ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

2022

Математика и механика Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics № 79

Научная статья УДК 539.3 doi: 10.17223/19988621/79/12

# Ограниченные цилиндрическим отбойником изгибные колебания составного тяжелого горизонтального вращающегося вала

Валерий Михайлович Пестренин<sup>1</sup>, Ирина Владимировна Пестренина<sup>2</sup>, Олег Михайлович Перельман<sup>3</sup>, Александр Сергеевич Фадейкин<sup>4</sup>, Николай Дмитриевич Деркач<sup>5</sup>

<sup>1, 2</sup> Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия
<sup>3, 4, 5</sup> ООО «Новобур», Пермь, Россия
<sup>1</sup> pestreninvm@mail.ru
<sup>2</sup> ipestrenina@gmail.com
<sup>3</sup> perelman@novobur.com
<sup>4</sup> fadeikin.as@novobur.com
<sup>5</sup> nikolaiderkach@gmail.com

Аннотация. На основе балочной модели горизонтального составного вала изучается влияние на характер его движения скорости вращения, сил тяжести, демпфирования и дисбаланса. Исследования проводятся численно. Показано, что силы тяжести приводят к смещению линии центров тяжести сечений вала, относительно которой он вращается, демпфирование обусловливает центрирование вала, наличие дисбаланса вызывает изгибные колебания. Изучены режимы движения вала внутри цилиндрического отбойника.

Ключевые слова: тяжелый вращающийся вал, изгибные колебания, ударное взаимодействие, волны ускорения, испытательный стенд, прямая и обратная прецессия

Для цитирования: Пестренин В.М., Пестренина И.В., Перельман О.М., Фадейкин А.С., Деркач Н.Д. Ограниченные цилиндрическим отбойником изгибные колебания составного тяжелого горизонтального вращающегося вала // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2022. № 79. С. 135–151. doi: 10.17223/19988621/79/12

Original article

# Bending vibrations of a heavy horizontal composite rotating shaft limited by a cylindrical baffle

# Valeriy M. Pestrenin<sup>1</sup>, Irina V. Pestrenina<sup>2</sup>, Oleg M. Perel'man<sup>3</sup>, Aleksandr S. Fadeykin<sup>4</sup>, Nikolay D. Derkach<sup>5</sup>

<sup>1, 2</sup> Perm State National Research University, Perm, Russian Federation <sup>3, 4, 5</sup> Novobur LLC, Perm, Russian Federation <sup>1</sup> pestreninvm@mail.ru <sup>2</sup> ipestrenina@gmail.com <sup>3</sup> perelman@novobur.com <sup>4</sup> fadeikin.as@novobur.com <sup>5</sup> nikolaiderkach@gmail.com

**Abstract.** Drilling of wells, especially inclined and horizontal ones, is accompanied by the intense interaction of drilling tools with the borehole walls. In-borehole impacts negatively affect the drill pipe connections, electrical connections, strength characteristics of downhole motor structural elements, etc. The impact interaction of a drilling tool with a well is experimentally studied using a test bench, where the drilling tool sample is fixed in the middle of a heavy composite shaft arranged in cylindrical roller bearings. The rotating shaft is involved in the impact interaction with a cylindrical baffle due to bending vibrations.

In this paper, a beam model of the described shaft is used to study the effect of the rotation speed, gravity forces, damping, and unbalance on the shaft motion. The research is carried out numerically using the ANSYS engineering software package. It is shown that the gravity forces shift the line of centers of gravity in shaft sections, relative to which it rotates. Damping, which is proportional to the speed, provides the shaft centering. The imbalance of the shaft causes bending vibrations. The possible modes of the shaft motion and the conditions for unstable motion are revealed. The mode of the shaft motion within a cylindrical baffle that ensures a steady periodic impact interaction is determined. This interaction induces elastic waves of the acceleration, transverse force and moments in the shaft.

**Keywords:** heavy rotating shaft, bending vibrations, impact interaction, acceleration waves, test bench, forward and backward whirl

For citation: Pestrenin, V.M., Pestrenina, I.V., Perelman, O.M., Fadeykin, A.S., Derkach, N.D. (2022) Bending vibrations of a heavy horizontal composite rotating shaft limited by a cylindrical baffle. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics.* 79. pp. 135–151. doi: 10.17223/19988621/79/12

## Введение

При бурении наклонных и горизонтальных скважин забойные двигатели и бурильная колонна активно взаимодействуют как с забоем, так и со стенками скважины. Бурильный инструмент испытывает продольные, поперечные и крутильные ударные нагрузки, которые обусловливают распространение соответствующих упругих волн в элементах конструкции. Такие динамические явления понижают эффективность бурения, отрицательно влияют на прочностные характеристики элементов конструкции, работоспособность резьбовых соединений, электрических разъемов и пр. Вибрационные ударные воздействия на компоновку низа бурильной колонны (КНБК) с использованием современных телеметрических систем экспериментально изучались в работах [1-5]. В обзорной работе [4] по методам измерений вибраций КНБК показано, что в результате ударов уровень амплитуд ускорений может превышать значение 50g. Механическое поведение такой системы является нелинейным. Теоретическое изучение динамики КНБК, взаимодействующей со стенками скважины, проводится методами математического моделирования. В работах [6–9] строятся дискретные модели, описывающие динамику рассматриваемой системы. Изучаются возможные резонансные режимы, переходные процессы, движение колонны с прямой и обратной прецессией, влияние на эти явления параметров трения, дисбаланса, скорости вращения, механических свойств. Авторы статей [10-22] моделируют динамические процессы при бурении скважин распределенными механическими системами, как правило, составными стержнями различной жесткости. Такой подход представляется более предпочтительным, так как дает возможность устанавливать спектр собственных частот, изучать распространение упругих волн в элементах конструкции, исследовать движение буровой колонны в условиях прямой и обратной прецессии, оценивать влияние различных видов колебаний друг на друга.

