МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ

IX-й Международной научной конференции

«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ, ТЕХНИЧЕСКИХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 26–28 мая 2022 г.

*Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина*

Томск
Издательство Томского государственного университета
2022

I. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ, УПРАВЛЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

DOI: 10.17223/978-5-907572-27-0-2022-1

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАССЕЯНИЯ НА ТОНКИХ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРАХ

Дмитренко А.Г., Балашова О.М.
Томский государственный университет
dmitr.tsu.202@mail.ru, balashovajkz@mail.ru

Введение

Значительный интерес для исследователей представляет изучение рассеяния электромагнитных волн в резонансной частотной области на структурах, состоящих как из идеально проводящих, так и диэлектрических тонких цилиндров конечной длины. Этот интерес обусловлен необходимостью решения таких практически важных проблем, как проблемы радиолокационной заметности, идентификации объектов, оценки рассеяния диэлектрическими или металлическими цилиндрическими деталями различных геометрически сложных тел и др.

Под тонким цилиндром обычно понимается цилиндрическое тело, чаще кругового сечения, поперечные размеры которого много меньше его длины и длины падающей волны. В работах [1–4] предложен и опробован численный метод решения задачи электромагнитного рассеяния на структурах, состоящих из одного тонкого диэлектрического цилиндра и одного тонкого идеально проводящего цилиндра.

В данной работе вышеупомянутый метод обобщен на случай структур, содержащих произвольное конечное число как идеально проводящих, так и диэлектрических тонких цилиндров.

1. Постановка задачи

Рассматриваемая структура в декартовой системе координат *Oxyz* показана на рис. 1.

В безграничной однородной изотропной среде с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_e и μ_e в декартовой системе координат *Oxyz* расположена структура, состоящая из Q непересекающихся тонких диэлектрических цилиндров $D_{d,q}$ ($q=\overline{1,Q}$) и U непересекающихся тонких идеально проводящих цилиндров $D_{p,u}$ ($u=\overline{1,U}$). Диэлектрические цилиндры ограничены поверхностями $S_{d,q}$ ($q=\overline{1,Q}$), имеют длины $l_{d,q}$ ($q=\overline{1,Q}$), радиусы $r_{d,q}$ ($q=\overline{1,Q}$) и характеризуются диэлектрическими и магнитными проницаемостями $\varepsilon_{d,q}$ и $\mu_{d,q}$. Идеально проводящие цилиндры ограничены поверхностями $S_{p,u}$ ($u=\overline{1,U}$), имеют длины $l_{p,u}$ ($u=\overline{1,U}$) и радиусы $r_{p,u}$ ($u=\overline{1,U}$). Параметры цилиндров удовлетворяют условиям тонкого цилиндра: $2r_{d,q} \ll \lambda_q$, $2r_{d,q} \ll l_{d,q}$ ($q=\overline{1,Q}$); $2r_{p,u} \ll \lambda$, $2r_{p,u} \ll l_{p,u}$ ($u=\overline{1,U}$), где λ_q – длина волны внутри q-го диэлектрического цилиндра, λ – длина падающей на структуру волны. На рис. 1 в качестве примера показана структура, состоящая из двух диэлектрических ($q=1,2$) и двух идеально проводящих ($u=1,2$) цилиндров. Структура возбуждается стационарным электромагнитным полем, которое характеризуется вектором напряженности электрического поля $\mathbf{E}_0$ и вектором напряженности магнитного поля $\mathbf{H}_0$ и зависимость которого от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$. Требуется найти рассеянное поле $\mathbf{E}_e,\mathbf{H}_e$, в области D_e.

