НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ
им. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН

КАРШИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ (ИТММ-2023)

МАТЕРИАЛЫ
XXII Международной конференции
имени А. Ф. Терпугова
4–9 декабря 2023 г.

Часть 2

ТОМСК
Издательство Томского
государственного университета
2024

УДК 519
ББК 22.17
И74
Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2023): Материалы XXII Международной конференции имени А. Ф. Терпугова (4–9 декабря 2023 г.). — Томск: Издательство Томского государственного университета, 2024. — Часть 2. — 102 с.

ISBN 978–5–907722–70–5

Сборник содержит пленарные доклады и статьи молодых учёных, представленные на XXII Международной конференции имени А.Ф. Терпугова по следующим направлениям: теория массового обслуживания и ее приложения, информационные технологии и программная инженерия, математическое и компьютерное моделирование экономических систем, прикладной вероятностный анализ и др.

Для специалистов в области информационных технологий и математического моделирования.

УДК 519
ББК 22.17

Р е д к о л л е г и я:
А.Н. Моисеев, доктор физико-математических наук, профессор
Д.В. Семенова, кандидат физико-математических наук, доцент
Е.А. Фёдорова, кандидат физико-математических наук
Е.Ю. Лисовская, кандидат физико-математических наук
О.Д. Лизюра

ISBN 978–5–907722–70–5

© Авторы. Текст, 2024
© Томский государственный университет. Оформление. Дизайн, 2024

NATIONAL RESEARCH TOMSK STATE UNIVERSITY

PEOPLES' FRIENDSHIP UNIVERSITY OF RUSSIA

V.A. TRAPEZNIKOV INSTITUTE OF CONTROL SCIENCES OF RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

KARSHI STATE UNIVERSITY

INFORMATIONAL TECHNOLOGIES AND MATHEMATICAL MODELLING (ITMM-2023)

PROCEEDINGS
of the 22th International Conference
named after A. F. Terpugov
2023 December, 4–9

Part 2

TOMSK
Tomsk State
University Publishing
2024

UDC 519
LBC 22.17
I60
Informational technologies and mathematical modelling (ITMM-2023): Proceedings of the 22th International Conference named after A. F. Terpugov (2023 December, 4–9). — Tomsk: Tomsk State University Publishing, 2024. — Part 2. — 102 p.

ISBN 978–5–907722–70–5

This volume presents plenary talks and papers of young scientists selected from the 22th International Conference named after A.F. Terpugov. The papers are devoted to new results in the following areas: queuing theory and its applications, information technology and software engineering, mathematical and computer modeling of economical processes, applied probabilistic analysis, etc.

UDC 519
LBC 22.17

E d i t o r s:

A.N. Moiseev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor.

D.V. Semenova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor.

E.A. Fedorova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences.

E.Y. Lisovskaya, Candidate of Physical and Mathematical Sciences.

O.D. Lizyura.

ISBN 978–5–907722–70–5

© Authors. Text, 2024
© Tomsk State University Publishing. Design, 2024

СИСТЕМА ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С НЕСКОЛЬКИМИ КАНАЛАМИ РАЗНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ОБСЛУЖИВАНИЯ

С. М. Чижикова, С. П. Моисеева

Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск, Россия

В данной работе рассматривается гетерогенная многолинейная система массового обслуживания с ожиданием, особенность которой заключается в том, что для обработки и передачи данных предоставлены несколько гетерогенных ресурсов разной интенсивности обслуживания и предоставляется возможность переподключения на более быстрый канал, при наличии там свободных единиц канального ресурса. Построена система линейных уравнений для стационарных вероятностей состояний системы и проведен анализ характеристик качества обслуживания.