Испытания бурового инструмента и элементов привода на взаимодействие со стенками скважины и ударную нагрузку обычно проводятся с использованием стендов, в которых горизонтально расположенные вращающиеся элементы бурильного инструмента подвергаются ударному взаимодействию с отбойником. В публикациях [18, 23–25] приводятся конструкции испытательных стендов, математические модели поведения испытываемого оборудования, измерительные средства. Для испытательного стенда актуальным является знание режимов его функционирования в зависимости от конструктивных параметров. Испытываемый объект обычно состоит из длинных (до 20 и более метров) цилиндрических элементов. Под действием сил тяжести такие элементы заметно прогибаются. Это обстоятельство оказывает существенное влияние на динамику объекта и в настоящее время мало изучено. Поэтому в данной работе на базе балочной модели [26] испытываемого элемента бурильного инструмента изучается влияние на его изгибные колебания скорости вращения, эксцентриситета, сил тяжести и диссипации. Формулируются условия перехода вращения вала к неустойчивому движению; устанавливаются режимы регулярного ударного взаимодействия вращающегося вала с цилиндрическим отбойником; определяются амплитуды упругих сдвиговых волн в элементах конструкции. Исследования проводятся численно с использованием инженерного пакета ANSYS.

# 1. Оценка влияния сил тяжести, диссипации и дисбаланса на изгибные колебания вращающегося горизонтального вала

# 1.1. Постановка задачи

Рассматривается прямолинейный тяжелый упругий вал, закрепленный по концам в цилиндрических подшипниках (рис. 1), имеющих общую горизонтальную ось (ось *x*). В состоянии равновесия вал под действием сил тяжести прогибается. Линия центров тяжести поперечных сечений вала становится непрямолинейной.



Рис. 1. Расчетная схема прямолинейного тяжелого упругого вала, вращающегося в цилиндрических подшипниках вокруг оси *x* Fig. 1. Design scheme of a heavy rectilinear elastic shaft rotating in cylindrical roller bearings around the *x*-axis

Динамические явления, проявляющиеся во вращающемся вале, определяются частотами его собственных колебаний, условиями диссипации и наличием дисбаланса. Вращение вала осуществляется воздействием на левый его торец. Это воздействие может быть реализовано заданием во времени угла поворота торцевого сечения вала или заданием во времени крутящего момента в этом сечении. Указанные два способа приведения вала во вращение эквивалентны в следующем смысле: если вращение задано углом поворота  $\varphi(t)$ , в решении определяется момент, необходимый для реализации заданного угла, и наоборот.

Задача состоит в исследовании влияния прогиба вала вследствие силы тяжести, диссипации и дисбаланса на его изгибные колебания. В частности, следует ответить на вопрос: выполняет ли статический прогиб вала функцию эксцентриситета, за счет которого во вращающемся вале возникают изгибные колебания.

Исследование динамических явлений проводится методом конечных элементов с использованием балочного конечного элемента beam188 инженерного пакета ANSYS, версия 14.5 [27]. В каждом узле такого элемента рассматривается шесть независимых степеней свободы: три перемещения и три поворота, поэтому он описывает пространственное движение вала (в том числе продольные, крутильные и изгибные колебания). При расчете собственных частот колебаний используется физически и геометрически линейная модель упругого вала. При расчете переходных процессов используется физически линейная, а геометрически нелинейная упругая модель, т.е. гипотеза о малых поворотах и перемещениях не применяется. Решение нелинейных задач выполняется пошагово с использованием итерационного метода Ньютона–Рафсона средствами, реализованными в ANSYS [27]. Соответствующие выбранной модели матрицы масс и жесткости конечного элемента приведены в [28]. Конечно-элементное матрично-векторное разрешающее динамическое уравнение модели представляется в виде [27–30]:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\}, \tag{1}$$

здесь  $\{u\}$  – глобальный вектор узловых перемещений; [M], [C], [K] – «глобальные» матрицы масс, демпфирования и жесткости;  $\{F\}$  – глобальный вектор нагрузки, точки над  $\{u\}$  – дифференцирование по времени. Учитывается лишь жесткостное демпфирование, поэтому матрица демпфирования представляется в виде:

$$[C] = \beta[K] - . \tag{2}$$

Коэффициент демпфирования β характеризует рассеивание энергии во всех конструктивных элементах объекта – материале, подшипниках, элементах крепления, в соединениях, приводе вращения и т.д., и зависит от параметров стенда и условий испытаний. В настоящей работе коэффициент β принимался варьируемым параметром.

# 1.2. Численный анализ движения вала в зависимости от сил тяжести, диссипации и дисбаланса

Вычисления показывают, что при отсутствии дисбаланса и диссипации вне зависимости от скорости вал вращается вокруг линии центров тяжести сечений в статически равновесном состоянии. То есть прогиб вала, обусловленный силами тяжести, не исполняет роль эксцентриситета, вызывающего его вынужденные изгибные колебания. Численные результаты в разд. 1 приводятся для вала – стальной трубы ( $E = 2e11 \ \Pi a$ , v = 0.3,  $\rho = 7\ 800\ \text{кг/м}^3$ ) длиной 12 м (внутренний радиус 0,04 м; наружный 0,065 м). На рис. 2. показана зависимость прогиба средней точки вала в вертикальной плоскости *XY* от времени. За время  $t_0$  вал из первоначально прямолинейного состояния приходит в равновесное состояние, обусловленное силами тяжести, с момента  $t_0$  начинается вращение вала.



