

Научная статья

УДК 531.3, 532.1

doi: 10.17223/19988621/82/8

## Подводный старт суперкавитирующего ударника из лабораторной баллистической установки

Александр Николаевич Ищенко<sup>1</sup>, Виктор Владимирович Буркин<sup>2</sup>,  
Алексей Сергеевич Дьячковский<sup>3</sup>, Андрей Владимирович Чупашев<sup>4</sup>

*1, 2, 3, 4 Томский государственный университет, Томск, Россия*

*<sup>1</sup> ichan@niipmm.tsu.ru*

*<sup>2</sup> v.v.burkin@mail.ru*

*<sup>3</sup> lex\_okha@mail.ru*

*<sup>4</sup> chupashevav@gmail.ru*

**Аннотация.** Рассматриваются особенности подводного старта суперкавитирующих ударников из канала лабораторной баллистической установки. Приводятся примеры экспериментальной реализации подводного выстрела и описываются быстропротекающие высокоэнергетические процессы, сопровождающие выход ударника из канала баллистической установки в воду. Проводится баллистическое проектирование перспективной лабораторной метательной установки и делаются оценки дальности суперкавитирующего движения ударников, выпущенных из ее канала.

**Ключевые слова:** гидробаллистическая трасса, суперкавитация, ударник, кавитатор, баллистическая установка, подводный выстрел

**Благодарности:** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-19-00233)

**Для цитирования:** Ищенко А.Н., Буркин В.В., Дьячковский А.С., Чупашев А.В. Подводный старт суперкавитирующего ударника из лабораторной баллистической установки // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 82. С. 97–107. doi: 10.17223/19988621/82/8

Original article

## Underwater launching of a supercavitating projectile out of a ballistic test setup

Aleksandr N. Ishchenko<sup>1</sup>, Viktor V. Burkin<sup>2</sup>,  
Aleksey S. D'yachkovskiy<sup>3</sup>, Andrey V. Chupashev<sup>4</sup>

*1, 2, 3, 4 Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation*

*<sup>1</sup> ichan@niipmm.tsu.ru*

*<sup>2</sup> v.v.burkin@mail.ru*

<sup>3</sup> lex\_okha@mail.ru

<sup>4</sup> chupashevav@gmail.ru

**Abstract.** This paper considers the investigation of the high-speed motion of specifically-shaped inert bodies (projectiles) in water. The main purpose is to determine the peculiar properties of underwater launching of supercavitating projectiles out of the bore of a test ballistic setup. Preliminary calculations of the inner ballistic parameters of a shot are performed for the given launcher and then compared with the corresponding experimental data. Examples of experimentally fired underwater shots are presented. The high-speed high-energy processes associated with the projectile released out of the bore and entering water are described. It is shown that during the underwater launching, the complex gas-dynamic conditions of multi-phase processes following the projectile release out of the bore can significantly affect the trajectory of its further motion in water. Using the experimental and calculation methods with the classical loading scheme and an acceleration bore 0.5 mm long or less under given conditions, it has been determined that the pressure at the accelerator exit increases stepwise and can significantly change the flow conditions of the projectile at the start and its further trajectory. Taking into consideration the revealed peculiarities of underwater shots and a set of technical specifications and mass-size parameters, a perspective launching ballistic setup has been designed and used to estimate the motion range of the released supercavitating projectile.

**Keywords:** hydroballistic track, supercavitation, projectile, cavitator, ballistic setup, underwater launch

**Acknowledgments:** This research was supported by the Russian Science Foundation (project No. 19-19-00233).

**For citation:** Ishchenko, A.N., Burkin, V.V., D'yachkovskiy, A.S., Chupashev A.V. (2023) Underwater launching of a supercavitating projectile out of a ballistic test setup. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 82. pp. 97–107. doi: 10.17223/19988621/82/8

## Введение

Высокоскоростное движение инертных твердых тел в воде возможно благодаря явлению суперкавитации [1–2], при котором большая часть тела особой формы (ударника) не граничит с водой, а движется в разреженной полости, попутно в ней стабилизируясь [3–9]. Проектирование корпусов ударников под различные подводные баллистические задачи является актуальным направлением исследований, так как в данной сфере общепринятые теоретические подходы к проектированию формы тел еще не сформированы, а существующие образцы подводных ударников по большей части являются продуктами экспериментальных исследований.

