

УДК 537.9

*Д.А. ФИЛИППОВ, Т.А. ГАЛИЧЯН***ТЕОРИЯ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА В ДВУХСЛОЙНОЙ МАГНИТОСТРИКЦИОННО-ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ**

Представлена теория магнитоэлектрического эффекта в двухслойной магнитоэлектрической структуре. В качестве предмета исследования были выбраны структуры в виде пластинки на основе никель – цирконат-титанат свинца и пермендюр – цирконат-титанат свинца. При совместном решении уравнения движения для магнитоэлектрической и пьезоэлектрической среды и материальных уравнений получено выражение для магнитоэлектрического коэффициента по напряжению в области электромеханического резонанса.

Ключевые слова: двухслойная структура, магнитоэлектрический эффект, магнитоэлектрический коэффициент.

Введение

Магнитоэлектрический (МЭ) эффект в магнитоэлектрических структурах заключается в механическом взаимодействии магнитоэлектрической и пьезоэлектрической фаз. При помещении структуры в магнитное поле в магнитоэлектрической компоненте возникают механические напряжения, которые передаются в пьезоэлектрическую фазу, что приводит к изменению поляризации образца. Преимуществом двухслойных магнитоэлектрических структур является то, что величина МЭ-эффекта в них, как правило, больше, чем в объемных композитах, вследствие чего они вызывают большой интерес для создания различных устройств на основе твердотельной электроники. Теория МЭ-эффекта в объемных и многослойных композитах в области электромеханического резонанса была развита в [1–4]. В этих работах на основе метода эффективных параметров получено выражение для МЭ-коэффициента по напряжению и проанализирована его частотная зависимость. Недостатком метода эффективных параметров, с одной стороны, является его ограниченность. Он применим тогда, когда характерные размеры структурных единиц композита много меньше длины акустических колебаний и композит можно рассматривать как однородную среду. С другой стороны, недостатком метода является трудность определения эффективных параметров, поэтому представляется целесообразным получить выражение для МЭ-коэффициента через параметры, характеризующие магнитоэлектрическую и пьезоэлектрическую фазы. В [5–8] был рассмотрен МЭ-эффект в двухслойных структурах на основе совместного решения уравнения движения и материальных уравнений для магнитоэлектрической и пьезоэлектрической фаз. Однако в этих работах предполагалось, что амплитуда колебаний одинакова по толщине и магнетика и пьезоэлектрика соответственно. Это предположение с той или иной степенью точности может использоваться при описании эффекта для довольно тонких слоев. В [9] рассмотрен МЭ-эффект в структуре, представляющей МЭ-пленку, выращенную на полубесконечной пассивной подложке с учетом изменения амплитуды колебаний по толщине образца. Однако на практике гораздо чаще встречаются структуры, представляющие собой механически связанные между собой магнитоэлектрические и пьезоэлектрические слои конечной толщины. В данной работе представлена последовательная теория МЭ-эффекта в таких структурах. Рассмотрено распространение упругих волн в двухслойной магнитоэлектрической структуре и получено выражение для МЭ-коэффициента по напряжению с учетом того, что амплитуда колебаний изменяется по толщине образца. На основании предельного перехода показано, что в случае тонких слоев дисперсионное соотношение для упругих колебаний и выражение для МЭ-коэффициента переходят в выражения, полученные ранее в работах [5–8].

1. Модель и основные уравнения

В качестве модели рассмотрим двухслойную структуру в форме прямоугольной пластинки длиной L и шириной W , состоящую из механически взаимодействующих между собой магнитоэ-

рикссионного и пьезоэлектрического слоев толщиной m_t и p_t , величину которых не предполагаем малой (рис. 1). На верхней и нижней поверхности пластинки нанесены тонкие металлические контакты. Выберем систему координат таким образом, чтобы начало совпадало с границей раздела слоев, а ось z направим вертикально вверх, перпендикулярно границе раздела.

