МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Ч. 3. Неинерциальные системы отсчета

Методические указания

Томск – 2024

УДК 531.3(075.8)
ББК 22.21. Я73
Л 125

Рассмотрены и утверждены методической комиссией физико-технического факультета Томского государственного университета.

Протокол № 30 от 15 января 2024 г

Председатель комиссии
профессор, д. ф.-м. н. В. А. Скрипняк

Рекомендованы кафедрой прикладной аэромеханики ТГУ для студентов, обучающихся по программам базового образования 15.03.03 – «Прикладная механика», 16.03.01 – «Техническая физика», 15.03.06 – «Механотроника и робототехника», 24.03.03 – «Баллистика и гидроаэродинамика» в Томском государственном университете.

Зав. кафедрой прикладной аэромеханики
доцент Ю. Н. Рыжих

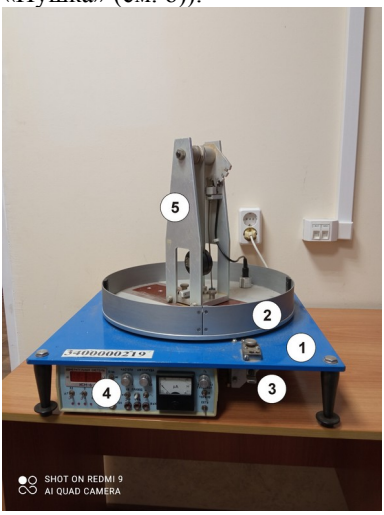
Методические указания «Лабораторные работы по теоретической механике (ч.3. Неинерциальные системы отсчета)» разработано для студентов, изучающих курсы ДН(М).Ф.2 – «Теоретическая механика» в рамках программ базового образования 15.03.03 – «Прикладная механика», 16.03.01 – «Техническая физика», 15.03.06 – «Механотроника и робототехника», 24.03.03 – «Баллистика и гидроаэродинамика», дневной формы обучения.

В пособии рассмотрены методы исследования динамических характеристик материальной точки и процессов, происходящих с нею в неинерциальной системе отсчета.

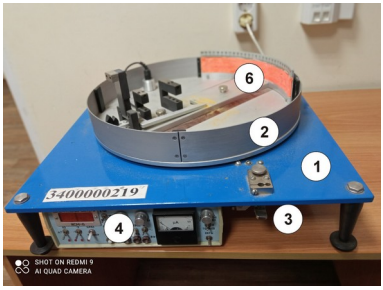
Составители:
профессор кафедры прикладной аэромеханики ФТФ Глазунов А. А.
доцент кафедры прикладной аэромеханики ФТФ Мерзляков А. В.
Старший преподаватель кафедры прикладной аэромеханики ФТФ Еремин И. В

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе представлены методические указания и инструкции для проведения лабораторных работ по теоретической механике – раздел «Неинерциальные системы отсчета». Лабораторные работы проводятся на комплекте оборудования ЛКМ-4 фирмы «Владис». Основной элемент оборудования – установка с вращающейся платформой для моделирования неинерциальной системы отсчета (см. рис. 1). Установка допускает использование дополнительных модулей «Маятник» (см. а)) и «Пушка» (см. б)).



а) Использование модуля «Маятник»



б) Использование модуля «Пушка»

Рис. 1. Установка для выполнения лабораторных работ

На фотографиях 1 – станина, 2 –вращающаяся платформа, 3 – спусковое устройство, 4 – измерительный прибор, 5 – модуль «Маятник», 6 – модуль «Пушка». Помимо основной установки в комплект входят снаряды-диски, измерительные приборы. Одна из работ выполняется с помощью цифрового датчика «SmartGate» фирмы «Pasco» (в комплект не входит).

Работы, которые можно выполнять на этой установке, охватывают значительную часть раздела «Неинерциальные системы отсчета». Установка позволяет определять динамические характеристики

материальной точки в неинерциальной системе отсчета, измерять относительную скорость движения точки напрямую и используя законы сохранения импульса и энергии в неинерциальной системе отсчета и т.п.

В разделе «Неинерциальные системы отсчета» описаны четыре лабораторные работы, которые выполняются с помощью комплекта ЛКМ-4: колебания маятника во вращающейся системе отсчета, работа и энергия во вращающейся системе отсчета, работа и энергия во вращающейся системе отсчета с использованием датчика SmartGate, отклонение снаряда ускорением Кориолиса. Результаты работы полностью согласовываются с теоретическими формулами.

ОХРАНА ТРУДА

При выполнении лабораторной работы необходимо прежде всего соблюдать учебную дисциплину и выполнять указания преподавателя, а кроме того:

1. При включении установки в сеть убедиться в исправности соединительного шнура и вилки.
2. Устанавливать дополнительные модули и приборы необходимо только на выключенной установке.
3. При выполнении лабораторной работы №3 не забыть правильно установить и прочно закрепить предохранительный деревянный брусок.
4. Болты, крепящие модули и приборы необходимо затягивать до отказа.
5. Устанавливать начальное положение маятника и снаряд в пушку только при неподвижной платформе
6. Следить за движением маятника и полетом снаряда во избежание травм исполнителей.
7. По окончании работы отсоединить установку от сети.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

КОЛЕБАНИЯ МАЯТНИКА ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Цель работы: исследовать изменение периода колебаний математического маятника во вращающейся системе отсчета и сравнить его с теоретической формулой.