На базе НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета производятся экспериментально-теоретические исследования высокоэнергетических быстропротекающих процессов в различных средах. На гидробаллистической трассе института проводятся лабораторные баллистические испытания функционирования в воде ударников различных типов [10]. В [11] приведены некоторые подходы для оценки дальности движения суперкавитирующих ударников в воде с учетом различных глубин залегания траектории, описаны неко-

торые экспериментальные результаты в диапазоне скоростей метания до 1600 м/с, дающие хорошее согласование с расчетами. Там же показано, что для обеспечения наибольшей дальности движения на различных глубинах требуется сообщить ударнику как можно большее количество кинетической энергии при старте. Одним из перспективных способов решения этой задачи является пушечный старт ударника. Поэтому для эффективного применения суперкавитирующих ударников под водой требуется решать взаимосвязанные задачи проектирования их формы под заданные условия движения, проектирования баллистической установки и условий ее заряжания для обеспечения начальной скорости входа в воду.

Сам процесс выстрела предъявляет к конструкции ударника и постановке эксперимента ряд требований. Например, ранее отработанная схема метания подкалиберного ударника подразумевает помещение ударника в сборку, состоящую из ведущих устройств и поддона, которые перед входом в воду необходимо увести от ударника [9]. Это требует наличия воздушного участка траектории, отделяющего срез канала ствола установки от поверхности воды. В таком случае обеспечение минимального угла атаки ударника перед касанием границы раздела сред становится весьма нетривиальной задачей, так как суперкавитирующие ударники обычно неустойчивы при движении на воздухе. Из положительных преимуществ описанной схемы метания следует отметить возможность достижения высоких скоростей ударника и изменения его размеров в широком диапазоне [10].

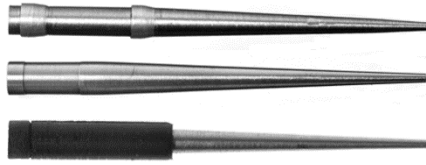
В некоторых практических приложениях может потребоваться реализация старта суперкавитирующего ударника из погруженной в воду баллистической установки. В этом случае применяемые при метании подкалиберного ударника ведущие устройства могут существенно повлиять на начальный участок движения ударника в воде. Поэтому в данном случае целесообразно применение калиберных ударников с ведущими поясками, которые остаются на корпусе ударника на траектории в воде. Изменение конструкции ударника приводит к изменению калибра баллистической установки, узлов ее сопряжения с трассой и определению новых условий заряжания.

Цель работы заключается в изучении особенностей подводного пушечного старта суперкавитирующего ударника и оценке параметров перспективной лабораторной метательной установки для подводного старта суперкавитирующих ударников.

### **Проведение лабораторных испытаний подводного пушечного старта суперкавитирующего ударника**

В основу проектируемой установки и ударников легли материалы предыдущих работ, в которых применялись ударники диаметром 7 мм [10]. Ударники были снабжены ведущими поясками различного типа, вследствие чего потребовалось применение установки со стволом диаметром 8 мм.

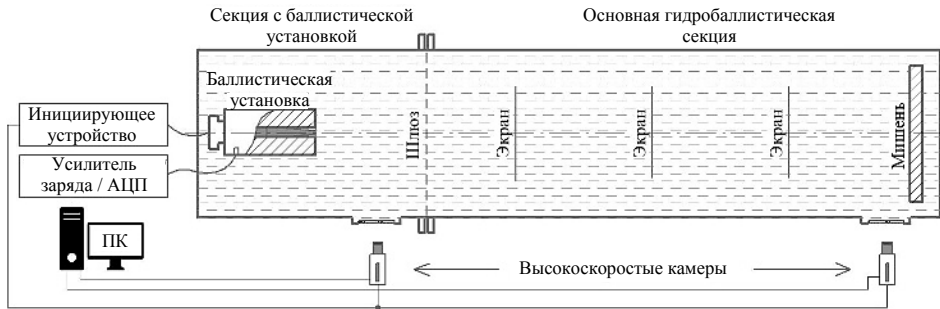
Задача отработки способа обтюрирования и центрирования ударника в канале установки решалась с применением методов высокоскоростной видеорегистрации. Было разработано и изготовлено несколько образцов суперкавитирующих ударников из различных материалов с разными ведущими поясками (рис. 1). Масса образца ударника из меди составляла 27 г, из стали – 23 г, из сплава ВНЖ – 53 г.



