

УДК 537.8

*К.О. КРУЧИНИН, Д.В. КАРЛОВЕЦ***РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ
КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ¹**

Найдено решение задачи о дифракционном излучении, возникающем при наклонном пролете точечной заряженной частицы вблизи тонкого прямоугольного экрана конечных размеров, обладающего конечной проводимостью и частотной дисперсией. Решена задача о дифракционном излучении, возникающем при наклонном пролете заряда через прямоугольную щель в проводящем экране. В случае нулевой ширины щели полученные результаты полностью совпадают с соответствующими результатами теории переходного излучения при произвольных значениях диэлектрической проницаемости и угла падения частицы на поверхность экрана. Полученные выражения для интенсивности излучения описывают помимо дифракционного также черенковский механизм излучения.

Ключевые слова: дифракционное излучение, поляризационное излучение, переходное излучение.

Введение

Дифракционное излучение (ДИ) возникает при пролете заряженной частицы вблизи оптической неоднородности, например при движении заряда в вакууме вблизи проводящего экрана [1]. Данное явление является физически родственным черенковскому излучению и переходному излучению, поскольку возникает в результате динамической поляризации атомов среды полем быстрой заряженной частицы. Потери энергии частицей на поляризационное излучение обычно считаются пренебрежимо малыми по сравнению с ее полной энергией, поэтому движение частицы можно рассматривать как равномерное и прямолинейное. В последние годы обсуждаются идеи использования ДИ для невозмущающей диагностики пучков ускорителей [2].

Теоретические исследования ДИ до недавнего времени ограничивались рассмотрением в основном идеально проводящих поверхностей с применением методов теории дифракции плоских волн. Применительно к задаче о дифракции «непоперечной» волны (т.е. поля заряда) данные методы оказались приближенными [3]. В работах [4, 5] получены решения некоторых задач ДИ для случая, когда диэлектрическая проницаемость экрана слабо отличается от единицы: $|\varepsilon(\omega) - 1| \ll 1$, что справедливо, например, для частот ω выше плазменной. В данной работе развивается метод, позволяющий находить характеристики ДИ для мишеней конечных размеров и обладающих конечной проводимостью. В частности, рассматривается излучение, возникающее при наклонном пролете частицы вблизи прямоугольного экрана, а также при наклонном пролете через щель в экране конечной диэлектрической проницаемости. Существенно, что при стремлении ширины щели к нулю полученное выражение для интенсивности излучения полностью совпадает с результатом теории переходного излучения при произвольном угле падения.

Дифракционное излучение от прямоугольного экрана

Рассмотрим задачу об излучении, возникающем при наклонном пролете точечной заряженной частицы с энергией $\gamma = E/mc^2 = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, где $\beta = v/c$ – относительная скорость частицы, вблизи прямоугольного экрана, обладающего конечной диэлектрической проницаемостью и частотной дисперсией (см. рис. 1).

Для нахождения характеристик излучения воспользуемся методом поляризационных токов, который детально описан в работе [6]. Суть метода состоит в том, что источником излучения слу-

¹ Работа выполнена при поддержке ФЦП Министерства образования и науки РФ «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг., в рамках реализации мероприятия № 1.3.1 (ГК № П1199, Шифр «НК-653П»).

жит поляризационный ток, индуцированный в среде полем равномерно и прямолинейно движущегося заряда, плотность которого для немагнитной среды имеет вид

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega)_{\text{pol}} = \sigma(\omega) (\mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{\text{pol}}(\mathbf{j}_{\text{pol}})). \quad (1)$$

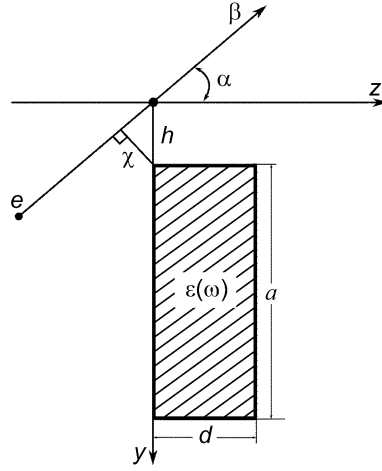


Рис. 1. Схема генерации ДИ от экрана

Здесь \mathbf{E}^0 – поле равномерно и прямолинейно движущегося заряда в вакууме, а \mathbf{E}^{pol} – поле поляризационного излучения. Проводимость среды (мишени) линейно связана с диэлектрической проницаемостью: $\sigma(\omega) = (\varepsilon(\omega) - 1)\omega / 4\pi i$. Используя данный подход, можно получить поле излучения в волновой зоне как решение «вакуумных» уравнений Максвелла с поляризационным током в правой части [6]:

