МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ

X-й Международной молодёжной научной конференции

«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ, ТЕХНИЧЕСКИХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 26–29 мая 2023 г.

Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина

Томск
Издательство Томского государственного университета
2023

ББК 22.17– 22.19
УДК 519.2, 519.7, 519.8
Т78

ЧЛЕНЫ КОЛЛЕГИИ, РУКОВОДИТЕЛИ НАУЧНЫХ РЕДАКЦИЙ
ПО НАПРАВЛЕНИЯМ:

д-р техн. наук, проф. **А.А. Глазунов** – научная редакция «Механика, математика»; д-р техн. наук, проф. **Э.Р. Шрагер** – научная редакция «Механика, математика»; д-р техн. наук, проф. **А.М. Горцев** – научная редакция «Информатика и кибернетика»; д-р техн. наук, проф. **С.П. Сущенко** – научная редакция «Информатика и кибернетика»; д-р физ.-мат. наук, проф. **В.Г. Багров** – научная редакция «Физика»; д-р физ.-мат. наук, проф. **А.И. Потекаев** – научная редакция «Физика»; д-р биол. наук, проф. **С.П. Кулижский** – научная редакция «Биология»; д-р геол.-минер. наук, проф. **В.П. Парначев** – научная редакция «Науки о Земле, химия»; канд. хим. наук, доц. **Ю.Г. Слижов** – научная редакция «Науки о Земле, химия»; д-р филол. наук, проф. **Т.А. Демешкина** – научная редакция «История, филология»; д-р ист. наук, проф. **В.П. Зиновьев** – научная редакция «История, филология»; д-р экон. наук, проф. **В.А. Уткин** – научная редакция «Юридические и экономические науки»; д-р ист. наук, проф. **Э.И. Черняк** – научная редакция «Философия, социология, психология, педагогика, искусствознание»; д-р психол. наук, проф. **Э.В. Галажинский** – научная редакция «Философия, социология, психология, педагогика, искусствознание»

НАУЧНАЯ РЕДАКЦИЯ ТОМА:

д-р техн. наук, проф. **А.М. Горцев**, д-р физ.-мат. наук, доц. **Ю.Г. Дмитриев**, д-р техн. наук, проф. **А.В. Замятин**, д-р физ.-мат. наук, доц. **А.Н. Моисеев**, д-р физ.-мат. наук, проф. **С.П. Моисеева**, д-р физ.-мат. наук, доц. **Л.А. Нежельская**, канд. техн. наук, доц. **С.А. Останин**, д-р техн. наук, проф. **С.П. Сущенко**, канд. техн. наук **И.С. Шмырин**.

Т78 Труды Томского государственного университета. – Т. 308. Серия физико-математическая: Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем : материалы X-й Международной молодёжной научной конференции. Томск, 26–29 мая 2023 г. / под общ. ред. И.С. Шмырина. – Томск : Издательство Томского государственного университета, 2023. – 197 с.

ISBN 978-5-907572-24-9

Сборник содержит материалы X-й Международной молодёжной научной конференции «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем», проводившейся 26–29 мая 2023 г. на базе Института прикладной математики и компьютерных наук Томского государственного университета. Материалы сгруппированы в соответствии с работавшими на конференции секциями.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов.

УДК 539.3.004
ББК 22.17-22.19

ISBN 978-5-907572-24-9
© Томский государственный университет, 2023

9. *Василевская Т.П., Горцев А.М., Нежельская Л.А.* Оценивание длительности мертвого времени и параметров синхронного альтернирующего потока с проявлением либо непроявлением событий // Вестник Томского государственного университета. – 2004. – № S9-2. – С. 129−138.

10. *Шуленин В.П.* Математическая статистика. Ч.1. Параметрическая статистика: учебник. – Томск: Изд-во НТЛ, 2012. – 540 с.

11. *Нежельская Л.А., Степаненко И.Д.* Оценка длительности мертвого времени в рекуррентном обобщенном полусинхронном потоке событий с продлевающимся мертвым временем // Труды Томского государственного университета. Сер. физико-математическая. – 2022. – Т. 307. – С. 37 –46.

