по орбите. В своей работе Хеджпед рассматривал рефлектор, который защищен тепловым щитом, за счет чего средняя температура частей конструкции поддерживалась на уровне 150 К при отклонениях не более 1.3 К. Также были получены оценки максимально возможного среднеквадратического отклонения поверхности рефлектора на основе оценок теплового градиента по сечению поддерживающих ферм в зависимости от диаметра рефлектора и применяемых материалов.

В данный момент существуют аналоги крупных антенн зеркального типа, базирующихся в космосе.

1. Рефлектор космического аппарата «Garuda», радиус которого достигает 6 метров, был создан фирмой Harris Aerospace (USA). Общий вид рефлектора (Рис.4):

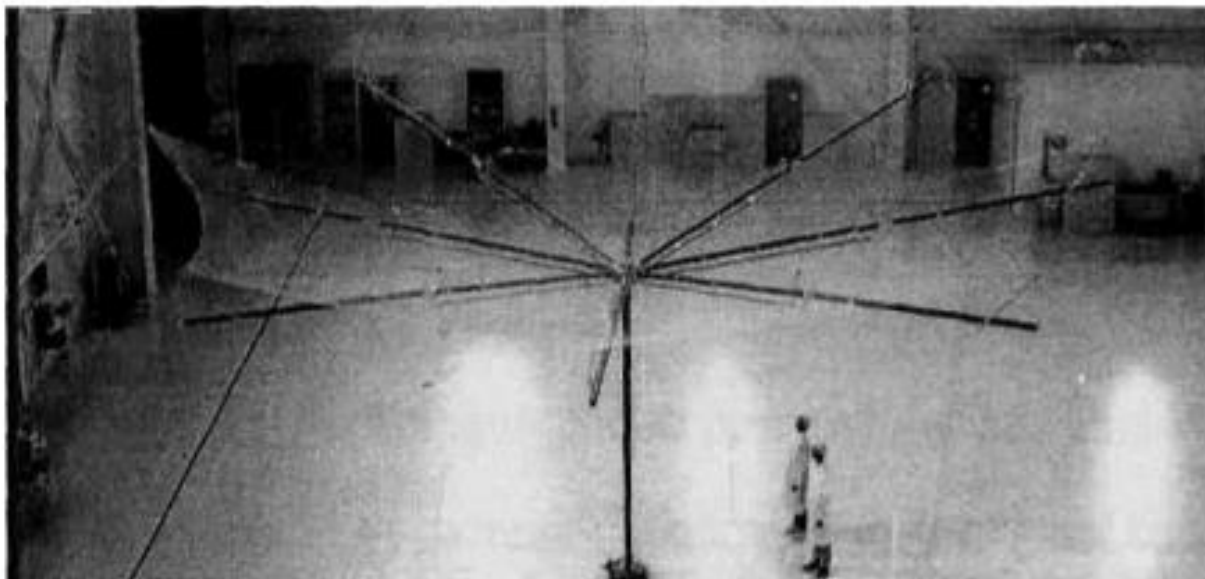


Рис.4 Рефлектор космического аппарата «Garuda»

Данный рефлектор был составлен из силового каркаса в виде восьми труб из углепластика, на которые закрепляют радио-отражающее металлическое трикотажное сетеполотно с золотым покрытием. Настройка и натяжение формы отражающей поверхности выполняется за счёт пространственной системы из гибких высокостабильных тросов. Также ребра рефлектора дополнительно складываются по длине, это необходимо для уменьшения размеров рефлектора в транспортировочном положении. Жесткость конструкции, при раскрытии рефлектора, обеспечивается натяжением тросовой системы при помощи, расположенного с обратной стороны, в центре рефлектора, механизма.

Характеристики: диаметр данного рефлектора – 12,25 метра, размеры упаковки – 4×1 метра (в транспортировочном положении), среднеквадратическое отклонение профиля – 2,5 миллиметра.

2. Рефлектор для крупногабаритных антенн «Thuraja» в виде "вырезки" диаметром 12 метров, был изобретен фирмой ASTRO AEROSPACE (USA) (Рис.5):

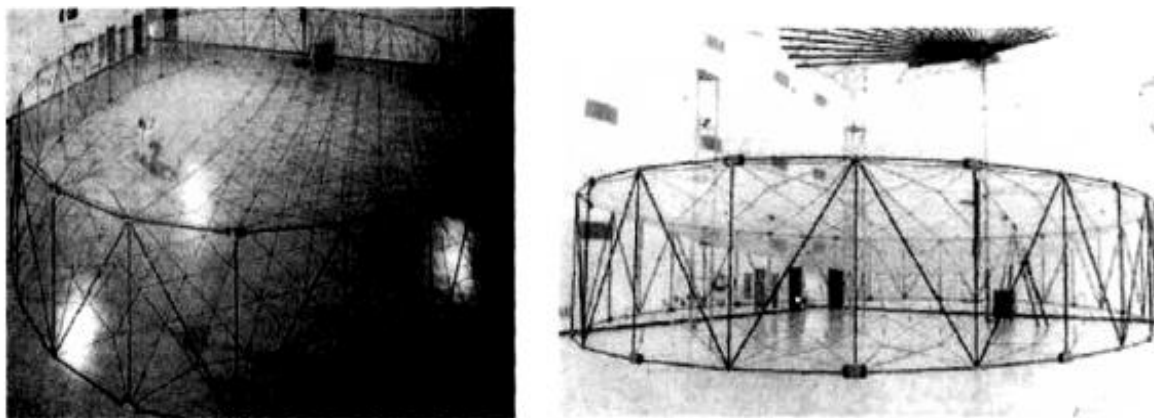


Рис.5 Ободный рефлектор КА «Thuraja»

Данный рефлектор состоит из силового каркаса, разворачиваемого обода ферменной конструкции, к которому с помощью дополнительной сети крепится радио-отражающее металлическое сетеполотно.

Характеристики: масса такого рефлектора – 78 килограмм, среднеквадратическое отклонение профиля радио-отражающей поверхности – 2,5 миллиметра, размеры укладки – 3,8×1,3 метра (в транспортировочном положении). Рекордным показателем в настоящее время является увеличение массы рефлектора до 55 килограммов, соответствующее удельной массе рефлектора 0,49 кг/м².

3. Рефлектор крупногабаритных антенн «TDRSS» диаметром – 5 метров и рефлектор КА «М– SAT» - 6×7 метров, был изобретён фирмой Hughes Space and Communication Company [33]. Это крупногабаритные антенны, к которым применены рефлекторы на основе совершенно нового принципа "гибкой пружинной оболочки из угольной сети". Общий вид предоставлен на (Рис.6):

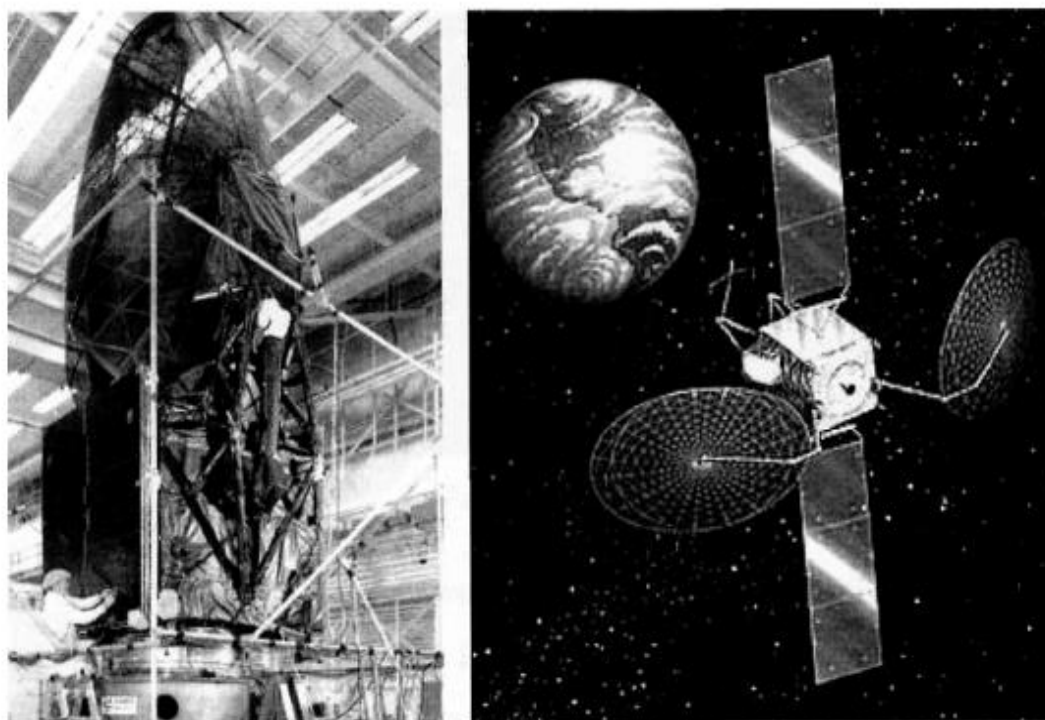


Рис.6 Рефлекторы крупногабаритных антенн «TDRSS» и КА «М-SAT»

На КА М-8a1 и КА TDRSS установлены две антенны с рефлекторами эллиптической апертуры. Ниже приведём их характеристики, а также достоинства и недостатки.

Характеристики данных антенн:

а) для крупногабаритной антенны КА М-8a1: размер – 6×7 метров и масса – 20 килограмм, что соответствует значению удельной массы 0,6 кг/м².

б) для крупногабаритной антенны TDRSS установлены две антенны с рефлекторами массой – 15 футов, размером около – 5 метров.

Плюс данного конструктивного исполнения – очень высокая точность радио-отражающей поверхности.

Минусом данной конструкции является ограничения по диаметру рефлектора; реально достижимый диаметр при существующих размерах обтекателей – около 7 метров.