**Рис. 1.** Внешний вид некоторых образцов суперкавитирующих ударников  
**Fig. 1.** Design of some samples of supercavitating projectiles

Подводный выстрел сопровождается повышенным динамическим воздействием на воду в баллистической трассе из-за истечения струи пороховых газов, которая может вносить возмущения на начальном участке движения ударника и сказываться на прицельности стрельбы. Для оценки влияния подводного старта на параметры движения ударника в рамках данной работы проведена специальная серия экспериментов. Предварительные испытания проводились на баллистической установке с диаметром ускорительного канала 8 мм, длиной 0.2 м, конструкция которой позволяет погрузить ее под воду и изолировать ускорительный канал от воды. В этой серии также выяснялась величина давления форсирования для новых ударников, влияющая на газодинамическую картину выстрела.

Для осуществления подводного старта суперкавитирующего ударника в условиях лабораторного стенда потребовалось провести модернизацию гидробаллистической трассы под новые условия эксперимента. Общая схема проведения испытаний приведена на рис. 2.



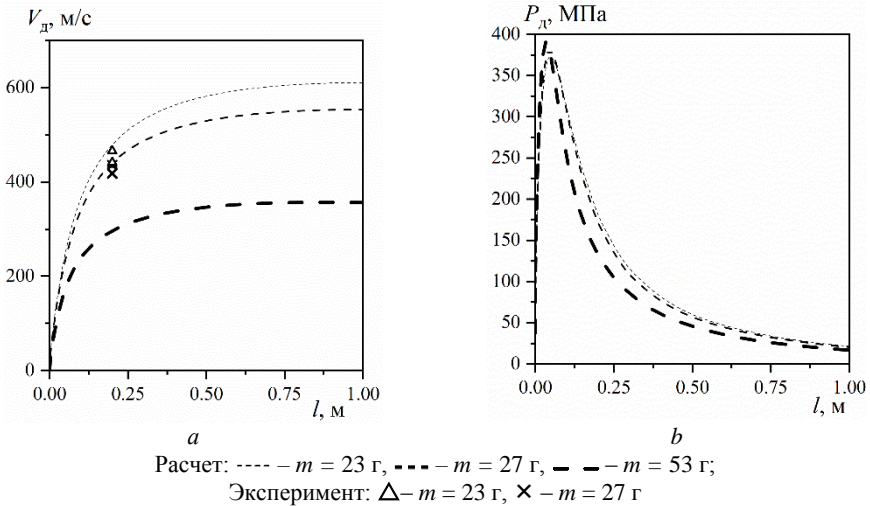
**Рис. 2.** Основные элементы экспериментальной установки  
**Fig. 2.** Basic elements of the experimental setup

Металлическая мишень устанавливается в воде на расстоянии 11.8 м от дульного среза баллистической установки. Регистрация начальной  $V_0$  и конечной  $V_{11.8}$  скоростей ударника, а также наблюдение за сопровождающими выход ударника из канала баллистической установки процессами производятся с применением высокоскоростной съемки. По мере необходимости дополнительные камеры устанавливаются на любом участке траектории, например у мишени. На трассе в воде установлены лавсановые экраны, по пробоинам в которых можно восстановить траекторию движения ударника. Перед заряданием разделительный шлюз перекрывается и из секции с баллистической установкой удаляется вода. После помещения ударника в ускорительный канал дульный срез баллистической установки герметизируется от воды с помощью тонкой полимерной мембраны. После

заряжания секция с баллистической установкой затопливается водой и объединяется с основной гидробаллистической трассой. Таким образом, исключается попадание воды в канал ствола.