12. *Лифшиц А.Л., Мальц Э.А.* Статистическое моделирование систем массового обслуживания. – М.: Сов. радио, 1978. – 248 с.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБОБЩЁННОГО АСИНХРОННОГО ПОТОКА СОБЫТИЙ С ПРОДЛЕВАЮЩИМСЯ МЁРТВЫМ ВРЕМЕНЕМ

Нежельская Л.А., Пономаренко В.Д.
Томский государственный университет
ludne@mail.ru, valya.ponomarenko.00@mail.ru

Введение

Теория массового обслуживания (ТМО) зародилась в двадцатом веке как наука, позволяющая строить и изучать математические модели быстроразвивающихся телекоммуникационных систем. Впоследствии эти математические модели и сама теория получили широкое применение в компьютерных сетях, что в эпоху развития и популяризации информационных технологий крайне важно. ТМО изучает системы, а точнее, их математические модели, в которых рассматривается, в частности, поведение входящего потока случайных событий, а также результат работы этой системы.

В большинстве случаев сам поток случайных событий является ничем иным, как целочисленным случайным процессом, а для иных потоков вводится понятие сопровождающего процесса, изучение которого и позволяет сделать выводы об исходном потоке. Примерами таких потоков, для которых вводится понятие сопровождающего процесса, являются дважды стохастические потоки, характеризующиеся случайностью моментов времени наступления событий и тем, что сопровождающий процесс (интенсивность) является принципиально ненаблюдаемым случайным процессом. Модель дважды стохастического потока событий является наиболее адекватной математической моделью реальных информационных потоков запросов в современных телекоммуникационных системах, спутниковых сетях связи, глобальных компьютерных сетях.

Дважды стохастические потоки можно разделить на два класса: первый класс составляют потоки, интенсивность которых есть непрерывный случайный процесс [1]; второй – потоки, интенсивность которых есть кусочно-постоянный случайный процесс с конечным числом состояний [2–4].

Большинством авторов работ по ТМО исследования проводятся в условиях, когда все события входящего потока доступны наблюдению. Однако в реальности зарегистрированное событие может создать период мёртвого времени для регистрирующего прибора, в течение которого другие события потока становятся недоступными для наблюдения (теряются) [5]. Можно считать, что мёртвое время выступает искажающим фактором при решении различного рода задач оценивания как состояний потока, так и его параметров по моментам времени наступления событий в наблюдаемом потоке. В работах [6,7], например, решены задачи оценивания длительности мёртвого времени, когда наступившие в течение периода мёртвого времени события не вызывают его продления (непродлевающееся мёртвое время). Мёртвое время может иметь фиксированную длительность, либо быть случайным.

В данной работе рассматривается обобщённый асинхронный поток случайных событий с двумя состояниями, функционирующий в условиях продлевающегося мёртвого

времени и относящийся ко второму классу дважды стохастических потоков. Предполагается, что мёртвое время имеет фиксированную длительность. Построена имитационная модель изучаемого дважды стохастического потока событий, на которой выполнены статистические эксперименты с целью проверки работоспособности имитационной модели.

1. Математическая модель потока

Рассматривается обобщённый асинхронный поток событий [8], являющийся, в общем случае, коррелированным дважды стохастическим потоком [9,10].

Сопровождающий процесс данного потока $\lambda(t)$ является принципиально ненаблюдаемым кусочно-постоянным случайным процессом с двумя состояниями S_1 и S_2; будем говорить, что имеет место состояние S_i процесса $\lambda(t)$, если $\lambda(t)=\lambda_i$, $i=1,2$, $\lambda_1>\lambda_2\geq 0$. Длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ в состоянии S_i является случайной величиной с функцией распределения $F_i(t)=1-e^{-\alpha_i t}$, $t\geq 0$, $i=1,2$. В течение времени пребывания процесса $\lambda(t)$ в состоянии S_1 имеет место пуассоновский поток событий с параметром λ_1; в течение времени пребывания процесса $\lambda(t)$ в состоянии S_2 имеет место пуассоновский поток событий с параметром λ_2. В момент перехода сопровождающего случайного процесса $\lambda(t)$ из состояния S_1 в состояние S_2 с вероятностью p ($0\leq p\leq 1$) инициируется дополнительное событие потока в состоянии S_2 (сначала переход из S_1 в S_2, затем наступление дополнительного события в S_2). Аналогично при переходе процесса $\lambda(t)$ из состояния S_2 в состояние S_1 с вероятностью q ($0\leq q\leq 1$) инициируется дополнительное событие потока в состоянии S_1 (сначала переход из S_2 в S_1, затем наступление дополнительного события в S_1).