Движение свободной материальной точки подчиняется второму закону Ньютона:

$$m\vec{w} = \vec{F}.$$

Если точка совершает сложное движение (движется в системе отсчета, которая в свою очередь движется относительно неподвижной системы отсчета), то ускорение точки может быть записано в виде:

$$\vec{w} = \vec{w}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right) + \vec{w}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r = \vec{w}_e + \vec{w}_r + \vec{w}_c; \quad (1.1)$$

где $\vec{w}_0$ - ускорение начала подвижной системы отсчета, $\vec{\omega}$ - угловая скорость вращения подвижной системы отсчета, $\vec{\varepsilon}$ - угловое ускорение подвижной системы отсчета, $\vec{r}$ - радиус-вектор точки в подвижной системе отсчета, $\vec{v}_r$ - относительная скорость точки (в подвижной системе отсчета), $\vec{w}_r$ - относительное ускорение точки.

Сокращенно компоненты вектора ускорения обозначаются:

$\vec{w}_e = \vec{w}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)$ - переносное ускорение;

$\vec{w}_r$ - относительное ускорение;

$\vec{w}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$ - поворотное (Кориолисово) ускорение.

Подстановка формулы (1) во второй закон Ньютона приводит к выражению

$$m\left(\vec{w}_e + \vec{w}_r + \vec{w}_c\right) = \vec{F}.$$

Записанный в подвижной системе отсчета, он принимает вид:

$$m\vec{w}_r = \vec{F} - m\vec{w}_e - m\vec{w}_c.$$

Если ввести обозначения $\vec{I}_e = -m\vec{w}_e$ и $\vec{I}_c = -m\vec{w}_c$, то второй закон Ньютона, записанный в подвижной системе отсчета, будет выглядеть так:

$$m\vec{w}_r = \vec{F} + \vec{I}_e + \vec{I}_c. \tag{1.2}$$

Вектор $\vec{I}_e = -m\vec{w}_e$ называется переносной силой инерции, а вектор $\vec{I}_c = -m\vec{w}_c$ называется поворотной (Кориолисовой) силой инерции.

Пусть подвижная система отсчета совершает чисто вращательное движение относительно неподвижной оси. В этом случае согласно теореме Ривальса модули ускорений, входящих в переносное ускорение точки, будут:

$\left|\vec{w}_0\right| = 0;\ \left|\vec{\varepsilon} \times \vec{r}\right| = \varepsilon \cdot p;$ (касательная составляющая);

$\left|\vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)\right| = \omega^2 \cdot p;$ (нормальная составляющая).

Здесь p – перпендикуляр, опущенный из точки на ось вращения. Согласно той же теореме, направление второго вектора – перпендикулярно оси вращения и отрезку p, направление третьего вектора – вдоль отрезка p в сторону оси вращения.

Направление вектора поворотного (Кориолисова) ускорения, согласно свойству векторного произведения, перпендикулярно и оси вращения, и направлению относительной скорости.

Пусть имеется круглая платформа, вращающаяся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω. Пусть на ней установлен математический маятник с длиной подвеса L, причем точка подвеса находится на продолжении оси вращения (см. рис. 2). Пусть маятник снабжен устройством, которое позволяет колебания только вдоль диаметра платформы. Если рассматривать колебания в подвижной системе отсчета, то из всех сил инерции останется только та, которая соответствует нормальному ускорению. Силы, действующие на колеблющийся груз, изображены на рис. 2.

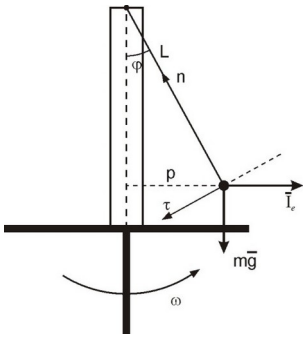


Рис. 2
Колебания маятника
на платформе

Согласно (1.2)

$$m\vec{w}_r = m\vec{g} + \vec{I}_e.$$

Проекция на ось τ дает:

$$mw_\tau = mg \cdot \sin(\varphi) - I_e \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow -mL\ddot{\varphi} = mg \cdot \sin(\varphi) - m\omega^2 p \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{\varphi} + \left(\frac{g}{L} - \omega^2 \cos(\varphi)\right) \cdot \sin(\varphi) = 0.$$

Если воспользоваться приближениями для случая малых колебаний

$$\sin(\varphi) \approx \varphi; \cos(\varphi) \approx 1;$$

то получится уравнение малых колебаний математического маятника в подвижной системе отсчета:

$$\ddot{\varphi} + \left(\frac{g}{L} - \omega^2\right) \cdot \varphi = 0.$$

Выражение в скобках – квадрат круговой частоты этих колебаний. Первое слагаемое в скобке $\frac{g}{L} = \omega_0^2$ - квадрат круговой частоты малых колебаний математического маятника при отсутствии вращения платформы. Выражение для круговой частоты колебаний принимает вид:

$$\omega_{кол}^2 = \omega_0^2 - \omega^2. \qquad (1.3)$$

Если разделить это равенство на ω_0^2, извлечь корень и воспользоваться соотношениями

$$\omega_{кол} = \frac{2\pi}{T_{кол}}; \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}; \omega = \frac{2\pi}{T};$$

($T_{кол}$ – период колебаний маятника на платформе, T_0 – период колебаний маятника при отсутствии вращения, T – период обращения платформы), то после небольших преобразований из (1.3) получится формула, связывающая периоды колебаний на невращающейся и вращающейся платформе:

$$\frac{T_0}{T_{кол}} = \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2}. \qquad (1.4)$$

В предлагаемой лабораторной работе предлагается проверить справедливость формулы (1.4) опытным путем.