4.Рассмотрим множество рефлекторов конструкции которых имеют ферменно-стержневой тип. Особо известным на сегодняшний момент представителем данных рефлекторов является примененный на крупногабаритных антеннах ETS-УШ, Япония.

Характеристика антенны:

С апертурой – 19×17 метра, выполненный из 14 шестиугольных модулей. Данный рефлектор имеет диаметр – 1 метр (в сложенном положении) и высоту – 4 метра. Также его среднеквадратическое отклонение радио-отражающей поверхности составляет – 2,4 миллиметра, масса рефлектора – около 100 килограмм.

Общий вид крупногабаритных антенн ETS–УШ с рефлекторами ферменно-стержневой конструкции (Рис.7):

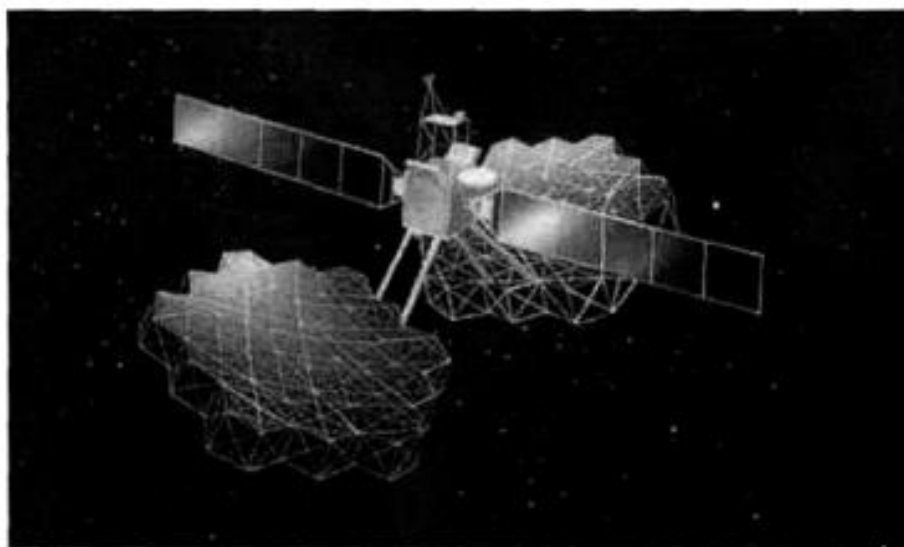


Рис.7 Крупногабаритная антенна с ферменно–стержневыми конструкциями рефлекторов

Достоинства и недостатки:

Достоинство данной антенны: повышенная жесткость и, стабильность формы радио-отражающей поверхности.

Недостаток конструкции: очень большое количество подвижных механических соединений, которые приводят к снижению, после выведения крупногабаритных антенн на орбиту, вероятности раскрытия.

Основным разработчиком рефлекторов подобной конструкции в России является ОКБ МЭИ, город Москва.

Характеристика:

Проект рефлектора с апертурой – $9,5 \times 17$ метров, с площадью – 137 метра имеет массу – около 100 килограммов, размеры – $1 \times 1 \times 0,6$ метра (в сложенном состоянии), среднеквадратическое отклонение профиля радио-отражающей поверхности – 2 миллиметра.

5. Рефлектор крупногабаритной антенны фирмы «ENERGIA – Space», город Москва, диаметром 6 метров. Общий вид рефлектора (Рис.8):



Рис.8 Рефлектор фирмы «ENERGIA – Space»

Данный рефлектор конструктивно выполнен на основе, крепящихся гибких формообразующих ребер с радио-отражающим металлическим трикотажным сетеполотном, разворачиваемого силового кольца. С помощью электродвигателей производится раскрытие. При этом электродвигатели расположены на силовом кольце. Такого типа рефлекторы были испытаны на орбитальной станции «МИР».

Главные технические характеристики:

Масса – 46 килограмма, размеры – 0,62×1,06 метра (в сложенном состоянии).

Достоинства и недостатки:

Плюсами данной конструкции является достаточно высокая степень проработки (включая летные испытания модели диаметром 6 метров).

Основным минусам данного рефлектора является большая масса. Например, рефлектор диаметром 12 метров будет иметь массу около 150–160 килограмма.

6. Концепции SMART [34, 35] имеются в разных видах с различными рода устройствами необходимой формы отражающей поверхности. Основная конструкция имеет вид (Рис. 9):

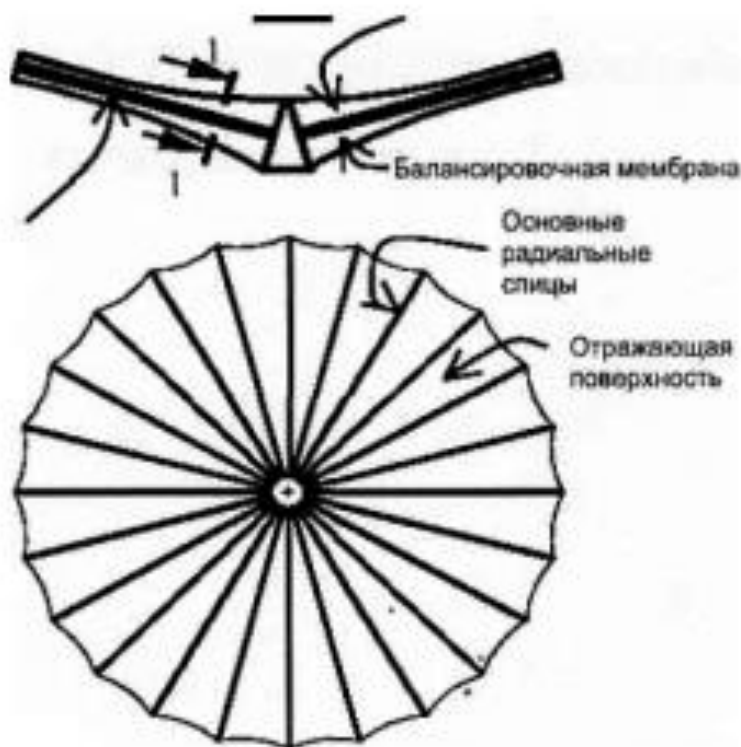


Рис.9 Основная концепция антенны SMART [34]

Концепция данной антенны включает ряд бистабильных труб, присоединённых к тонким верхним мембранам. Мембраны дают требуемую форму отражающей поверхности, а наличие нижних мембран обеспечивает возможность балансировки и регулировки конструкции.

Деформация отражающей поверхности зонтичных антенн

Поверхность зеркала складной антенны может деформироваться при влиянии среды пребывания (космический вакуум, высокие градиенты температур), малой динамической жесткости и других различных факторах. Для того, чтобы исключить нежелательные отклонения профиля поверхности зеркала складной антенны от параболоида форма реальной поверхности корректируется с помощью оттяжек, прикрепленных к дополнительным элементам каркаса зеркала.

Наиболее широко распространены, образованные гибкой отражающей сеткой, которые соединены с отражающими оттяжками, двухсетчатые оболочки. Натяжение автоматически поддерживается постоянным [6].

При проектировании конструкции антенны, под действием весовой нагрузки деформации поверхности рефлектора и блока облучателя определяются из расчета конечно-элементной модели (Рис. 10). На данном этапе осуществляется подбор соотношений жесткости структурных элементов силового каркаса рефлектора.

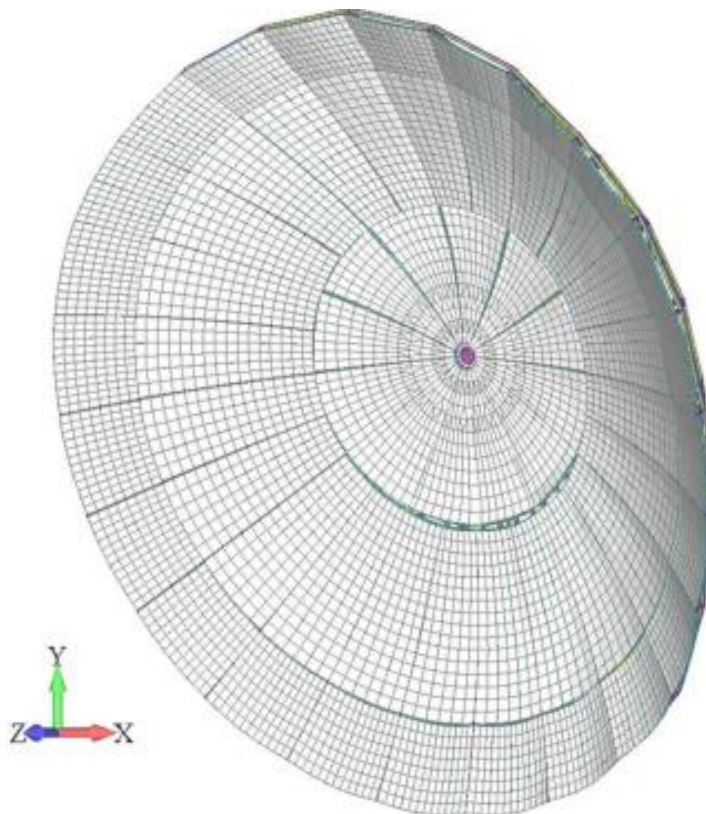


Рис. 10. Визуализация конечно-элементной модели рефлектора

Следует отметить, что КЭМ (конечно-элементная модель) по своей природе ориентирована на моделирование локального строения поверхности рефлектора. Она способна дать представление о форме этой поверхности «в целом» – как на рисунке 10 – но путем воспроизведения формы «в малом» (что опять же видно на том же рисунке).

Две задачи аппроксимации

В соответствии с изложенным выше, отметим наличие двух (существенно различных) задач аппроксимации поверхности рефлектора.

Первая задача: аппроксимация «в малом», позволяющая моделировать локальные отклонения реальной поверхности от идеального параболоида.