Матрицы инфинитезимальных характеристик сопровождающего процесса $\lambda(t)$ имеют вид [11]:

$$\mathbf{D_0}=\begin{Vmatrix}-(\lambda_1+\alpha_1) & (1-p)\alpha_1\\ (1-q)\alpha_2 & -(\lambda_2+\alpha_2)\end{Vmatrix},\ \mathbf{D_1}=\begin{Vmatrix}\lambda_1 & p\alpha_1\\ q\alpha_2 & \lambda_2\end{Vmatrix}.$$

Элементами матрицы $\mathbf{D}_1$ являются интенсивности переходов процесса $\lambda(t)$ из состояния в состояние с наступлением события потока. Недиагональные элементы матрицы $\mathbf{D}_0$ − интенсивности переходов процесса $\lambda(t)$ из состояния в состояние без наступления события потока. Диагональные элементы матрицы $\mathbf{D}_0$ − интенсивности выхода процесса $\lambda(t)$ из своих состояний, взятые с противоположным знаком.

Будем считать, что обобщённый асинхронный поток событий функционирует в стационарном режиме в условиях неполной наблюдаемости. В момент наступления каждого события потока наступает период ненаблюдаемости событий фиксированной длительности T (мёртвое время), так что другие события, наступившие в течение времени T, недоступны наблюдению.

Каждое событие, ненаблюдаемое в течение периода мёртвого времени, вызывает продление периода ненаблюдаемости на ту же величину T, так что наблюдаться будет лишь то событие, которое наступило после окончания последнего периода ненаблюдаемости (продлевающееся мёртвое время). Таким образом, общий период ненаблюдаемости является случайной величиной.

На рис. 1 приведена схема одной из реализаций наблюдаемого потока и сопровождающего процесса $\lambda(t)$, где S_i, $i=1,2$ − состояния процесса $\lambda(t)$; $t_1,t_2,\ldots$ − моменты времени наступления событий в наблюдаемом потоке. Наблюдаемые события обозначены незакрашенными кружками, а ненаблюдаемые события, т.е. недоступные наблюдению из-за наличия мёртвого времени, обозначены закрашенными кружками. Штриховкой обозначен период ненаблюдаемости. Случайная величина ξ − общий период ненаблюдаемости – принимает значения $\xi_1,\xi_2,\ldots$.

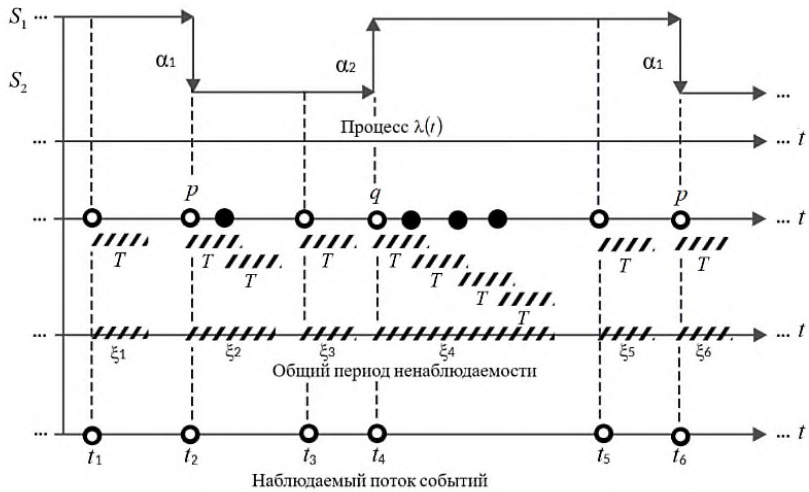

Рис. 1. Формирование наблюдаемого потока событий

2. Имитационное моделирование

Имитационное моделирование представляет собой метод исследования, при котором изучаемая система заменяется моделью, с достаточной степенью точности описывающей реальную систему (процессы в ней описаны так, как они происходили бы в реальной системе). С данной моделью проводится ряд экспериментов, преследующих цель получить информацию о моделируемой системе.

Такая модель может быть "проиграна" во времени, как единожды (для одного эксперимента), так и множественно (в случае, если число экспериментов более одного). При этом результаты будут определяться случайным характером процессов. Полученные в результате моделирования данные позволяют получить достаточно устойчивую статистику. Экспериментирование с моделью называют имитацией.

Имитация есть исследование явления без использования экспериментов с реальным объектом. Построение имитационной модели обобщённого асинхронного потока выполнено с помощью метода обратных функций [7].