$$\mathbf{H}^{\text{pol}}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{2\pi i}{c} \frac{e^{i\sqrt{\varepsilon(\omega)}r\omega/c}}{r} \mathbf{k} \times \int_{V_T} d^3r' \sigma(\omega) \mathbf{E}^0(\mathbf{r}', \omega) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}'}. \quad (2)$$

Здесь волновой вектор в среде [7] $\mathbf{k} = \omega/c\sqrt{\varepsilon(\omega)}\mathbf{e}$, $\mathbf{e} = \mathbf{r}/r$. Заметим, что учет второго слагаемого в правой части (1) привел лишь к замене «вакуумного» волнового числа ω/c на $\sqrt{\varepsilon(\omega)}\omega/c$ в показателе экспоненты. Интегрирование в (2) ведется лишь по области, занимаемой поляризационным током (по объему мишени на рис. 1). В рассматриваемом случае (2) можно переписать следующим образом (размер экрана вдоль оси x предполагается бесконечным):

$$\mathbf{H}^{\text{pol}}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{2\pi i}{c} \frac{e^{i\sqrt{\varepsilon(\omega)}r\omega/c}}{r} \mathbf{k} \times \int_0^d dz' \int_h^{h+a} dy' \sigma(\omega) \mathbf{E}(k_x, y', z', \omega) e^{-ik_y y' - ik_z z'}. \quad (3)$$

Входящая в (3) фурье-компонента поля частицы может быть найдена из полного фурье-образа поля

$$\mathbf{E}(q, \omega) = \frac{ie}{2\pi^2\omega} \left(\frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{v} - q \cdot q \cdot \mathbf{v} \right) / \left(q^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \delta(\omega - q \cdot \mathbf{v}), \quad (4)$$

где $\mathbf{v} = \{0, -v\sin\alpha, v\cos\alpha\}$; q – импульсная переменная; $\delta(\omega - q \cdot \mathbf{v})$ – дельта-функция Дирака, с помощью обратного преобразования Фурье. В итоге находим интересующую нас фурье-компоненту поля равномерно и прямолинейно движущегося заряда (зависимость диэлектрической проницаемости от частоты далее подразумевается):

$$\mathbf{E}^0(k_x, y', z', \omega) = -\frac{ie}{2\pi v} \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}} \left\{ \beta\gamma\sqrt{\varepsilon} e_x, -\gamma^{-1} \sin\alpha + i \operatorname{sign}(y' + z' \operatorname{tg}\alpha) \times \right. \\ \left. \times \cos\alpha \sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}, \gamma^{-1} \cos\alpha + i \operatorname{sign}(y' + z' \operatorname{tg}\alpha) \sin\alpha \sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2} \right\} \times \quad (5)$$

$$\times e^{iz' \frac{\omega}{v} \cos\alpha} e^{-z' \operatorname{sign}(y' + z' \operatorname{tg}\alpha) \frac{\omega \sin\alpha}{v\gamma} \sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}} e^{-iy' \frac{\omega}{v} \sin\alpha} e^{-\operatorname{sign}(y' + z' \operatorname{tg}\alpha) y' \frac{\omega \cos\alpha}{v\gamma} \sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}}.$$

Здесь знаковые функции дают «+», если мишень расположена ниже траектории частицы, и «-», если выше. В рассматриваемом случае, для излучения «назад», экран расположен ниже траектории заряда (см. рис. 1). Подставляя (5) в (3), получаем поле излучения