ПОДГОТОВКА К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

1. Установить на вращающейся платформе установки модуль «Маятник» так, чтобы его точка подвеса находилась над осью вращения, подключить разъем кабеля модуля к разъему платформы (см. рис. 3).

Рис. 3
Установка с модулем «Маятник»

2. Подготовка прибора.
   a. Включить прибор (выключатель справа). Убедиться в том, что засветилась панель.
   b. Установить тумблер 1 в положение К1.
   c. Тумблер 2 установить в положение :4.
   d. Тумблер 3 установить в положение «Однокр».
   e. Тумблер 4 установить в положение 1 мс.
3. Измерение периода T_0.
   a. Отклонить маятник на 15° от положения равновесия, вставить стопор в соответствующее гнездо.
   b. Нажать кнопку «Готов».
   c. Нажать рычаг спускового устройства, освобождающее маятник.
   d. Появившееся на панели время периода колебаний занести в бланк отчета.

ВЫПОЛНЕНИЕ ОПЫТА

1. Подготовка установки.
    a. На покоящейся установке отклонить маятник на 15° от положения равновесия, вставить стопор в соответствующее гнездо.
    b. Установить тумблер 1 в положение К2.
    c. Тумблер 2 установить в положение :1.
    d. Тумблер 3 установить в положение «Цикл».
    e. Тумблер 4 установить в положение 1 мс.
2. С помощью ручки «Амплитуда» запустить вращение платформы и довести его период до необходимого.
3. Подождать до тех пор, пока период вращения платформы *T* не станет постоянным, занести его в таблицу.
4. Перевести тумблер 1 в положение К1, тумблер 2 в положение :4, тумблер 3 в положение «Однокр».
5. Нажать на приборе кнопку 5 «Готов».
6. Нажать рычаг спускового устройства, освобождающее маятник.
7. Снять с дисплея прибора время периода колебаний $T_{кол}$ в мс, занести в таблицу.
8. Ручкой «Амплитуда» остановить платформу.

ПРОВЕДЕНИЕ РАБОТЫ

1. Измерить период T_0, занести в отчет
2. Провести опыты при периодах обращения платформы ~2200 мс, ~1900 мс, ~1600 мс, ~1100 мс, занести в таблицу значения T и $T_{кол}$.
3. Определить отношения $T_0/T_{кол}$ во всех опытах, занести в таблицу.
4. Определить по формуле (1.4) теоретическое значение этих отношений, занести в таблицу.
5. Сделать вывод о верности формулы (1.4).

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Передняя панель прибора.

2. Бланк отчета

T_0= _____ мс

T, мс				
$T_{кол}$, мс				
T_0/ $T_{кол}$				
(4)				

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

РАБОТА И ЭНЕРГИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Цель работы: исследовать изменение относительной скорости груза математического маятника во вращающейся системе отсчета и сравнить его с теоретической формулой.

Движение свободной материальной точки подчиняется второму закону Ньютона:

$$m\vec{w} = \vec{F}.$$

Если точка совершает сложное движение (движется в системе отсчета, которая в свою очередь движется относительно неподвижной системы отсчета), то ускорение точки может быть записано в виде:

$$\vec{w} = \vec{w}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right) + \vec{w}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r = \vec{w}_e + \vec{w}_r + \vec{w}_c; \quad (2.1)$$

где $\vec{w}_0$ - ускорение начала подвижной системы отсчета, $\vec{\omega}$ - угловая скорость вращения подвижной системы отсчета, $\vec{\varepsilon}$ - угловое ускорение подвижной системы отсчета, $\vec{r}$ - радиус-вектор точки в подвижной системе отсчета, $\vec{v}_r$ - относительная скорость точки (в подвижной системе отсчета), $\vec{w}_r$ - относительное ускорение точки.

Сокращенно компоненты вектора ускорения обозначаются:

$\vec{w}_e = \vec{w}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)$ - переносное ускорение;

$\vec{w}_r$ - относительное ускорение;

$\vec{w}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$ - поворотное (Кориолисово) ускорение.

Подстановка формулы (2.1) во второй закон Ньютона приводит к выражению

$$m\left(\vec{w}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right) + \vec{w}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r\right) = \vec{F}.$$

Записанный в подвижной системе отсчета, он принимает вид:

$$m\vec{w}_r = \vec{F} - m\vec{w}_0 - m \cdot \left(\vec{\varepsilon} \times \vec{r}\right) - m \cdot \left(\vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)\right) - m \cdot \left(2\vec{\omega} \times \vec{v}_r\right).$$

Если домножить скалярно это выражение на $d\vec{r}$ и преобразовать полученный результат, то получится следующее выражение:

$$d\left(\frac{mv_r^2}{2}\right) = \vec{F}\cdot d\vec{r} - m\cdot\left(\vec{w}_0 + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)\right)\cdot d\vec{r}. \tag{2.2}$$

Если ввести обозначение $\vec{I}_e = -m\cdot\left(\vec{w}_0 + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)\right)$, то выражение (2) будет выглядеть так:

$$d\left(\frac{mv_r^2}{2}\right) = \vec{F}\cdot d\vec{r} + \vec{I}_e\cdot d\vec{r} = dA_F + dA_I. \tag{2.3}$$