В рассматриваемой модели длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ в состоянии S_i рассчитывается по формуле $-\frac{1}{\alpha_i}\ln(1-\mathbf{X})$, $i=1,2$; длительность интервала между моментами наступления событий в состоянии S_i рассчитывается по формуле $-\frac{1}{\lambda_i}\ln(1-\mathbf{X})$, $i=1,2$; $\mathbf{X}$ – равномерно распределённая на интервале [0,1) случайная величина.

Для получения численных результатов разработана программа имитационного моделирования обобщённого асинхронного потока событий, функционирующего в условиях продлевающегося мёртвого времени фиксированной длительности. Программа реализована на языке программирования C# с использованием технологии WPF (Windows Presentation Foundation) и библиотеки Math.NET Numerics.

3. Блок-схема

На рис. 2.1, 2.2 приведена блок-схема алгоритма имитационного моделирования обобщённого асинхронного потока событий в условиях продлевающегося мёртвого времени фиксированной длительности. На рисунках приведены следующие обозначения:

T_m – значение времени моделирования,

T – значение длительности мёртвого времени,

X – значение случайной величины, равномерно распределённой на интервале [0;1),

α_i, λ_i ($i = 1, 2$), p, q – параметры потока,

T_{tek} – текущее время в процессе моделирования,

S – состояние, в котором находится процесс в момент времени T_{tek},

t – вспомогательная переменная,

d_t – момент времени окончания периода мёртвого времени.

Результатом работы имитационной модели является последовательность моментов времени наступления событий в наблюдаемом потоке $t_1, t_2, ..., t_k, ...$.

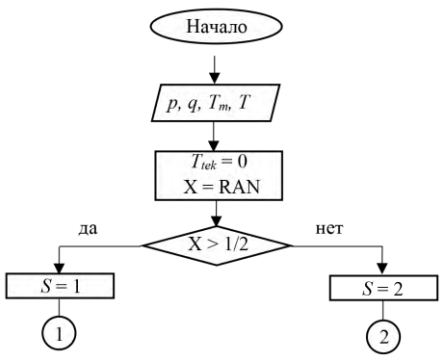

Рис. 2.1. Блок-схема алгоритма имитационного моделирования обобщённого асинхронного потока событий в условиях продлевающегося мёртвого времени фиксированной длительности (часть 1)