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{\text{pol}}(\mathbf{r}, \omega) = & \frac{e\beta\gamma}{4\pi c} \sqrt{\varepsilon}(\varepsilon - 1) \frac{e^{i\sqrt{\varepsilon}r\omega/c}}{r} \mathbf{h} \frac{e^{id\frac{\omega}{c}\left(\beta^{-1}\cos\alpha - \sqrt{\varepsilon}e_z + i\frac{\sin\alpha}{\beta\gamma}\sqrt{1+\varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}\right)} - 1}{\cos\alpha - \beta\sqrt{\varepsilon}e_z + i\gamma^{-1}\sin\alpha\sqrt{1+\varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}} \times \\ & \times \frac{\left(e^{-\frac{a\omega}{v\gamma}\left(\cos\alpha\sqrt{1+\varepsilon(\beta\gamma e_x)^2} + i\beta\gamma\sqrt{\varepsilon}e_y + i\gamma\sin\alpha\right)} - 1 \right) e^{-\frac{\omega}{v\gamma}\cos\alpha\sqrt{1+\varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}}}{\sqrt{1+\varepsilon(\beta\gamma e_x)^2} \left(\cos\alpha\sqrt{1+\varepsilon(\beta\gamma e_x)^2} + i\beta\gamma\sqrt{\varepsilon}e_y + i\gamma\sin\alpha \right)} e^{-ih\left(\frac{\omega}{v}\sin\alpha + \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon}e_y\right)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где используется следующее обозначение:

$$\begin{aligned} \mathbf{h} = & \left\{ \left(\gamma^{-1}\cos\alpha + i\sin\alpha\sqrt{1+\varepsilon(\beta\gamma e_x)^2} \right) e_y + \left(\gamma^{-1}\sin\alpha - i\cos\alpha\sqrt{1+\varepsilon(\beta\gamma e_x)^2} \right) e_z, \right. \\ & \left. \left(\beta\gamma\sqrt{\varepsilon}e_z - \gamma^{-1}\cos\alpha - i\sin\alpha\sqrt{1+\varepsilon(\beta\gamma e_x)^2} \right) e_x, \left(i\cos\alpha\sqrt{1+\varepsilon(\beta\gamma e_x)^2} - \gamma^{-1}\sin\alpha - \beta\gamma\sqrt{\varepsilon}e_y \right) e_x \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Данная формула определяет полное поле дифракционного излучения в среде. Входящие сюда компоненты вектора \mathbf{e} записываются для излучения «назад» через полярный угол в среде θ_m следующим образом: $\mathbf{e} = \{\sin\theta_m \sin\phi, \sin\theta_m \cos\phi, -\cos\theta_m\}$. Для нахождения поля излучения в вакууме нельзя напрямую использовать законы преломления Френеля, так как для хороших проводников излучающие диполи сосредоточены вблизи поверхности раздела, а поле вблизи поверхности не соответствует волновой зоне. Для данных целей можно использовать теорему взаимности [7]

$$\mathbf{E}^{\text{pol(vac)}} \cdot \mathbf{d}^{(\text{vac})} = \mathbf{E}^{\text{pol(m)}} \cdot \mathbf{d}^{(m)}, \quad (8)$$

где $\mathbf{E}^{\text{pol(vac)}}$ – искомое поле излучения в вакууме, создаваемое диполем с моментом \mathbf{d} , расположенным в среде; $\mathbf{E}^{\text{pol(m)}}$ – поле излучения в среде, создаваемое таким же диполем, расположенным в вакууме далеко от границы раздела. Будем считать, что дипольный момент \mathbf{d} ориентирован перпендикулярно границе раздела, то есть в нашем случае вдоль оси z . Пренебрежем преломлением волн на торцах экрана, для этого будем считать экран тонким: $d \ll a$. Здесь же необходимо отметить, что мы не учитываем возможные многократные переотражения волн внутри пластинки, что справедливо лишь для проводящих сред. Раскрывая (8), получаем для плотности излученной энергии dW в единичный элемент телесного угла $d\Omega$ и единичный интервал частот $d\omega$ (см. подробнее [6])

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = cr^2 \left| \mathbf{E}^{\text{pol(vac)}} \right|^2 = \frac{cr^2}{|\varepsilon|^2} \left(|f_H|^2 |H_{\perp}^{\text{pol}}|^2 + |\sqrt{\varepsilon}f_E|^2 |H_{\parallel}^{\text{pol}}|^2 \right). \quad (9)$$

Здесь

$$H_{\perp}^{\text{pol}} = H_x^{\text{pol}} \cos\phi - H_y^{\text{pol}} \sin\phi; \quad H_{\parallel}^{\text{pol}} = \sqrt{(H_z^{\text{pol}})^2 + (H_x^{\text{pol}} \sin\phi + H_y^{\text{pol}} \cos\phi)^2} \quad (10)$$

– составляющие магнитного поля (6), перпендикулярная и параллельная плоскости падения волны на границу раздела; f_H, f_E – коэффициенты Френеля для одной бесконечной границы раздела.