Вектор $\vec{I}_e$ называется переносной силой инерции. Выражение (2.3) – теорема о кинетической энергии материальной точки, записанная в неинерциальной системе отсчета в дифференциальной форме; dA_F и dA_I – элементарные работы силы F и силы инерции. В интегральном виде эта теорема выглядит так:

$$\left(\frac{mv_r^2}{2}\right) - \left(\frac{mv_r^2}{2}\right)_0 = A_F + A_I. \tag{2.4}$$

Пусть подвижная система отсчета совершает чисто вращательное движение относительно неподвижной оси. В этом случае согласно теореме Ривальса модули ускорений, входящих в переносную силу инерции точки, будут:

$$\left|\vec{w}_0\right| = 0;\ \left|\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)\right| = \omega^2\cdot p.$$

Здесь p – перпендикуляр, опущенный из точки на ось вращения. Согласно той же теореме, направление второго вектора – вдоль отрезка p в сторону оси вращения.

Пусть имеется круглая платформа, вращающаяся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω. Пусть на ней установлен математический маятник с длиной подвеса L, причем точка подвеса находится на продолжении

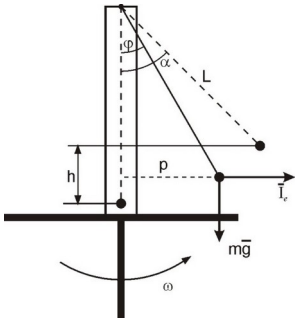


Рис. 4
Движение отклоненного маятника на платформе

оси вращения (см. рис. 4). Пусть маятник снабжен устройством, которое позволяет колебания только вдоль диаметра платформы. Силы, действующие на колеблющийся груз, изображены на рис. 4.

Пусть начальный угол отклонения маятника α (см. рис. 4), а начальная скорость маятника $v_n = 0$. Работа силы тяжести

$$A_F = mgh = mgL \cdot \left(1 - \cos\left(\alpha\right)\right) = 2mgL \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2m\frac{g}{L} \cdot L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$

Величина $\frac{g}{L} = \omega_0^2$ - круговая частота малых колебаний маятника. Поэтому

$$A_F = 2m \cdot \omega_0^2 \cdot L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right). \tag{2.5}$$

Как видно из рис. 4, величина p меняется с уменьшением угла φ, поэтому меняется и инерционная сила. Поэтому ее работа

$$A_I = -\int_0^\alpha dI_e = -m \cdot \omega^2 \int_0^\alpha L \cdot \sin\left(\varphi\right) \cdot L \cdot \cos\left(\varphi\right) d\varphi =$$

$$= -m \cdot \omega^2 L^2 \int_0^\alpha \sin\left(\varphi\right) \cdot d\left(\sin\left(\varphi\right)\right) = -\frac{1}{2} m \cdot \omega^2 L^2 \cdot \sin^2\left(\alpha\right) =$$

$$= -2 \cdot m \cdot \omega^2 L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right). \tag{2.6}$$

Подстановка начальной скорости, выражений (2.5) и (2.6) в (2.4) приводит к выражению для скорости маятника в нижней точке:

$$\frac{mv_r^2}{2} = 2m \cdot \omega_0^2 \cdot L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 2 \cdot m \cdot \omega^2 L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_r^2 = 4 \cdot L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \left(\omega_0^2 - \omega^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right). \tag{2.7}$$

В случае отсутствия вращения платформы выражение (2.7) дает значение скорости маятника в нижней точке в следующем виде:

$$v_{r0}^2 = 4 \cdot L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \omega_0^2. \tag{2.8}$$

Если разделить (2.7) на (2.8), извлечь корень и воспользоваться соотношениями

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}; \omega = \frac{2\pi}{T};$$

(T_0 – период колебаний маятника при отсутствии вращения, T – период обращения платформы), то после небольших преобразований из этого отношения получится формула, связывающая скорости маятника в нижней точке на невращающейся и вращающейся платформе:

$$\frac{v_r}{v_{r0}} = \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)^2}. \tag{2.9}$$

Маятник в рабочей установке снабжен двумя шторками, находящимися на расстоянии s. Установка снабжена фотодатчиком, позволяющим определить время Δt прохождения шторок мимо него. Скорость движения маятника можно определить так:

$$v_r = \frac{s}{\Delta t}; v_{r0} = \frac{s}{\Delta t_0}.$$

Подстановка этих выражений в (9) приводит его к виду:

$$\frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)^2}. \tag{2.10}$$

В предлагаемой лабораторной работе предлагается проверить справедливость формулы (2.10) опытным путем.

ПОДГОТОВКА К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

1. Установить на вращающейся платформе установки модуль «Маятник» так, чтобы его точка

Рис. 5
Установка с модулем «Маятник»

подвеса находилась над осью вращения, подключить разъем кабеля модуля к разъему платформы (см. рис. 5).

2. Подготовка прибора.
   a. Включить прибор (выключатель справа). Убедиться в том, что засветилась панель.
   b. Установить тумблер 1 в положение К1.
   c. Тумблер 2 установить в положение :4.
   d. Тумблер 3 установить в положение «Однокр».
   e. Тумблер 4 установить в положение 1 мс.
3. Измерение периода T_0.
   a. Отклонить маятник на 15° от положения равновесия, вставить стопор в соответствующее гнездо.
   b. Нажать кнопку «Готов».
   c. Нажать рычаг спускового устройства, освобождающее маятник.
   d. Появившееся на панели время периода колебаний занести в бланк отчета.