Рис. 2. Перемещение центральной точки вала в плоскости *XY* (диссипация и дисбаланс отсутствуют);
 t0 = 0.4 с
 Fig. 2. Displacement of a central shaft point

in the XY-plane (dissipation and imbalance are absent);  $t_0 = 0.4$  s



Рис. 3. Зависимость прогиба в средней точке вала от времени при линейно возрастающей угловой скорости его вращения и диссипации  $\beta$ :  $I - \beta = 0.5$ ;  $2 - \beta = 0.05$ ;  $t_0 = 4$  с Fig. 3. Deflection at a shaft midpoint as a function of time with a linearly increasing angular velocity of the shaft and dissipation  $\beta$ :  $\beta = (I) 0.5$  and (2) 0.05;  $t_0 = 4$  s

Оценку влияния диссипации (сопротивления, пропорционального скорости) на характер движения тяжелого вращающегося вала дает рис. 3, из которого видно, что с увеличением частоты вращения вала прогиб уменьшается (вал центрируется) при любом коэффициенте диссипации. Причем чем больше коэффициент диссипации, тем быстрее с ростом частоты вращения вала происходит его центрирование. Вычисления показывают, что при постоянной скорости вращения вала ось центров тяжести сечений принимает стационарное состояние. Это обстоятельство можно использовать для управления изгибными колебаниями вала посредством изменения скорости его вращения. Для оценки влияния дисбаланса на движение тяжелого горизонтального вала примем, что ось вала незначительно искривлена в плоскости XY по закону  $y = \varepsilon \sin(\pi x/l)$ . Искривление (заданный дисбаланс) вызывает при вращении вала центробежные силы инерции и, следовательно, изгибные колебания. Учитываются силы тяжести, действующие на вал, и описанная выше диссипация. При наличии дисбаланса возможны три вида движения вала: хаотическое, с прямой и обратной прецессией (chaotic whirl, forward whirl, backward whirl). При движении с прямой прецессией направление вращения линии центров тяжести сечений совпадает с направлением вращения сечений. Такое движение характерно при невысоких скоростях вращения вала.



**Рис. 4.** Годограф радиуса-вектора средней точки вала при выходе на стационарную скорость вращения (*a*), при линейном возрастании скорости (*b*), в окрестности перехода движения от прямой прецессии к обратной при хаотическом движении (*c*) и с обратной прецессией (*d*)

**Fig. 4.** Hodograph of a radius-vector of the shaft midpoint: (*a*) while reaching the steady rotational speed, (*b*) at a linear speed increase, (*c*) in the vicinity of the forward-to-backward whirl transition during chaotic motion, and (*d*) at a backward whirl

На рис. 4, *а* приводится годограф радиуса-вектора средней точки вала при выходе скорости его вращения на постоянную околорезонансную частоту. Видно, что вал центрируется, центры сечений в предельном случае описывают окружности. Характер движения – прямая прецессия. Годограф радиуса-вектора на рис. 4, *b* отражает движение средней точки тяжелого вала с ростом скорости его вращения. Из рисунка видно, что вследствие центрирования ось вращения средней точки вала стремится к оси *OX*. Характер движения – прямая прецессия.

При дальнейшем увеличении скорости вращения вала достигается частота, начиная с которой прямая прецессия сменяется хаотическим движением (рис. 4, *c*), а затем обратной прецессией. Рисунок 4, *d* отражает это явление: движение средней точки вала против часовой стрелки сменяется на движение по часовой стрелке. Амплитуда изгибных колебаний возрастает.

#### 1.3. Исследование устойчивости вращения вала

Не вращающийся и вращающийся вал представляют собой две различные механические системы. Они имеют различные спектры собственных частот, поразному реагируют на возмущения. На рис. 5 показана совмещенная диаграмма Кэмпбелла для не вращающегося и вращающегося валов при отсутствии диссипации. По оси абсцисс для не вращающегося вала откладывается только частота возмущения, для вращающегося – и частота возмущения, и скорость вращения

вала  $\Omega$  (рад/с); по оси ординат – собственная частота  $\omega$  (Гц). Кривые на диаграмме подписаны двойным индексом: первый отвечает системе (не вращающийся вал – 1; вращающийся – 2), второй индекс обозначает номер собственной частоты. Пересечение кривых с прямой  $\Omega = \omega$  определяет резонансные режимы.



Рис. 5. Совмещенная диаграмма
 Кэмпбелла для не вращающегося
 и вращающегося вала
 Fig. 5. The combined Campbell diagrams
 for non-rotating and rotating shafts





Fig. 6. Amplitude-frequency response of the shaft midpoint for: *1*, non-rotating and *2*, rotating shaft

Для примера на рис. 6 представлена амплитудно-частотная характеристика в средней точке вала для обеих рассматриваемых систем. Возмущение осуществляется гармонической поперечной силой, приложенной в той же точке. Кривая 2 соответствует вращению вала с угловой скоростью 20 рад/с (вблизи резонансной частоты 3.55 Гц).

Рисунок 6 показывает, что диаграмма Кэмпбелла достоверно отражает резонансные явления. Не вращающийся вал откликается на возмущение на первой частоте 4.8 Гц, а вращающийся – на 3.6 Гц. Из диаграммы Кэмпбелла, построенной при отсутствии диссипации (см. рис. 5), видим, что с ростом скорости вращения первые собственные частоты колебаний вала последовательно обращаются в нуль. Обращение в нуль первой собственной частоты свидетельствует о потере устойчивости. Обращение в нуль первых двух собственных слагаемых приводит к появлению в решении задачи о свободных колебаниях динамической системы решений вида  $t \sin \omega t$ , амплитуда колебаний неограниченно возрастает [31].

Изучим влияние коэффициента диссипации  $\beta$  на устойчивость динамического состояния не вращающегося и вращающегося валов. Признаком неустойчивого состояния вала считается появление собственных частот с положительной вещественной частью. В табл. 1 приводятся значения собственных частот  $\omega = \xi \pm i\eta$  не вращающегося вала для параметра  $\beta$  в диапазоне  $0 \div 0,03$ .

