ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
№ 2 ФИЗИКА 2010

УДК 539.18

В.В. СКОБЕЛЕВ

РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К КУЛОНОВСКИМ УРОВНЯМ ЭНЕРГИИ И ИЗЛУЧЕНИЕ ВОДОРОДОПОДОБНОГО АТОМА В СВЕРХСИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассчитана вероятность и интенсивность излучения водородоподобного атома в сильном магнитном поле $B >> Z^{2\alpha 2}B_0$, $\alpha = e^2/c\hbar = 1/137$, $B_0 = m^2c^3/e\hbar = 4{,}41\cdot 10^{13}$ Гс. Обсуждается роль поляризации электронно-позитронного вакуума.

Ключевые слова: *излучение, магнитное поле, водородоподобный атом.*

1. Введение. Одномерный водородоподобный атом

В ряде случаев наличие сильного магнитного поля приводит к упрощению соответствующего математического аппарата.

Так, например, в [1, 2][1] было показано, что в достаточно сильном магнитном поле релятивистская квантовая теория взаимодействия электронов и фотонов (нейтрино, аксионов) приобретает двумерно-ковариантный вид в подпространстве (0,3) (ось 3 – вдоль поля), что значительно упрощает вычисления (см. также п. 2).

С другой стороны, в [3] показано, что в сильном магнитном поле величиной

$$B >> Z^2\alpha^2 B_0, \tag{1}$$

$$\alpha = e^2/c\hbar = 1/137,$$

$$B_0 = m^2c^3/e\hbar = 4{,}41\cdot 10^{13}\ \text{Гс},$$

где m – масса электрона (далее здесь и в п. 3 используем обычные единицы, сохраняя в формулах постоянные c и $\hbar$), трехмерная задача о движении электрона в поле ядра вырождается в одномерную, что, очевидно, на порядок упрощает расчеты.

Согласно [3], состояния двукратно вырождены по четности, а волновая функция имеет вид

$$\Psi_n^{(\pm)} = \begin{cases} \chi_n, & z > 0, \\ \pm\chi_n, & z < 0; \end{cases} \tag{2a}$$

$$\begin{cases} \chi_n = K_n \exp\left(-\dfrac{x}{2}\right) x\Phi(1-n, 2; x), \\ K_n = \left(\dfrac{Z}{2nz_0}\right)^{1/2}, \\ x = \dfrac{2Z}{n}\dfrac{|z|}{z_0},\ n = 1, 2, 3..., \\ z_0 = \hbar^2/me^2, \end{cases} \tag{2b}$$

где Ф – вырожденная гипергеометрическая функция [4], а квантованные значения энергии совпадают с обычными[2]:

---

[1] При конкретном расчете в работе [2] сделано упущение: не указано дополнительное ограничение на величину поля $|eB| >> \kappa_m^2$ ($\kappa_m \sim r_n^{-1}$ – максимальный переданный импульс, r_n – радиус ядра).

[2] Отметим, что в кулоновском поле существует зависящее от магнитного поля значение энергии e_0 на основном уровне Ландау (формула (8) § 112 [3]). В работе рассматриваются переходы между кулоновскими уровнями дискретного спектра, разность энергий которых (а значит, вероятность и интенсивность) не зависит от e_0.

$$E_n = -\frac{(Ze^2)^2 m}{2\hbar^2 n^2}. \tag{3}$$

Для теории «одномерного» атома основным является следующее интегральное соотношение 7.622.1 [4], справедливое при любых Re $s > 0$ [3]:

$$\int_0^\infty e^{-st} t\,\Phi(a,2;t)\,\Phi(\alpha,2;\lambda t)dt = A(s)F(a,\alpha;2;\lambda(s-1)^{-1}(s-\lambda)^{-1}),$$
$$A(s) = (s-1)^{-a}(s-\lambda)^{-\alpha} s^{a+\alpha-2}. \tag{4}$$

Здесь $F(\alpha,\beta;\gamma;z)$ – гипергеометрический ряд [4].