Для того чтобы найти интенсивность излучения в вакууме с помощью (9), необходимо выразить углы излучения в среде через углы в вакууме [7]: $\mathbf{e} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \left\{ \sin\theta \sin\phi, \sin\theta \cos\phi, -\sqrt{\varepsilon} - \sin^2\theta \right\}$. Данное

выражение записано для излучения в направлении «назад», чему соответствует отрицательная z -компонента. В итоге получаем выражение для спектрально-угловой плотности дифракционного излучения «назад»:

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} \right|_{\text{BDR}} &= cr^2 \left| \mathbf{E}^{\text{pol(vac)}} \right|^2 = \frac{e^2\beta^2}{\pi^2 c} \cos^2 \theta \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right|^2 \times \\
 &\times \left| \frac{\exp \left[id \frac{\omega}{c} \left(\beta^{-1} \cos \alpha + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} + \frac{i \sin \alpha}{\beta \gamma} \sqrt{1 + (\beta \gamma \sin \theta \sin \phi)^2} \right) \right] - 1}{\cos \alpha + \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} + i \gamma^{-1} \sin \alpha \sqrt{1 + (\beta \gamma \sin \theta \sin \phi)^2}} \right|^2 \times \\
 &\times \left(\text{sh}^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{v \gamma} \cos \alpha \sqrt{1 + (\beta \gamma \sin \theta \sin \phi)^2} \right) + \sin^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \phi + \frac{a}{2} \frac{\omega}{v} \sin \alpha \right) \right) \times \\
 &\times \left[(1 - \beta^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi)) + 2\beta \sin \alpha \cos \phi \sin \theta \right] \times \\
 &\times (1 + (\beta \gamma \sin \theta \sin \phi)^2)^{-1} \left[\left| \frac{\varepsilon}{\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \left(\cos \alpha (\gamma^{-1} \sin \theta + \right. \right. \right. \\
 &+ i \cos \phi \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \sqrt{1 + (\beta \gamma \sin \theta \sin \phi)^2} + \sin \alpha (i \sin \theta \sqrt{1 + (\beta \gamma \sin \theta \sin \phi)^2} - \\
 &\left. \left. - \gamma^{-1} \cos \phi \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} + \beta \gamma \sin \theta \sin^2 \phi \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \right) \right|^2 + \left| \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \right|^2 \right] \times \\
 &\times (\gamma \sin \phi)^2 \left(\sin^2 \theta + \left| \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \right|^2 \right) \left(1 - \beta^2 \cos^2 \theta + 2\beta \gamma^{-2} \cos \phi \sin \theta \sin \alpha + \right. \\
 &\left. + \gamma^{-2} \sin^2 \alpha \left(\gamma^{-2} - (1 + (\beta \gamma \sin \theta \sin \phi)^2) \right) \right) \left. \right] e^{-\left(\chi + \frac{a}{2} \cos \alpha \right) \frac{2\omega}{v \gamma} \sqrt{1 + (\beta \gamma \sin \theta \sin \phi)^2}}.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь $\chi = h \cos \alpha$ – кратчайшее расстояние от ребра экрана до траектории частицы (импакт-параметр). Формулу для ДИ в направлении «вперед» нельзя получить простой заменой знака перед скоростью частицы, как, например, для ПИ (см. подробнее [6]). В этом случае задача усложняется ввиду того, что при таком положении экрана траектория частицы может его пересекать. Поле излучения опять же находится с помощью (3), с той лишь разницей, что теперь интегрирование по z необходимо производить в пределах от $-d$ до 0, и выход излучения в вакуум по-прежнему рассматривается через плоскость $z = 0$.