При ненулевых значениях коэффициента диссипации собственные частоты комплексные с отрицательной действительной частью. Каждому значению параметра  $\beta$  отвечает конечное число первых корней с ненулевой мнимой частью. С увеличением коэффициента демпфирования количество таких корней сокращается. Например, в рассматриваемом случае (см. табл. 1) для  $\beta = 0.03$  имеется только один корень с ненулевой мнимой частью. Далее рассмотрим вращающийся вал. Влияние диссипации на состояние вращающегося вала характеризует табл. 2.

Таблица 1

№ частоты	Коэффициент диссипации β									
	0.000	0.001		0.005		0.01		0.03		
	η	ξ	η	ξ	η	ξ	η	ξ	η	
1	4.77	-0.07	4.77	-0.36	4.76	-0.71	4.72	-2.14	4.26	
2	13.13	-0.54	13.11	-2.71	12.84	-5.41	11.96	-5.31	0.00	
3	25.,68	-2.07	25.59	-10.36	23.50	-15.92	0.00	-5.31	0.00	
4	42.33	-5.63	41.96	-31.83	0.00	-15.92	0.00	-5.31	0.00	

# Зависимость вещественной ξ и мнимой η частей собственных частот (Гц) не вращающегося вала от коэффициента демпфирования β

Таблица 2

## Вещественные ξ и мнимые η части собственных частот вращающегося вала (Гц) в зависимости от параметра демпфирования β и скорости вращения вала Ω

	№	Скорость вращения вала Ω, рад/с									
	часто-	10		29.9		30		82		82.5	
	ты	ŝ	η	٤	η	ٽ	η	ٽ	η	٤	η
β=0	1	0	4.496	0	0.321	0	0	0	0	0	0
	2	0	13.03	0	12.233	0	12.23	0	1.419	0	0
	3	0	25.63	0	25.233	0	25.23	0	22.12	0	22.069
β=0.001	1	-0.064	4.495	-3E-04	0.321	0.220	0.000	12.620	0.000	12.804	0.000
						-0.221	0.000	-11.692	0.000	-11.851	0.000
	2	-0.533	13.018	-0.470	12.224	-0.470	12.218	-0.006	1.419	1.468	0.000
										-1.454	0.000
	3	-2.063	25.544	-2.000	25.153	-2.000	25.150	-1.537	22.06	-1.524	21.970
β=0.003	1	-0.127	4.494	-1E-03	0.3209	0.221	0.000	13.617	0.000	13.308	0.000
						-0.22	0.000	-10.84	0.000	-11.401	0.000
	2	-1.067	12.99	-1.41	12.152	-0.409	12.15	-0.019	1.419	1.477	0.000
										-1.448	0.000
	3	-4.127	25.29	-6.000	24.510	-5.999	24.51	-4.608	21.63	-3.047	21.52
β=0.006	1	-0.38	4.479	-0.002	0.3209	0.215	0.000	15.143	0.000	15.374	0.000
						-0.213	0.000	-9.68	0.000	-9.733	0.000
	2	-3.199	12.63	-2.821	11.903	-2.818	11.9	-0.038	1.419	0.200	0.000
										-0.198	0.000
	3	-12.38	22.44	-12.00	22.196	-11.998	22.19	-9.219	20.1	-10.711	19.30

В рассматриваемом случае следует различать два механизма обращения в нуль мнимых частей собственных частот. Первый механизм связан с демпфированием. Вследствие демпфирования мнимые части высоких частот собственных колебаний обращаются в нуль (как и в случае не вращающегося вала).

Второй механизм связан с вращением вала. При возрастании скорости вращения мнимые части низких (первых) собственных частот обращаются в нуль (см. рис. 5). Из табл. 2 видно, что существуют скорости вращения вала, при которых одновременно действительная часть собственных корней становится положительной, а мнимая – нулем. Назовем такие скорости критическими. Таблица 2 показывает, что критические скорости не зависят от диссипации. Это означает, что они могут быть найдены для вращающегося вала с нулевым демпфированием, т.е. из диаграммы Кэмпбелла (см. рис. 5).

Демонстрацией неустойчивого движения вращающегося вала являются приведенные в п. 1.2 примеры хаотического движения и перехода к обратной прецессии.

# 2. Взаимодействие тяжелого горизонтального вращающегося вала с цилиндрическим отбойником

Влияние волновых процессов, возникающих вследствие ударного взаимодействия бурильного инструмента со стенками скважины, на его прочностные характеристики и эксплуатацию резьбовых и электрических разъемов экспериментально изучается, в частности, в горизонтальных стендах. При создании таких стендов должно быть реализовано устойчивое ударное взаимодействие испытываемого образца бурильного инструмента с отбойником. Эта механическая задача рассматривается в данном разделе. В п. 2.1 и 2.2 исследуются изгибные колебания элемента бурильного инструмента, закрепленного с помощью концевых штанг в горизонтальном стенде. Объект представляет собой составной вал из 11 участков общей длиной 18 м. В п. 2.3 рассматривается тот же элемент бурильного инструмента, закрепленный в стенде с помощью коротких искривленных штанг. Общая длина объекта 13 м.

# 2.1. Ударное взаимодействие с отбойником невесомого вала

Рассматривается задача о взаимодействии составного невесомого вращающегося вала с цилиндрическим отбойником. Вал моделируется закрепленной в цилиндрических шарнирах упругой составной балкой, вращающейся с угловой скоростью  $\omega(t)$  вокруг своей оси (рис. 7). Вблизи средней точки балки ее прогиб ограничен отбойником в виде цилиндрической трубы с радиусом R и длиной a. Балка считается невесомой, труба – абсолютно жесткой и жестко закрепленной.