Если ввести безразмерную плотность вероятности

$$w_n = \left[\frac{\chi(x)}{(n-1)!K_n}\right]^2, \quad x = \frac{2Z}{n}\xi, \quad \xi = \frac{|z|}{z_0},$$

то для водорода ($Z = 1$) численные расчеты дают следующие графики функции $w_n(\xi)$ для нескольких значений n (рис. 1).

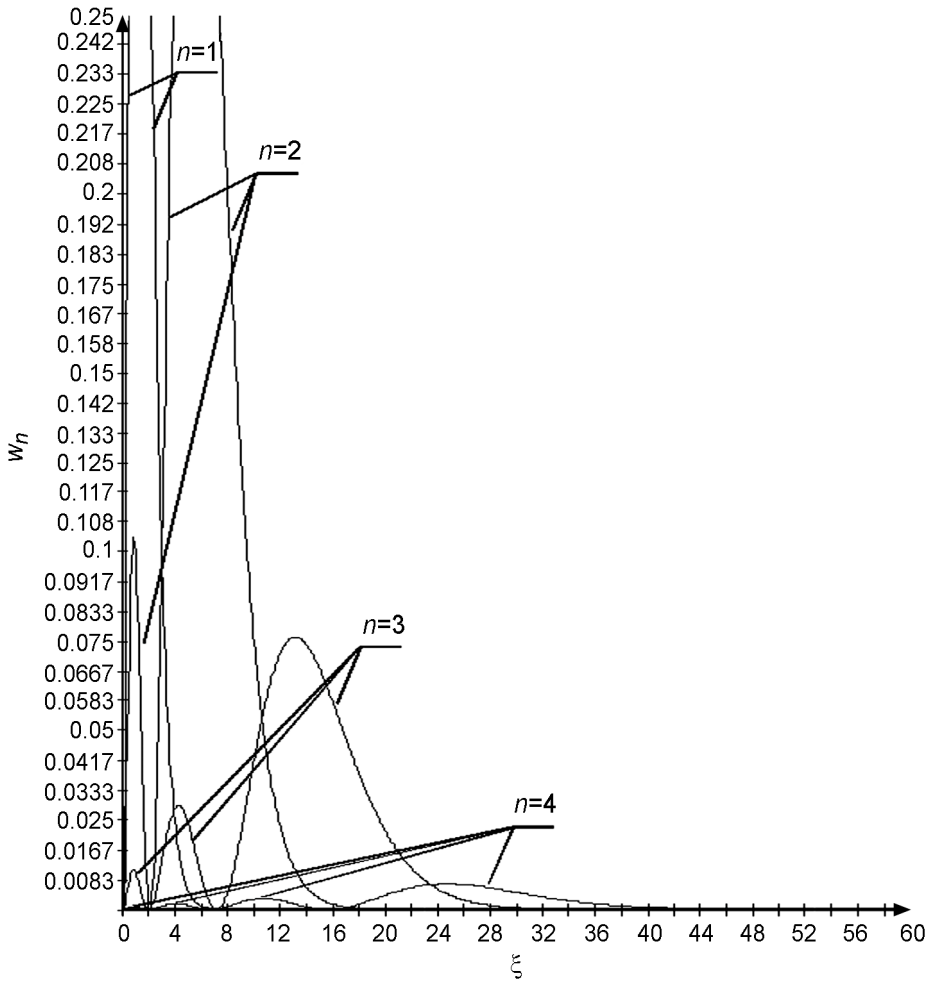

Рис. 1

Эти графики можно следующим образом проиллюстрировать, давая альтернативное полуклассическое решение упомянутой задачи 3, § 112 из [3]. Именно, в «области движения электрона» от $-z_n$ до z_n образуется стоячая дебройлевская волна с узлами на границах и в центре, так что в этом интервале должно укладываться четное число полуволн

[3] Это имеет место, если Ф и F представлены конечными рядами, как в нашем случае (a и α – целые и отрицательные либо равны нулю).

$$2n = \int_{-z_n}^{z_n} \frac{dz}{(\lambda(z)/2)} = 4\int_0^{z_n} \frac{dz}{\lambda(z)},$$