Вторая задача: построение поверхности какого-либо просто устроенного класса, наилучшим (в некотором разумном смысле) образом воспроизводящей форму реальной поверхности рефлектора, и сравнение найденной поверхности с «идеальным» параболоидом вращения.

Аппроксимация «в малом»

Типичным примером такой задачи является задача моделирования поверхности сетеполотна внутри ячейки фронтальной сети. Оригинальное решение предложено в работах [38,39,40]. Для моделирования применена поверхность с постоянным отношением главных кривизн. Причина такого выбора в следующем. Если сетеполотно изотропно (то есть коэффициент его растяжения не зависит от направления приложенного усилия), то подходящий класс моделирующих поверхностей – минимальные поверхности (аналог задачи о мыльной плёнке).

Однако реальное сетеполотно «ортотропно» (имеет два ортогональных направления, в одном из которых коэффициент растяжения наибольший, а в другом наименьший). Для минимальной поверхности отношение главных кривизн равно « -1 », а как показано в [38], для ортотропного материала это отношение – некоторая (вообще говоря, другая) отрицательная константа. Такая поверхность названа в [38] «псевдоминимальной поверхностью». Вопросы применения таких поверхностей для моделирования поверхности сетеполотна внутри ячейки фронтальной сети рассмотрены в [39,40].

В частности, в [39,40] приведен пример построения конечно-элементной модели псевдоминимальной поверхности по замкнутому ограничивающему контуру.

Пример применения конечно-элементной модели

В разбираемом ниже примере функция, генерирующая точки, имеет вид:

$$f(x, y) = 0.02x - 0.0025y^5.$$

Точки

$$A := [-4, -4]; B := [4, -4]; P := [4, 2]; C := [-4, 2].$$

Шаг по любой стороне: 0,4.

Длина горизонтали рана: 8.

Длина вертикали рана: 6.

Число отрезков по горизонтали и вертикали: 20.

Количество точек: 300.

Шаг по горизонтали и вертикали: 0,4.

Количество точек на отрезках АВ, СР: 21.

Количество точек на отрезках ВР, АР: 16.

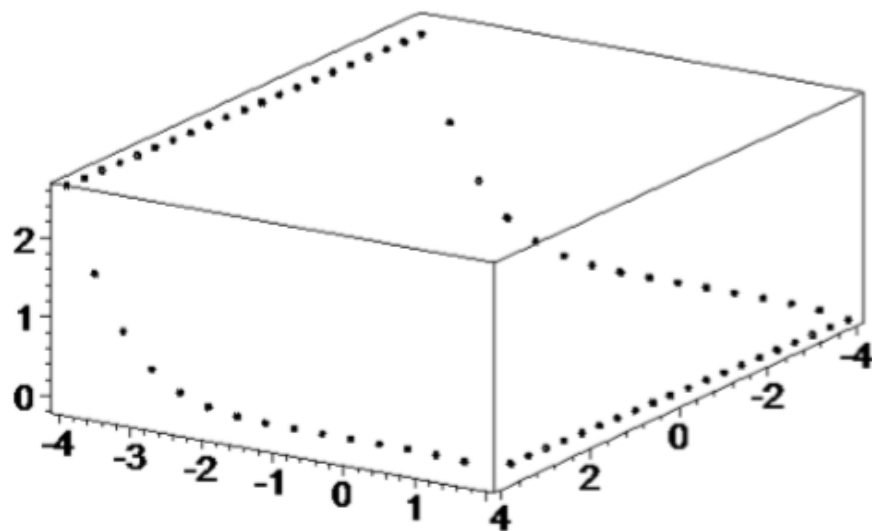


Рис. Точки на границе поверхности

Далее задаём точки на граничных отрезках, параллельных оси ОУ.

Массив точек внутри и на границе области:

```
b:=array(1..20,1..15,[]);
```

Массив переменных третьих координат точек b:

```
u:=array(1..20,1..15,[]);
```

Констатируем, что для точек на границе отрезков АВ, ВР, СР, АР третьи координаты уже известны.

Массив уравнений, приближающий форму моделируемой поверхности:

```
U:=array(2..19,2..14,[]);
```

Число точек в исследуемом точечном массиве: 8923.

Аппроксимация заданной поверхности:

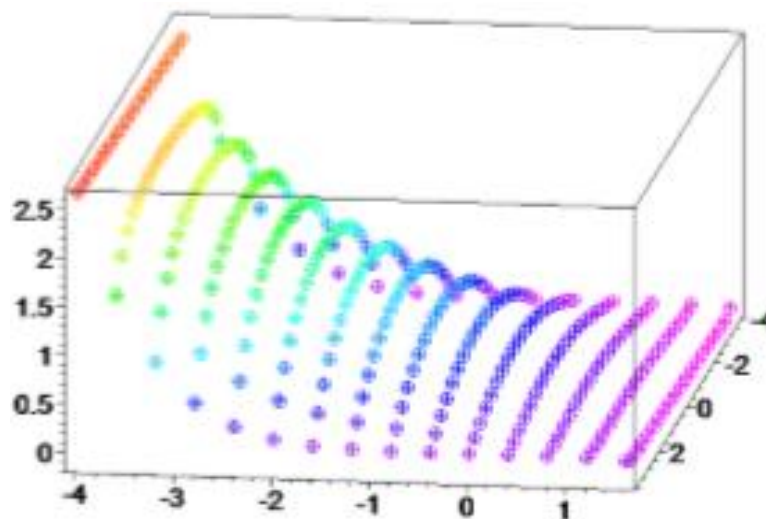


Рис. Конечно-элементарная модель псевдоминимальной поверхности

Конечно-элементарная модель псевдоминимальной поверхности для своего построения требует задания точечного массива на границе, весового

коэффициента, а также угла t (его отклонение от нуля влияет на точность модели) между проекцией первого главного направления моделируемой поверхности и осью четырехугольной ячейки (в нашей модели это направление оси ординат).

Аппроксимация «в целом»

Спутник с размещенной на нём антенной-рефлектором снабжен (условно) «системой координат спутника» (СКС), в которой «идеальный» рефлектор имеет уравнение

$$z = \frac{x^2 + y^2}{4F} \quad (1)$$

(F – фокальный параметр), а излучатель/приемник сигнала расположен в фокусе. При выводе на орбиту и приведении антенны в рабочее состояние (и – далее – в процессе эксплуатации) система координат, естественно, остается неизменной, а рефлектор представляет собой механическое устройство, которое можно описывать разными способами, более или менее приближенными к реальному положению вещей. Реальное устройство заменяется геометрической моделью. Информация о поверхности рефлектора имеет своим происхождением работу лазерного теодолита, размещенного на спутнике и сканирующего сетеполотно. Каждая точка, зафиксированная теодолитом, получает три координаты в системе координат СКС. Массив координат («облако точек») передается на Землю. Аппроксимирующая поверхность должна в некотором разумном смысле наилучшим образом соответствовать облаку точек. И здесь существуют довольно различные подходы, обусловленные тем, ради каких целей создается модель. Укажем некоторые задачи, решаемые в указанных рамках.

Квадрика заранее указанного типа (параболоид)

Деформированная поверхность аппроксимируется эллиптическим параболоидом [2] (в частности, он может оказаться параболоидом вращения). Схема соответствия идеальной поверхности и моделирующей показана на рисунке 11:

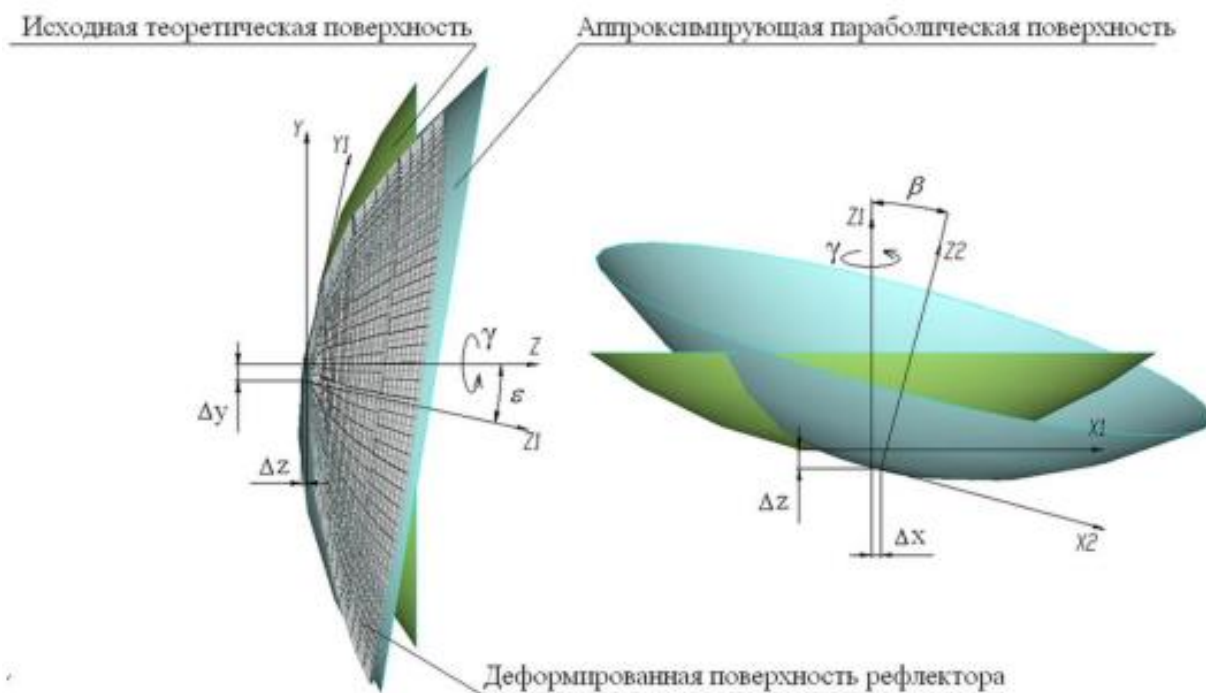


Рис. 11 Деформированная поверхность аппроксимируется эллиптическим параболоидом и параболоидом вращения [2].