ВЫПОЛНЕНИЕ ОПЫТА

1. Определение Δt_0.
   a. На покоящейся установке отклонить маятник на угол α от положения равновесия, вставить стопор в соответствующее гнездо.
   b. Перевести тумблер 1 в положение К1, тумблер 2 в положение :1, тумблер 3 в положение «Однокр», тумблер 4 установить в положение 1 мс.
   c. Нажать на приборе кнопку 5 «Готов»
   d. Нажать рычаг спускового устройства, освобождающее маятник.
   e. Снять с дисплея прибора время Δt_0 в мс, занести в таблицу
2. Подготовка установки к опыту на вращающейся платформе.
   a. На покоящейся установке отклонить маятник на угол α от положения равновесия, вставить стопор в соответствующее гнездо.
   b. Установить тумблер 1 в положение К2.
   c. Тумблер 2 установить в положение :1.
   d. Тумблер 3 установить в положение «Цикл».
   e. Тумблер 4 установить в положение 1 мс.

3. С помощью ручки «Амплитуда» запустить вращение платформы и довести его период до необходимого.
4. Подождать до тех пор, пока период вращения платформы *T* не станет постоянным, занести его в таблицу.
5. Перевести тумблер 1 в положение К1, тумблер 3 в положение «Однокр».
6. Нажать на приборе кнопку 5 «Готов».
7. Нажать рычаг спускового устройства, освобождающее маятник.
8. Снять с дисплея прибора время Δt в мс, занести в таблицу.
9. Ручкой «Амплитуда» остановить платформу.

ПРОВЕДЕНИЕ РАБОТЫ

1. Измерить период T_0, занести в отчет
2. Провести опыты при углах α равных 15°, 30°, 45°. Для каждого угла выполнить опыты при периодах обращения платформы ~2100 мс, ~1600 мс, ~1100 мс, занести в таблицу значения Δt_0 и Δt.
3. Определить отношения $\Delta t_0/\Delta t$ во всех опытах, занести в таблицу.
4. Определить по формуле (2.10) теоретическое значение этих отношений, занести в таблицу.
5. Сделать вывод о верности формулы (2.10).

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Передняя панель прибора.

2. Бланк отчета

T_0= _____ мс

α = 15°

T, мс	∞			

Δt, мс				
$\Delta t_0/\Delta t$	1			
(10)	1			

$\alpha = 30°$

T, мс	∞			
Δt, мс				
$\Delta t_0/\Delta t$	1			
(10)	1			

$\alpha = 45°$

T, мс	∞			
Δt, мс				
$\Delta t_0/\Delta t$	1			
(10)	1			

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

РАБОТА И ЭНЕРГИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАТЧИКА SMARTGATE

Цель работы: исследовать изменение относительной скорости груза математического маятника во вращающейся системе отсчета и сравнить его с теоретической формулой.

Движение свободной материальной точки подчиняется второму закону Ньютона:

$$m\vec{w} = \vec{F}.$$

Если точка совершает сложное движение (движется в системе отсчета, которая в свою очередь движется относительно неподвижной системы отсчета), то ускорение точки может быть записано в виде:

$$\vec{w} = \vec{w}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right) + \vec{w}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r = \vec{w}_e + \vec{w}_r + \vec{w}_c; \quad (3.1)$$

где $\vec{w}_0$ - ускорение начала подвижной системы отсчета, $\vec{\omega}$ - угловая скорость вращения подвижной системы отсчета, $\vec{\varepsilon}$ - угловое ускорение подвижной системы отсчета, $\vec{r}$ - радиус-вектор точки в подвижной системе отсчета, $\vec{v}_r$ - относительная скорость точки (в подвижной системе отсчета), $\vec{w}_r$ - относительное ускорение точки.

Сокращенно компоненты вектора ускорения обозначаются:

$\vec{w}_e = \vec{w}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)$ - переносное ускорение;

$\vec{w}_r$ - относительное ускорение;

$\vec{w}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$ - поворотное (Кориолисово) ускорение.

Подстановка формулы (1) во второй закон Ньютона приводит к выражению

$$m\left(\vec{w}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right) + \vec{w}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r\right) = \vec{F}.$$

Записанный в подвижной системе отсчета, он принимает вид:

$$m\vec{w}_r = \vec{F} - m\vec{w}_0 - m \cdot \left(\vec{\varepsilon} \times \vec{r}\right) - m \cdot \left(\vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)\right) - m \cdot \left(2\vec{\omega} \times \vec{v}_r\right).$$

Если домножить скалярно это выражение на $d\vec{r}$ и преобразовать полученный результат, то получится следующее выражение:

$$d\left(\frac{mv_r^2}{2}\right) = \vec{F}\cdot d\vec{r} - m\cdot\left(\vec{w}_0 + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)\right)\cdot d\vec{r}. \tag{3.2}$$

Если ввести обозначение $\vec{I}_e = -m\cdot\left(\vec{w}_0 + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)\right)$, то выражение (3.2) будет выглядеть так:

$$d\left(\frac{mv_r^2}{2}\right) = \vec{F}\cdot d\vec{r} + \vec{I}_e\cdot d\vec{r} = dA_F + dA_I. \tag{3.3}$$