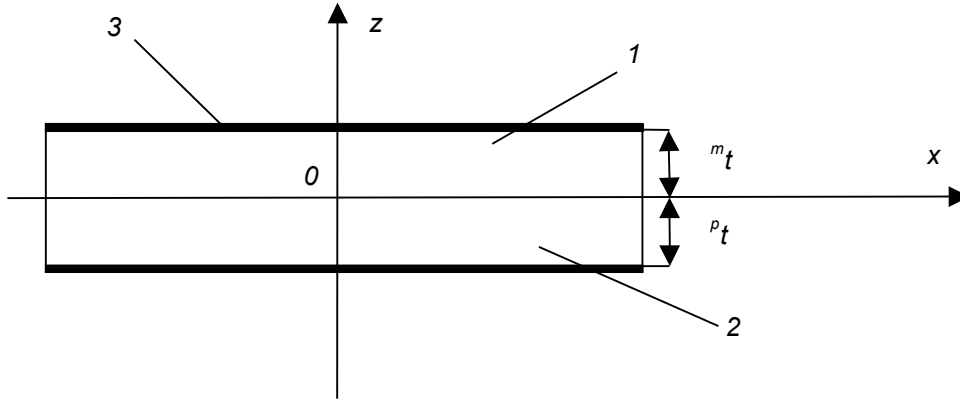


Рис. 1. Схематическое изображение структуры: 1 – магнитоэлектрический слой толщиной m_t ; 2 – пьезоэлектрический слой толщиной p_t ; 3 – омические контакты

Пьезоэлектрический слой предварительно поляризован перпендикулярно плоскости контактов (ось z). Рассмотрим продольный МЭ-эффект. В этом случае магнитные поля (постоянное \mathbf{H}_0 и переменное \mathbf{H} с угловой частотой ω) совпадают с направлением вектора поляризации \mathbf{P} . Переменное магнитное поле с частотой ω возбуждает в магнитоэлектрическом слое упругие колебания, которые посредством сдвиговых напряжений передаются через границу раздела в пьезоэлектрический слой, что приводит к возникновению взаимосвязанных колебаний подсистем. Полагая пластинку узкой, в первом приближении можно считать, что вдоль оси z смещения будут однородными и отличными от нуля компонентами будут только компоненты напряжений T_{xx} и T_{xz} . Поскольку имеется резкая граница, через которую осуществляется взаимодействие между магнитоэлектрическим и пьезоэлектрическим слоем, то величина напряжений будет неоднородной по толщине образца, перпендикулярно границе раздела. С учетом этого уравнение движения для x -проекции вектора смещения среды ${}^{\alpha}u_x$ запишем в виде

$${}^{\alpha}\rho \frac{\partial^2 {}^{\alpha}u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial {}^{\alpha}T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial {}^{\alpha}T_{xz}}{\partial z}, \quad (1)$$

где индекс α равен соответственно m для магнитоэлектрического и p для пьезоэлектрического слоя; ${}^{\alpha}\rho$ – плотность магнетика или пьезоэлектрика; ${}^{\alpha}T_{ij}$ – тензор напряжений.

Уравнения для тензора деформаций поляризованной пьезоэлектрической фазы ${}^pS_{xx}$, ${}^pS_{xz}$ и z -проекции вектора электрической индукции pD_z имеют следующий вид:

$${}^pS_{xx} = \frac{1}{{}^pY} {}^pT_{xx} + {}^pd_{xx,z} {}^pE_z; \quad (2)$$

$${}^pS_{xz} = \frac{1}{{}^pG} {}^pT_{xz}; \quad (3)$$

$${}^pD_z = {}^p\varepsilon_{zz} {}^pE_z + {}^pd_{xx,z} {}^pT_{xx}. \quad (4)$$

Здесь ${}^pT_{xx}$ и ${}^pT_{xz}$ – компоненты тензора напряжений в пьезоэлектрической фазе; pY , pG – модуль Юнга и модуль сдвига пьезоэлектрика; ${}^pd_{xx,z}$ – пьезоэлектрический тензор; ${}^p\varepsilon_{zz}$ – тензор диэлектрической проницаемости; pE_z – z -проекция вектора напряженности электрического поля.