где

$$-\frac{Ze^2}{z_n} = E, \qquad \lambda(z) = \frac{h}{|p_z|} = \frac{h}{\sqrt{2m\left(E + \frac{Ze^2}{z}\right)}}.$$

После простых преобразований получаем

$$n = \frac{2Ze^2}{h}\left(\frac{2m}{-E}\right)^{1/2} \int_0^1 dy \sqrt{\frac{1-y}{y}}.$$

Интеграл равен $\pi/2$, и для энергии E_n снова имеем значение (3). Таким образом, число «пучностей» на полуоси z равно n, что и подтверждает рис. 1.

2. Радиационные поправки к кулоновскому потенциалу и значениям энергии

Как известно, поляризация электронно-позитронного вакуума приводит к модификации кулоновского потенциала и, следовательно, к перестройке уровней энергии, в том числе и одномерного атома.

В наших целях значение индукции магнитного поля удобно разбить на две области:

$$\text{a)}\ B_0 >> B >> Z^2\alpha^2 B_0,$$

$$\text{b)}\ B >> B_0, \tag{5}$$

причем в обеих областях имеет место одномерная интерпретация водородоподобного атома.

В области «а» поправка к кулоновскому потенциалу была найдена в работе [5] и имеет вид

$$\begin{cases} \delta_a\phi = \dfrac{(Ze)}{r}\dfrac{\alpha}{45\pi}\left(\dfrac{B}{B_0}\right)^2\left[2 - \dfrac{7}{2}\sin^2\theta\right], \\ r >> \lambda_C, \quad \lambda_C = \hbar/mc, \end{cases} \tag{6}$$

где θ – угол между $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{B}$,

$$\begin{cases} \delta_a\phi = -\dfrac{7\alpha}{9\cdot 2^7}\dfrac{(Ze)}{\lambda_C}\left(\dfrac{B}{B_0}\right)^2, \\ r << \lambda_C. \end{cases} \tag{7}$$

Поскольку $z_0 >> \lambda_C$, то в одномерном случае имеет значение поправка (6), а независящая от координат поправка (7) вообще не меняет физических результатов.

Очевидно, в одномерном случае следует положить $\theta = 0$, и поправка равна

$$\delta_a\phi = \frac{(Ze)}{|z|}\frac{2\alpha}{45\pi}\left(\frac{B}{B_0}\right)^2.$$

Таким образом, учет поляризации вакуума в области «а» значений поля сводится к замене

$$Z \to Z\left[1 + \frac{2\alpha}{45\pi}\left(\frac{B}{B_0}\right)^2\right] \tag{8}$$

в формулах п. 1, что, в свою очередь, приводит к ультрафиолетовому сдвигу всех спектральных линий.

Для определения поправки к потенциалу в случае «b» воспользуемся стандартной процедурой. Именно, поправка определяется через поляризационный оператор фотона $P(k)$ [6] (далее постоянные $\hbar$ и c опускаем)

$$\delta_b\phi = \int e^{i(kr)}\left[-\frac{4\pi(Ze)}{(k^2)^2}\right]P(k)\,|_{k_0=0}\,\frac{d^3k}{(2\pi)^3}. \tag{9}$$

В свою очередь, поляризационный оператор связан с поляризационным тензором $P_{\mu\nu}(k)$:

$$P_{\mu\nu}(k) = P(k)\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right). \tag{10}$$

В сверхсильном магнитном поле $B >> B_0$ поляризационный оператор был вычислен в работе [7] с использованием развиваемого двумерно-ковариантного формализма, причем расходимость устранялась в предположении калибровочно-инвариантной структуры $P_{\mu\nu}(k)$ (10). Покажем здесь, что расходимость сокращается «сама по себе» в рамках формализма, а калибровочно-инвариантная структура (10) получается при этом «автоматически».