Когда речь идет о том, как по облаку точек восстановить параболоид, то наилучшим решением была бы минимизация суммы квадратов отклонений измеренных точек от искомого параболоида. Более общим образом: применение метода наименьших квадратов. И лучше всего было бы измерять отклонение точек от параболоида по нормали. Вычислительные трудности при этом чрезмерно велики (требуется указать отрезок нормали от известной точки до неизвестного параболоида). Вместо этого применяются оценки указанного отклонения. Например, исходя из близости искомого параболоида к параболоиду (1), заключают, что хорошей оценкой служит расстояние от измеренной точки A до касательной плоскости, проведенной к искомому параболоиду P в точке – проекции точки A на P .

Параболоид с фиксированным фокальным параметром

Параболоид вращения требует для своего задания 6 констант, каждая из которых пробегает континуум: три координаты фокуса и три числа, задающие директориальную плоскость. Если же фокальный параметр указан, то независимых параметров остается 5. Такая задача тоже встречается применительно к орбитальным рефлекторам. Выигрыш в один параметр оказывается заметным для решения.

Квадрика «произвольного» вида

Задача об аппроксимации параболоидом вращения имеет в основе вполне естественное желание знать, каких радиотехнических характеристик следует ожидать от реального параболоида при условии, что он не столь уж далек от идеального. В особенности это относится к задаче об аппроксимации круглым параболоидом с заранее указанным фокальным параметром. В то же время, представляет интерес и информация о квадрике самого общего вида, наилучшим образом (разумном смысле) аппроксимирующей наличное облако точек.

Пусть «облако точек» состоит из точек $M_i(x_i, y_i, z_i), (i = 1 \dots n)$.

Квадратичная функция имеет вид:

$$F(x, y, z) = a_1 x^2 + 2a_2 xy + 2a_3 xz + 2a_4 x + a_5 y^2 + 2a_6 yz + 2a_7 y + a_8 z^2 + 2a_9 z + a_{10}. \quad (2)$$

Сумма квадратов значений на точках M_i равна

$$f(\bar{a}, \bar{a}) = f(a_1 \dots a_{10}; a_1 \dots a_{10}) = \sum_{i=1}^n F(x_i, y_i, z_i)^2 = \sum_{i,j=1}^{10} c_{ij} a_i a_j, \quad (3)$$

где c_{ij} - константы, имеющие очевидный смысл и выражающиеся через координаты точек M_i . Заметим, что матрица

$$C = \begin{pmatrix} c_{1,1} & \dots & c_{1,10} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{10,1} & \dots & c_{10,10} \end{pmatrix} \quad (4)$$

симметричная и неотрицательно определённая. Квадрика, определяемая функцией (2), сохраняется при нормировке коэффициентов

$$\varphi \equiv \sum_{i=1}^{10} a_i^2 - 1 = 0. \quad (5)$$

Потребуем, чтобы функция f достигала экстремума при условии (5). Метод Лагранжа требует нахождения частных производных по a_i функции

$$L(a_1 \dots a_{10}) = \sum_{i,j=1}^{10} c_{ij} a_i a_j - \lambda (\sum_{i=1}^{10} a_i^2 - 1). \quad (6)$$

В результате получаем систему уравнений

$$\sum_{i=1}^{10} c_{ij} a_j = \lambda a_i, \quad (7)$$

с симметричной матрицей коэффициентов.

В матричной записи имеем уравнение

$$\begin{pmatrix} c_{1,1} & \dots & c_{1,10} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{10,1} & \dots & c_{10,10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_{10} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_{10} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Речь идёт о собственных числах матрицы коэффициентов. Заметим, что собственные векторы $\bar{e}_i$ ортогональны (поскольку матрица симметрична), и, кроме того, мы можем полагать их единичными:

$$\bar{e}_i^T \bar{e}_i = 1. \quad (9)$$

Пусть λ_i – собственное число, и $\bar{e}_i$ – соответствующий собственный вектор.

Вычислим

$$f(\bar{e}_i, \bar{e}_i) = \bar{e}_i^T C \bar{e}_i = \bar{e}_i^T (C \bar{e}_i) = \bar{e}_i^T \lambda_i \bar{e}_i = \lambda_i (\bar{e}_i^T \bar{e}_i) = \lambda_i. \quad (10)$$

Таким образом, функция f минимизируется, если вектор коэффициентов – это собственный вектор, отвечающий наименьшему собственному числу.

Ради упрощения конструкции будем считать, что минимальное собственное число не является кратным (иначе неоднозначно определяется соответствующий собственный вектор).

Пример отыскания квадрики общего вида

Обозначим n число точек в исследуемом точечном массиве. В разбираемом примере $n = 6354$.

Наименьшее собственное число:

$$\lambda_{min} = 0.3006.$$

Соответствующий собственный вектор:

$$k = \{0.0187, 2.1531 \cdot 10^{-7}, -0.0111, 0.0207, 0.0256, 0.0000016, \\ -0.0000023, 0.0316, -0.4871, 0.7898\}.$$

Компоненты этого вектора – коэффициенты уравнения оптимальной квадрики.

Оптимальная квадратика, таким образом, имеет уравнение:

$$0.0187x^2 + 4.3061 \cdot 10^{-7}xy - 0.0222xz + \\ + 0.0415x + 0.0256y^2 + 0.000003yz - \\ - 0.000005y + 0.0316z^2 - 0.9741z + 0.7898 = 0.$$

На следующем рисунке изображено «облако точек» и найденная поверхность:

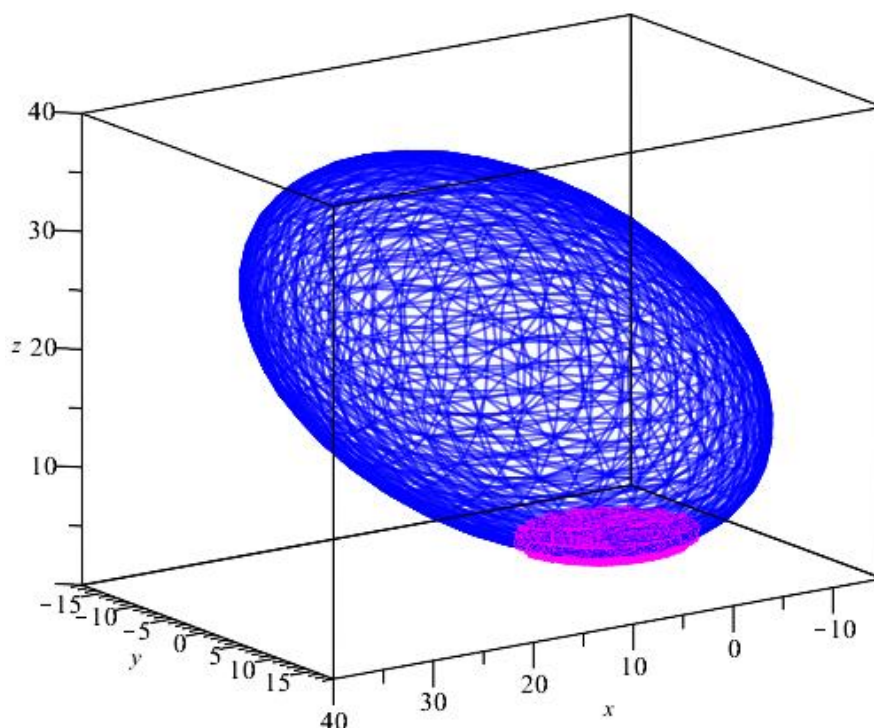


Рис. Красным – «облако точек». Синим – найденная поверхность.

Матрица коэффициентов в уравнении квадрики:

$$A := \begin{vmatrix} 0.0187 & 2.1531 \cdot 10^{-7} & -0.0111 & 0.0207 \\ 2.1531 \cdot 10^{-7} & 0.0256 & 0.0000016 & -0.0000023 \\ -0.0111 & 0.0000016 & 0.0316 & -0.4871 \\ 0.0207 & -0.0000023 & -0.4871 & 0.7898 \end{vmatrix}.$$

Матрица квадратичной формы:

$$MM := \begin{vmatrix} 0.0187 & 2.1531 \cdot 10^{-7} & -0.0111 \\ 2.1531 \cdot 10^{-7} & 0.0256 & 0.0000016 \\ -0.0111 & 0.000002 & 0.0316 \end{vmatrix}.$$

Определитель матрицы MM :

0.000012

Собственные числа для матрицы MM :

0.0381; 0.0123; 0.0256.

Среднеквадратическое отклонение:

0.0049

В той области, где находится «облако точек», поверхность близка к параболоиду вращения.

В идеале ожидается, что поверхность, восстановленная по «облаку точек», окажется параболоидом вращения. В действительности же типичная ситуация – того типа, как в нашем примере. Искомая поверхность может оказаться эллипсоидом либо двуполостным гиперболоидом (может, конечно, оказаться и параболоидом – не обязательно круглым). Однако в той области,

где располагается «облако точек», она в самом деле близка к параболоиду вращения.

Вывод

В выводе отметим, что в ходе работы было выполнено изучение литературы по тематике работы. С помощью изученной литературы были рассмотрены различные классификации разворачиваемых антенн и рефлекторов, а также деформация отражающей поверхности антенн зонтичного типа. В данной работе для оценки деформации поверхности рефлектора крупногабаритных антенн были изучены две основанные задачи об аппроксимации облака точек:

1. Аппроксимация «в малом».
2. Аппроксимация «в целом».

Разработка и исследование проектирования крупногабаритных трансформируемых антенн для аппаратов космического назначения является важнейшими задачами в космической отрасли.

Можно отметить, что задача отыскания поверхности, наилучшим образом согласованной с «облаком точек» вполне разрешима средствами системы компьютерной алгебры Maple.