Для магнитоэлектрической фазы аналогичные уравнения запишем в следующей форме:

$${}^mS_{xx} = \frac{1}{{}^mY} {}^mT_{xx} + {}^mq_{xx,z} {}^mH_z; \quad (5)$$

$${}^m S_{xz} = \frac{1}{mG} {}^m T_{xz}, \quad (6)$$

где ${}^m T_{xx}$ и ${}^m T_{xz}$ – компоненты тензора напряжений в магнитоэлектрической фазе; ${}^m Y$, ${}^m G$ – модуль Юнга и модуль сдвига феррита; ${}^m q_{xx,z}$ – пьезомагнитный коэффициент; ${}^m H_z$ – z -проекция вектора напряженности магнитного поля.

Решение уравнения для вектора смещения среды представим в виде плоских волн, амплитуда которых изменяется по толщине образца:

$${}^\alpha u(x, z) = {}^\alpha g(z) ({}^\alpha A \cos(\omega t - kx) + {}^\alpha B \sin(\omega t - kx)), \quad (7)$$

где ${}^\alpha A$ и ${}^\alpha B$ – постоянные интегрирования; ${}^\alpha g(z)$ – некоторая функция.

Подстановка выражения (7) в уравнение движения (1) приводит к уравнению для функции ${}^\alpha g(z)$. После несложных преобразований уравнения для функций, определяющих изменение амплитуды колебаний, примут следующую форму:

$${}^m g''(z) + 2(1 + \nu) \left[\frac{\omega^2}{mV_L^2} - k^2 \right] {}^m g(z) = 0; \quad (8)$$

$${}^p g''(z) + 2(1 + \nu) \left[\frac{\omega^2}{pV_L^2} - k^2 \right] {}^p g(z) = 0, \quad (9)$$

где $\frac{1}{mV_L^2} = \frac{m\rho}{mY}$, $\frac{1}{pV_L^2} = \frac{p\rho}{pY}$; ${}^m V_L$, ${}^p V_L$ – скорости продольных волн в магнетике и пьезоэлектрике

соответственно; ν – коэффициент Пуассона, который для обеих сред предполагается одинаковым.

Вид функций ${}^m g(z)$ и ${}^p g(z)$ – (экспоненциальные или тригонометрические) зависит от знака члена, стоящего в квадратных скобках в уравнениях (8) и (9), который, в свою очередь, определяется соотношением между скоростями звука в магнетике и пьезоэлектрике. Для определенности выберем наиболее распространенный случай, когда скорость упругих волн в магнетике больше, чем в пьезоэлектрике. В частности, это имеет место для структуры никель – цирконат-титанат свинца (Ni – PZT) и пермендюр – цирконат-титанат свинца (Fe – PZT). В этом случае коэффициент, стоящий в квадратных скобках в уравнении (8), будет меньше нуля, а в уравнении (9) – больше нуля. С учетом этого, решения уравнений запишутся в виде

$${}^m g(z) = C_1 \exp({}^m \chi z) + C_2 \exp(-{}^m \chi z); \quad (10)$$

$${}^p g(z) = C_3 \cos({}^p \chi z) + C_4 \sin({}^p \chi z), \quad (11)$$

где введены следующие обозначения: ${}^m \chi^2 = -2(1 + \nu) \left[\frac{\omega^2}{mV_L^2} - k^2 \right]$; ${}^p \chi^2 = 2(1 + \nu) \left[\frac{\omega^2}{pV_L^2} - k^2 \right]$.

2. Дисперсионное соотношение

Для нахождения дисперсионного соотношения воспользуемся граничными условиями. На верхней и нижней свободных поверхностях магнетика и пьезоэлектрика, т.е. в точках $z = -{}^p t$ и $z = {}^m t$ значения тензора напряжений равны нулю; на границе раздела магнитоэлектрической и пьезоэлектрической фаз смещения первой и второй сред одинаковы и одинаковы сдвиговые напряжения. Эти граничные условия дают систему уравнений, условие совместности которой приводит к дисперсионному соотношению:

$${}^m Y {}^m \chi \operatorname{th}({}^m \kappa) = {}^p Y {}^p \chi \operatorname{tg}({}^p \kappa), \quad (12)$$

где ${}^m \kappa = {}^m \chi {}^m t$ и ${}^p \kappa = {}^p \chi {}^p t$ – безразмерные переменные.