По определению, поляризационный тензор в однопетлевом приближении равен

$$P_{\mu\nu}(k) = 4\pi\alpha i\int d^4x e^{i(kx)}\mathrm{Tr}\left\{\gamma_\mu G(x)\gamma_\nu G(-x)\right\}, \tag{11}$$

где $G(x)$ – зависящая от разности координат часть функции Грина в сверхсильном магнитном поле [1, 2]. Подставляя её в формулу (11) и переходя к двумерным γ-матрицам и сверткам [1, 2], получаем

$$P_{\mu\nu}(k) = \frac{2i\alpha\gamma}{(2\pi)^2}\exp\left(-\frac{k_\perp^2}{2\gamma}\right)\int d^2p\,\mathrm{Tr}\left\{\gamma_\mu\frac{\hat p + m}{p^2 - m^2}\gamma_\nu\frac{\hat p - \hat k + m}{(p-k)^2 - m^2}\right\}, \tag{12}$$

$$k_\perp^2 = k_1^2 + k_2^2.$$

Формально это выражение логарифмически расходится. Покажем, однако, что в силу свойств γ-матриц в двумерном подпространстве (0,3) расходимость исчезает. После фейнмановской параметризации и трансляционной замены переменной выражение (12) приобретает вид

$$P_{\mu\nu}(k) = \frac{2i\alpha\gamma}{(2\pi)^2}\exp\left(-\frac{k_\perp^2}{2\gamma}\right)\int_0^1 dx\int\frac{d^2p}{\left[p^2 + k^2x(1-x) - m^2\right]}\mathrm{Tr}\left\{\gamma_\mu\hat p\gamma_\nu\hat p - x(1-x)\gamma_\mu\hat k\gamma_\nu\hat k + m^2\gamma_\mu\gamma_\nu\right\}.$$

Логарифмически расходящееся слагаемое в скобках исчезает в силу свойств двумерных γ-матриц [1, 2]:

$$\gamma_\mu\hat p\gamma_\nu\hat p => \gamma_\mu\gamma^\alpha\gamma_\nu\gamma_\alpha \equiv 0,$$

вследствие чего $\mathrm{Tr}\left\{-//-\right\} = 2\left\{-2x(1-x)k_\mu k_\nu + k^2x(1-x)g_{\mu\nu} + m^2g_{\mu\nu}\right\}$.

Выполняя также интегрирование по d^2p, получаем

$$P_{\mu\nu} = -\frac{\alpha\gamma}{\pi}\exp\left(-\frac{k_\perp^2}{2\gamma}\right)\int_0^1\frac{dx}{\left[-k^2x(1-x) + m^2\right]}\left\{-2x(1-x)k_\mu k_\nu + k^2x(1-x)g_{\mu\nu} + m^2g_{\mu\nu}\right\}$$

или

$$P_{\mu\nu} = -\frac{2\alpha\gamma}{\pi}\exp\left(-\frac{k_\perp^2}{2\gamma}\right)\int_0^1 dx\frac{k^2x(1-x)}{\left[-k^2x(1-x) + m^2\right]}\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right) - \frac{\alpha\gamma}{\pi}\exp\left(-\frac{k_\perp^2}{2\gamma}\right)g_{\mu\nu}.$$

Последнее слагаемое здесь должно быть отброшено («вычтено») как независящее от импульсов в (0,3), и, таким образом, поляризационный оператор равен

$$P(k) = \exp\left(-\frac{k_\perp^2}{2\gamma}\right)P(k^2), \qquad P(k^2) = -\frac{2\alpha\gamma}{\pi}k^2\int_0^1\frac{dxx(1-x)}{\left[-k^2x(1-x) + m^2\right]}. \tag{13}$$

Интегрирование по x приводит к следующему результату [7]:

$$P(k^2)=\frac{2\alpha\gamma}{\pi}\left[1-\frac{2}{\sqrt{\Delta}}\ln\frac{\sqrt{\Delta}-k^2/m^2}{\sqrt{\Delta}+k^2/m^2}\right],\qquad \Delta=\left(\frac{k^2}{m^2}\right)^2-4\left(\frac{k^2}{m^2}\right),k^2<0\,. \tag{14}$$