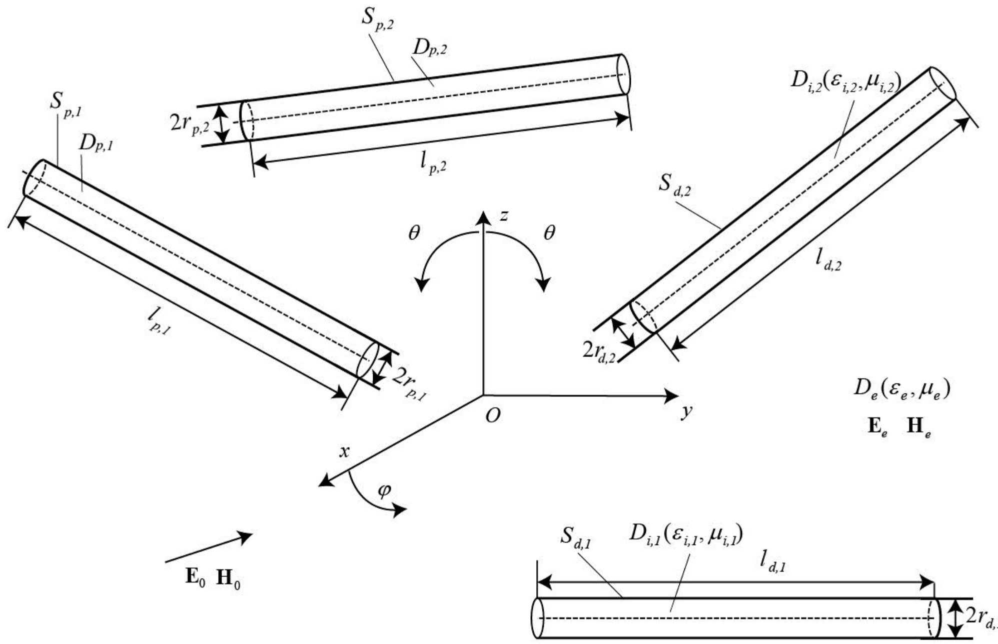

Рис. 1. Геометрия задачи

Кроме поля $\mathbf{E}_e,\mathbf{H}_e$ в D_e, внутри каждого диэлектрического цилиндра существует поле $\mathbf{E}_{d,q},\mathbf{H}_{d,q}$, которое также является неизвестным. Поля $\mathbf{E}_e,\mathbf{H}_e$ и $\mathbf{E}_{d,q},\mathbf{H}_{d,q}$ ($q=\overline{1,Q}$) должны удовлетворять уравнениям Максвелла

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}_e = i\omega\mu_e\mathbf{H}_e,\ \operatorname{rot}\mathbf{H}_e = -i\omega\varepsilon_e\mathbf{E}_e \tag{1}$$

в области D_e,

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}_{d,q} = i\omega\mu_{d,q}\mathbf{H}_{d,q},\ \operatorname{rot}\mathbf{H}_{d,q} = -i\omega\varepsilon_{d,q}\mathbf{E}_{d,q} \tag{2}$$

в областях $D_{d,q}$ ($q=\overline{1,Q}$) и граничным условиям

$$\left[\mathbf{n}_{d,q},\mathbf{E}_{d,q}-\mathbf{E}_{e,q}\right]=\left[\mathbf{n}_{d,q},\mathbf{E}_0\right],\ \left[\mathbf{n}_{d,q},\mathbf{H}_{d,q}-\mathbf{H}_{e,q}\right]=\left[\mathbf{n}_{d,q},\mathbf{H}_0\right] \tag{3}$$

на поверхностях $S_{d,q}$ ($q=\overline{1,Q}$),

$$\left[\mathbf{n}_{p,u},\mathbf{E}_{e,u}\right]=-\left[\mathbf{n}_{p,u},\mathbf{E}_0\right] \tag{4}$$

на поверхностях $S_{p,u}$ ($u=\overline{1,U}$). Кроме того, поле $\mathbf{E}_e,\mathbf{H}_e$ в области D_e должно удовлетворять условиям излучения

$$\left[\sqrt{\varepsilon_e}\mathbf{E}_e,\mathbf{R}/R\right]+\sqrt{\mu_e}\mathbf{H}_e=O\left(R^{-1}\right),\ \left[\sqrt{\mu_e}\mathbf{H}_e,\mathbf{R}/R\right]-\sqrt{\varepsilon_e}\mathbf{E}_e=O\left(R^{-1}\right),\ R\to\infty. \tag{5}$$

В выражениях (1)–(5) $\mathbf{n}_{d,q}$ – единичные векторы нормалей к поверхностям $S_{d,q}$, ограничивающим диэлектрические цилиндры; $\mathbf{n}_{p,u}$ – единичные векторы нормалей к поверхностям $S_{p,u}$, ограничивающим идеально проводящие цилиндры; $R=\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}$; $[\mathbf{a};\mathbf{b}]$ – векторное произведение.