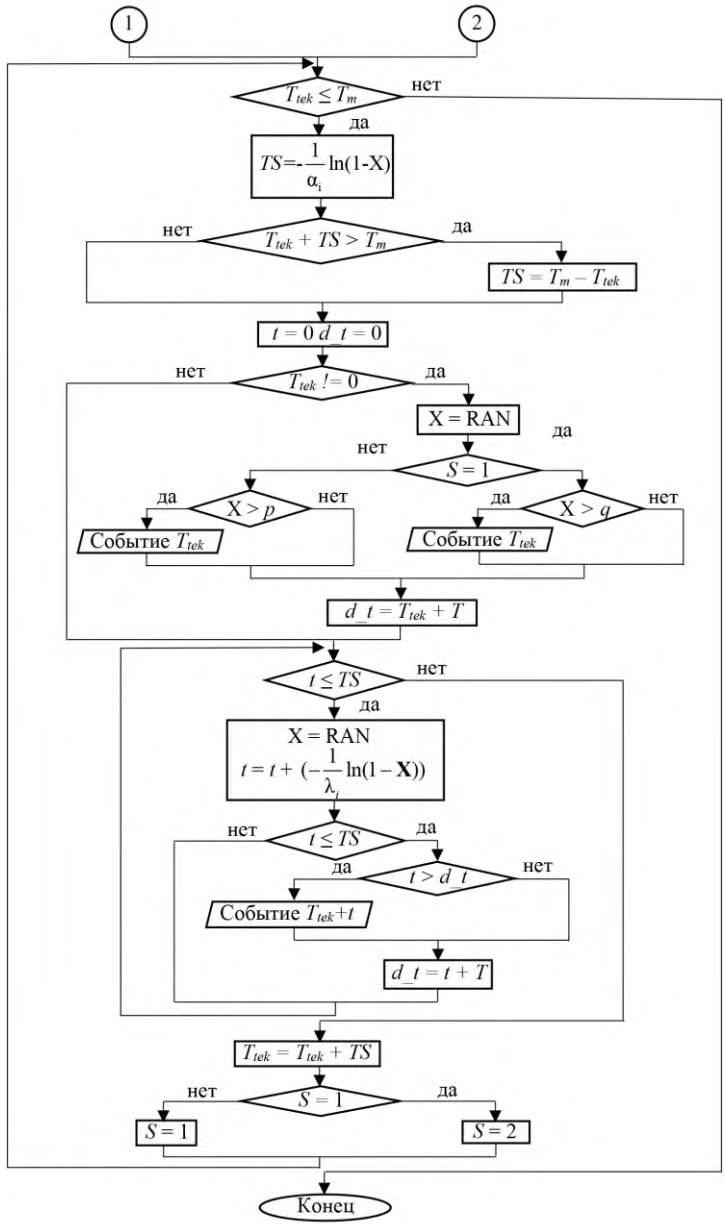

Рис. 2.2. Блок-схема алгоритма имитационного моделирования обобщённого асинхронного потока событий в условиях продлевающегося мёртвого времени фиксированной длительности (часть 2)

На рис. 3 представлен скриншот программы, реализующей имитационную модель.

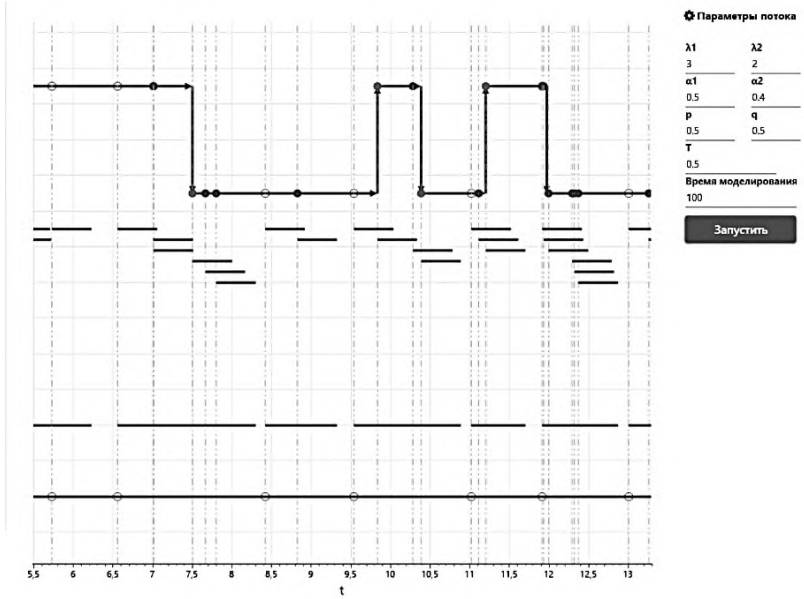

Рис. 3. Скриншот программы, реализующей имитационную модель

4. Результаты статистических экспериментов

Для установления работоспособности построенной имитационной модели проведем ряд экспериментов.

Пусть $\boldsymbol{\tau}$ – с.в. − длительность интервала между событиями в наблюдаемом потоке, $\tau_k = t_{k+1} - t_k$ − значение длительности интервала между соседними событиями в наблюдаемом потоке, $\boldsymbol{\eta}$ – с.в. − длительность интервала между событиями в исходном потоке, $\eta_k = t_{k+1} - t_k$ − значение длительности интервала между соседними событиями в исходном потоке, $\boldsymbol{\xi}$ – с.в. – длительность общего периода ненаблюдаемости.

В каждом эксперименте необходимо определить:

1) выборочное среднее длительности интервала между соседними событиями в наблюдаемом потоке

$$\hat{M}(\boldsymbol{\tau}) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\hat{M}^{(j)}(\boldsymbol{\tau}),\ \hat{M}^{(j)}(\boldsymbol{\tau}) = \frac{1}{m_j}\sum_{k=1}^{m_j}\tau_k^{(j)},$$

2) выборочное среднее длительности интервала между соседними событиями в исходном потоке

$$\hat{M}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\hat{M}^{(j)}(\boldsymbol{\eta}),\ \hat{M}^{(j)}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{n_j}\sum_{k=1}^{n_j}\eta_k^{(j)},$$

3) выборочное среднее длительности общего периода ненаблюдаемости

$$\hat{M}(\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\hat{M}^{(j)}(\boldsymbol{\xi}),\ \hat{M}^{(j)}(\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{r_j}\sum_{k=1}^{r_j}\xi_k^{(j)},$$

где N − количество опытов, m_j − количество интервалов между соседними событиями в наблюдаемом потоке в j-м опыте, n_j − количество интервалов между соседними событиями в исходном потоке в j-м опыте; r_j − количество периодов ненаблюдаемости в j-м опыте.