Уравнение (12) в неявном виде определяет зависимость угловой частоты ω от волнового числа k при распространении упругих волн в двухслойной магнитоэлектрической-пьезоэлектрической структуре. В предельном случае тонких слоев магнетика и пьезоэлектрика, т.е. в случае, когда

${}^m\kappa = {}^m\chi {}^m t \ll 1$ и ${}^p\kappa = {}^p\chi {}^p t \ll 1$, разлагая функции, стоящие в выражении (12), в ряд по малым параметрам ${}^m\kappa$ и ${}^p\kappa$, получим

$${}^m Y ({}^m\chi)^2 {}^m t = {}^p Y ({}^p\chi)^2 {}^p t. \quad (13)$$

Подставляя в уравнение (13) выражения для ${}^m\chi$ и ${}^p\chi$, после преобразований получим дисперсионное соотношение в виде

$$\omega = \sqrt{\frac{{}^m Y {}^m t + {}^p Y {}^p t}{{}^m \rho {}^m t + {}^p \rho {}^p t}} k. \quad (14)$$

Таким образом, в общем случае имеет место нелинейное соотношение между угловой частотой и волновым числом, а полученное ранее в работе [8] дисперсионное соотношение имеет место только для случая тонких слоев.

3. Магнитоэлектрический коэффициент по напряжению

Магнитоэлектрический коэффициент по напряжению определяется как отношение возникающей напряженности электрического поля E к напряженности магнитного поля, ее вызвавшей, т.е.

$$\alpha_E = E / H. \quad (15)$$

Однако, в отличие от объемных композитов, для слоистых магнитоэлектрично-пьезоэлектрических структур МЭ-коэффициент по напряжению можно определить двумя способами. Первый способ заключается в его определении как отношение электрического поля, возникающего в пьезоэлектрике, к напряженности вызвавшего его магнитного поля в магнетике. В этом случае МЭ-коэффициент хорошо характеризует эффективность МЭ-преобразования полей, однако, при таком определении, МЭ-коэффициент не совсем качественно характеризует эффективность МЭ-преобразования структуры. Более того, такое определение МЭ-коэффициента по напряжению приводит к нефизическому результату. В предельном переходе при стремлении толщины пьезоэлектрика к нулю МЭ-коэффициент имеет конечное значение [10], что является неверным результатом. Второй способ определения МЭ-коэффициента по напряжению состоит в его определении как отношение среднего значения напряженности электрического поля в структуре к среднему значению напряженности внешнего магнитного поля, ее вызвавшей, т.е.

$$\langle \alpha_E \rangle = \langle E \rangle / \langle H \rangle, \quad (16)$$

где $\langle E \rangle = U / ({}^m t + {}^p t)$ – среднее значение напряженности электрического поля в структуре; U – возникающая разность потенциалов между электродами. При таком определении МЭ-коэффициент по напряжению характеризует эффективность МЭ-преобразования всей структуры и имеет максимальное значение при определенном соотношении толщины магнитоэлектричного и пьезоэлектрического слоев.

Для того чтобы получить теоретическое выражение для МЭ-коэффициента по напряжению, воспользуемся методом, разработанным ранее в работах [1–4].