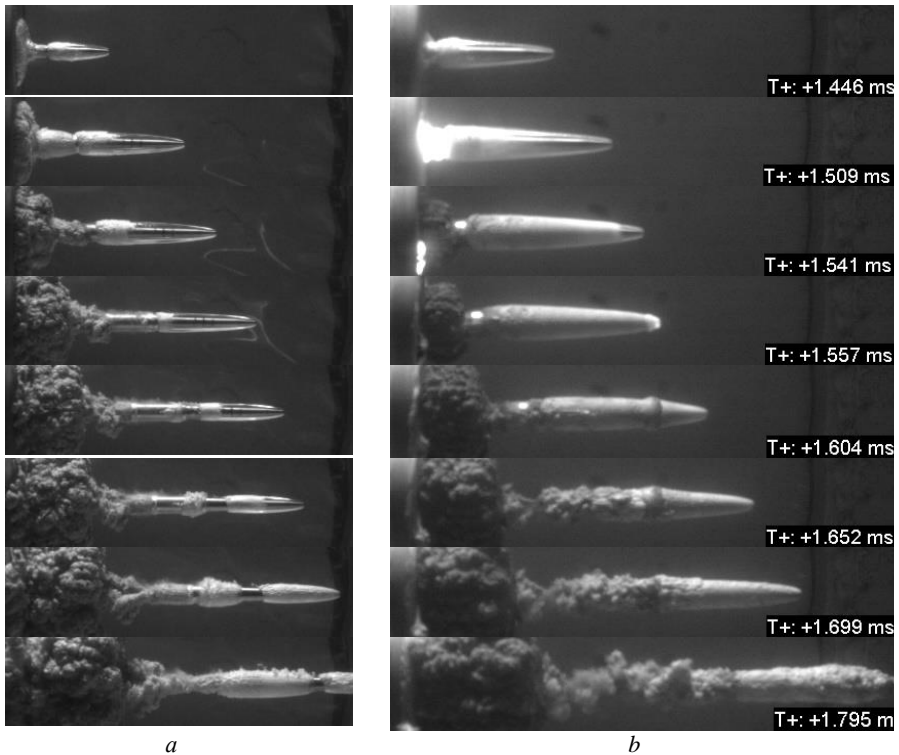
В ходе выполнения программы экспериментальных исследований отработывался ряд методических и конструкционных решений, обеспечивающих штатное ускорение ударника в стволе до максимально возможных скоростей при сохранении максимального давления в камере баллистической установки, не превышающего 400 МПа. Также отработывались технологические решения, позволяющие сохранять целостность ударника при движении по ускорительному каналу и при последующем глиссировании в воде.

Для определения параметров заряжания баллистической установки был произведен расчет внутрибаллистических параметров выстрела с применением математической модели и численной методики расчета внутрикамерных процессов [12]. На рис. 3 представлены результаты расчета в виде зависимости дульной скорости ударника (*a*) и величины давления, реализующегося на срезе канала установки (*b*) от длины ускорительного канала.



**Рис. 3.** Зависимость дульной скорости ударников различных масс (*a*) и величины дульного давления (*b*) от длины ускорительного канала  
**Fig. 3.** Dependences of the (*a*) muzzle velocity of projectiles of various masses and (*b*) muzzle pressure on the acceleration bore length

На рис. 3, *a* символами показаны экспериментальные данные для ударников массами 23 и 27 г, подтверждающие воспроизводимость дульной скорости и достоверность результатов расчетов. Согласно расчету (см. рис. 3, *b*), при выходе ударника из канала ускорителя давление на дульном срезе баллистической установки достигает 180 МПа. В этих условиях скорость струи пороховых газов превышает скорость ударника, и ее истечение в окружающую среду может сказаться на формировании суперкаверны и движении ударника. На рис. 4, *a, б* приведены последовательности фотографий, на которых запечатлены два характерных сценария развития процессов при выходе ударника из канала.