ЭКСПЕРИМЕНТ 1 – установление стационарного режима. В данном эксперименте фиксируется число опытов N, которые производятся с имитационной моделью; время моделирования T_m, в течение которого эти опыты произведены (время наблюдения за

потоком), изменяется. Значения исходных данных для имитационной модели представлены в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные для первого эксперимента

$\lambda_1 = 0.8$	$\lambda_2 = 0.7$
$\alpha_1 = 0.1$	$\alpha_2 = 0.3$
$p = 0.5$	$q = 0.5$
$N = 1000$	$T = 0.1$

Численные результаты, полученные в результате работы имитационной модели, приведены в табл. 2. В первой строке таблице указано время моделирования T_m (ед. времени); во второй строке − выборочное среднее длительности интервала между соседними событиями в исходном потоке $\hat{M}(\boldsymbol{\eta})$; в третьей строке – выборочное среднее длительности интервала между соседними событиями в наблюдаемом потоке $\hat{M}(\boldsymbol{\tau})$; в четвёртой строке – выборочное среднее общего периода ненаблюдаемости $\hat{M}(\xi)$.

Таблица 2

Численные результаты первого эксперимента

T_m	100	150	200	…	850	900	950	1000
$\hat{M}(\boldsymbol{\eta})$	1.1714	1.1826	1.1769	…	1.1760	1.1768	1.1774	1.1761
$\hat{M}(\boldsymbol{\tau})$	1.2775	1.2870	1.2788	…	1.2811	1.2811	1.2813	1.2805
$\hat{M}(\xi)$	0.1043	0.1044	0.1043	…	0.1044	0.1044	0.1043	0.1044

Графики, построенные на основе данных из табл. 2 и представленные на рис. 4−6, демонстрируют сходимость значений оценок $\hat{M}(\boldsymbol{\tau})$, $\hat{M}(\boldsymbol{\eta})$, $\hat{M}(\xi)$ к некоторым постоянным величинам.

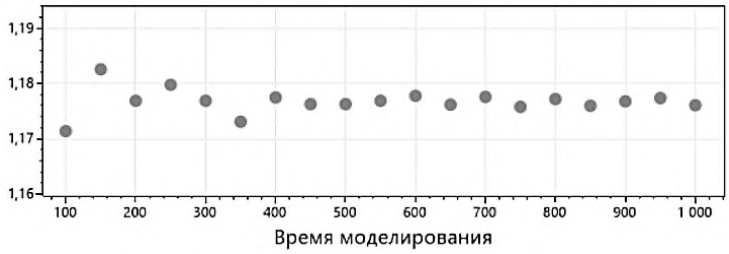

Рис. 4. График зависимости $\hat{M}(\boldsymbol{\eta})$ от времени моделирования T_m

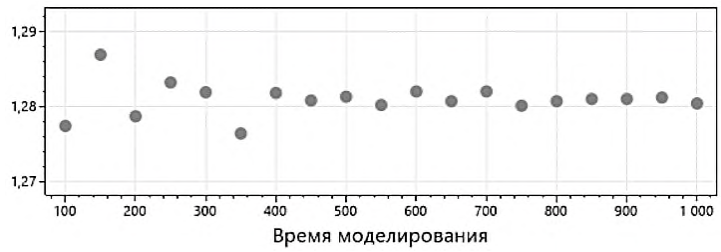

Рис. 5. График зависимости $\hat{M}(\boldsymbol{\tau})$ от времени моделирования T_m

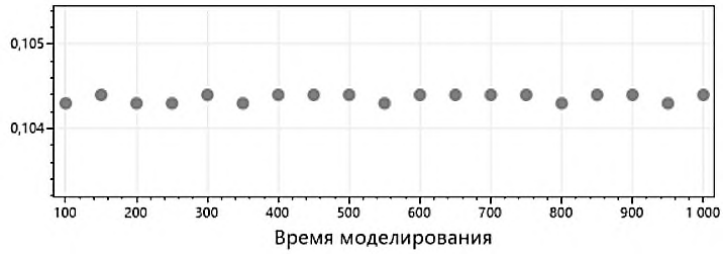

Рис. 6. График зависимости $\hat{M}(\xi)$ от времени моделирования T_m

Анализируя результаты, приведённые в табл. 2 и на рис. 4–6, можно заключить, что стационарный режим устанавливается при количестве опытов $N \geq 900$.