Автор выражает признательность научному руководителю за помощь в решении вопроса о нахождении оптимальной квадратики общего вида.

Глоссарий

Апертура (лат. *apertura* — отверстие) в оптике — характеристика оптического прибора, описывающая его способность собирать свет и противостоять дифракционному размытию деталей изображения.

Бистабильность — стабильность по двум независимым критериям.

Вращение поляризации — физическое явление, заключающееся в повороте поляризационного вектора линейно-поляризованной поперечной волны вокруг её волнового вектора при прохождении волны через анизотропную среду. Волна может быть электромагнитной, акустической, гравитационной и т. д.

Контррефлектор — вспомогательное зеркало двухзеркальной антенны, размеры которого значительно меньше, чем основного зеркала.

Сетеполотно — металлическая трикотажная ткань из вольфрамовой проволоки (позолочено!). (Трикотажная ткань из вольфрамовых либо молибденовых нитей, образующая отражающую поверхность рефлектора. Зажата между «тыльной сетью» и Фронтальной сетью.)

Среднеквадратическое отклонение (СКО) – корень квадратный из суммы квадратов отклонений, деленной на количество точек.

Эффект блокировки апертуры – загораживание рефлектора посторонними предметами с той стороны, откуда приходит радиоволна.

Литература

1. Калабегашвили Г. И., Коловский И.К. Оценка деформаций параболического рефлектора методом наименьших квадратов // Вестник науки и образования. 2018, № 2, с. 6-9.
2. Сгадова Н. А., Струлев И. М. Анализ формы отражающей поверхности параболической антенны деформированной под действием весовой нагрузки // Радиотехника (Журнал в журнале). 2009, №38, с. 90-96.
3. Tibert G. Deployable tensegrity structures for space applications. Doctoral thesis. [Электронный ресурс]. Stockholm: Royal Institute of Technology, 2002. Режим доступа:
http://www.mech.kth.se/thesis/2002/phd/phd_2002_gunnar_tibert.pdf.
4. Дорофеев М. О., Матыленко М. Г., Бикеев Е. В., Алексеенко А. А.; под общ. ред. Логинова Ю. Ю. Система контроля геометрии крупногабаритной трансформируемой антенны и ее наведение. // Решетневские чтения: материалы XVII Международной научной конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева (12-14 ноября 2013, г. Красноярск): в 2 ч. Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2013. Ч. 1. 194-196 с.
5. Гряник М. В. Развертываемые зеркальные антенны зонтичного типа / М. В. Гряник, В. И. Ломан. – М.: Радио и связь, 1987. – 72 с.
6. Лопатин А. В., Рутковская М. А. Обзор конструкций современных трансформируемых космических антенн (часть 1) // Сибирский журнал науки и технологий. 2007, с. 51-56
7. Datashvili L., Lang M., Baier H., Sixt T. Membranes for Large and Precision Deployable Reflectors // European Conference on Spacecraft Structures,

- Materials and Mechanical Testing 2005 (ESA SP-581). 10-12 May 2005, Noordwijk, The Netherlands.
8. Hedgepeth J. M. Accuracy potentials for large space antenna reflectors with passive structure // Journal of Spacecraft and Rockets. – 1982. – Vol. 19, № 3. – P. 211-217.
 9. Hedgepeth J.M. Critical Requirements for the design of large space structures. NASA Contractor Report 3484. – 1981.
 10. Hedgepeth J.M. Support structures for large infrared telescopes. NASA Contractor Report 3800. – 1984.
 11. Hedgepeth J.M., Adams, L.R. Design concepts for large reflector antenna structures. NASA CR-3663. – 1983.
 12. Hedgepeth J.M., Thomson, M.W., and Chae, D. Design of large lightweight precise mesh reflector structures. Astro Aerospace Corporation Technical Document, AAC-TN-1164. – 8 November 1991.
 13. Lai, C.-Y. Analysis and design of a deployable membrane reflector. PhD thesis, University of Cambridge, 2001
 14. Kan F.W., Rao R.S. Use of Finite Element Model and Temperature Measurements for Real Time Control of Active Surface and Pointing of a 50 m Radio Telescope.
 15. Tabta M., Yamamoto K., Inoue T., Noda T., Miura K. Shape adjustment of a flexible space antenna reflector // Journal of intelligent material systems and structures. – 1992. – № 3. – P. 646-658.
 16. Tanaka H. Design optimization studies for large-scale contoured beam deployable satellite antennas // Acta Astronautica. – 2006. – № 58. – P. 443-451.
 17. Tibert A.G. Deployable Tensegrity Structures for Space Applications// [Электронный ресурс]: Technical Report 2002:04. ISSN 0348-467X. ISRN KTH/MEK/TR-02/04-SE. Режим доступа: <http://www2.mech.kth.se/~gunnart/TibertDocThesis.pdf>, свободный.

18. Tibert A.G. Optimal design of tension truss antennas/ AIAA–2003–1629// [Электронный ресурс]: 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Struatural Dynamics, and Materials Conference (7–10 April, 2003). Norfolk, 2003. Режим доступа: <http://www2.mech.kth.se/~gunnart/AIAA–2003–1629.pdf>.
19. Бутов В.Г., Пономарев С.В., Солоненко В.А., Ящук А.А.
Моделирование температурных деформаций рефлекторов космических аппаратов// Изв. вузов. Физика. – 2004. – Т.47. – №10. – С. 15-18.
20. Зимин В.Н. Особенности расчета раскрывающейся ферменной космической конструкции// Проблемы машиностроения и надежности машин. –2005. – № 1. – С. 20-25.
21. Миура К., Миязаки Я. Конструирование антенны с растянутой фермой. //Аэрокосмическая техника, 1991, № 1. С. 61–69.
22. Пономарев С.В. Трансформируемые рефлекторы антенн космических аппаратов // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2011. – №4. – С. 110-118.
23. Усюкин В.И. Об уравнениях теории больших деформаций мягких оболочек. Механика твердого тела, № 1, 1976. – С.70-75.
24. Усюкин В.И. Строительная механика конструкций космической техники. М.: Машиностроение, 1988. – 392 с.
25. Zhang Lihua, Chen Yuegen. The On–Orbit Thermal–Structural Analysis of the Spacecraft Component Using MSC/NASTRAN // MSC Aerospace Users' Conference Proceedings, 1999.
26. Imbriale W.A., Gao S., Boccia L. Space antenna handbook. – NewJersey: John Wiley & Sons Inc., 2012, p – 774.
27. Strutzman W., Terada M. Design of offset–parabolic–reflector antennas for low cross–pol and low sidelobes. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 35(6), 46–49.
28. Lang M., Baier H., Ernst Th. Surface accuracy prediction and optimization of a high precision Q/V–Band reflector// 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and

- Materials Confere 1 – 4 May 2006, Newport, Rhode Island. –AIAA 2006–2216.
29. Павлов М.С. Исследование температурного деформирования прецизионного рефлектора в условиях орбитальной эксплуатации / М.С. Павлов, С.В. Пономарев, Д.Б. Усманов, В.Н. Барашков // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2014. – Т.57, №8/2. – С. 190– 195.
30. Баничук Н. В. и др. Механика больших космических конструкций. М.: Факториал, 1997. – 434 с.
31. Natori M.C., Hirabayashi H., Okuizumi N., Iikura S., Nakamura K. Концепция модульной антенны состоящей из радиальных спиц и кольцевых вант для проекта VLBI // 25th ESA Antenna Workshop on Satellite Antenna Technology, ESA/ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, 2002.
32. Tankersley B.C., Bartlett H.E. Tracking and Data Relay Satellite Single Access Deployable Antenna. – NTC'77 Conf. Record. – New York, 1977. – V. 2. – P. 41–46.
33. Nayfeh A.H., Hefzy M.S. Continuum Modeling of the Mechanical and Thermal Behavir of Discrete Large Structures // AIAA J., v. 19, No. 6, 1980, pp. 766–773.
34. Ponomarev V.S. Spacecraft reflector thermomechanical analysis / V.S. Ponomarev, A.V. Gerasimov, S.V. Ponomarev, D.O. Shendalev // EPJ Web of Conferences. – 2015. – Vol. 82. – doi: 10.1051/epjconf/20158201005.
35. Бухтяк М.С. Геометрическое моделирование деформации сетеполотна параболического рефлектора. – Математическое моделирование, 2016. Т. 39, №1, С. 97-106.
36. Бухтяк М.С., Соломина А.В. Геометрическое моделирование раскрыя сетеполотна для осесимметричного рефлектора. Часть 1 // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2015. № 2(34), С.5-17.

37. Бухтяк М.С., Соломина А.В. Геометрическое моделирование раскрытия сетеполотна для осесимметричного рефлектора. Часть 2 // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2015. № 4(29), С.5-14.
38. Бухтяк М.С. Обобщение минимальных поверхностей и моделирование формы конструкции из ортотропного материала. // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 45. С. 5-24.
39. Бухтяк М.С. Составная поверхность, близкая к псевдоминимальной. // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 46. С. 5-24.
40. Бухтяк М.С. Конечно-элементная модель псевдоминимальной поверхности. // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 48. С. 5-16

Приложение 1. MAPLE – программа для аппроксимации «в малом»:

> restart;

> with(linalg):

> with(plots):

> Digits:=8;

Digits := 8

> t1:=time():

Функция, генерирующая точки

> k:=1/50.;

k := 0.020000000

> f:=unapply(k*(x-y^5/8),x,y);

f := (x,y) → .020000000 x – .0025000000 y⁵

Точки

> A:=[-4.,-4.]; B:=[4.,-4.]; P:=[4.,2.]; C:=[-4.,2.];

A := [–4., –4.]