2. Метод решения задачи

Суть предлагаемого метода заключается в следующем. Разместим внутри каждого из цилиндров $D_{d,q}$ на его оси непрерывно распределенные электрический и магнитный токи $\mathbf{J}_q^e$ и $\mathbf{J}_q^m$, а внутри каждого идеально проводящего цилиндра на его оси – непрерывно распределенный электрический ток $\mathbf{J}_u^e$, аналогично тому, как это показано на рис. 1 в работе [1]. Представим неизвестное рассеянное поле $\mathbf{E}_e,\mathbf{H}_e$ во внешней среде в виде суммы полей введенных вспомогательных токов:

$$\mathbf{E}_e(M)=\frac{i}{\omega\varepsilon_e}\sum_{q=1}^{Q}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{\Pi}_q^e-\sum_{q=1}^{Q}\operatorname{rot}\mathbf{\Pi}_q^m+\frac{i}{\omega\varepsilon_e}\sum_{u=1}^{U}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{\Pi}_u^e,$$

$$\mathbf{H}_e(M)=\sum_{q=1}^{Q}\operatorname{rot}\mathbf{\Pi}_q^e+\frac{i}{\omega\mu_e}\sum_{q=1}^{Q}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{\Pi}_q^m+\sum_{u=1}^{U}\operatorname{rot}\mathbf{\Pi}_u^e, \tag{6}$$

$$\mathbf{\Pi}_q^e=\int_{-l_{d,q}/2}^{l_{d,q}/2}\Psi_e\left(M,M'_q\right)\mathbf{J}_q^e\mathrm{d}l_q,\ \mathbf{\Pi}_q^m=\int_{-l_{d,q}/2}^{l_{d,q}/2}\Psi_e\left(M,M'_q\right)\mathbf{J}_q^m\mathrm{d}l_q,\ \mathbf{\Pi}_u^e=\int_{-l_{p,u}/2}^{l_{p,u}/2}\Psi_e\left(M,M'_u\right)\mathbf{J}_u^e\mathrm{d}l_u.$$

В выражениях (6) функция $\Psi_e\left(M,M'_q\right)=e^{ik_eR_{MM'_q}}/4\pi R_{MM'_q}$, функция $\Psi_e\left(M,M'_u\right)=e^{ik_eR_{MM'_u}}/4\pi R_{MM'_u}$; $k_e=\omega\sqrt{\varepsilon_e\mu_e}$ – волновое число во внешней среде D_e; $R_{MM'_q}$ – расстояние от точки M'_q на оси диэлектрического цилиндра с номером q до точки наблюдения M в области D_e; $R_{MM'_u}$ – расстояние от точки M'_u на оси идеально проводящего цилиндра с номером u до той же точки наблюдения M в области D_e; $\mathbf{J}_q^e$, $\mathbf{J}_q^m$ и $\mathbf{J}_u^e$ – векторы неизвестных осевых вспомогательных токов; интегрирование в выражениях для $\mathbf{\Pi}_q^e$, $\mathbf{\Pi}_q^m$ проводится вдоль оси q-го диэлектрического цилиндра, а в выражении для $\mathbf{\Pi}_u^e$ – вдоль оси u-го идеально проводящего цилиндра.