Условия механического равновесия на свободных боковых поверхностях образца в точках $x = \pm L/2$ дают следующие граничные условия:

$$\int_{-{}^p t}^0 {}^p T_{xx}(\pm L/2, z) dz + \int_0^{m t} {}^m T_{xx}(\pm L/2) dz = 0. \quad (17)$$

Используя эти граничные условия, для постоянных интегрирования A и B получим следующие выражения:

$$A = 0, \quad B = \frac{{}^m Y {}^m t q_{xx,z} \langle {}^m H_z \rangle + {}^p Y {}^p t d_{xx,z} \langle {}^p E_z \rangle}{k \cos(\kappa)(1 + \exp(-2{}^p \kappa)) \left({}^m Y {}^m t \frac{\text{th}({}^m \kappa)}{{}^m \kappa} + {}^p Y {}^p t \frac{\text{tg}({}^p \kappa)}{{}^p \kappa} \right)}, \quad (18)$$

где введен безразмерный параметр $\kappa = kL/2$.

Выражая из (2) компоненту тензора напряжений через компоненты тензора деформаций и подставляя получившееся выражение в уравнение для нормальной компоненты вектора электрической индукции, получим

$${}^p D_z = {}^p \varepsilon_{zz} \left(1 - \frac{{}^p Y ({}^p d_{xx,z})^2}{{}^p \varepsilon_{zz}} \right) {}^p E_z + {}^p Y {}^p d_{xx,z} \frac{\partial {}^p u_x}{\partial x}. \quad (19)$$

Электрический ток, протекающий в структуре, найдем из уравнения

$$I = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^W dy \int_{\diamond L/2}^{L/2} {}^p D_z dx. \quad (20)$$

Подставляя выражение (19) в уравнение (20) и выполняя интегрирование, уравнение для электрического тока приведем к виду

$$I = i\omega W \left((1 - K_p^2) \langle {}^p E_z \rangle + \frac{{}^p Y {}^p d_{xx,z}}{{}^p \varepsilon_{zz}} \frac{2B \sin(\kappa)}{L} \frac{(1 + \exp(-2{}^p \kappa)) \operatorname{tg}({}^p \kappa)}{{}^p \kappa} \right), \quad (21)$$

где $K_p^2 = \frac{{}^p Y ({}^p d_{xx,z})^2}{{}^p \varepsilon_{zz}}$ – квадрат коэффициента электромеханической связи.

Напряженность электрического поля $\langle {}^p E_z \rangle$, индуцированного в пьезоэлектрике, найдем из уравнения (21) с использованием условия разомкнутой цепи $I = 0$. С учетом этого условия и выражения для B из (18) получим

$$\langle {}^p E_z \rangle = \frac{{}^p Y {}^p d_{xx,z} {}^m q_{xx,z}}{{}^p \varepsilon_{zz} \Delta_a} \frac{{}^m Y {}^m t \langle {}^m H_z \rangle}{{}^m Y {}^m t \frac{\operatorname{th}({}^m \kappa)}{{}^m \kappa} + {}^p Y {}^p t \frac{\operatorname{tg}({}^p \kappa)}{{}^p \kappa}} \frac{\operatorname{tg}(\kappa) \operatorname{tg}({}^p \kappa)}{\kappa \operatorname{tg}({}^p \kappa)}, \quad (22)$$

где введено

$$\Delta_a = 1 - K_p^2 \left(1 - \frac{{}^p Y {}^p t \operatorname{tg}(\kappa) \operatorname{tg}({}^p \kappa)}{{}^m Y {}^m t \frac{\operatorname{th}({}^m \kappa)}{{}^m \kappa} + {}^p Y {}^p t \frac{\operatorname{tg}({}^p \kappa)}{{}^p \kappa}} \right). \quad (23)$$

С учетом того, что возникающая разность потенциалов между электродами равна $U = \langle {}^p E_z \rangle {}^p t$, из (16) получим окончательное выражение МЭ-коэффициента по напряжению в виде

$$\alpha_E = \frac{{}^p Y {}^p d_{xx,z} {}^m q_{xx,z}}{{}^p \varepsilon_{zz} \Delta_a} \frac{{}^m Y {}^m t}{m Y m t \frac{\operatorname{th}({}^m \kappa)}{{}^m \kappa} + {}^p Y {}^p t \frac{\operatorname{tg}({}^p \kappa)}{{}^p \kappa}} \frac{\operatorname{tg}(\kappa) \operatorname{tg}({}^p \kappa)}{\kappa \operatorname{tg}({}^p \kappa)} \frac{{}^p t}{m t + {}^p t}. \quad (24)$$