$B := [4., -4.]$

$P := [4., 2.]$

$C := [-4., 2.]$

Шаг по любой стороне

> $GOR := B[1] - A[1];$

$h := 0.4.$

Длина горизонтали

> $GOR := B[1] - A[1];$

$GOR := 8.$

Длина вертикали

> $VER := C[2] - A[2];$

$VER := 6.$

Число отрезков по горизонтали

> $n := \text{floor}(GOR/h);$

$n := 20$

Число отрезков по вертикали

> $m := \text{floor}(VER/h);$

$m := 15$

Шаг по горизонтали

> $n * m;$

300

Шаг по горизонтали

> $hg := GOR/n;$

$hg := 0.40000000$

Шаг по вертикали

> $hv := VER/m;$

$hv := 0.40000000$

Точки на отрезке АВ

> $AB := \text{array}(1..n+1, []);$

$AB := \text{array}(1..21, [])$

```

> i:='i':
> for i from 1 to n+1 do AB[i]:=[A[1]+(i-1)*hg,A[2],f(A[1]+(i-1)*hg,A[2])];
od:

Точки на отрезке BP

> BP:=array(1..m+1,[]);

      BP := array(1 .. 16, [])

> i:='i':
> for i from 1 to m+1 do BP[i]:=[B[1],B[2]+(i-1)*hv,f(B[1],B[2]+(i-1)*hv)];
od:

Точки на отрезке CP

> CP:=array(1..n+1,[]);

      CP := array(1 .. 21, [])

> i:='i':
> for i from 1 to n+1 do CP[i]:=[C[1]+(i-1)*hg,C[2],f(C[1]+(i-1)*hg,C[2])];
od:

Точки на отрезке AC

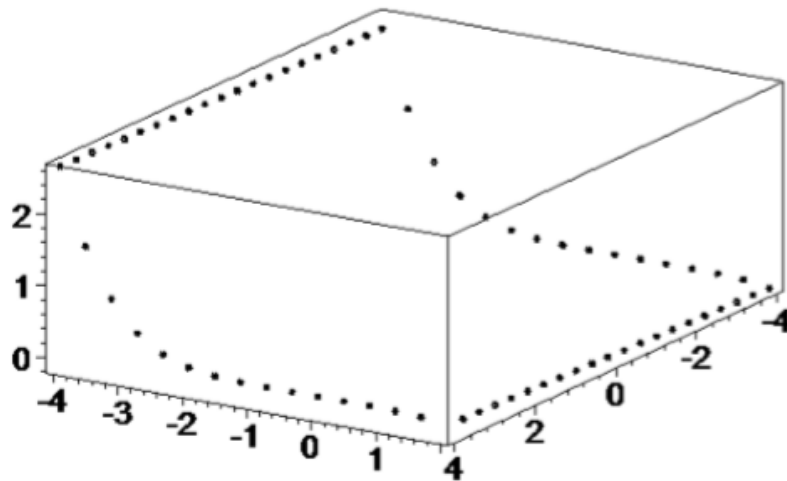
> AC:=array(1..m+1,[]);

      AC := array(1 .. 16, [])

> i:='i':
> for i from 1 to m+1 do AC[i]:=[A[1],A[2]+(i-1)*hv,f(A[1],A[2]+(i-1)*hv)];
od:

> i:='i': j:='j':
> T:=[AB[i]$i=1..n,BP[j]$j=1..m,CP[i]$i=1..n,AC[j]$j=1..m]:
#pointplot3d(T,symbol=CIRCLE,color=black,axes=BOXED,symbolsize=4,sc
aling=CONSTRAINED,axesfont=[HELVETICA,16]);

```



```
> j:='j':
```

```
>
```

Задаем точки на граничных отрезках, параллельных оси OY

```
> i:='i':j:='j':
```

```
>
```

```
> #T:=[a[i,1]$(i=1..n),a[n,j]$(j=1..m),a[i,m]$(i=1..n),a[1,j]$(j=1..m)]:
```

Изображение точек на границе области

```
>
```

```
#pointplot3d(T,symbol=CIRCLE,color=black,axes=BOXED,symbolsize=4,scaling
=CONSTRAINED,axesfont=[HELVETICA,16]):
```

Массив точек внутри и на границе области

```
> b:=array(1..n,1..m,[]);
```

```
b := array(1..20,1..15,[])
```

Массив переменных третьих координат точек b

```
> u:=array(1..n,1..m,[]);
```

```
u := array(1..20,1..15,[])
```

```
> i:='i':j:='j':
```

```
> for i from 1 to n do
```

```
> for j from 1 to m do b[i,j]:=[A[1]+hg*(i-1),A[2]+hv*(j-1),u[i,j]];od;od;
```

```
> b[6,4];
```

```
[-2.0000000, -2.8000000, u6,4]
```

Констатируем, что для точек на границе третьей координаты уже известны

```
> i:='i':  
> for i from 1 to n do u[i,1]:=AB[i][3]; u[i,m]:=CP[i][3];od:
```

Констатируем, что для точек на границе третьей координаты уже известны

```
> j:='j':  
> for j from 1 to m do u[1,j]:=AC[j][3]; u[n,j]:=BP[j][3];od:
```

Массив уравнений

```
> U:=array(2..n-1,2..m-1,[]);
```

$$U := array(2..19, 2..14, [])$$

```
> i:='i':j:='j':
```

```
> for i from 2 to n-1 do
```

```
> for j from 2 to m-1 do U[i,j]:=u[i-1,j]+u[i+1,j]+u[i,j-1]+u[i,j+1]-4*u[i,j];
```

```
od;od;
```

```
> #print(U):
```

```
> i:='i':j:='j':
```

```
> W:=array(2..m-1,[]); Q:=array(2..m-1,[]);
```

$$W := array(2..14, [])$$
$$Q := array(2..14, [])$$

```
> j:='j':
```

```
>
```

```
> j:='j':
```

```
> SYS:={ (W[j])$j=2..m-1 }:
```

```
> j:='j':
```

```
> ISK:={ (Q[j])$j=2..m-1 }:
```

```
> S:=solve(SYS,ISK):
```

```
> assign(S);
```

```
> B:=convert(b,matrix):
```

```
> B:=convert(b,matrix):
```

```
> Z:=array(1..n*m);
```

```
Z := array(1..300, [])
```

```
> i:='i':j:='j':
```

```
> for i from 1 to n do
```

```
> for j from 1 to m do
```

```
> Z[i+n*(j-1)]:=B[i,j]; od;od;
```

```
> #print(Z):
```

```
> M:=matrix(n*m,3,[]);
```

```
M := array(1..300, 1..3, [])
```

```
> i:='i': j:='j':
```

```
> for i from 1 to n*m do
```

```
> for j from 1 to 3 do
```

```
> M[i,j]:=Z[i][j]; od;od;
```

```
> #print(M);
```

```
> MM:=convert(M,Matrix):
```

```
> ExportMatrix("Đóáöîâ_14_11_2016.txt",MM, target=Matlab, delimiter="
",format=rectangular, mode=ascii);
```

8923

```
>pointplot3d(Z,symbol=CIRCLE,color=black,axes=BOXED,symbolsize=4,scaling=CONSTRAINED,axesfont=[HELVETICA,16],shading=ZHUE);
```

```
> Z:=array(1..n*m);
```

```
Z := array(1..300, [])
```

```
> i:='i':j:='j':
```

```
> for i from 1 to n do
```

```
> for j from 1 to m do
```

```
> Z[i+n*(j-1)]:=B[i,j]; od;od;
```

```
> #print(Z):
```

```
> M:=matrix(n*m,3,[]);
```

```
M := array(1..300, 1..3, [])
```

```
> i:='i': j:='j':
```

```

> for i from 1 to n*m do
> for j from 1 to 3 do
> M[i,j]:=Z[i][j]; od;od;
> #print(M);
>
> MM:=cnovert(M,Matrix):
>
> ExportMatrix("Рубцова_12_12_2016.txt",MM, target=Matlab, delimiter="
",format=rectangular, mode=ascii);

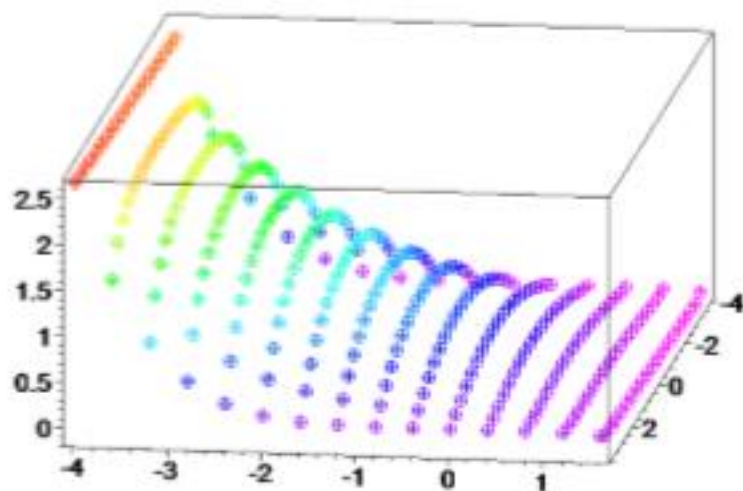
```

8923

```

>
pointplot3d(Z,symbol=CIRCLE,color=black,oxes=BOXED,symbolsize=8,scaling
=CONSTRAINED,axesfont=[HELVETICA,16],shading=ZHUE);

```



```

> t2:=time():
> `Время в секундах`; t2-t1;

```

8.440

Приложение 2. MAPLE – программа для аппроксимации «в целом»:

```
>restart:
```

Отыскание уравнения квадрики по облаку точек. Метод –

Собственный вектор линейного оператора,
отвечающий наименьшему собственному числу.

```
>t1:=time():
```

```
with(linalg):
```

```
with(plots):
```

```
>Digits:=12:
```