Для представления электромагнитного поля $\mathbf{E}_{d,q},\mathbf{H}_{d,q}$ внутри диэлектрического цилиндра с номером q введем вспомогательную поверхность $S'_{d,q}$, охватывающую цилиндр, как это показано на рис. 2 работы [1]. Поверхность $S'_{d,q}$ представляет собой круговой цилиндр со сферически скругленными торцами; радиус этого цилиндра равен $R_{d,q}$, а его длина равна длине диэлектрического цилиндра. Выберем на вспомогательной поверхности $S'_{d,q}$ конечную совокупность точек $M_{n,d,q}$ ($n=\overline{1,N_{d,q}}$);$N_{d,q}$ – число этих точек на $S'_{d,q}$. Разместим в каждой из этих точек пару независимых вспомогательных элементарных электрических диполей с моментами $\mathbf{p}_{\tau_1}^{n,d,q}=p_{\tau_1}^{n,d,q}\mathbf{e}_{\tau_1}^{n,d,q}$ и $\mathbf{p}_{\tau_2}^{n,d,q}=p_{\tau_2}^{n,d,q}\mathbf{e}_{\tau_2}^{n,d,q}$. Единичные векторы $\mathbf{e}_{\tau_1}^{n,d,q}$ и $\mathbf{e}_{\tau_2}^{n,d,q}$ лежат в плоскости, касательной к поверхности $S'_{d,q}$ в точке $M_{n,d,q}$; вектор $\mathbf{e}_{\tau_1}^{n,d,q}$ расположен в сечении $\varphi=\mathrm{const}$, проходящем через точку $M_{n,d,q}$, а вектор $\mathbf{e}_{\tau_2}^{n,d,q}$ выбран ортогональным вектору $\mathbf{e}_{\tau_1}^{n,d,q}$. Предполагается, что диполи, размещенные на поверхности $S'_{d,q}$ излучают в однородную среду с проницаемостями $\varepsilon_{d,q}$ и $\mu_{d,q}$.

Представим неизвестное электромагнитное поле $\mathbf{E}_{d,q},\mathbf{H}_{d,q}$ внутри q-го диэлектрического цилиндра в виде суммы полей введенных вспомогательных диполей:

$$\mathbf{E}_{d,q}(M)=\frac{i}{\omega\varepsilon_{d,q}}\sum_{n=1}^{N_{d,q}}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{\Pi}_{n,d,q},\ \mathbf{H}_{d,q}(M)=\frac{i}{\omega\varepsilon_{d,q}}\sum_{n=1}^{N_{d,q}}\operatorname{rot}\mathbf{\Pi}_{n,d,q},$$
$$\mathbf{\Pi}_{n,d,q}=\Psi_{d,q}\left(M,M_{n,d,q}\right)\mathbf{p}_{\tau}^{n,d,q},\ \mathbf{p}_{\tau}^{n,d,q}=p_{\tau_1}^{n,d,q}\mathbf{e}_{\tau_1}^{n,d,q}+p_{\tau_2}^{n,d,q}\mathbf{e}_{\tau_2}^{n,d,q}, \tag{7}$$
$$M\in D_{d,q},\ q=\overline{1,Q}.$$

В выражениях (7) функция $\Psi_{d,q}\left(M,M_{n,d,q}\right)=e^{ik_{d,q}R_{MM_{n,d,q}}}/4\pi R_{MM_{n,d,q}}$; $R_{MM_{n,d,q}}$ – расстояние от точки $M_{n,d,q}$ на вспомогательной поверхности $S'_{d,q}$ до точки M в области $D_{d,q}$; $k_{d,q}=\omega\sqrt{\varepsilon_{d,q}\mu_{d,q}}$ – волновое число в области $D_{d,q}$; $N_{d,q}$ – число точек, в которых размещены диполи на поверхности $S'_{d,q}$; $p_{\tau_1}^{n,d,q}$ и $p_{\tau_2}^{n,d,q}$ – неизвестные дипольные моменты.

Представления (6) и (7) удовлетворяют уравнениям Максвелла (1) и (2) и условиям излучения (5). Для того чтобы удовлетворить граничным условиям (3)–(4), необходимо соответствующим образом выбрать пока неизвестные распределения осевых токов $\mathbf{J}_q^e$, $\mathbf{J}_q^m$ и $\mathbf{J}_u^e$ и значения дипольных моментов $p_{\tau_1}^{n,d,q}$ и $p_{\tau_2}^{n,d,q}$; $q=\overline{1,Q}$; $n=\overline{1,N_{d,q}}$; $u=\overline{1,U}$.