Как следует из выражения (24), частотная зависимость МЭ-коэффициента по напряжению имеет резонансный характер. На частотах антирезонанса, определяемых условием $\Delta_a = 0$, имеет место резонансное увеличение МЭ-коэффициента. Величина МЭ-коэффициента по напряжению в одинаковой мере зависит от параметров как магнитострикционного, так и пьезоэлектрического слоев. Пиковое значение коэффициента в значительной степени зависит от потерь в структуре, которые можно учесть через коэффициент затухания, представив угловую частоту в виде $\omega = \omega + i\chi$, где χ – параметр, характеризующий затухание.

В области низких частот МЭ-коэффициент по напряжению практически не зависит от частоты. Разлагая в ряд выражение (24) по малым параметрам κ , ${}^m \kappa$, ${}^p \kappa$ и ограничиваясь первыми членами разложения, для его низкочастотного значения получим выражение

$$\langle \alpha_E^{\text{low}} \rangle = \frac{{}^p Y {}^p d_{xx,z} {}^m q_{xx,z}}{{}^p \varepsilon_{zz} \left(1 - K_p^2 \left(\frac{{}^m Y {}^m t}{{}^m Y {}^m t + {}^p Y {}^p t} \right) \right)} \frac{{}^m Y {}^m t}{{}^m Y {}^m t + {}^p Y {}^p t} \frac{{}^p t}{{}^m t + {}^p t}. \quad (25)$$

Из (25) можно получить максимальное значение МЭ-коэффициента по напряжению при определенном соотношении толщины магнитоэлектричного и пьезоэлектрического слоев. В первом приближении можно считать, что максимальное значение МЭ-коэффициент достигает в том случае, когда толщина феррита и пьезоэлектрика связаны соотношением

$$p_t \sqrt{pY} = m_t \sqrt{mY}. \quad (26)$$

Заключение

Слоистые магнитоэлектричные структуры показывают лучшие МЭ-свойства по сравнению с объемными композитами. Учет неоднородности амплитуды колебаний по толщине образца приводит к нелинейному соотношению между угловой частотой и волновым числом, которое в предельном случае малых толщин переходит в линейное соотношение. Максимальное значение МЭ-коэффициента наблюдается при определенном соотношении между толщиной магнитоэлектричного и пьезоэлектрического слоев, значение которого зависит от соотношения модулей Юнга ферромагнетика и пьезоэлектрика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bichurin M.I., Filippov D.A., Petrov V.M., et al. // Phys. Rev. B. – 2003. – V. 68. – P. 132408.
2. Филиппов Д.А., Бичурин М.И., Петров В.М. и др. // Письма в ЖТФ. – 2004. – Т. 30. – С. 15.
3. Филиппов Д.А., Бичурин М.И., Петров В.М. и др. // ФТТ. – 2004. – Т. 46. – С. 1621.
4. Nan C.W., Bichurin M.I., Dong S., et al. // JAP. – 2008. – V. 103. – P. 031101.
5. Филиппов Д.А. // Письма в ЖТФ. – 2004. – Т. 30. – С. 24.
6. Филиппов Д.А. // Изв. вузов. Физика. – 2004. – Т. 47. – № 12. – С. 3.
7. Филиппов Д.А. // ФТТ. – 2005. – Т. 47. – С. 1082.
8. Бичурин М.И., Петров В.М., Аверкин С.В., Филиппов А.В. // ФТТ. – 2010. – Т. 52. – С. 1975.
9. Филиппов Д.А. // ФТТ. – 2012. – Т. 54. – С. 1112.
10. Петров В.М., Бичурин М.И., Соловьев И.Н. и др. // Вестник НовГУ. – 2010. – Т. 60. – С. 81.

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого,
г. Великий Новгород, Россия
E-mail: Dmitry.Filippov@novsu.ru

Поступила в редакцию 25.02.13,
после доработки – 06.06.13.