**Рис. 4.** Фотографии процесса входа ударника в воду из канала баллистической установки:  
*a* – без проникновения пороховых газов в суперкаверну;  
*b* – с проникновением пороховых газов в суперкаверну

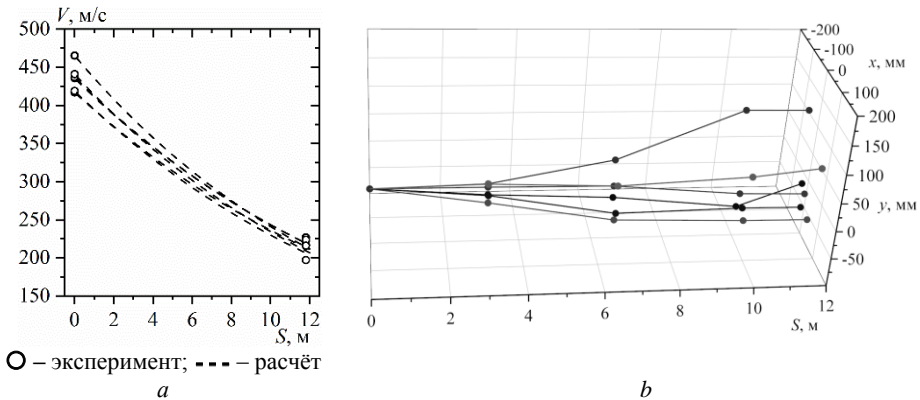
**Fig. 4.** Pictures of the projectile entering water out of a ballistic setup bore:  
 (a) without and (b) with penetration of powder gases into a supercavern

В обоих случаях, до тех пор пока ударник полностью не покидает дульный срез, прорыва пороховых газов в воду из ускорительного канала не наблюдается, вокруг ударника формируется прозрачная суперкаверна. В случае рис. 4, *a* после освобождения ударником канала ускорителя начинается истечение пороховых газов в воду с образованием темной полости, свидетельствующей о присутствии в ней продуктов сгорания порохового заряда. Одновременно поверхность суперкаверны вокруг ударника теряет прозрачность, что указывает на присутствие возмущений на ее поверхности. Вместе с этим длина и диаметр суперкаверны уменьшаются, и отдельные участки корпуса ударника несимметрично замываются водой. Наблюдаемое сужение каверны можно объяснить локальным повышением давления в среде вокруг дульного среза метательной установки.

Увеличением радиуса кавитатора можно компенсировать сужение суперкаверны и предотвратить «замывание» ударника. В таком случае (см. рис. 4, *b*), после того как ударник покидает канал ускорителя, струя продуктов сгорания устремляется в суперкаверну, постепенно обгоняя ударник. В момент времени  $T = 1.557$  мс (см. рис. 4, *b*) происходит столкновение фронта продуктов сгорания с передней частью суперкаверны, в месте удара наблюдается кратковременная

вспышка, происходит локальное расширение границ полости. К моменту времени  $T = 1.795$  мс (см. рис. 4, *b*) основная масса продуктов сгорания, попавшая в каверну, достигает передней ее части, чем объясняются расширение и хаотическое возмущение ее границ вокруг ударника.

Влияние наблюдаемых на рис. 4 процессов на движение ударника в воде можно проследить по изменению параметров его движения на траектории. На рис. 5 приведены зависимости скорости ударников от пройденного пути в воде (*a*) и траектории суперкавитирующих ударников, полученные по пробойнам в лавсановых экранах (*b*).



**Рис. 5.** Зависимости скоростей (*a*) и траекторий движения (*b*) суперкавитирующих ударников от пройденного пути в воде

**Fig. 5.** Dependences of the (*a*) velocities and (*b*) motion trajectories of supercavitating projectiles on the distance traveled in water