**Рис.** 7. Расчетная схема составного невесомого вращающегося вала с цилиндрическим отбойником



Примем, что ось балки незначительно искривлена по закону  $y = \delta \sin(\pi x/l)$ . Искривление оси обусловливает наличие сил инерции при ее вращении, вызывающих изгибные колебания. Когда частота вращения  $\omega$  близка к первой собственной частоте изгибных колебаний балки, амплитуда колебаний становится значительной и балка взаимодействует с ограничивающим ее движение отбойником. Задача состоит в исследовании такого взаимодействия, в частности определении контактного усилия, влияния контакта на параметры состояния балки (ускорение, поперечные силы и моменты и т.п.), определении стационарного движения. Рассматривается переходный режим из состояния покоя с линейно возрастающей скоростью вращения вала до близкой к первой резонансной частоте, затем скорость вращения поддерживается постоянной. На рис. 8 представлена траектория средней точки балки в плоскости, перпендикулярной ее оси, во времени. Из рисунка видно, что прогиб вала в этой точке с течением времени стремится к своему максимальному значению, равному радиусу трубы, при этом движение балки выходит на стационарное, в котором она практически скользит по поверхности отбойника.

Наибольшее воздействие отбойника на балку проявляется при первом контакте (рис. 8, точка  $A_1$ ). Результаты этого взаимодействия представлены на рис. 8, 9.

Максимальное узловое контактное усилие достигается в средней точке. На рис. 9 представлена суммарная контактная реакция отбойника на балку во времени, ее максимальное значение в рассматриваемом примере 1.82 т (момент времени  $T^*$ ). Время контакта 670 мкс.



**Рис. 8**. Годограф радиуса-вектора центральной точки балки в переходном режиме движения

Fig. 8. Hodograph of a radius-vector of the central beam point in a transitional regime



**Рис.** 9. Суммарная контактная реакция отбойника на балку во времени **Fig.** 9. The total contact reaction of the baffle on the beam versus time

Возникающие в результате удара ускорения распространяются в виде упругой сдвиговой волны от точки контакта к концам балки. Максимальное значение ускорения достигает 71g.

# 2.2. Взаимодействие с отбойником тяжелого вала

Рассматривается движение тяжелого составного вала (см. разд. 1) с монотонно возрастающей скоростью вращения. В момент начала движения  $(t = t_0)$  вал, прогнувшись под действием сил тяжести, находится в состояния статического равновесия в контакте с отбойником. Принимается, что силы трения отсутствуют (оценка показала, что влияние сил трения пренебрежимо мало), учитываются диссипация и дисбаланс, как в п. 2.1. На рис. 10 приведена траектория движения центральной точки вала. Анализируя эту траекторию, выделяем следующие участки движения вала:

а) скольжение по отбойнику около точки контакта без отрыва;

*b*) траектория рассматриваемой точки – семейство кривых с отрывом и ударом об отбойник с возрастающей амплитудой (прямая прецессия);

c) семейство кривых – вал отрывается от отбойника (прекращается ударное взаимодействие вала и отбойника), амплитуда колебаний уменьшается, вал центрируется (прямая прецессия);

*d*) хаотическое движение и смена прямой прецессии на обратную (окрестность критической скорости вращения);

*e*) неустойчивое движение, затем движение в контакте с отбойником (обратная прецессия).



**Рис. 10.** Траектория средней точки вала при монотонном возрастании скорости его вращения **Fig. 10**. Trajectory of the shaft midpoint at a monotonic rotation speed increase

Из приведенной картины движения вала видно, что ударное взаимодействие вала с отбойником может быть реализовано вблизи первой резонансной частоты при движении с прямой прецессией или со скоростью выше критической при движении с обратной прецессией. При этом заметим, что в первом случае движение устойчиво, а во втором – неустойчиво.

## 2.3. Устойчивое ударное взаимодействие вала с отбойником

Приведенное выше исследование показывает, что изгибные колебания тяжелого составного вращающегося вала, обеспечивающие ударное взаимодействие с отбойником, реализуются за счет его дисбаланса. Этот параметр испытываемого объекта не может обеспечить необходимый уровень изгибных колебаний, так как при изготовлении элементов бурильного инструмента дисбаланс минимизируется. Управление дисбалансом в стенде предлагается осуществлять во вспомогательных устройствах крепления.

В рассматриваемом ниже примере управление дисбалансом достигается за счет незначительного искривления штанг, несущих объект исследования (рис. 11). Такой прием позволяет обеспечить устойчивый режим ударного взаимодействия объекта исследования с отбойником.



Рис. 11. Расчетная схема вращающегося вала с искривленными штангами и цилиндрическим отбойником

Fig. 11. Design scheme of the rotating shaft with curved rods and a cylindrical baffle







**Рис. 13.** Ускорения в средней точке вала. Шаг вывода по времени 0.0007 с **Fig. 13.** Acceleration at the shaft midpoint. The output time step is 0.0007 s

Этот устойчивый режим реализуется при скорости вращения вала на околорезонансной частоте. При этом срединная точка вала совершает движение по траектории, представленной на рис. 12. В вале, периодически ударяющемся об отбойник, порождаются ускорения порядка 150 g (рис. 13).

## Заключение

Проведено исследование условий устойчивого ударного взаимодействия с отбойником тяжелого вращающегося вала при его изгибных колебаниях. Причиной таких колебаний является его дисбаланс. Выявлены возможные режимы движения в зависимости от частоты вращения вала, сформулирован критерий перехода к неустойчивому движению. Показано, что вследствие ударного контактного взаимодействия в вале реализуются сдвиговые ускорения значительной амплитуды. Применительно к испытаниям ударного взаимодействия элементов бурового оборудования с отбойником предложено управление дисбалансом посредством незначительного искривления крепежных штанг. Результаты исследования найдут применение, в частности, при назначении параметров испытательных стендов.