Считывание данных:

```
>Q:=ImportMatrix("Точки Павлов1.dat"
```

```
source=Matlab,format=rectangular,delimiter=" ", transpose=false):
```

```
>with(LinearAlgebra):
```

```
ClearMatrix:=proc(MMM,k)
```

```
  Local i,j:
```

```
  i:=[]:
```

```
  for j from 1 to RowDimension(MMM) by k do
```

```
    i:=[op(i),j];
```

```
  end do:
```

```
  return copy(MMM[i,1..-1]);
```

```
end proc:
```

```
Q:=ClearMatrix(Q, 1);
```

$$Q := \begin{bmatrix} 6354 \times 3 \text{ Matrix} \\ \text{Data Type: anything} \\ \text{Storage: rectangular} \\ \text{Order: Fortran_order} \end{bmatrix}$$

```
>M:=evalm(Q):
```

```
>n:=rowdim(M);
```

$$n := 6354$$

```
>#F0:=1/4;
```

```
>L:=convert(M,list):
```

```
>pic0:=pointplot3d(L,axes=BOXED,symbol=CIRCLE,color=red,scaling=CONSTRAINED):
```

```
>#display(pic0,axes=BOXED);
```

>`Табличная запись`;

```
F:=a[1]*x*x+a[2]*x*y+a[3]*x*z+a[4]*x*1+  
a[2]*y*x+a[5]*y*y+a[6]*y*z+a[7]*y*1+  
a[3]*z*x+a[6]*z*y+a[8]*z*z+a[9]*z*1+  
a[4]*x*1+a[7]*y*1+a[9]*z*1+a[10]*1*1;
```

$$F := a_1 x^2 + 2a_2 xy + 2a_3 xz + \\ + 2a_4 x + a_5 y^2 + 2a_6 yz + 2a_7 y + a_8 z^2 + 2a_9 z + a_{10}$$

>`Функциональная запись`;

```
FF:=unapply(F,x,y,z);
```

$$FF := (x, y, z) \rightarrow a_1 x^2 + 2a_2 xy + 2a_3 xz + \\ + 2a_4 x + a_5 y^2 + 2a_6 yz + 2a_7 y + a_8 z^2 + 2a_9 z + a_{10};$$

>n;

6354

>i:='i';

i := i

>`Сумма квадратов значений квадратики на экспериментальных точках`;

```
W:=sum(FF(M[i,1],M[i,2],M[i,3])^2,i=1..n):
```

>`Частные производные от суммы квадратов по
коэффициентам квадратики`;

```
for i from 1 to 10 do w[i]:=diff(W,a[i]); end do:
```

>`Матрица коэффициентов при параметрах квадратики`;

```
T:=matrix(10,10,[]);
```

$T := \text{array}(1..10, 1..10, [])$

>i:='i': j:='j':

```
>for i from 1 to 10 do for j from 1 to 10 do T[i,j]:=diff(w[i],a[j]); end do; end
```

do;

```
>evalm (T);
```

[[3.919533816, 7680.80766734, 34700.9074326, -1073.88090880,
910457.7962, 2245.03920646, 1172.59005547, 372998.8525, 460329.6628,
146858.2393],

[7680.80766941, 3641831.185, 4490.07841416, 2345.18011306, -
5711.06094849, 3844.72604232, -7967.73259079, 73.8440788810,
223.852562303, 138.327273166],

[34700.9074278, 4490.07841311, 1491995.410, 920659.3256,
1922.36301954, 147.688157194, 223.852563555, 10431.3696075,
10352.3537568, 1906.31383120],

[-1073.88093319, 2345.18011926, 920659.3256, 587432.9571, -
3983.86629582, 223.852562952, 276.654545147, 5176.17687967,
3812.62765774, -167.043943562],

[910457.7962, -5711.06094835, 1922.36302601, -3983.86629618,
2220741.298, 3137.76308581, 1650.84959029, 285413.7353, 351473.0234,
111856.1035],

[2245.03920808, 3844.72605179, 147.688159447, 223.852562871,
3137.76309132, 1141654.941, 702946.0468, 478.068320026, 514.304598693,
138.959384258],

[1172.59005518, -7967.73259183, 223.852560643, 276.654546606,
1650.84956377, 702946.0467, 447424.4142, 257.152300535, 277.918770482,
75.5180905569],

[372998.8525, 73.844081549, 10431.3696099, 5176.17688096, 285413.7353,
478.068317468, 257.152299116, 56546.7003315, 71664.6624017,
23831.9750326],

[460329.6628, 223.852563425, 10352.3537577, 3812.62766000,
351473.0234, 514.304596518, 277.918769620, 71664.6624026, 95327.9001304,
33638.3749361],

[146858.2393, 138.327274154, 1906.31383200, -167.043943484,
111856.1035, 138.959384152, 75.5180909243, 23831.9750292, 33638.3749377,
12708]]

>`Собственные числа (с их кратностями) и собственные векторы`;

V:=eigenvectors(T):

>`Преобразование к матричному виду`;

WW:=convert([V],array);

```
WW := [[3.641880643 10^6, 1, {[0.00303980644950, -0.916259572415,  
-0.00247360127791, -0.00145539784197, 0.00604624530831,  
-0.00804671048100, 0.00211239339181, 0.000790252065915,  
0.000945878556282, 0.000287176425296]}],  
[1.842248520, 1, {[0.397344071295, -0.00423611246149,  
-0.386421578928e-1, -0.264532261622e-1, -0.844442287190,  
-0.00671717309556, -0.406285050926e-2, -0.553031209064e-1,  
-0.681717429662e-1, -0.217459047539e-1]}],  
[1.62764904261, 1, {[0.139038781232, 0.892771922e-4, -0.12314002460e-2,  
0.135498453641e-1, .190692170056, 0.165844244029e-2,  
-0.281167554076e-2, -.326227214540, -1.08017334171, -.662863305259]}],  
[0.3006129, 1, {[0.187552151856e-1, 0.2153070000e-6, -0.11112160828e-1,  
0.20730291931e-1, 0.25591057856e-1, 0.1618832e-5,  
-0.23442415e-5, 0.31640713774e-1, -.487036026832, .789821322767]}],  
[2065743.082, 1, {[ -0.114256127914e-1, 0.4044132546e-2, -0.999380600937,  
-.622536231888, 0.597012707145e-1, -0.416452062969e-3,  
-0.392563222311e-3, -0.35910719755e-3, 0.153895084531e-2,  
0.157939115595e-2]}],  
[4.445950102, 1, {[ -0.90958278341, -0.591686158311e-2, -0.0126378182674,  
-0.261462357371e-2, -0.408646154138, -0.118963981713e-2,  
-0.650452497492e-3, -.106271493262, -.131362406057,  
-0.420156295324e-1]}],  
[13914.5699389, 1, {[ -0.777856299710e-3, -0.104675919824e-3,  
0.453271980605, -.727117126157, 0.480151957876e-2,  
0.520825663842e-2, -0.820452472447e-2, -0.460955468029e-1,  
-0.84252044210e-2, 0.21975837006e-1]}],  
[1.578493979, 1, {[ -0.284750925495e-2, -0.5205143801e-3, 0.998991178,  
0.484990393e-3, 0.978981459111e-2, -1.03507043078,  
-.643267981674, 0.765611585732e-3, 0.100963329969e-2,
```

```

0.343865018014e-3}]],
[10539.4416748, 1, {[0.255748849978e-3, 0.230692160326e-2,
0.562159086912e-2, -0.9145543104e-2, 0.50918909626e-3,
-.502793979992, .809037878626, -0.127568219667e-2,
-0.196326791160e-2, -0.859534140e-3}]],
[1.49491161657, 1, {[0.366443209234e-1, 0.2019694e-5, -0.20223869537,
0.37768206957e-1, 0.501003828847e-1, 0.70674258e-4,
-0.92828094e-4, -0.758996113660, 0.164638951089, 0.128159681899}]]]

```

Процедура находит первый элемент той строки матрицы M , в которой расположен наименьший первый элемент.

На выходе – число. Из матрицы удаляются лишние строки – остается только строка с наименьшим элементом.

```

>N1:=proc(M) local p;
>while rowdim(M)>1 do if M[2,1]<=M[1,1] then M:=delrows(M,1..1) else
M:=delrows(M,2..2); fi; od;
>p:=M[1,1]; end proc;

N1:=proc(M)
Local p;
While 1 < linalg.-rowdim(M) do
if M[2,1]<=M[1,1] then
M:= linalg.-delrows(M,1..1)
else
M:= linalg.-delrows(M,2..2);
end if;
end do;
p:=M[1,1];
end proc

>`Отыскание наименьшего первого элемента в матрице WW`;
VV:=N1(WW);

```

$VV := 0.3006129$

```
>`Оставшаяся строка матрицы WW`; P:=evalm(WW);
```

```
P := [0.3006129, 1, {[0.0187552151856, 0.0000002153070000,  
-0.011112160828, 0.020730291931, 0.025591057856,  
0.000001618832, -0.0000023442415, 0.031640713774, -0.487036026832,  
0.789821322767]}]}
```

```
>whattype(P);
```

symbol

```
>`Преобразование к удобному виду`; Q:=convert(P,vector):
```

```
>`Выделение третьего элемента в строке`; q:=Q[3];
```

```
q := {[0.0187552151856, 0.0000002153070000, -0.011112160828,  
0.020730291931, 0.025591057856, 0.000001618832, -0.0000023442415,  
0.031640713774, -0.487036026832, 0.789821322767]}
```

```
>`Числа, которым должны равняться координаты оптимальной  
квадрики`;K:=op(q);
```

```
K := [0.0187552151856, 0.2153070000 10(-7), -0.011112160828,  
0.020730291931, 0.025591057856, 0.000001618832, -0.0000023442415,  
0.031640713774e, -0.487036026832, 0.789821322767])
```

```
>i:='i':
```

```
>`Присвоение координатам квадрики найденных оптимальных  
значений`;
```

```
for i from 1 to 10 do a[i]:=K[i]; od:
```

```
>`Запись оптимальной квадрики`; F;
```

$$0.0187552151856 \cdot x^2 + 4.30614 \cdot 10^{(-7)} \cdot x \cdot y - 0.022224321656 \cdot x \cdot z + \\ + 0.041460583862 \cdot x + 0.025591057856 \cdot y^2 + 0.000003237664 \cdot y \cdot z - \\ - 0.0000046884830 \cdot y + 0.031640713774 \cdot z^2 - 0.974072053664 \cdot z + \\ + 0.789821322767.$$