ЭКСПЕРИМЕНТ 2. В данном эксперименте фиксируется число опытов $N = 1000$ и время моделирования $T_m = 1000$ ед. времени; значение длительности мёртвого времени изменяется. Значения исходных данных для имитационной модели представлены в табл. 3.

Таблица 3

Исходные данные для второго эксперимента

$\lambda_1 = 0.8$	$\lambda_2 = 0.7$
$\alpha_1 = 0.1$	$\alpha_2 = 0.3$
$p = 0.5$	$q = 0.5$
$T_m = 1000$	$N = 1000$

Численные результаты, полученные в результате работы имитационной модели, приведены в табл. 4, которая организована аналогично табл. 2.

Таблица 4

Численные результаты второго эксперимента

T	0.1	0.2	0.3	…	1.7	1.8	1.9	2
$\hat{M}(\eta)$	1.1755	1.1808	1.1822	…	1.1754	1.1823	1.1827	1.1828
$\hat{M}(\tau)$	1.2818	1.4013	1.5211	…	4.9907	5.4163	5.9041	6.4260
$\hat{M}(\xi)$	0.1045	0.2182	0.3409	…	1.2546	3.9931	4.4064	4.9315

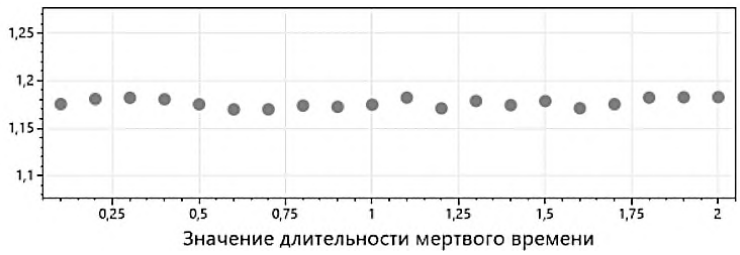

Рис. 7. График зависимости $\hat{M}(\eta)$ от значения длительности мёртвого времени T

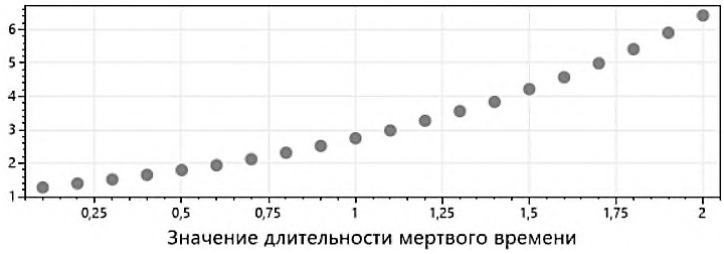

Рис. 8. Графики зависимости $\hat{M}(\tau)$ от значения длительности мёртвого времени T

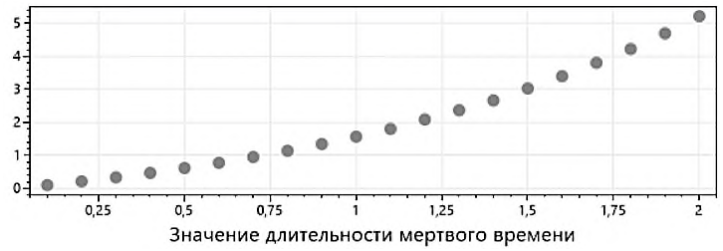

Рис. 9. График зависимости $\hat{M}(\xi)$ от значения длительности мёртвого времени T

Анализируя результаты, представленные на рис. 7–9, можно отметить, что с ростом значения длительности мёртвого времени T выборочное среднее длительности общего периода ненаблюдаемости $\hat{M}(\xi)$ и выборочное среднее длительности интервала между соседними событиями в наблюдаемом потоке $\hat{M}(\tau)$ растёт, а выборочное среднее длительности интервала между соседними событиями в исходном потоке не меняется, что является логичным.

Заключение

В данной работе рассмотрен дважды стохастичестический обобщённый асинхронный поток случайных событий, функционирующий в условиях продлевающегося мёртвого времени фиксированной длительности T. Построена блок-схема имитационной модели потока, на основании которой разработана программа на языке программирования C# с использованием технологии WPF (Windows Presentation Foundation) и библиотеки Math.NET Numerics. Поставлено достаточное количество статистических экспериментов с использованием имитационной модели. Анализ полученных результатов позволяет утверждать, что разработанная модель является работоспособной.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Cox D.R.* The analysis of non-Markovian stochastic processes // Proc. Cambr. Phil. Soc. – 1955. – V. 51. – № 3. – P. 433–441.