Ключевые слова: *гетерогенная СМО с ожиданием, переключение приборов.*

Введение

В теории телетрафика модели с ожиданием составляют особое семейство, предназначенное для анализа процессов обслуживания заявок на передачу данных с возможностью задержки в узлах коммутации. В подобных системах пересылаемая информация представляет собой дискретный поток сообщений (пакетов), которые обрабатываются в узлах с целью дальнейшей транспортировки по сети. В силу относительной простоты процесс обработки сообщений в узле часто описывается с использованием одного обслуживающего устройства. Это упрощает анализ модели и в некоторых ситуациях даёт возможность найти аналитические выражения для оценки разнообразных характеристик качества обслуживания сообщений, в частности функцию распределения времени ожидания начала обслуживания. Для однородных систем массового обслуживания СМО), то есть когда все приборы в системе идентичны, получено достаточно результатов, в том числе, учитывающих различные аспекты обслуживания сообщений из очереди (групповое прибывание, групповое обслуживание, нетерпеливость заявок), более подробно о таких моделях можно посмотреть в монографиях [1, 2, 3]. Менее изученными являются модели с неоднородными (гетерогенными) каналами, то есть отличающиеся интенсивностью обслуживания. Здесь можно

отметить некоторые результаты по бесконечнолинейным системам [4], а также задачи оптимального размещения требований между неоднородными приборами в работах Рыкова В.В., Ефросинина Д.В. [5, 6]. В настоящей работе предлагается модель с подключением дополнительных каналов разной интенсивности и разной емкости (различное количество единиц канального ресурса). При этом каждый последующий имеет более низкую производительность, но если в более быстром освобождается место, то заявки перераспределяются. Если все каналы заняты, то заявка становится на ожидание. Данная работа обобщает результаты, ранее полученные для двух типов каналов.

1. Постановка задачи

В качестве математической модели рассмотрим систему массового обслуживания (СМО) с $\mathbf{C}$ блоками обслуживания различной интенсивности обслуживания и содержащим N_k единиц канального ресурса $k = 1, 2, ..., \mathbf{C}$. На вход системы поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью λ. Время обслуживания каждого сообщения является неотрицательной случайной величиной, имеющей экспоненциальное распределение с параметрами μ_1 ... $\mu_{\mathbf{C}}$ соответственно. Если свободных ресурсов нет, то заявка поступает в очередь. Дисциплина обслуживания FIFO (First In – First Out). Будем считать, что ограничений на очередь нет.

Таким образом, можно говорить об организации $\mathbf{C}$-канальной системы передачи данных, так как информация пользователя может быть передана по $\mathbf{C}$ интерфейсам связи. Ставится задача определения характеристик качества обслуживания.

2. Математическая модель с переключением на более быстрый канал

Рассмотрим систему массового обслуживания (СМО) с $\mathbf{C}$ блоками обслуживания различной интенсивности обслуживания на вход которой поступает пуассоновский поток пакетов с интенсивностью λ. Дисциплина обслуживания определяется следующим образом: если имеется достаточное количество свободных единиц канального ресурса у первого канала, то пакет обслуживается в течение случайного времени, имеющего экспоненциальное распределение вероятностей с параметром μ_1. Если первый канал занят, то пакет поступает на второй канал и обслуживается там в течение случайного времени, имеющего экспоненциальное распределение вероятностей с параметром μ_2, если второй канал занят, то заявка поступает на третий канал и так далее. Если же все $\mathbf{C}$-каналы заняты, то в противном случае сообщение попадает в очередь.

Для интенсивностей обслуживания выполняется следующее соотношение $1/\mu_1 < 1/\mu_2 ... < 1/\mu_{\mathbf{C}}$. В случае если освободился более быстрый прибор, заявки перераспределяются. В терминах символики Кендалла-Башарина такую систему будем обозначать **C**-канальная система вида $M|M^{N_1,...,N_{\mathbf{C}}}|\mathbf{C}|\infty$ с переключением каналов. Схематическое изображение математической модели представлено на рис. 1.