## Список источников

- Wolf S.F., Zacksenhouse M., Arian A. Field Measurements of Downhole Drillstring Vibrations // Society of Petroleum Engineers. 1985. January. Art. 14330. doi: 10.2118/14330-MS
- Macpherson J.D., Mason J.S., Kingman J.E.E. Surface Measurement and Analysis of Drillstring Vibrations While Drilling // Society of Petroleum Engineers. 1993. January. doi: 10.2118/25777-MS
- 3. *Heisig G., Neubert M.* Lateral Drillstring Vibrations in Extended-Reach Wells // Society of Petroleum Engineers. 2000. January. doi: 10.2118/59235-MS
- 4. Wang Y., Shen Y., Charter M., Skoff G. High Frequency Vibration Measurement Coupled with Time-Based Dynamic Simulations: New System to Predict/Solve Instability Issues // Society of Petroleum Engineers Annual Technical Conference and Exhibition, Amsterdam, The Netherlands, October 2014. SPE-170708-MS. doi: 10.2118/170708-MS
- Хузина Л.Б., Фаткуллин Р.Х., Шайхутдинова А.Ф., Фахрутдинов Ш.Х., Еромасов А.В. Промысловые испытания компоновки низа бурильной колонны с усиленной динамической нагрузкой на долото // Территория «НЕФТЕГАЗ». 2016. № 12. С. 20–24.
- Xie D., Huang Z., Ma Y., ..., Kapitaniak M., Wiercigroch M. Nonlinear dynamics of lump mass model of drill-string in horizontal well // International Journal of Mechanical Sciences. 2020. V. 174. Ary. 105450. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2020.105450
- Pabon J., Wicks N., Chang Y., Dow B., Harmer R. Modeling transient vibrations while drilling using a finite rigid body approach // Society of Petroleum Engineers – SPE Deepwater Drilling and Completions Conference. 2010. P. 293–307. doi: 10.2118/137754-MS
- Yigit A.S., Christoforou A.P. Coupled torsional and bending vibrations of actively controlled drillstrings // Journal of Sound and Vibration. 2000. V. 234 (1), P. 67–83. doi: 10.1006/jsvi.1999.2854
- Vijayan K., Vlajic N., Friswell M.I. The influence of drillstring-borehole interaction on backward whirl // Proceedings of ISMA 2014 – International Conference on Noise and Vibration Engineering on Uncertainty in Structural Dynamics 2014. 2014. P. 1267–1280. URL: https://www.researchgate.net/publication/267208240
- 10. Jansen J.D. Nonlinear dynamics of oil well drill strings : Thesis for PhD. Delft : Delft University Press, 1993. 241 p.
- 11. Сунцов В.В., Быков И.Ю., Заикин С.Ф. Исследование динамики КНБК в процессе бурения скважины // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. 2020. № 2 (326). С. 10–15.
- 12. Деркач Н.Д., Пестренин В.М., Пестренина И.В. Влияние КНБК на динамику винтового забойного двигателя ДР-240.NGT при бурении долотами большого диаметра // Нефть. Газ. Новации. 2017. № 11. С. 35–39.

- 13. Шадрина А.В. Теоретические и экспериментальные исследования волновых процессов в колонне труб при бурении скважин малого диаметра из подземных горных выработок : дис. ... д-ра техн. наук : 25.00.14. Томск, 2014. 272 с.
- 14. Хузина Л.Б., Шайхутдинова А.Ф., Габзалилова А.Х. Аналитические исследования работы элемента динамической компоновки низа бурильной колонны // Нефтяная провинция. 2018. № 3 (15). С. 117–126. doi: 10.25689/NP.2018.3.117-126
- Zhong W., Li S., Xiong Y., Fu J., Su Y. The Dynamics Characteristics and Strength Check of Drilling String in Ultra-deep Horizontal Well // Journal of Southwest Petroleum University. 2020. V. 42 (4). P. 135–143.
- Li Z., Zhang C., Ren W., Ma J. Study of Radial Vibration Impact on Friction and Torque of Rotary Drill String // Shock and Vibration. 2020. Art. 8852530. doi: 10.1155/2020/8852530
- Заляев М.Ф. Исследование вибрации при бурении скважин на термокарстовом газоконденсатном месторождении // Нефтегазовое дело. Геология. Геофизика. Бурение. 2015. Т. 13 (4). С. 36–40.
- 18. Заляев М.Ф., Ямалиев В.V. Исследования влияния искривления ствола скважины на колебательные процессы компоновки низа бурильной колонны // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Машиностроение и машиноведение. 2017. Т. 19, № 1 (2). С. 229–234.
- Cunha A., Soize C., Sampaio R. Computational modeling of the nonlinear stochastic dynamics of horizontal drillstrings //Computational Mechanics. 2015. V. 56 (5). P. 849–878. doi: 10.1007/s00466-015-1206-6
- 20. Zhao D., Hovda S., Sangesland S. The effect of stick slip vibration on the backward whirl of bottom hole assembly in drillstring // Proceedings of the International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. 2016. Art. OMAE 8, V008T11A042. doi: 10.1115/OMAE2016-54478
- Christoforou A.P., Yigit A.S. Fully coupled vibrations of actively controlled drillstrings // Journal of Sound and Vibration. 2003. V. 267 (5). P. 1029–1045. doi: 10.1016/S0022-460X(03)00359-6
- 22. Yamaliev V., Imaeva E., Salakhov T. About the deep drilling equipment technical condition recognition method // Oil and Gas Business. 2009. № 1. P. 1–7. doi: 10.1.1.611.4021
- Малюгин А.А., Казунин Д.В. Расчет колебаний бурильной колонны в режиме реального времени в составе тренажерных систем // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2017. Т. 13 (1). С. 91–101. doi: 10.21638/11701/spbu10.2017.109
- 24. Li W., Huang G., Ni H., ..., Huang B., Jiang W. Experimental study and mechanism analysis of the motion states of bottom hole assembly during rotary drilling // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2020. V. 195. Art. 107859. doi: 10.1016/j.petrol.2020.107859
- Муртазин И.Р., Лукин А.В., Попов И.А. Исследование изгибных колебаний вращающихся валов с распределенными инерционными, упругими и эксцентриситетными характеристиками // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2019. Т. 19 (4). С. 756–766. doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-4-756-766
- 26. Деркач Н.Д., Перельман О.М., Пестренин В.М., Пестренина И.В., Коротаев А.Ю., Ландик Л.В., Мингараев В.Г., Фадейкин А.С. Балочная модель роторно управляемой системы с электродвигателем // Булатовские чтения : сб. ст. Краснодар : Юг, 2020. Т. 6: Технические и технологические разработки. Электрооборудование в нефтегазовой отрасли. С. 92–102. URL: http://id-yug.com/images/id-yug/Bulatov/2020/6/PDF/2020-6.pdf
- 27. Басов К.А. ANSYS : справочник пользователя. М. : ДМК Пресс, 2005. 640 с.
- Леонтьев Н.В. Применение системы ANSYS к решению задач модального и гармонического анализа : учеб.-метод. материал по программе повышения квалификации «Информационные системы в математике и механике». Н. Новгород, 2006. 101 с.
- 29. Дьяков И.Ф., Чернов С.А., Черный А.Н. Метод конечных элементов в расчетах стержневых систем : учеб. пособие. Ульяновск : УЛГТУ, 2010. 133 с.