2. *Neuts M.F.* A versatile Markov point process // Journal of Applied Probability. – 1979. – V. 16. – P. 764–779.

3. *Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А.* О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи. Ч. 1 // Изв. АН СССР. Тенх. кибернетика. – 1979. – № 6. – С. 92–99.

4. *Lucantoni D.M.* New results on single server with a bath Markovian arrival process // Communication in Statistics Stochastic Models. – 1991. – V. 7. – P. 1–46.

5. *Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф.* Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте. – Минск: Университетское, 1988. – 256 с.

6. *Василекская Т.П., Горцев А.М., Нежельская Л.А.* Оценивание длительности мертвого времени и параметров синхронного альтернирующего потока с проявлением либо непроявлением событий // Вестник Томского государственного университета. – 2004. – № S9-2. – С. 129–138.

7. *Калягин А.А., Нежельская Л.А.* Сравнение МП- и ММ-оценок длительности мертвого времени в обобщенном полусинхронном потоке событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2015. – № 3 (32). – С. 23–32.

8. *Горцев А.М., Леонова М.А., Нежельская Л.А.* Сравнение МП- и ММ-оценок длительности мертвого времени в обобщенном асинхронном потоке // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. − 2013. − № 4 (25). − С. 32−42.

9. *Дудин А.Н., Клименок В.И.* Системы массового обслуживания с коррелированными потоками. – Минск: Изд-во БГУ, 2000. – 175 с.

10. *Нежельская Л.А.* Совместная плотность вероятностей длительности интервалов модулированного МАР-потока событий и условия рекуррентности потока // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. − 2015. − № 1 (30). − С. 57−67.

11. *Нежельская Л.А.* Оценка состояний дважды стохастических потоков событий: учебное пособие. – Томск: Издательство Томского государственного университета, 2020. – 210 с.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАССЕЯНИЯ НА ТОНКОМ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕМ ЦИЛИНДРЕ, РАЗМЕЩЁННОМ ВНУТРИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШАРА

Дмитренко А.Г., Балашова О.М.
Томский государственный университет
dmitr.tsu.202@mail.ru, balashovajkz@mail.ru

Введение

Значительный интерес для исследователей представляет изучение рассеяния электромагнитных волн на объектах различной формы и физической природы, размеры которых сравнимы с длиной волны (т.н. «резонансная частотная область»). Этот интерес обусловлен необходимостью решения очень широкого класса практически важных проблем, к которым, в частности, относятся проблема снижения радиолокационной заметности различных объектов, их идентификация, проблема электромагнитной совместимости и т.д.

Одним из наиболее популярных объектов обсуждаемых исследований является тонкий прямолинейный идеально проводящий цилиндр. Под тонким цилиндром обычно подразумевается цилиндр, поперечные размеры которого много меньше его длины и длины падающей волны. Такой цилиндр является хорошей моделью тонкой прямолинейной проволочной антенны. Различным аспектам рассеяния электромагнитных волн на таком цилиндре посвящено очень большое число работ. Хороший обзор этих работ содержится в [1].

Однако нередко встречаются ситуации, когда приёмная или передающая тонкая проволочная антенна в целях маскировки или защиты от внешних воздействий размещена под защитным колпаком, который может представлять собой однородный диэлектрический шар. В связи с этим представляет интерес исследование характеристик рассеяния тонкого идеально проводящего цилиндра, который моделирует тонкую антенну, когда он размещён внутри диэлектрического шара. В доступной авторам литературе не найдены работы, посвящённые данному вопросу. Однако объединение основных идей вариантов метода вспомогательных источников, предложенных ранее одним из авторов в работах [2,3], позволяет решить и задачу рассеяния на тонком идеальном проводнике, когда последний расположен внутри диэлектрического шара. В данной работе представлено решение данной задачи.

1. Постановка задачи

Геометрия задачи показана на рис. 1. В безграничной однородной изотропной среде D_e с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_e,μ_e в декартовой системе координат $Oxyz$ расположен однородный диэлектрический шар D_i радиуса R с проницаемостями ε_i,μ_i, ограниченный поверхностью S. Внутри шара размещён прямолинейный идеально проводящий цилиндр длиной l и радиусом r, ограниченный поверхностью S_p. Предполагается, что поверхности S и S_p не пересекаются, а параметры цилиндра удо-