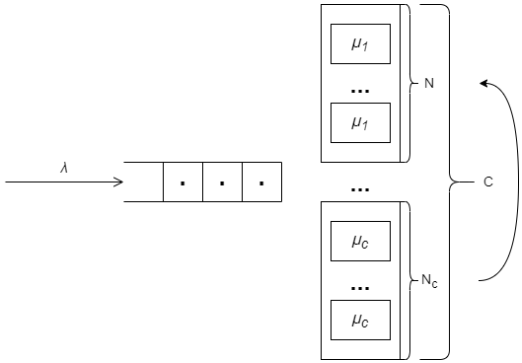

Рис. 1. СМО **C**-канальная система вида $M|M^{N_1,...,N_c}|\mathbf{C}|\infty$

Состояние системы определим случайным марковским процессом $i(t)$, где $i(t)$ – число заявок в системе в момент времени t (рис. 2).

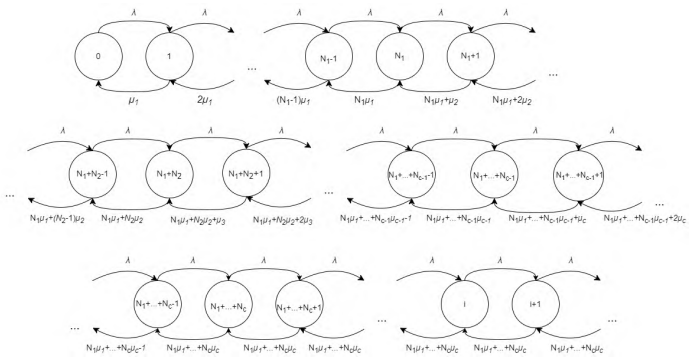

Рис. 2. Граф вероятностей системы для $M|M^{N_1,...,N_c}|\mathbf{C}|\infty$

3. Система уравнений Колмогорова

Для стационарных вероятностей числа пакетов в системе имеем систему линейных уравнений следующего вида:

$$0 = -\lambda\Pi_0 + \mu_1\Pi_1,$$

$$0 = \lambda\Pi_0 - (\lambda + \mu_1)\Pi_1 + 2\mu_1\Pi_2.$$

Для $1 \le i \le N_1$

$$0 = -(\lambda + i\mu_1)\Pi_i + \lambda\Pi_{i-1} + (i+1)\mu_1\Pi_{i+1}.$$

Для $N_1 \le i < N_2$

$$0 = -(\lambda + N_1\mu_1 + (i - N_1)\mu_2)\Pi_i + \lambda\Pi_{i-1} + \\ +(N_1\mu_1 + (i + 1 - N_1)\mu_2)\Pi_{i+1}.$$

Для $N_{\mathbf{C}-1} \le i < N_{\mathbf{C}}$

$$0 = -\left(\lambda + \sum_{k=1}^{\mathbf{C}-1} N_k\mu_k + \left(i - \sum_{k=1}^{\mathbf{C}-1} N_k\right)\mu_{\mathbf{C}}\right)\Pi_i + \\ +\lambda\Pi_{i-1} + \left(\sum_{k=1}^{\mathbf{C}-1} N_k\mu_k + \left(i + 1 - \sum_{k=1}^{\mathbf{C}-1} N_k\right)\mu_{\mathbf{C}}\right)\Pi_{i+1}.$$

Для $i \ge \sum_{k=1}^{\mathbf{C}} N_k$

$$0 = -\left(\lambda + \sum_{k=1}^{\mathbf{C}} N_k\mu_k\right)\Pi_i + \lambda\Pi_{i-1} + \left(\sum_{k=1}^{\mathbf{C}} N_k\mu_k\right)\Pi_{i+1}.$$

Так как сумма слагаемых, начиная с $\Pi_{N_1+\ldots+N_{\mathbf{C}}}$ представляет собой геометрическую прогрессию, то ряд сходится при условии

$$\frac{\lambda}{\sum_{k=1}^{c} N_k\mu_k} < 1 \Rightarrow \lambda < \sum_{k=1}^{\mathbf{C}} N_k\mu_k.$$

Данное условие является условием существования стационарного режима в рассматриваемой системе. Полученные уравнения являются основой для рекуррентного алгоритма, который реализован в системе MathCad [7]. На основе полученного распределения можно посчитать характеристики качества обслуживания системы. В таблицах 1 – 2 представлены значения основных вероятностных характеристик для различных параметров.