Введем кусочно-постоянную аппроксимацию вспомогательных осевых токов. Разобьем осевую линию каждого из цилиндров на малые участки, в пределах которых токи можно считать постоянными. Постоянные токи внутри таких участков будем называть элементами токов. Пусть N_q – число участков разбиения осевой линии q-го диэлектрического цилиндра, а N_u – число участков разбиения осевой линии u-го идеально проводящего цилиндра. Тогда выражения для векторов $\mathbf{\Pi}_q^e$, $\mathbf{\Pi}_q^m$ и $\mathbf{\Pi}_u^e$ в выражениях (6) приближенно можно записать в виде

$$\mathbf{\Pi}_q^e=\mathbf{e}_q\sum_{i=1}^{N_q}J_{q,i}^e\int_{l_{q,i-1}}^{l_{q,i}}\Psi_e\left(M,M'_q\right)\mathrm{d}l_q,\ \mathbf{\Pi}_q^m=\mathbf{e}_q\sum_{i=1}^{N_q}J_{q,i}^m\int_{l_{q,i-1}}^{l_{q,i}}\Psi_e\left(M,M'_q\right)\mathrm{d}l_q,$$
$$\mathbf{\Pi}_u^e=\mathbf{e}_u\sum_{i=1}^{N_u}J_{u,i}^e\int_{l_{u,i-1}}^{l_{u,i}}\Psi_e\left(M,M'_u\right)\mathrm{d}l_u, \tag{8}$$

где $J_{q,i}^e$, $J_{q,i}^m$ – элементы электрического и магнитного токов на i-ом участке осевой линии q-го диэлектрического цилиндра; $J_{u,i}^e$ – элемент электрического тока на i-ом участке осевой линии u-го идеально проводящего цилиндра; $\mathbf{e}_q$ – единичный вектор, направленный вдоль оси q-го диэлектрического цилиндра; $\mathbf{e}_u$ – единичный вектор, направленный вдоль оси u-го идеально проводящего цилиндра; M'_q – точка, принадлежащая отрезку $\left[l_{q,i-1},l_{q,i}\right]$ осевой линии q-го диэлектрического цилиндра; M'_u – точка, принадлежащая отрезку $\left[l_{u,i-1},l_{u,i}\right]$ осевой линии u-го идеально проводящего цилиндра. При таком подходе нахождение неизвестных распределений осевых токов сводится к нахождению значений $2\sum_{q=1}^{Q}N_q+\sum_{u=1}^{U}N_u$ элементов тока.

Для определения значений элементов тока и дипольных моментов используем граничные условия (3)–(4), удовлетворяя им в соответствии с методом коллокации. Пусть M_j^q – точки коллокации на поверхности $S_{d,q}$ q-го диэлектрического цилиндра, а число этих точек равно L_q ($j=\overline{1,L_q}$); пусть M_j^u – точки коллокации на поверхности $S_{p,u}$ u-го идеально проводящего цилиндра, а число этих точек равно L_u ($j=\overline{1,L_u}$). Тогда для нахождения неизвестных элементов токов $J^e_{q,i}$, $J^m_{q,i}$ ($q=\overline{1,Q}$; $i=\overline{1,N_q}$), $J^e_{u,i}$ ($u=\overline{1,U}$; $i=\overline{1,N_u}$) и дипольных моментов $p^{n,d,q}_{\tau_1}$, $p^{n,d,q}_{\tau_2}$ ($q=\overline{1,Q}$; $n=\overline{1,N_{d,q}}$) получим следующую систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{gathered}\left[\mathbf{n}^j_{d,q},\mathbf{E}^j_{d,q}-\mathbf{E}^j_{e,q}\right]=\left[\mathbf{n}^j_{d,q},\mathbf{E}^j_{0,q}\right],\ \left[\mathbf{n}^j_{d,q},\mathbf{H}^j_{d,q}-\mathbf{H}^j_{e,q}\right]=\left[\mathbf{n}^j_{d,q},\mathbf{H}^j_{0,q}\right],\ q=\overline{1,Q},\ \ j=\overline{1,L_q},\\ \left[\mathbf{n}^j_{p,u},\mathbf{E}^j_{e,u}\right]=-\left[\mathbf{n}^j_{p,u},\mathbf{E}^j_{0,u}\right],\ q=\overline{1,U},\ \ j=\overline{1,L_u},\end{gathered}\tag{9}$$