Рассмотрим случай, когда частица не пересекает экран. Этому случаю соответствует условие $d < h \text{ctg} \alpha$. Вычисляя поле (3) и подставляя его в формулу для интенсивности, получаем выражение для спектрально-угловой плотности ДИ «вперед» в случае, когда частица не пересекает экран:

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} \right|_{\text{FDR}} &= cr^2 \left| \mathbf{E}^{\text{pol(vac)}} \right|^2 = \frac{e^2\beta^2}{\pi^2 c} \cos^2 \theta \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right|^2 \times \\
 &\times \left| \frac{\exp \left[id \frac{\omega}{c} \left(-\beta^{-1} \cos \alpha + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \right) \right] - \exp \left[-d \frac{\omega \sin \alpha}{v \gamma} \sqrt{1 + (\beta \gamma \sin \theta \sin \phi)^2} \right]}{\cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} + i \gamma^{-1} \sin \alpha \sqrt{1 + (\beta \gamma \sin \theta \sin \phi)^2}} \right|^2 \times \\
 &\times \left(\text{sh}^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{v \gamma} \cos \alpha \sqrt{1 + (\beta \gamma \sin \theta \sin \phi)^2} \right) + \sin^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \phi + \frac{a}{2} \frac{\omega}{v} \sin \alpha \right) \right) \times \\
 &\times \left[(1 - \beta^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi)) + 2\beta \sin \alpha \cos \phi \sin \theta \right] \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2\right)^{-1} \left[\left| \frac{\varepsilon}{\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \left(\cos \alpha \left(\gamma^{-1} \sin \theta - \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - i \cos \phi \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2} \right) + \sin \alpha \left(i \sin \theta \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2} - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \gamma^{-1} \cos \phi \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \right) - \beta\gamma \sin \theta \sin^2 \phi \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \right|^2 + \left| \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \right|^2 \times \\
& \times (\gamma \sin \phi)^2 \left(\sin^2 \theta + \left| \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \right|^2 \right) \left(1 - \beta^2 \cos^2 \theta + 2\beta\gamma^{-2} \cos \phi \sin \theta \sin \alpha + \right. \\
& \left. + \gamma^{-2} \sin^2 \alpha \left(\gamma^{-2} - \left(1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2 \right) \right) \right) \right] e^{-\left(\chi + \frac{a}{2} \cos \alpha \right) \frac{2\omega}{v\gamma} \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2}}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Здесь связь импакт-параметра с расстоянием до начала координат h имеет следующий вид: $\chi = h \cos \alpha - b \sin \alpha$, так как выход излучения в вакуум должен рассматриваться через плоскость $z = 0$. В отличие от ДИ в направлении «назад» (11) выражение для ДИ в направлении «вперед» содержит помимо собственно дифракционного также черенковское излучение. Последнему отвечает полюс интенсивности при условии $\operatorname{Re} \left(\cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} + i \gamma^{-1} \sin \alpha \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2} \right) = 0$. Данное выражение при $\alpha \rightarrow 0$ переходит в известное условие Черенкова, записанное в «вакуумных» переменных.

Полагая в формулах (11) и (12) $\alpha = 0$, получаем выражения, полностью совпадающие с полученными в [6]. Переходя к пределу идеального проводника ($\varepsilon \rightarrow \infty$), получаем выражение для интенсивности ДИ «назад» от идеально проводящей полуплоскости:

$$\begin{aligned}
\left. \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} \right|_{\varepsilon \rightarrow \infty}^{a \rightarrow \infty} &= \frac{e^2}{4\pi^2 \gamma^2 c} \left[\left(1 - \beta^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \alpha \left(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi \right) + 2\beta \sin \alpha \cos \phi \sin \theta \right) \times \right. \\
& \times \left. \left(1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2 \right)^{-1} \left(\sin^2 \theta \left(\sin \alpha \cos \phi - \beta\gamma^2 \sin \theta \sin^2 \phi \right)^2 + \gamma^2 \cos^2 \alpha \left(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \phi \right) \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \left(1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2 \right) + \cos^2 \theta \left(\sin^2 \alpha + (\beta\gamma^2 \sin \theta \sin \phi)^2 \right) \right) \right] e^{-\chi_1 \frac{2\omega}{v\gamma} \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2}}.
\end{aligned} \tag{13}$$

Данная формула совпадает с полученной ранее другим методом в работе [8].

Рассмотрим некоторые особенности излучения от мишени, обладающей конечной диэлектрической проницаемостью. Для прозрачного вещества при малых углах падения α и при выполнении условия Черенкова интенсивность ДИ мала и основной вклад вносит черенковское излучение.