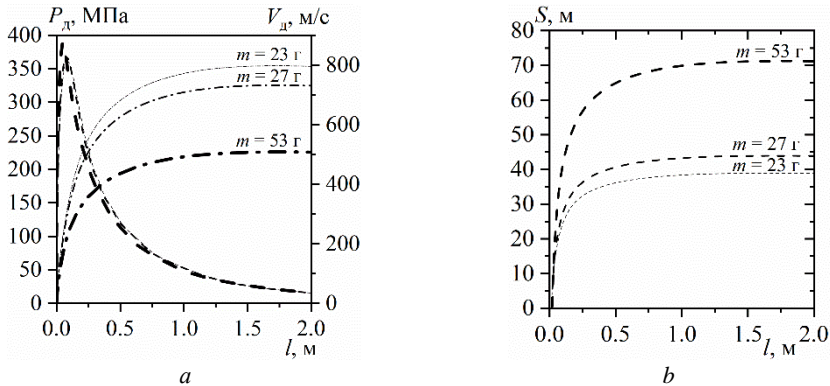
В расчете полагается, что ударник движется в режиме суперкавитации, т.е. касается воды только по поверхности кавитатора, и его перемещение рассматривается как движение плоского диска в воде с радиусом кавитатора и массой, равной массе всего ударника [10]. Отклонение расчетных значений скорости от экспериментальных в конце траектории ( $S = 11.8$  м) составило не более 3 %, что свидетельствует о реализации суперкавитирующего режима движения ударников на траектории в воде и справедливости применяемых в расчетах допущений. Пробойны от ударников в мишени, расположенной на дистанции 11.8 м, укладываются в круг радиусом 125 мм (см. рис. 5, *b*). Необходимо отметить, что наблюдаемое отклонение ударников формируется после выхода из ствола в самом начале траектории, далее ударники преимущественно сохраняют приобретенное направление движения. Таким образом, подтверждается, что возмущения, полученные при взаимодействии ударника и каверны со струей продуктов сгорания, могут существенно сказаться на траектории его дальнейшего движения в воде. Очевидно, что амплитуда таких возмущений будет тем больше, чем выше дульное давление выстрела и выше скорость истечения пороховых газов из канала установки.

Данное обстоятельство необходимо учитывать при проектировании баллистической установки для осуществления подводного старта суперкавитирующих ударников и их последующего прицельного движения в воде.

### Расчет параметров лабораторной метательной установки для подводного старта суперкавитирующего ударника

Баллистическое проектирование метательной установки производилось на основе следующих исходных данных: диаметр канала – 8 мм, метаемые массы – 20–55 г, объем зарядной камеры – 20 см<sup>3</sup>, максимальное давление в зарядной камере – 400 МПа. Требовалось определить длину канала, чтобы выдерживалось оптимальное соотношение между начальной скоростью и дальностью суперкавитирующего движения ударника в воде. Оценка параметров лабораторной метательной установки для подводного старта суперкавитирующих ударников проводилась с привлечением методики расчета внутрибаллистических процессов, описанной в [12].

На рис. 6 приведены результаты расчета параметров выстрела для ударников массами 23, 27 и 53 г. Показаны зависимости давления на срезе канала ускорителя, зависимости дульной скорости ударника (*a*) и дальности суперкавитирующего движения ударников в воде (на глубине  $h = 0.25$  м) (*b*) от длины ускорительного канала.



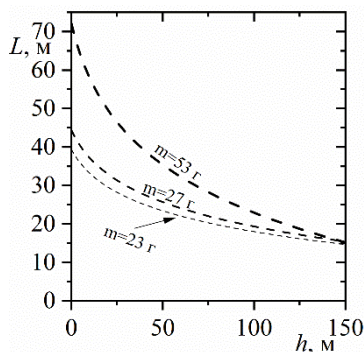
**Рис. 6.** Зависимости дульного давления (штриховая линия) и скорости (штрихпунктирная линия) (*a*), дальности суперкавитирующего движения в воде ( $h = 0.25$  м) (*b*) от длины ускорительного канала для ударников различных масс

**Fig. 6.** Dependences of the (*a*) muzzle pressure (the dashed line) and muzzle velocity (the dash-dot line) and (*b*) the range of supercavitating motion in water ( $h = 0.25$  m) on the acceleration bore length for projectiles of various masses

Согласно расчету, для достижения максимальной дульной скорости и дальности суперкавитирующего движения на глубине траектории  $h = 0.25$  м целесообразно применение ускорительного канала длиной не более 1 м, при этом достигается горизонтальная дальность суперкавитирующего движения в воде до 38, 43 и 70 м для ударников массами 23, 27 и 53 г соответственно. Величина дульного давления при длине ствола в 1 м составит 53 МПа (см. рис. 6, *a*). Это в 3.6 раза меньше, чем при длине ствола в 0.2 м, что существенно снижает воздействие струи пороховых газов на ударник и каверну в период последействия. Дальнейшее удлинение канала ускорителя еще больше снижает величину дульного давления, однако увеличивает габариты и массу баллистической установки, обеспечивая прирост скорости и дальности не более чем на 3%.



