## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ПРОЧНОСТИ И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ СО РАН

## ФИЗИЧЕСКАЯ МЕЗОМЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ. Физические принципы формирования многоуровневой структуры и механизмы нелинейного поведения

Международная конференция

5–8 сентября 2022 г. Томск, Россия

Тезисы докладов

Новосибирск 2022

## **DOI** 10.25205/978-5-4437-1353-3-28 ИЗМЕНЕНИЕ ПОДАТЛИВОСТИ БАЛКИ КВАДРАТНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ 3-х ТОЧЕЧНЫМ ПРОГИБОМ

<sup>1</sup>Пажин А.А., <sup>2</sup>Дерюгин Е.Е., <sup>2</sup>Еремин М.О.

<sup>1</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск <sup>2</sup>Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

В инженерных приложениях всегда актуальной проблемой является получение и использование упрощенных аналитических уравнений для экспрессного расчета механических свойств материалов, используя данные эксперимента. В частности, большой интерес для механиков представляет стадия предразрушения, связанная с зарождением и стабильным распространением трещины до момента спонтанного разрушения образца. На данной стадии происходит существенное увеличение податливости образца  $\eta$ , которая определяется как отношение упругого прогиба балки  $l_e$  к приложенной силе P:  $\eta = l_e/P$ . Изменение податливости образца  $d\eta/dl$  лежит в основе фундаментального уравнения, определяющего интенсивность высвобождения упругой энергии по мере распространения трещины [1–3]:

$$G = (P^2/2a)d\eta/dl,\tag{1}$$

где *P* – внешняя нагрузка, *a* – толщина образца, *l* – длина трещины.

Наиболее простым в качестве экспериментального исполнения, теоретического и числового расчета является нагружение балки 3-х точечным изгибом [4, 5].

В данной работе предлагается универсальная формула для расчета удельной энергии разрушения на основе численных расчетов методами конечных элементов задачи о 3-х точечном изгибе балки квадратного сечения, положенной ребром на опоры. Такое нетрадиционное расположение балки на опорах, как показывает опыт [6], способствует продлению стадий пластической деформации и стабильного распространения трещины.

Можно показать, что упругий прогиб балки квадратного сечения без трещины под действием силы  $P^*$  в опытах на 3-х точечный изгиб не зависит от способа расположения балки на опорах и равен  $\lambda_e = P^*L^3/(4Ea^4)$ , где L – расстояние между опорами, E – модуль Юнга, a – сторона квадрата. Точно такой же прогиб испытывает балка длиной  $l_0 = L/2$ , заделанная в жесткое основание, под действием силы  $P = P^*/2$ , приложенной на конце балки. Определим изменение податливости балки в процессе распространения трещины. Распространение трещины можно представить в виде отслаивания балки от жесткого основания путем продвижения прямолинейной границы отслаивания в направлении внешней приложенной силы.

Описание задания параметров в системе ANSYS.

В расчётах использовали следующие величины: a = 4 мм,  $l_0 = 20$  мм, E = 200 ГПа, P = 50 N. Аналитический расчет податливости балки без трещины определяет значение  $\eta = \lambda_e/P = 4l_0^3/(Ea^4) = 62.5$  µm/N. Численный расчет дает величину  $\eta = 63.6$ µm/N, которая отличается от значения 62.5 µm/N незначительно (на 1.7%).

На рис. 1а приведена зависимость податливости  $\eta$  от относительной величины длины трещины l/a, полученная с использованием программного обеспечения ANSYS. Эта зависимость хорошо описываются полиномом 5-й степени:

$$\eta, \mu m/N = 6.362 \cdot 10^{-1} + 9.38 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{l}{a} + 8.134 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{l}{a}\right)^2 + 1.922 \cdot \left(\frac{l}{a}\right)^3 - 3.378 \cdot \left(\frac{l}{a}\right)^4 + 3.505 \cdot \left(\frac{l}{a}\right)^5.$$
(2)

Подобное выражение рекомендовано для расчета податливости стандартных образцов в испытаниях на 3-х точечный изгиб [7].

Производная выражения (2) по длине трещины *l* определяет изменение податливости по мере увеличения ее длины:

$$\frac{d\eta}{dl} = 2.636 \cdot 10^{-3} + 7.215 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{l}{a} + 1.41 \cdot \left(\frac{l}{a}\right)^2 - 3.54 \cdot \left(\frac{l}{a}\right)^3 + 4.79 \cdot \left(\frac{l}{a}\right)^4.$$
(3)

Зависимость изменения податливости от длины трещины представлена на рис. 16 кривой синего цвета. Подобную зависимость можно получить и численным методом, определяя изменение тангенса угла прямой, проходящей через соседние точки на графике зависимости  $\eta(l/a)$  (рис. 1а). Результат численного расчета представлен на рис. 16 кривой красного цвета.



Рис. 1. Зависимости от длины трещины податливости h (a) и изменения податливости dh/dl образца (б)

Уравнение (3) можно использовать при вычислении трещиностойкости материала по формуле (1) с использованием экспериментальных измерений длины трещины в процессе нагружения образцов 3-х точечным изгибом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-29-00438).

1. Broek D. Elementary engineering fracture mechanics. Leyden. – 1974.

2. Anderson T.L. Fracture Mechanics. Third edition. NY. Taylor&Francis. – 2005.

3. Sun R.J., Jin Z.H. Fracture Mechanics. Kilington, Oxford. Academic Press. - 2012.

4. Паймушин В.Н., Тарлаковский Д.В., Холмогоров С.А. О неклассической форме потери устойчивости и разрушении композитных тест-образцов в условиях трёхточечного изгиба // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.матем. науки. 2016. Т. 158, кн. 3. С. 350–375.

5. ГОСТР 56805-2015 (ИСО 14125:1998). Композиты полимерные. Методы определения механических характеристик при изгибе. Москва: Стандартинформ. 2016.

6. Гоморова Ю.Ф., Власов И.В., Наркевич Н.А., Дерюгин Е.Е. Влияние скорости деформации на диаграмму нагружения высокоазотистой стали 60Х24АГ16 // Труды Межд. конф. «Физическая мезомеханика материалов. Физические принципы формирования многоуровневой структуры и механизмы нелинейного поведения». 2022.

7. ASTM E 1820 – 08. Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness. 2008. http://dx.doi.org/10.1520/E0008.