Вычисляя поправку к потенциалу в случае «b» (9), подставляем значение $P(k)$ (13), (14) и переходим к цилиндрическим координатам:

$$\delta_b\phi=-\frac{4\pi(Ze)}{2(2\pi)^3}\int P(-k_3^2)\frac{\exp\left[i\left(k_\perp r_\perp\cos\varphi+k_3 z\right)-\dfrac{k_\perp^2}{2\gamma}\right]}{\left(k_\perp^2+k_3^2\right)^2}d\varphi dk_\perp^2 dk_3\,. \tag{15}$$

Интегрируя по углу, находим

$$\delta_b\phi=-\frac{(Ze)}{(2\pi)}\int\frac{\exp\left(ik_3 z-\dfrac{k_\perp^2}{2\gamma}\right)J_0\left(k_\perp r_\perp\right)P\left(-k_3^2\right)}{\left(k_\perp^2+k_3^2\right)^2}dk_\perp^2 dk_3.$$

Очевидно, что $\left(k_\perp^2\right)_{\text{eff}}\sim\left(k_3^2\right)_{\text{eff}}$, и поскольку (см. далее формулу (16) и комментарии) $\left(k_3^2\right)_{\text{eff}}<<\gamma$, то второе слагаемое в экспоненте можно опустить. Таким образом,

$$\delta_b\phi=-\frac{(Ze)}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dk_3e^{ik_3z}P(-k_3^2)\int\limits_0^{\infty}\frac{k_\perp dk_\perp J_0(k_\perp r_\perp)}{\left(k_\perp^2+k_3^2\right)^2}\,.$$

Интеграл по $dk_\perp$ можно взять с использованием соотношения 6.532.4 [4], применяя операцию дифференцирования по параметру. Выполняя также элементарное преобразование интеграла по dk_3, получаем

$$\delta_b\phi=\frac{(Ze)}{\pi}r_\perp\int\limits_0^{\infty}dk_3\frac{\cos(k_3z)P(-k_3^2)}{k_3}K_0^{'}(r_\perp k_3)\,, \tag{16}$$

где производная $K_0^{'}$ берется по аргументу.

В силу сделанного предположения $\left(k_3^2\right)_{\text{eff}}<<\gamma$ выражение (16) справедливо в области значений $r_\perp>>1/\sqrt{\gamma}$. Если также считать $r_\perp>>\lambda_c$, то $\left(k_3^2\right)_{\text{eff}}<<m^2$ и (см. (13), (14)) $P\left(-k_3^2\right)\approx\dfrac{\alpha\gamma k_3^2}{3\pi m^2}$, после чего находим, интегрируя по частям:

$$\delta_b\phi=\frac{\alpha\gamma(Ze)}{3\pi^2m^2}\int\limits_0^{\infty}dk_3\left\{-\cos(k_3z)K_0(r_\perp k_3)+z\sin(k_3z)k_3K_0(r_\perp k_3)\right\}.$$

Используя интеграл 6.671.14 [4], а также значение его производной по параметру, находим для рассмотренных значений $r_\perp$:

$$\delta_b\phi=-\frac{\alpha\gamma(Ze)}{6\pi m^2}\frac{r_\perp^2}{\left(r_\perp^2+z^2\right)^{3/2}}\,.$$

В этой формуле нельзя перейти к одномерному случаю $r_\perp=0$ в силу принятых условий, а для этого следует положить $r_\perp=0$ в исходной формуле (15):

$$\delta_b\phi\approx-\frac{4\pi(Ze)}{2(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dk_3e^{ik_3z}P(-k_3^2)\int\limits_0^{\infty}\frac{\exp\left(-\dfrac{k_\perp^2}{2\gamma}\right)}{\left(k_\perp^2+k_3^2\right)^2}dk_\perp^2\,,$$

где мы проинтегрировали по $d\varphi$ (что сводится к умножению на 2π). Поскольку $\left(k_3^2\right)_{\text{eff}} \sim m^2$ (см. далее (17), (18)), то $\left(k_\perp^2\right)_{\text{eff}} \sim \left(k_3^2\right)_{\text{eff}} \sim m^2 << \gamma$, и экспоненту во втором интеграле можно опустить, что дает

$$\delta_b\phi = -\frac{4\pi(Ze)}{2(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dk_3 e^{ik_3 z}}{k_3^2}P(-k_3^2)\,. \tag{17}$$