Таблица 1

Характеристики показателя качества обслуживания для
$C = 3, \lambda = 10, N_1 = 3, N_2 = 2, N_3 = 3, \mu_1 = 3, \mu_2 = 1, \mu_3 = 0,5$

Характеристика системы	**Значение**
Вероятность встать в очередь	0,31
Среднее количество заявок в системе	6,38
Средняя длина очереди	1,23
Дисперсия числа заявок в системе	22,64

Таблица 2

Характеристики показателя качества обслуживания для
$C = 5, \lambda = 10, N_1 = 3, N_2 = 2, N_3 = 3, N_4 = 4, N_5 = 6,$
$\mu_1 = 3, \mu_2 = 1, \mu_3 = 0,5, \mu_4 = 1, \mu_5 = 0,5.$

Характеристика системы	**Значение**
Вероятность встать в очередь	0,162
Среднее количество заявок в системе	12,35
Средняя длина очереди	0,72
Дисперсия числа заявок в системе	34,82

Заключение

В настоящей статье представлена математическая модель системы передачи данных в виде гетерогенной системы массового обслуживания с несколькими блоками различной интенсивности обслуживания с ожиданием и нетерпеливыми заявками. С помощью разработанного рекуррентного алгоритма получено распределение вероятностей (числа занятых приборов в каждом блоке и числа заявок, находящихся в очереди), позволяющее найти технические характеристики системы, имеющие практическое значение для проектирования реальных информационных и телекоммуникационных систем. В дальнейших работах также планируется обобщение результатов для сети массового обслуживания, учитывающей возможные переходы из блоков для повторного обслуживания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Степанов С. Н.* Теория телетрафика: концепции, модели, приложения. М.: Горячая линия Телеком. 2015. 868 с.

2. *Горбунова А. В., Гайдамака Ю. В., Наумов В. А., Самуйлов К. Е.* Ресурсные системы массового обслуживания как модели беспроводных систем связи // Информатика и ее применение. 2018. Т. 12. № 3. С. 48–55.
3. *Вишневский В. М.* Теоретические основы проектирования компьютерных сетей Москва: Техносфера. 2003. 512 с.
4. *Моисеева С. П., Бушкова Т. В., Панкратова Е. В., Фархадов М. П., Имомов А. А.* Асимптотический анализ ресурсной гетерогенной СМО при условии эквивалентно растущего времени обслуживания // Автоматика и телемеханика. 2022. №. 8. С. 81–99.
5. *Rykov V. V.* Monotone Control of Queueing Systems with Heterogeneous Servers // QUESTA. 2001. V. 37. P. 391–403.
6. *Ефросинин Д. В., Рыков В. В.* К анализу характеристик производительности СМО с неоднородными приборами //Автоматика и телемеханика. 2008. № 1. С. 64–82.
7. *Моисеева С. П., Чижикова С. М., Хамраева Р. Д.* Свидетельство № 2023686235. Программа вычисления характеристик качества в гетерогенной системе передачи данных с очередью и переключением каналов и ограничением на время ожидания 05.11.2023

Чижикова Светлана Михайловна — магистрант, Томский государственный университет, Институт прикладной математики и компьютерных наук. E-mail: *lana.cheese23@gmail.com*

Моисеева Светлана Петровна — д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой, Томский государственный университет, Институт прикладной математики и компьютерных наук, кафедра теории вероятностей и математической статистики. E-mail: *smoiseeva@mail.ru*