Вектор $\vec{I}_e$ называется переносной силой инерции. Выражение (3.3) – теорема о кинетической энергии материальной точки, записанная в неинерциальной системе отсчета в дифференциальной форме; dA_F и dA_I – элементарные работы силы F и силы инерции. В интегральном виде эта теорема выглядит так:

$$\left(\frac{mv_r^2}{2}\right) - \left(\frac{mv_r^2}{2}\right)_0 = A_F + A_I. \tag{3.4}$$

Пусть подвижная система отсчета совершает чисто вращательное движение относительно неподвижной оси. В этом случае согласно теореме Ривальса модули ускорений, входящих в переносную силу инерции точки, будут:

$$\left|\vec{w}_0\right| = 0;\ \left|\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)\right| = \omega^2\cdot p.$$

Здесь p – перпендикуляр, опущенный из точки на ось вращения. Согласно той же теореме, направление второго вектора – вдоль отрезка p в сторону оси вращения.

Пусть имеется круглая платформа, вращающаяся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω. Пусть на ней установлен математический маятник с длиной подвеса L, причем

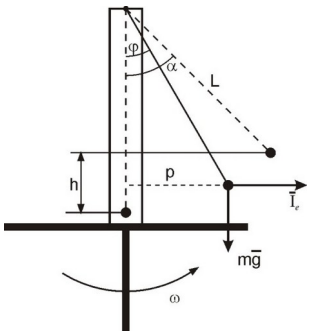


Рис. 6
Движение отклоненного маятника на платформе

точка подвеса находится на продолжении оси вращения (см. рис. 6). Пусть маятник снабжен устройством, которое позволяет колебания только вдоль диаметра платформы. Силы, действующие на колеблющийся груз, изображены на рис. 6.

Пусть начальный угол отклонения маятника α (см. рис. 6), а начальная скорость маятника $v_n = 0$. Работа силы тяжести

$$A_F = mgh = mgL \cdot \left(1 - \cos(\alpha)\right) = 2mgL \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2m\frac{g}{L} \cdot L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$

Величина $\frac{g}{L} = \omega_0^2$ - круговая частота малых колебаний маятника. Поэтому

$$A_F = 2m \cdot \omega_0^2 \cdot L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right). \tag{3.5}$$

Как видно из рис. 6, величина p меняется с уменьшением угла φ, поэтому меняется и инерционная сила. Поэтому ее работа

$$A_I = -\int_0^\alpha dI_e = -m \cdot \omega^2 \int_0^\alpha L \cdot \sin(\varphi) \cdot L \cdot \cos(\varphi)\, d\varphi =$$

$$= -m \cdot \omega^2 L^2 \int_0^\alpha \sin(\varphi) \cdot d\left(\sin(\varphi)\right) = -\frac{1}{2} m \cdot \omega^2 L^2 \cdot \sin^2(\alpha) =$$

$$= -2 \cdot m \cdot \omega^2 L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right). \tag{3.6}$$

Подстановка начальной скорости, выражений (3.5) и (3.6) в (3.4) приводит к выражению для скорости маятника в нижней точке:

$$\frac{mv_r^2}{2} = 2m \cdot \omega_0^2 \cdot L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 2 \cdot m \cdot \omega^2 L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_r^2 = 4 \cdot L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \left(\omega_0^2 - \omega^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right). \tag{3.7}$$

В случае отсутствия вращения платформы выражение (3.7) дает значение скорости маятника в нижней точке в следующем виде::

$$v_{r0}^2 = 4 \cdot L^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \omega_0^2. \tag{3.8}$$

Если разделить (3.7) на (3.8), извлечь корень и воспользоваться соотношениями

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}; \omega = \frac{2\pi}{T};$$

(T_0 – период колебаний маятника при отсутствии вращения, T – период обращения платформы), то после небольших преобразований из этого отношения получится формула, связывающая скорости маятника в нижней точке на невращающейся и вращающейся платформе:

$$\frac{v_r}{v_{r0}} = \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)^2}. \tag{3.9}$$

В предлагаемой лабораторной работе предлагается проверить справедливость формулы (3.9) опытным путем.

ПОДГОТОВКА К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

1. Установить на вращающейся платформе установки модуль «Маятник» так, чтобы его точка подвеса находилась над осью вращения, подключить разъем кабеля модуля к разъему платформы (см. рис. 7).
2. Установка датчика SmartGate
   a. Установить деревяшку-предохранитель на маятник, закрепить его медной проволокой
   b. Выкрутить из маятника болты крепления
   c. Положить на основание маятника выравнивающую подкладку; поставить ворота на нее, надеть на них

Рис. 7
Установка с модулем «Маятник»

специальную скобу. Убедиться, что скоба не закрывает кнопку включения датчика

d. Болтами прикрутить скобу и маятник к платформе. Убедиться, что маятник свободно перемещается в воротах.