#### Пестренин В.М., Пестренина И.В., Перельман О.М. и др. Ограниченные цилиндрическим отбойником

- 30. Сильченко П.Н., Кудрявцев И.В., Гоцелюк О.Б., Новиков Е.С. Способ расчета протяженных тонкостенных конструкций с не осесимметричным поперечным сечением // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана : электронный журнал. 2014. № 11. С. 724–747. doi: 10.7463/1114.0737276
- 31. *Пановко Я.Г.* Введение в теорию механических колебаний. 3-е изд. М. : Наука, 1991. 256 с.

#### References

- Wolf S.F., Zacksenhouse M., Arian A. (1985) Field measurements of downhole drillstring vibrations. *Society of Petroleum Engineers*. Article 14330. doi: 10.2118/14330-MS
- Macpherson J.D., Mason J.S., Kingman J.E.E. (1993) Surface measurement and analysis of drillstring vibrations while drilling. *Society of Petroleum Engineers*. doi:10.2118/25777-MS
- 3. Heisig G., Neubert M. (2000) Lateral drillstring vibrations in extended-reach wells. *Society* of *Petroleum Engineers*. doi: 10.2118/59235-MS
- 4. Wang Y., Shen Y., Charter M., Skoff G. (2014) High frequency vibration measurement coupled with time-based dynamic simulations: new system to predict/solve instability issues. *Society of Petroleum Engineers Annual Technical Conference and Exhibition*. Article SPE-170708-MS. doi: 10.2118/170708-MS
- Khuzina L.B., Fatkullin R.Kh., Shaykhutdinova A.F., Fakhrutdinov Sh.Kh., Eromasov A.V. (2016) Promyslovye ispytaniya komponovki niza buril'noy kolonny s usilennoy dinamicheskoy nagruzkoy na doloto [Field tests of the bottom-hole assembly (BHA) with increased dynamic load on the orill bit]. *Territoriya «NEFTEGAZ»* – Oil and Gas Territory. pp. 20–24.
- Xie D., Huang Z., Ma Y., Vaziri V., Kapitaniak, M., Wiercigroch, M. (2020) Nonlinear dynamics of lump mass model of drill-string in horizontal well. *International Journal of Mechanical Sciences.* 174. Article 105450. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2020.105450
- Pabon J., Wicks N., Chang Y., Dow B., Harmer R. (2010) Modeling transient vibrations while drilling using a finite rigid body approach. *Society of Petroleum Engineers – SPE Deepwater Drilling and Completions Conference*. pp. 293–307. doi: 10.2118/137754-MS
- Yigit A.S., Christoforou A.P. (2000) Coupled torsional and bending vibrations of actively controlled drillstrings. *Journal of Sound and Vibration*. 234(1). pp. 67–83. doi: 10.1006/jsvi.1999.2854
- Vijayan K., Vlajic N., Friswell M.I. (2014) The influence of drillstring-borehole interaction on backward whirl. Proceedings of ISMA 2014 – International Conference on Noise and Vibration Engineering and USD 2014 – International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics. pp. 1267–1280.
- 10. Jansen J.D. (1993) Nonlinear Dynamics of Oil Well Drill Strings. Ph.D. thesis, Delft University, Stevinweg.
- 11. Suntszov V.V., Bykov I.Yu., Zaikin S.F.(2020) Issledovanie dinamiki KNBK v protsesse bureniya skvazhiny [Research of bha dynamics in the process of a well drilling]. Stroitel'stvo neftyanykh i gazovykh skvazhin na sushe i na more – Construction of Oil and Gas Wells on Land and Sea. 2(326). pp. 10–15.
- Derkach N.D., Pestrenin V.M., Pestrenina I.V. (2017) Vliyanie KNBK na dinamiku vintovogo zaboynogo dvigatelya DR-240.NGT pri burenii dolotami bol'shogo diametra [Influence of the BHA on the dynamics of the DR-240.NGT downhole motor in drilling with large diameter bits]. *Neft'. Gaz. Novatsii.* 11. pp. 35–39.
- 13. Shadrina A.V. (2014) Teoreticheskie i eksperimental'nye issledovaniya volnovykh protsessov v kolonne trub pri burenii skvazhin malogo diametra iz podzemnykh gornykh vyrabotok [Theoretical and experimental studies of wave processes in a pipe string when drilling small-diameter wells from underground mine workings]. Ph.D. thesis, Tomsk.
- Khuzina L.B., SHaykhutdinova A.F., Gabzalilova A.Kh. (2018) Analiticheskie issledovaniya raboty elementa dinamicheskoy komponovki niza buril'noy kolonny [Analytical studies

of BHA element operation]. *Neftyanaya provintsiya*. 3(15). pp. 117–126. doi: 10.25689/NP.2018.3.117–126