С ростом глубины погружения траектории увеличивается величина гидростатического давления, что приводит к сужению суперкаверны [1, 11]. На рис. 7 приведены расчетные зависимости дальности суперкавитирующего движения в горизонтальной плоскости для ударников рассматриваемых масс, выпущенных из ускорительного канала длиной 1 м.



**Рис. 7.** Зависимость дальности суперкавитирующего движения ударника от глубины залегания траектории

**Fig. 7.** Dependence of the range of projectile supercavitating motion on the underwater depth of the trajectory

Согласно расчетным зависимостям на рис. 7, при длине ускорительного канала 1 м ударники всех рассматриваемых конфигураций, двигаясь в режиме суперкавитационного обтекания, способны преодолевать в воде не менее 15 м пути на глубинах до 150 м.

### Заключение

В ходе проведенного исследования произведена модернизация суперкавитирующих ударников и предложены технические решения, позволяющие проводить пушечный старт ударников из погруженной в воду баллистической установки в лабораторных условиях. Изучены особенности быстропротекающих высокоэнергетических процессов, сопровождающих выход ударника из канала баллистической установки в воду. Полученные данные могут быть использованы для верификации результатов расчетов параметров периода последствия пороховых газов при пушечном старте ударников из затопленного ствола.

Расчетно-экспериментальным путем показано, что в условиях, схожих с условиями гидробаллистического стенда ( $h = 0.25$  м), применение ускорительного канала длиной 1 м для метания ударников массами 23, 27 и 53 г обеспечит достижение горизонтальной дальности суперкавитирующего движения в воде 38, 43 и 70 м соответственно. На глубинах до 150 м ударники рассмотренных конфигураций способны преодолевать в воде не менее 15 м пути.

### Список источников

1. Логвинович Г.В. Некоторые вопросы глиссирования и кавитации // Труды ЦАГИ. 1980. № 2052. С. 250–270.
2. Пирсол И. Кавитация / пер. с англ. Ю.Ф. Журавлева. М. : Мир, 1975. 95 с.

3. Васин А.Д. Задачи гидродинамики и гидроупругости высокоскоростного движения в воде : дис. д-ра техн. наук. М., 1999. 282 с.
4. Савченко Ю.Н., Власенко Ю.Д., Семенов В.Н. Экспериментальные исследования высокоскоростных кавитационных течений // Гидромеханика. 1998. № 72. С. 103–111.
5. Савченко Ю.Н. Моделирование суперкавитационных процессов // Прикладная гидромеханика. 2000. Т. 2. № 3. С. 75–86.
6. Ahn S.S. An integrated approach to the design of supercavitating underwater vehicles : Ph.D. dissertation / School of Aerospace Engineering Georgia Institute of Technology. Atlanta, GA, 2007.
7. Vlasenko Y. Experimental investigation of supercavitation flow regimes at subsonic and transonic speeds // Proc. In Fifth Int. Symp. on Cavitation (Osaka, Japan). 8 p. doi: 10.1615/InterJFluidMechRes.v28.i5.110
8. Guo Z., Zhang W., Xiao X., Wei G., Ren P. An investigation into horizontal water entry behaviors of projectiles with different nose shapes // International Journal Impact Engineering. 2012. V. 49. P. 43–60.
9. Ping W., Jian H., Tingfeng C. Analysis on the stability of supercavitation projectile // Applied Mechanics and Materials. 2012. V. 157–158. P. 58–61.
10. Ischenko A., Burkin V., Diachkovskii A. et al. Visualization of high-speed interaction of bodies in water // AIP Conference Proceedings. 2016. V. 1770. Art. 030011.
11. Ищенко А.Н., Буркин В.В., Дьячковский А.С. и др. Исследование параметров движения инертных конических моделей в воде // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2021. № 71. С. 78–89.
12. Хоменко Ю.П., Ищенко А.Н., Касимов В.З. Математическое моделирование внутрибаллистических процессов в ствольных системах. Новосибирск : Изд-во СО РАН. 1999. 255 с.