3. Подготовка прибора.
   a. Включить прибор (выключатель справа). Убедиться в том, что засветилась панель.
   b. Установить тумблер 1 в положение К1.
   c. Тумблер 2 установить в положение :4.
   d. Тумблер 3 установить в положение «Однокр».
   e. Тумблер 4 установить в положение 1 мс.
4. Измерение периода T_0.
   a. Отклонить маятник на 15° от положения равновесия, вставить стопор в соответствующее гнездо.
   b. Нажать кнопку «Готов».
   c. Нажать рычаг спускового устройства, освобождающее маятник.
   d. Появившееся на панели время периода колебаний занести в бланк отчета.
5. Подготовка датчика «Умные ворота» (SmartGate) фирмы Pasco.
   a. Включить датчик (нажать на соответствующую кнопку). Убедиться в том, что засветилась соответствующая лампа и начал мигать указатель связи BlueTooth.
   b. На смартфоне с предварительно установленной программой SPARKvue включить BlueTooth и убедиться, что смартфон увидел датчик SmartGate.
   c. Запустить на смартфоне программу SPARKvue. Выбрать на экране «Получить данные с датчика».
   d. В открывшемся окне настройки выбрать в левом окне датчик SmartGate.
   e. В появившемся окне справа выбрать числовой вид представления результата
   f. В открывшемся окне нажать кнопку «Настройка» (внизу справа) и выбрать «Беспроводный Smart».
   g. Нажать справа в строке на значок связи (в виде овала). В открывшемся окне выбрать «Smart ворота/рамка». В открывшемся списке выбрать «Таймер SmartGate». Нажать ОК

h. На экране нажать кнопку «Выбрать измерение», справа выбрать «Скорость между датчиками»
i. Если все сделано правильно – на экране появится значение скорости 0 м/с и кнопка «Старт» зеленого цвета.
j. Нажать на экране кнопку с изображением часов (внизу слева). В открывшемся окне нажать стрелку рядом с надписью «Условие прекращения»
k. Выбрать тип условия – «Основанный на измерении», выбрать измерение – «Speed between gates (м/с)», выбрать условие – «Ниже».
l. В строчку «Величина» ввести число 10. Нажать кнопку «ОК». Данные действия предназначены для того, чтобы на экране осталось только первое измеренное значение скорости.

ВЫПОЛНЕНИЕ ОПЫТА

1. Определение v_{r0}.
   a. На покоящейся установке отклонить маятник на угол α от положения равновесия в сторону, противоположную защитному бруску, вставить стопор в соответствующее гнездо.
   b. Нажать на смартфоне кнопку «Старт», убедиться, что на экране 0 м/с
   c. Нажать рычаг спускового устройства, освобождающее маятник.
   d. Снять с дисплея смартфона скорость v_{r0}, занести в таблицу
2. Подготовка установки к опыту на вращающейся платформе.
   a. На покоящейся установке отклонить маятник на угол α от положения равновесия в направлении, противоположном защитному бруску, вставить стопор в соответствующее гнездо.
   b. Установить тумблер 1 в положение К2.
   c. Тумблер 2 установить в положение :1.
   d. Тумблер 3 установить в положение «Цикл».
   e. Тумблер 4 установить в положение 1 мс.
3. С помощью ручки «Амплитуда» запустить вращение платформы и довести его период до необходимого.
4. Подождать до тех пор, пока период вращения платформы *T* не станет постоянным, занести его в таблицу.
5. Нажать на смартфоне кнопку «Старт».
6. Нажать рычаг спускового устройства, освобождающее маятник.

7. Снять с дисплея смартфона скорость $v_г$, занести в таблицу.
8. Ручкой «Амплитуда» остановить платформу.

ПРОВЕДЕНИЕ РАБОТЫ

1. Измерить период T_0, занести в отчет
2. Провести опыты при углах α равных 30°, 45°, 60°. Для каждого угла выполнить опыты при периодах обращения платформы ~2100 мс, ~1600 мс, ~1100 мс, занести в таблицу значения $v_{г0}$ и $v_г$.
3. Определить отношения $v_г/ v_{г0}$ во всех опытах, занести в таблицу.
4. Определить по формуле (3.9) теоретическое значение этих отношений, занести в таблицу.
5. Сделать вывод о верности формулы (3.9).

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Передняя панель прибора.

2. Бланк отчета

T_0= _____ мс

α = 30°

T, мс	∞			
$v_г$				
$v_г/ v_{г0}$	1			
(10)	1			

α = 45°

T, мс	∞			
$v_г$				
$v_г/ v_{г0}$	1			
(10)	1			

α = 60°

T, мс	∞			
v_r				
v_r/ v_{r0}	1			
(10)	1			

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

ОТКЛОНЕНИЕ СНАРЯДА УСКОРЕНИЕМ КОРИОЛИСА

Цель работы: исследовать смещение снаряда при выстреле пружинной пушки из-за наличия поворотного ускорения.

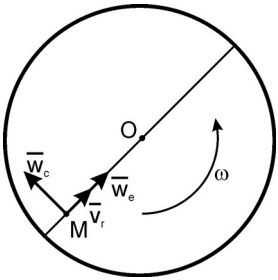


Рис. 8
Движение материальной точки по диаметру вращающегося диска

Пусть имеется равномерно вращающийся с постоянной угловой скоростью ω диск, по диаметру которого равномерно движется материальная точка со скоростью v_r (см. рис. 8). Если воспользоваться теоремой Кориолиса, то полное ускорение точки будет выглядеть так:

$$\vec{w} = \vec{w}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right) + \vec{w}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r = \vec{w}_e + \vec{w}_r + \vec{w}_c;$$

где $\vec{w}_0$ – ускорение начала подвижной системы координат, $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение подвижной системы координат, $\vec{r}$ – радиус-вектор точки в подвижной системе координат, $\vec{\omega}$ – угловая скорость подвижной системы координат, $\vec{w}_r$ - относительное ускорение. Сокращенно компоненты вектора ускорения обозначаются:

$\vec{w}_e = \vec{w}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)$ - переносное ускорение;

$\vec{w}_r$ - относительное ускорение;

$\vec{w}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$ - поворотное (Кориолисово) ускорение.