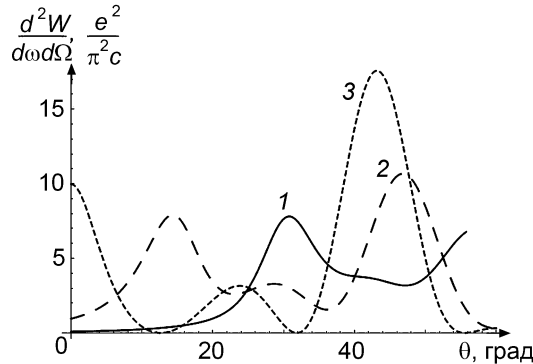


Рис. 2. Спектрально-угловая плотность дифракционного излучения «вперед» для различных углов падения: $\varepsilon = 1,5 + 0i$, $\gamma = 10$, $\chi_2 = 1$ мм, $\lambda = 1$ мм, $d = 1$ см, $a = 5\gamma\lambda$, $\phi = 180^\circ$, $\alpha = 0^\circ$ (кр. 1), 15° (кр. 2) и 30° (кр. 3)

При увеличении угла падения интенсивность ДИ начинает возрастать и максимум, приходящийся на черенковское излучение, начинает смещаться в область больших углов (см. рис. 2).

Дифракционное излучение от щели в прямоугольном экране

Задачей, близкой к рассмотренной выше, является определение излучения, возникающего при наклонном пролете заряженной частицы через щель шириной $2h$ в прямоугольном экране произвольной проводимости. Данная задача рассматривалась ранее лишь в приближении идеальной проводимости [8]. Анализ для случая произвольной проводимости мишени и учета ее конечных размеров не проводился.

В общем случае, когда траектория частицы может пересечь экран, для поля излучения по аналогии с (4) получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{\text{pol}}(\mathbf{r}, \omega) = & \frac{e\beta\gamma}{4\pi c} \sqrt{\varepsilon} (\varepsilon - 1) \frac{e^{i\sqrt{\varepsilon}r\omega/c}}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}} \left[\frac{\mathbf{h}}{\xi} \left(\frac{1}{\varkappa} \left(\left(e^{\frac{id\omega}{v}\varkappa} - 1 \right) \left(e^{-\frac{a\omega}{v\gamma}\xi} - 1 \right) e^{-\frac{h\omega}{v\gamma}\xi} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + e^{\frac{h\omega}{v\gamma}\xi} e^{\frac{id\omega}{v}\varkappa} \left(1 - \exp \left[i \frac{\omega}{v} \varkappa (h \text{ctg} \alpha - d) \Theta(d - h \text{ctg} \alpha) \right] \right) \right) - \frac{e^{-\frac{id\omega}{v}\Delta}}{\Delta} \left(1 - \exp \left[i \frac{\omega}{v} \Delta (h \text{ctg} \alpha - d) \times \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \times \Theta(d - h \text{ctg} \alpha) \right] \right) \right] + \frac{\mathbf{h}^*}{\xi^*} \left(\frac{e^{-\frac{h\omega}{v\gamma}\xi^*}}{\varkappa^*} \left(e^{-\frac{a\omega}{v\gamma}\xi^*} - 1 + e^{-\frac{id\omega}{v}\varkappa^*} \left(\exp \left[i \frac{\omega}{v} \varkappa^* (d - h \text{ctg} \alpha) \Theta(d - h \text{ctg} \alpha) \right] - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - \exp \left[-a \frac{\omega}{v\gamma} \xi^* \right] \right) \right) - \frac{e^{-\frac{id\omega}{v}\Delta}}{\Delta} \left(1 - \exp \left[-i \frac{\omega}{v} \Delta (d - h \text{ctg} \alpha) \Theta(d - h \text{ctg} \alpha) \right] \right) \right] \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь используются следующие обозначения: $\varkappa = \cos \alpha - \beta\sqrt{\varepsilon}e_z + i\gamma^{-1} \sin \alpha \sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}$; $\xi = -i\beta\gamma\sqrt{\varepsilon}e_y - i\gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}$; $\Delta = \cos^{-1} \alpha \left(1 + \beta \left(\sqrt{\varepsilon}e_y \sin \alpha - \sqrt{\varepsilon}e_z \cos \alpha \right) \right)$; Θ – единичная ступенчатая функция.