### References

1. Logvinovich G.V. (1980) Nekotorye voprosy glissirovaniya i kavitatsii [Some issues of planing and cavitation]. *Trudy TSAGI – TsAGI Science Journal*. 2052. pp. 250–270.
2. Pirsol I. (1972) *Cavitation*. London: Mills and Boon.
3. Vasin A.D. (1999) *Zadachi gidrodinamiki i gidrouprugosti vysokoskorostnogo dvizheniya v vode* [Problems of hydrodynamics and hydroelasticity of high-speed motion in water]. Dissertation, State Research Center TsAGI.
4. Savchenko Yu.N., Vlasenko Yu.D., Semenenko V.N. (1998) Eksperimental'nye issledovaniya vysokoskorostnykh kavitatsionnykh techeniy [Experimental studies of high-speed cavitation flows]. *Gidromekhanika*. 72. pp. 103–111.
5. Savchenko Yu.N. (2000) Modelirovanie superkavitatsionnykh protsessov [Modeling of supercavitation processes]. *Prikladnaya gidromekhanika*. 2(3). pp. 75–86.
6. Ahn S.S. (2007) *An Integrated Approach to the Design of Supercavitating Underwater Vehicles*. Dissertation, Georgia Institute of Technology.
7. Vlasenko Yu. (2003) Experimental investigation of supercavitation flow regimes at subsonic and transonic speeds. *Proceedings of the Fifth International Symposium on Cavitation, Osaka, Japan*.
8. Guo Z., Zhang W., Xiao X., Wei G., Ren P. (2012) An investigation into horizontal water entry behaviors of projectiles with different nose shapes. *International Journal Impact Engineering*. 49. pp. 43–60. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2012.04.004
9. Ping W., Jian H., Tingfeng C. (2012) Analysis on the stability of supercavitation projectile. *Applied Mechanics and Materials*. 157–158. pp. 58–61. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.157-158.58
10. Ischenko A.N., Burkin V.V., Diachkovskii, A.S., Korolov L.V., Chupashev A.V., Zykova A.I. (2016) Visualization of high-speed interaction of bodies in water. *AIP Conference Proceedings*. 1770. Article 030011.

11. Ishchenko A.N., Burkin V.V., D'yachkovskiy A.S., Chupashev A.V. (2021) Issledovanie parametrov dvizheniya inertnykh konicheskikh modeley v vode [Investigation of underwater motion parameters for inert conical models]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 71. pp. 78–89. doi: 10.17223/19988621/71/7
12. Khomenko Yu.P., Ishchenko A.N., Kasimov V.Z. (1999) *Matematicheskoe modelirovanie vnutriballisticheskikh protsessov v stvol'nykh sistemakh* [Mathematic simulation of intraballistic processes in barrel systems]. Novosibirsk: SB RAS Publishing House.

***Сведения об авторах:***

**Ищенко Александр Николаевич** – доктор физико-математических наук, директор Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: ichan@niipmm.tsu.ru

**Буркин Виктор Владимирович** – кандидат физико-математических наук, заведующий сектором 71 Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: v.v.burkin@mail.ru

**Дьячковский Алексей Сергеевич** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: lex\_okha@mail.ru

**Чупашев Андрей Владимирович** – младший научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: chupashevav@gmail.ru

***Information about the authors:***

**Ishchenko Aleksandr N.** (Doctor of Physics and Mathematics, Director, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: ichan@niipmm.tsu.ru

**Burkin Viktor V.** (Candidate of Physics and Mathematics, Head of Department, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: v.v.burkin@mail.ru

**D'yachkovskiy Aleksey S.** (Candidate of Physics and Mathematics, Senior Researcher, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: lex\_okha@mail.ru

**Chupashev Andrey V.** (Junior Researcher, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: chupashevav@gmail.ru

*Статья поступила в редакцию 27.10.2022; принята к публикации 31.03.2023*

*The article was submitted 27.10.2022; accepted for publication 31.03.2023*