Вводя обозначения $x = \frac{k_3}{m}, a = \frac{z}{\lambda_C}$, получаем с использованием (14)

$$\delta_b\phi = -\frac{2(Ze)\alpha}{\pi^2\lambda_C}\left(\frac{B}{B_0}\right)\int\limits_0^{\infty}dx\cos(ax)D(x^2)\,, \qquad D(x^2) = \frac{1}{x^2}\left\{1 - \frac{2}{\sqrt{x^2(x^2+4)}}\ln\frac{\sqrt{x^2(x^2+4)}+x^2}{\sqrt{x^2(x^2+4)}-x^2}\right\}. \tag{18}$$

Заметим, что в интегралах (17), (18) нет нужды деформировать контур интегрирования с переходом к ImP, как это делается в четырехмерном случае [6], поскольку в двумерном подпространстве выражение P сходится и конечно.

Из-за сходимости интеграла на $x \sim 1$ при $a << 1$ можно опустить $\cos(ax)$ в интеграле (18) и $\delta_b\phi$, как и в случае «а», не зависит от координат:

$$\delta_b\phi \approx -\frac{2(Ze)\alpha}{\pi^2\lambda_C}\left(\frac{B}{B_0}\right)J\,, \qquad J = \int\limits_0^{\infty}dxD(x^2) \approx 0{,}617\,.$$

В интересующем нас случае $a >> 1$ основной вклад в интеграл будет в области $0 \le x \le 1$, так что

$$\delta_b\phi \approx -\frac{2(Ze)\alpha}{\pi^2\lambda_C}\left(\frac{B}{B_0}\right)\int\limits_0^1 dx\cos(ax)D(x^2).$$

Этот интеграл можно оценить следующим образом. Представим $D(x^2)$ в виде ряда

$$D(x^2) = \sum_{k=0}^{\infty}C_k(x^2)^k\,. \tag{19}$$

Интеграл от отдельного члена ряда равен

$$C_k\int\limits_0^1 dx\cos(ax)(x^2)^k = C_k\frac{1}{a^{2k+1}}\int\limits_0^a dy\cos y\left(y^2\right)^k \approx C_k\left\{\frac{\sin a}{a} - \frac{2k}{a^{2k+1}}\int\limits_0^a dy\sin y\cdot y^{2k-1} + \cdots\right\},$$

причем каждый последующий член ряда в a раз меньше предыдущего.

Оставляя лишь главный (первый) член ряда и учитывая, что, согласно (19), $\sum\limits_{k=0}^{\infty}C_k = D(1) = 0{,}14$, получаем в случае $a >> 1$

$$\delta_b\phi \approx -\frac{2(Ze)\alpha}{\pi^2\lambda_C}D(1)\left(\frac{B}{B_0}\right)\frac{\sin\left(\frac{z}{\lambda_c}\right)}{\left(\frac{z}{\lambda_c}\right)}. \tag{20}$$

Решить одномерное уравнение Шредингера с такой поправкой к потенциалу, разумеется, невозможно. Но можно оценить поправку к энергии δE по теории возмущений:

$$\delta E_n = \int\limits_{-\infty}^{\infty}dz\left(-e\delta_b\right)\phi(z)\Psi_n^2\,,$$

где Ψ_n определяется формулами (2). После простых преобразований имеем

$$\delta E_n = \frac{2n\alpha D(1)\left(\frac{B}{B_0}\right)}{\pi^2}\left|E_n\right|\int_0^\infty dt e^{-t} t\,\Phi^2(1-n,2;t)\sin(bt), \qquad b=\frac{n}{2Z\alpha}, \tag{21}$$

где E_n – энергия невозмущенного состояния (3).

Для вычисления этого интеграла достаточно в формуле (4) положить $\lambda = 1, s = 1 - ib$ и взять мнимую часть полученного выражения.