где $\mathbf{n}^j_{d,q}$ – единичный вектор нормали в точке коллокации M^q_j на поверхности $S_{d,q}$ q-го диэлектрического цилиндра; $\mathbf{n}^j_{p,u}$ – единичный вектор нормали в точке коллокации M^u_j на поверхности u-го идеально проводящего цилиндра; $\mathbf{E}^j_{d,q},\mathbf{H}^j_{d,q}$ и $\mathbf{E}^j_{e,q},\mathbf{H}^j_{e,q}$ – компоненты внутреннего и внешнего полей в точке коллокации M^q_j; $\mathbf{E}^j_{e,u}$ – вектор напряженности внешнего электрического поля в точке коллокации M^u_j; $\mathbf{E}^j_{0,q}$ и $\mathbf{H}^j_{0,q}$ – компоненты возбуждающего поля в точке M^q_j; $\mathbf{E}^j_{0,u}$ – вектор напряженности возбуждающего поля в точке M^u_j.

После решения системы (9) необходимые характеристики рассеянного поля определяются из выражений (6). В частности, для компонент рассеянного поля в дальней зоне получаем

$$\begin{gathered}E_{e,\theta}(M)=\sqrt{\frac{\mu_e}{\varepsilon_e}}H_{e,\varphi}(M)=\frac{e^{ik_eR}}{k_eR}D_\theta(\theta,\varphi)+O\left(R^{-2}\right),\\ E_{e,\varphi}(M)=-\sqrt{\frac{\mu_e}{\varepsilon_e}}H_{e,\theta}(M)=\frac{e^{ik_eR}}{k_eR}D_\varphi(\theta,\phi)+O\left(R^{-2}\right).\end{gathered}\tag{10}$$

где компоненты диаграммы рассеяния $D_\theta(\theta,\varphi)$ и $D_\varphi(\theta,\varphi)$ определяются выражениями

$$D_\theta(\theta,\varphi)=\frac{i\omega\mu_e}{4\pi}\sum_{q=1}^{Q}\left(\cos\alpha_q\cos\theta\cos\varphi+\cos\beta_q\cos\theta\sin\varphi-\cos\gamma_q\sin\theta\right)\times$$
$$\times\sum_{i=1}^{N_q}J^e_{q,i}\int_{l_{q,i-1}}^{l_{q,i}}e^{-ik_e\left(x'_q\sin\theta\cos\varphi+y'_q\sin\theta\sin\varphi+z'_q\cos\theta\right)}\mathrm{d}l_q+\frac{ik_e}{4\pi}\sum_{q=1}^{Q}\left(-\cos\alpha_q\sin\varphi+\cos\beta_q\cos\varphi\right)\times$$
$$\times\sum_{i=1}^{N_q}J^m_{q,i}\int_{l_{q,i-1}}^{l_{q,i}}e^{-ik_e\left(x'_q\sin\theta\cos\varphi+y'_q\sin\theta\sin\varphi+z'_q\cos\theta\right)}\mathrm{d}l_q+$$
$$+\frac{i\omega\mu_e}{4\pi}\sum_{u=1}^{U}\left(\cos\alpha_u\cos\theta\cos\varphi+\cos\beta_u\cos\theta\sin\varphi-\cos\gamma_u\sin\theta\right)\times$$
$$\times\sum_{i=1}^{N_u}J^e_{u,i}\int_{l_{u,i-1}}^{l_{u,i}}e^{-ik_e\left(x'_u\sin\theta\cos\varphi+y'_u\sin\theta\sin\varphi+z'_u\cos\theta\right)}\mathrm{d}l_u\ ,$$