В предлагаемой работе начало подвижной системы координат неподвижно, вращение подвижной системы координат равномерное, относительное движение – равномерное и прямолинейное. Поэтому оставшиеся компоненты ускорения приведены на рисунке. Модуль и направление переносного ускорения определяются по теореме Ривальса, направление вектора угловой скорости вдоль оси вращения определяется по правилу буравчика, направление поворотного ускорения определяется стандартным образом как направление векторного произведения. Модуль

поворотного ускорения в силу перпендикулярности вектора угловой скорости плоскости движения точки определяется так:

$$w_c = 2\omega \cdot v_r = \frac{4\pi v_r}{T};$$

где T – период обращения подвижной системы координат.

Если скорость относительного движения точки высока, а диаметр диска достаточно мал, то подобные рассуждения по поводу компонент ускорения можно провести и для свободного относительного движения точки. В этом случае поворотное ускорение будет отклонять полет точки по вращающемуся диску от прямолинейного. На длине полета, равной диаметру диска, это отклонение будет равно

$$\Delta x = \frac{w_c t^2}{2} = \frac{4\pi v_r}{T} \cdot \frac{t^2}{2}.$$

Время движения точки легко определить: $t = L/v_r$, где L – расстояние полета точки. В свою очередь скорость относительного движения на установке определяется по времени Δt пролета точки между двумя фотодатчиками, разнесенными на расстояние h:

$$v_r = \frac{h}{\Delta t}.$$

Если подставить все эти формулы в выражение для отклонения Δx и преобразовать его, то получится следующая формула:

$$\Delta x = \frac{2\pi L^2}{h} \frac{\Delta t}{T}.$$

Параметры установки - следующие: L = 315 мм, h = 60 мм. Если эти данные подставить в формулу, то получится следующее выражение для отклонения свободно летящей точки:

$$\Delta x = 10,4 \cdot \frac{\Delta t}{T} \text{ м}. \qquad (4.1)$$

Целью лабораторной работы является сравнение реального отклонения движущейся поперек вращающегося диска точки от его диаметра и теоретически рассчитанного по формуле (4.1) отклонения.

ПОДГОТОВКА К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

1. Установить на вращающейся платформе установки модуль «Пушка», подключить разъем кабеля модуля к разъему платформы (см. рис. 9).

Рис. 9
Установка с модулем «Пушка»

2. Провести пристрелку пушки на неподвижной установке:
   a. Взвести пружину, нажав на спусковую кнопку. Малый или большой взвод устанавливать по указанию преподавателя.
   b. Вложить снаряд-диск в зарядное устройство.
   c. Произвести выстрел и отметить на мишени точку попадания x_0. Положительным считать отсчет вправо от нуля. Результат занести в таблицу.
   d. Повторить пп. a – c еще два раза.
   e. Вычислить среднее значение $\langle x_0 \rangle$. Результат занести в таблицу.
3. Подготовка прибора.
   a. Включить прибор (выключатель справа). Убедиться в том, что засветилась панель.
   b. Установить тумблер 1 в положение К2.
   c. Тумблер 2 установить в положение :1.
   d. Тумблер 3 установить в положение «Цикл».
   e. Тумблер 4 установить в положение 1 мс.

ВЫПОЛНЕНИЕ ОПЫТА

1. С помощью ручки «Амплитуда» запустить вращение платформы и довести его период до необходимого.
2. Подождать до тех пор, пока период вращения платформы T не станет постоянным, занести его в таблицу.
3. Перевести тумблер 1 в положение К1, тумблер 4 – в положении 0,1 мс.

4. Нажать на приборе кнопку 5 «Готов».
5. Провести выстрел.
6. Снять с дисплея прибора время полета снаряда Δt в мс, занести в таблицу. Определить также координату x попавшего в мишень снаряда, занести в таблицу.

ПРОВЕДЕНИЕ РАБОТЫ

1. Установить период обращения платформы ~2000 мс, провести выстрел и занести все данные в таблицу.
2. Определить отклонение снаряда от диаметра платформы $\Delta x = x - x_0$, занести в таблицу.
3. Определить по формуле (4.1) теоретическое значение Δx, занести в таблицу.
4. Сделать вывод о верности формулы (1).
5. Повторить пп. 1-4 для периода обращения платформы ~1000 мс.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Передняя панель прибора.

2. Подготовка к работе.

Взвод пружины			
x_0, см			
Среднее значение x_0, см			

3. Проведение работы

№ оп	T, мс	Δt, мс	x, см	Δx, см	Δx теор, см
1					
2					

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутенин Н. В., Лунц Я. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики. В двух томах. Т. 1. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. 272 с.
2. Бухгольц Н. Н. Основной курс теоретической механики. Ч. 1. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1965. 468 с.

Издание подготовлено в авторской редакции.

Подписано в печать 22.03.2024 г.
Отпечатано на оборудовании Издательства Томского государственного университета,
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, тел. (3822) 529-849. E-mail: rio.tsu@mail.ru
Заказ 5820. Тираж 30 экз.