С учетом значения $b \sim 1/\alpha >> 1$ результат имеет вид

$$\delta E_n \approx \frac{32(Z\alpha)^3\alpha D(1)\left(\frac{B}{B_0}\right)\left|E_n\right|}{\pi^2 n} = \frac{16(Z\alpha)^3\alpha D(1)\left(\frac{B}{B_0}\right)}{\pi^2}\frac{(Ze^2)^2 m}{n^3}. \tag{22}$$

Следует упомянуть еще о двух видах поправок к кулоновским уровням энергии: 1) поправка на собственную энергию электрона, 2) зависящая от магнитного поля поправка к уровням (3).

В случае $B >> B_0$ (диапазон (*b*)) обе поправки логарифмически зависят от (B/B_0) [3, 8], в то время как найденная поправка (22) – линейно. Оценки показывают, что при B > (~) 10^{16} Гс поправка (22) доминирует.

В узком диапазоне (*a*) значений поля сделать оценки вкладов «1», «2» не удалось.

3. Излучение одномерного водородоподобного атома

Вероятность дипольного излучения в единицу времени при переходе $n \to n'$ равна [9]

$$A_{nn'} = \frac{4}{3}\frac{e^2\omega^3}{c^3\hbar}\left(z\right)^2_{n'n}, \qquad \omega = (E_n - E_{n'})/\hbar, \tag{23}$$

где $\left(z\right)_{n'n} = \int_{-\infty}^{\infty} dz z \Psi_{n'}{}^* \Psi_n$.

Очевидно, $\left(z\right)_{n'n} \neq 0$ лишь для переходов чет. $\Leftrightarrow$ нечет.

Тогда в соответствии с определением (2) легко получить, что

$$\left(z\right)_{n'n} = \frac{z_0}{4Z}\frac{n^{5/2}}{n'^{3/2}} J_{nn'}; \tag{24}$$

$$J_{nn'} = \int_0^\infty dt t^3 e^{-s_\lambda t}\Phi(1-n,2;t)\,\Phi(1-n',2;\lambda t), \quad s_\lambda = \frac{1}{2}(1+\lambda), \quad \lambda = n/n'. \tag{25}$$

Из сравнения с формулой (4) видно, что $J_{nn'} = \frac{d^2}{ds^2}(AF)\Big|_{s=s_\lambda}$. После вычислений для матричного элемента получаем

$$z_{n'n} = 8(-1)^{n'}\left(\frac{Z_0}{Z}\right)\frac{(nn')^{5/2}}{(n-n')^4}\left(\frac{n-n'}{n+n'}\right)^{n+n'}\tilde{F}, \tag{26}$$

$$\tilde{F} = \left(\frac{2nn'}{n+n'} - 1\right)F(1-n,1-n';2;-x) + xF', \quad x = \frac{4nn'}{(n-n')^2},$$

а производная F' берется по аргументу.

Для вероятности (23) с учетом значения ω находим

$$\begin{cases} A_{nn'} = \dfrac{32}{3}\alpha(Z\alpha)^4\left(\dfrac{c}{\lambda_C}\right)J(n,n'), \\ J(n,n') = \left(\dfrac{n-n'}{n+n'}\right)^{2(n+n')}\dfrac{(n-n')^{-5}(n+n')^3}{(nn')}\tilde{F}^2. \end{cases} \tag{27}$$

Соответственно вероятность перехода с уровня «n» на все «нижележащие» кулоновские уровни равна

$$A_n = \frac{32}{3}\alpha\left(Z\alpha\right)^4\left(\frac{c}{\lambda_C}\right)J(n),\ \ J(n) = \sum_{n'=1}^{n-1} J(n,n')\,. \tag{28}$$

Время жизни в возбужденном состоянии $\tau_n = [A_n]^{-1}$. Значения функции $J\left(n\right)$ для нескольких «n» приведены в табл. 1. Интенсивность излучения при переходе $n \to n'$ равна

$$W_{nn'} = N_n \hbar\omega A_{nn'},$$

где N_n – число атомов в состоянии «n».