$$D_\varphi(\theta,\varphi)=\frac{i\omega\mu_e}{4\pi}\sum_{q=1}^{Q}\left(-\cos\alpha_q\sin\varphi+\cos\beta_q\cos\varphi\right)\times$$
$$\times\sum_{i=1}^{N_q}J^e_{q,i}\int_{l_{q,i-1}}^{l_{q,i}}e^{-ik_e\left(x'_q\sin\theta\cos\varphi+y'_q\sin\theta\sin\varphi+z'_q\cos\theta\right)}\mathrm{d}l_q+$$
$$+\frac{ik_e}{4\pi}\sum_{q=1}^{Q}\left(-\cos\alpha_q\cos\theta\cos\varphi-\cos\beta_q\cos\theta\sin\varphi+\cos\gamma_q\sin\theta\right)\times$$
$$\times\sum_{i=1}^{N_q}J^m_{q,i}\int_{l_{q,i-1}}^{l_{q,i}}e^{-ik_e\left(x'_q\sin\theta\cos\varphi+y'_q\sin\theta\sin\varphi+z'_q\cos\theta\right)}\mathrm{d}l_q+$$

$$+\frac{i\omega\mu_e}{4\pi}\sum_{u=1}^{U}\left(-\cos\alpha_u\sin\varphi+\cos\beta_u\cos\varphi\right)\sum_{i=1}^{N_u}J_{u,i}^{e}\int_{l_{u,i-1}}^{l_{u,i}}e^{-ik_e\left(x_u'\sin\theta\cos\varphi+y_u'\sin\theta\sin\varphi+z_u'\cos\theta\right)}\mathrm{d}l_u\,. \qquad (11)$$

В выражениях (11) $\cos\alpha_q$, $\cos\beta_q$, $\cos\gamma_q$ – направляющие косинусы осевой линии диэлектрического цилиндра с номером q в глобальной системе отсчета x,y,z; $\cos\alpha_u$, $\cos\beta_u$, $\cos\gamma_u$ – направляющие косинусы осевой линии идеально проводящего цилиндра с номером u; x_q', y_q', z_q' – декартовы координаты текущей точки интегрирования внутри i-го участка q-го диэлектрического цилиндра в системе отсчета x,y,z; x_u', y_u', z_u' – декартовы координаты текущей точки интегрирования внутри i-го участка u-го идеально проводящего цилиндра в системе отсчета x,y,z; R, θ, φ – сферические координаты точки наблюдения M.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе получено решение задачи электромагнитного рассеяния на структурах, содержащих Q непересекающихся тонких диэлектрических цилиндров и U непересекающихся тонких идеально проводящих цилиндров. Оно определяется выражениями (10)–(11), в которых элементы токов $J_{q,i}^{e}$, $J_{q,i}^{m}$ ($q=\overline{1,Q}$; $i=\overline{1,N_q}$) и $J_{u,i}^{e}$ ($u=\overline{1,U}$; $i=\overline{1,N_u}$) определяются путем решения системы линейных алгебраических выражений (9).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дмитренко А.Г., Балашова О.М.* Численный метод решения задачи электромагнитного рассеяния на тонких параллельных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах // Материалы VI Международной молодежной научной конференции «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем». Томск, 24–26 мая 2018 г. – С. 55–61.
2. *Дмитренко А.Г., Балашова О.М.* Моделирование электромагнитного рассеяния на тонких параллельных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2020. – № 51. – С. 35–44.
3. *Дмитренко А.Г., Балашова О.М.* Моделирование электромагнитного рассеяния на тонких ортогональных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах // Материалы тринадцатой международной конференции «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур». Томск, 7–9 сентября 2020 г. – С. 7–8.
4. *Дмитренко А.Г., Балашова О.М.* Исследование электромагнитного рассеяния на тонких соосных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах // Материалы VIII Международной молодежной научной конференции «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем». Томск, 26–30 мая 2021 г. – С. 71–78.

DOI: 10.17223/978-5-907572-27-0-2022-2

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ НА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ОДНОЛИНЕЙНОЙ СМО С ВХОДЯЩИМ MAP-ПОТОКОМ СОБЫТИЙ

Горцев А. М., Бочарова М.А.
Томский государственный университет
dekanat@fpmk.tsu.ru, 89131140060@mail.ru

Введение

Для описания реальных технических процессов и систем широко применяются математические модели массового обслуживания. Стремительный технический прогресс привел к одной из важных сфер приложений теории массового обслуживания, а именно – к проектированию и созданию телекоммуникационных сетей, информационно-вычислительных сетей и т.п.

Так, например, для наиболее точного математического описания телекоммуникационных сетей применяются MAP-потоки. Также такие потоки являются одними из