Изображение квадрики (пока рано)

```
>pic2:=implicitplot3d(F,x=15..40,y=20..20,z=0..40,axes=BOXED,style=WIRE  
FRAME,color=blue,scaling=CONSTRAINED,grid=[10,10,10]):
```

```
>#display(pic0,pic2);
```

>`Переобозначение коэффициентов квадратки`;

A:=matrix(4,4,[a[1],a[2],a[3],a[4],

a[2],a[5],a[6],a[7],

a[3],a[6],a[8],a[9],

a[4],a[7],a[9],a[10]]);

A := [[0.0187552151856,2.15307 10[^](-7),-0.011112160828,0.020730291931],
[2.15307 10[^](-7),0.025591057856,0.000001618832,-0.0000023442415],
[-0.011112160828,0.000001618832,0.031640713774,-0.487036026832],
[0.020730291931,-0.0000023442415,-0.487036026832,0.789821322767]]

>`Матрица квадратичной формы`; MM:=matrix(3,3,[A[1,1],A[1,2],A[1,3],

A[2,1],A[2,2],A[2,3],

A[3,1],A[3,2],A[3,3]]);

$$MM := \begin{vmatrix} 0.0187 & 2.1531 \cdot 10^{-7} & -0.0111 \\ 2.1531 \cdot 10^{-7} & 0.0256 & 0.0000016 \\ -0.0111 & 0.000002 & 0.0316 \end{vmatrix}$$

>det(MM);

0.0000120264734926

>`Собственные числа (с их кратностями) и собственные векторы`;

V:=eigenvectors(MM);

V := [0.0380427743341, 1,

{[-0.499207433551, 0.000104018324, 0.866482502689]}],

[0.0123531546853, 1,

{[-0.866482501029, 0.751397486851, -0.499207441614]}],

[0.0255910577959, 1,

{[-0.000117034005365, -0.999999991762, 0.0000526197372459]}]

>pic1:=pointplot3d(M,thickness=6,symbol=CIRCLE,axes=BOXED,scaling=CONSTRAINED,shading=ZHUE,symbolsize=5,color=red):

>F:=a[1]*x*x+a[2]*x*y+a[3]*x*z+a[4]*x*1+

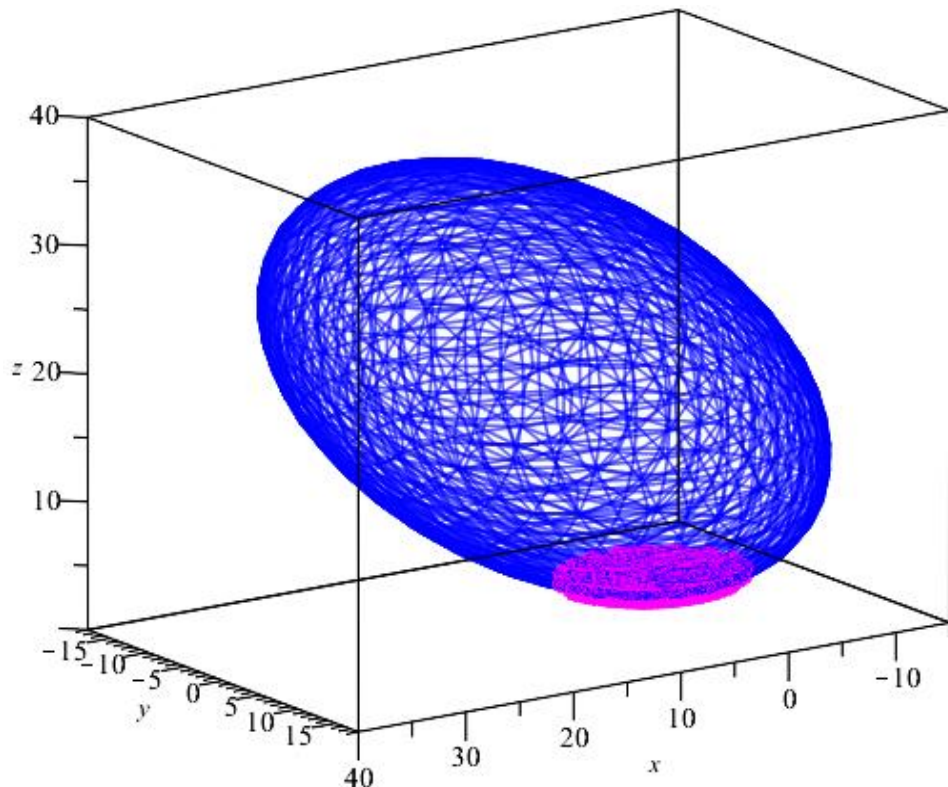
a[2]*y*x+a[5]*y*y+a[6]*y*z+a[7]*y*1+

```
a[3]*z*x+a[6]*z*y+a[8]*z*z+a[9]*z*1+
a[4]*x*1+a[7]*y*1+a[9]*z*1+a[10]*1*1;
```

$$F := 0.0187x^2 + 4.3061 \cdot 10^{-7}xy - 0.0222xz + \\ + 0.0415x + 0.0256y^2 + 0.000003yz - \\ - 0.000005y + 0.0316z^2 - 0.9741z + 0.7898$$

```
>pic2:=implicitplot3d(F,x=15..40,y=18..18,z=0..40,axes=BOXED,style=WIREFRAME,color=blue,scaling=CONSTRAINED,grid=[20,20,20]):
```

```
>display(pic1,pic2);
```



> Процедура. f – полином второй степени от x,y,z. M - "облако точек" (матрица из трех столбцов).

Вычисления оценкой СКО «облака точек» от квадрати. `;

```
>SKO:=proc(f,M)local n,g,G,W,i,E;
```

```
>n:=rowdim(M);
```

```
>g:=[diff(f,x),diff(f,y),diff(f,z)];
```

```
>G:=g[1]^2+g[2]^2+g[3]^2;
```

```
>W:=unapply(f^2/G,x,y,z);
```

```
>i:'i':E:=(sum(W(M[i,1],M[i,2],M[i,3]),i=1..n));
```

```
>evalf(sqrt(E/n));
```

```
>end:
```

```
>SKO(F,M);
```

```
0.00495466923768
```

```
>t2:=time():
```

```
>`Время работы процессора в сек.`; t2-t1;
```

```
4.071
```

Отчет о проверке на заимствования №1



Автор: karina.saburova.98@mail.ru / ID: 8052781

Проверяющий: karina.saburova.98@mail.ru / ID: 8052781

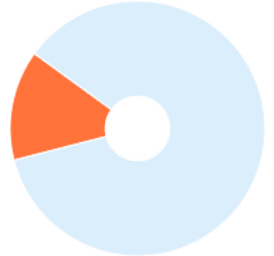
Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат»- <http://users.antiplagiat.ru>

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 120
Начало загрузки: 16.06.2020 09:43:10
Длительность загрузки: 00:00:06
Имя исходного файла: 12.pdf
Название документа: 12
Размер текста: 1 кБ
Символов в тексте: 61302
Слов в тексте: 6820
Число предложений: 494

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

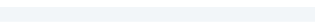
Последний готовый отчет (ред.)
Начало проверки: 16.06.2020 09:43:18
Длительность проверки: 00:00:11
Комментарии: не указано
Модули поиска: Модуль поиска Интернет



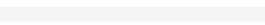
ЗАИМСТВОВАНИЯ

13,68% 

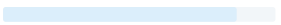
САМОЦИТИРОВАНИЯ

0% 

ЦИТИРОВАНИЯ

0% 

ОРИГИНАЛЬНОСТЬ

86,32% 

Заимствования — доля всех найденных текстовых пересечений, за исключением тех, которые система отнесла к цитированиям, по отношению к общему объему документа.
Самоцитирования — доля фрагментов текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника, автором или соавтором которого является автор проверяемого документа, по отношению к общему объему документа.

Цитирования — доля текстовых пересечений, которые не являются авторскими, но система посчитала их использование корректным, по отношению к общему объему документа. Сюда относятся оформленные по ГОСТу цитаты; общеупотребительные выражения; фрагменты текста, найденные в источниках из коллекций нормативно-правовой документации.

Текстовое пересечение — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.

Источник — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.

Оригинальность — доля фрагментов текста проверяемого документа, не обнаруженных ни в одном источнике, по которым шла проверка, по отношению к общему объему документа.

Заимствования, самоцитирования, цитирования и оригинальность являются отдельными показателями и в сумме дают 100%, что соответствует всему тексту проверяемого документа.

Обращаем Ваше внимание, что система находит текстовые пересечения проверяемого документа с проиндексированными в системе текстовыми источниками. При этом система является вспомогательным инструментом, определение корректности и правомерности заимствований или цитирований, а также авторства текстовых фрагментов проверяемого документа остается в компетенции проверяющего.

№	Доля в отчете	Источник	Ссылка	Актуален на	Модуль поиска
[01]	3,14%	https://esu.citis.ru/dissertation/LI9DZEHWNDPMFOSOHUKKD6IJ	https://esu.citis.ru	21 Мар 2018	Модуль поиска Интернет
[02]	0%	Напряженно-деформированное состояние антенных рефлекторов косм...	http://ams.tsu.ru	07 Окт 2019	Модуль поиска Интернет
[03]	3,19%	Напряженно-деформированное состояние антенных рефлекторов косм...	http://dslib.net	03 Июл 2016	Модуль поиска Интернет

Еще источников: 17

Еще заимствований: 7,34%