Таблица 1

n	2	3	4	5	6
$J(n)$	$2\cdot10^{-3}$	$8\cdot10^{-4}$	$3\cdot10^{-4}$	$2\cdot10^{-4}$	10^{-4}

С учетом формулы (27) и значения ω находим

$$W_{nn'} = \frac{16}{3}N_n\alpha\left(Z\alpha\right)^6\left(mc^2\right)\left(\frac{c}{\lambda_C}\right)I(n,n'), I(n,n') = \left(\frac{n-n'}{n+n'}\right)^{2(n+n'-2)}\frac{\tilde{F}^2}{\left(nn'\right)^3}. \tag{29}$$

Полная интенсивность при переходах на все кулоновские уровни $n' < n$ равна

$$W_n = \frac{16}{3}N_n\alpha\left(Z\alpha\right)^6(mc^2)\left(\frac{c}{\lambda_C}\right)I(n), I(n) = \sum_{n'=1}^{n-1} I(n,n'). \tag{30}$$

Значения функции $I(n)$ приведены в табл. 2.

Таблица 2

n	2	3	4	5	6
$I(n)$	10^{-3}	$6\cdot10^{-4}$	$3\cdot10^{-4}$	10^{-4}	10^{-4}

Заключение

Вспомогательный к основному материалу статьи расчет поляризационного оператора фотона в рамках развиваемой нами двумерно-ковариантной техники расчета фейнмановских диаграмм в сильном магнитном поле продемонстрировал логическую замкнутость теории, выражающуюся в отсутствии расходимостей.

Из табл. 1 и 2 следует, что вероятности и интенсивности переходов $n \to n'(n > 2)$ малы по сравнению с характеристиками перехода $2 \to 1$, который, таким образом, доминирует в спектре излучения.

Наличие в спектре излучения лишь головной линии серии Лаймана $2 \to 1$ и фактическое отсутствие остальных будет указывать на наличие магнитного поля с величиной (1) в области формирования излучения (магнитные нейтронные звезды и белые карлики). Более детальное суждение можно сделать при анализе относительных сдвигов частот линии $2 \to 1$, обусловленных радиационными поправками в случаях «a» и «b» (5) и следующих из формул (8), (22) соответственно:

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_a \approx \frac{4\alpha}{45\pi}\left(\frac{B}{B_0}\right)^2,\quad \left(\frac{|\Delta\omega|}{\omega}\right)_b = \frac{|\delta E_2 - \delta E_1|}{E_2 - E_1} \approx \frac{112}{3\pi^2}\left(Z\alpha\right)^3\alpha D(1)\left(\frac{B}{B_0}\right). \tag{31}$$

Обнаружение спектральных сдвигов (31) в излучении астрофизических объектов будет свидетельствовать о наличии магнитных полей в диапазоне «a» или «b» (5).

Автор выражает благодарность А.П. Сухинину, а также Р.В. Сачкову и П.Д. Караваеву за техническую помощь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Скобелев В.В. // ЖЭТФ. – 2001. – Т. 120. – С. 786.
2. Скобелев В.В. // ЯФ. – 2001. – Т. 64. – С. 1557.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. – М.: Наука, 1974. – С. 150, 527.
4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1971. – С. 692, 746, 875.
5. Loskutov Yu.M. and Skobelev V.V. // Phys. Lett. – 1971. – V. 36A. – P. 405.
6. Лифшиц Е.М., ПитаевскийЛ.П. Релятивистская квантовая теория. Ч. 2. – М.: Наука, 1971. – С. 64.
7. Скобелев В.В. // Изв. вузов. Физика. – 1975. – № 10. – С. 142.
8. Jancovici B. // Phys. Rev. – 1969. – V. 187. – P. 2275.
9. Соколов А.А., Лоскутов Ю.М., Тернов И.М. Квантовая механика. – М.: Учпедгиз, 1962. – С. 165.

Московский государственный индустриальный университет, г. Москва, Россия
E-mail: v.skobelev@inbox.ru

Поступила в редакцию 13.07.09.

Скобелев Владимир Васильевич, д.ф.-м.н., профессор.