Выражение для спектрально-угловой плотности излучения в общем случае имеет довольно громоздкий вид, и мы не будем его выписывать. Для конкретных расчетов проще использовать формулу (14) и любой стандартный математический пакет. При нулевой ширине щели ($b \rightarrow 0$), а также при бесконечных размерах экрана ($a \rightarrow \infty$, $d \rightarrow \infty$) выражение (14) при подстановке в формулу для интенсивности (9) дает известное выражение

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = & \frac{e^2\beta^2}{\pi^2 c} \cos^2 \alpha \cos^2 \theta |\varepsilon - 1|^2 \left| 1 + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi + \beta \cos \alpha \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \right|^{-2} \times \\ & \times \left(\left((1 + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi)^2 - \beta^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \theta \right) \sin \theta \right)^{-2} \left[\frac{1}{\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \times \right. \\ & \left. \times \left(\left(1 + \beta \cos \alpha \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} - \beta^2 \cos^2 \alpha + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi \right) \sin^2 \theta + \right. \right. \\ & \left. \left. + \beta^2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \theta \cos \phi \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \right) \right]^2 + \left| \frac{1}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \right|^2 \left(\beta^2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \theta \cos \theta \sin \phi \right)^2, \end{aligned} \quad (15)$$

полученное в работе Пафомова [9] другим методом. Заметим, что формула (14) справедлива в самом общем случае пролета частицы через щель. Однако, имея в виду практические приложения, рассмотрим случай, когда частица не пересекает экран. В нашем случае это отвечает условию $d < h \text{ctg} \alpha$, при котором поле (14) примет следующий вид:

$$\mathbf{H}^{\text{pol}}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e\beta\gamma}{4\pi c} \sqrt{\varepsilon} (\varepsilon - 1) \frac{e^{i\sqrt{\varepsilon}r\omega/c}}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}} \times \left(\frac{\mathbf{h}}{\varkappa\xi} \left(e^{i\frac{\omega}{v}\varkappa} - 1 \right) \left(e^{-\frac{\omega}{v\gamma}\xi} - 1 \right) e^{-\frac{\omega}{v\gamma}\xi} + \frac{\mathbf{h}^*}{\varkappa^*\xi^*} \left(e^{-i\frac{\omega}{v}\varkappa^*} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{\omega}{v\gamma}\xi^*} \right) e^{-\frac{\omega}{v\gamma}\xi^*} \right). \quad (16)$$

В пределе идеальной проводимости ($\text{Im}\varepsilon \rightarrow \infty$) выражение (16) при подстановке в формулу для интенсивности (9) дает результат, в точности совпадающий с полученным в [7] другим методом.

Так как рассмотренная задача является схожей с разобранный выше, интенсивность ДИ от щели имеет характерный вид с минимумом в направлении движения частицы. Учет конечной диэлектрической проницаемости приводит к тому, что кривая углового распределения ДИ приобретает осцилляционный характер для сред со слабым поглощением. В пределе идеальной проводимости кривая приобретает характерный вид с двумя максимумами, наблюдаемыми под углами $\theta \sim \gamma^{-1}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотовский Б.М., Воскресенский Г.В. // УФН. – 1966. – Т. 88. – № 2. – С. 209–251.
2. Castellano M. // Nucl. Instrum. Methods. – 2010. – V. A614. – P. 163–168.
3. Karlovets D.V. and Potylitsyn A.P. // Phys. Lett. – 2009. – V. A373. – P. 1988–1996.
4. Potylitsyn A.P., Ryazanov M.I., Strikhanov M.N., and Tishchenko A.A. Diffraction radiation from relativistic particles. – Berlin; Heldenberg: Springer, 2010.
5. Shul'ga N.F. and Syshchenko V.V. // J. Phys. Conf. Ser. – 2010. – V. 236. – P. 012010 (1–5).
6. Карловец Д.В., Потылицын А.П. // Письма в ЖЭТФ. – 2009. – Т. 90. – Вып. 5. – С. 368–373.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.И. Электродинамика сплошных сред. – М.: Физматлит, 2005.
8. Карловец Д.В., Потылицын А.П. // ЖЭТФ. – 2008. – Т. 134. – № 5 (11). – С. 887–902.
9. Пафомов В.Е. // Труды ФИАН. – 1969. – Т. XLIV. – С. 28–167.

Национальный исследовательский
Томский политехнический университет, г. Томск, Россия
E-mail: konkruz@gmail.com; karlovets@tpu.ru

Поступила в редакцию 02.02.11.