- Zhong W., Li S., Xiong Y., Fu J., Su Y. (2020) The dynamics characteristics and strength check of drilling string in ultra-deep horizontal well. *Journal of Southwest Petroleum University*. 42(4). pp. 135–143.
- Li Z., Zhang C., Ren W., Ma J. (2020) study of radial vibration impact on friction and torque of rotary drill string. *Shock and Vibration*. Article 8852530. doi: 10.1155/2020/8852530
- Zalyaev M.F. (2015) Issledovanie vibratsii pri burenii skvazhin na termokarstovom gazokondensatnom mestorozhdenii [The exploration of vibration while drilling wells on Termokarstovoe gas deposit]. *Neftegazovoe delo – Petroleum Engineering*. 13(4). pp. 36–40.
- 18. Zalyaev M.F., Yamaliev V.Yu. (2017) Issledovaniya vliyaniya iskrivleniya stvola skvazhiny na kolebatel'nye protsessy komponovki niza buril'noy kolonny [Researches the influence of dogleg severity of the well trunk on oscillating processes of configuration of drillstring bottom]. Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk. Mashinostroenie i mashinovedenie – Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. 19(1-2). pp. 229–234.
- Cunha A., Soize C., Sampaio R. (2015) Computational modeling of the nonlinear stochastic dynamics of horizontal drillstrings. *Computational Mechanics*. 56(5). pp. 849–878. doi: 10.1007/s00466-015-1206-6
- 20. Zhao D., Hovda S., Sangesland S. (2016) The effect of stick slip vibration on the backward whirl of bottom hole assembly in drillstring. *Proceedings of the International Conference* on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. Article OMAE 8, V008T11A042. doi: 10.1115/OMAE2016-54478
- Christoforou A.P., Yigit A.S. (2003) Fully coupled vibrations of actively controlled drillstrings. *Journal of Sound and Vibration*. 267(5). pp. 1029–1045. doi: 10.1016/S0022-460X(03)00359-6
- 22. Yamaliev V., Imaeva E., Salakhov T. (2009) About the deep drilling equipment technical condition recognition method. *Oil and Gas Business*. pp. 1–7. doi: 10.1.1.611.4021
- Malyugin A.A., Kazunin D.V. (2017) Raschet kolebaniy buril'noy kolonny v rezhime real'nogo vremeni v sostave trenazhernykh system [Calculation of drillstring vibrations in real time as part of training system]. Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Prikladnaya matematika. Informatika. Protsessy upravleniya – Vestnik of Saint-Peterburg university. Applied Mathematics. Computer Sciences. Control Processes. 13(1). pp. 91–101. doi: 10.21638/11701/spbu10.2017.109
- 24. Li W., Huang G., Ni H., Yu F., Huang, B., Jiang, W. (2020) Experimental study and mechanism analysis of the motion states of bottom hole assembly during rotary drilling. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 195. Article 107859. doi: 10.1016/j.petrol. 107859
- 25. Murtazin I.R., Lukin A.V., Popov I.A. (2019) Issledovanie izgibnykh kolebaniy vrashchayushchikhsya valov s raspredelennymi inertsionnymi, uprugimi i ekstsentrisitetnymi kharakteristikami [Research of flexural vibrations of rotating shafts with distributed inertial, elastic and eccentricity propertie]. Nauchno-tekhnicheskiy vestnik informatsionnykh tekhnologiy, mekhaniki i optiki – Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. 19(4). pp. 756–766. doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-4-756-766
- 26. Derkach N.D., Perel'man O.M., Pestrenin V.M., Pestrenina I.V., Korotaev A.Yu., Landik L.V., Mingaraev V.G., Fadeykin A.S. (2020) Balochnaya model' rotorno upravlyaemoy sistemy s elektrodvigatelem [Beam model of a rotary controlled system with an electric motor]. Bulatovskie chteniya. Sbornik statey – The collected papers of the Readings of A.I. Bulatov. pp. 92–102. URL: http://id-yug.com/images/id-yug/Bulatov/2020/6/PDF/2020-6.pdf
- 27. Basov K.A. (2005) *ANSYS: spravochnik pol'zovatelya* [ANSYS: user guide]. Moscow: DMK Press.
- 28. Leont'ev N.V. (2006) Primenenie sistemy ANSYS k resheniyu zadach modal'nogo i garmonicheskogo analiza [Application of the ANSYS system to solving problems of modal

#### Пестренин В.М., Пестренина И.В., Перельман О.М. и др. Ограниченные цилиндрическим отбойником

and harmonic analysis]. Uchebno-metodicheskiy material po programme povysheniya kvalifikatsii «Informatsionnye sistemy v matematike i mekhanike». Nizhniy Novgorod.

- 29. D'yakov I.F., Chernov S.A., Chernyy A.N. (2010) *Metod konechnykh elementov v raschetakh sterzhnevykh sistem* [Finite element method in calculations of rod systems]. Ul'yanovsk: UlGTU.
- 30. Sil'chenko P.N., Kudryavtsev I.V., Gotselyuk O.B., Novikov E.S. (2014) Sposob rascheta protyazhennykh tonkostennykh konstruktsiy s ne osesimmetrichnym poperechnym secheniem [Method of analysis of extended thin-walled constructions with not axisymmetric cross section]. Nauka i Obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana. Elektronnyy zhurnal Science & Education of the Bauman MSTU. 11. pp. 724–747. doi: 10.7463/1114.0737276
- 31. Panovko Ya.G. (1991) *Vvedenie v teoriyu mekhanicheskikh kolebaniy* [Introduction to the theory of mechanical vibrations]. Moscow: Nauka.

## Сведения об авторах:

Пестренин Валерий Михайлович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры экспериментальной и вычислительной механики Пермского государственного национального исследовательского университета, Пермь, Россия. E-mail: pestreninvm@mail.ru

**Пестренина Ирина Владимировна** – кандидат технических наук, доцент кафедры экспериментальной и вычислительной механики Пермского государственного национального исследовательского университета, Пермь, Россия. E-mail: ipestrenina@gmail.com

**Перельман Олег Михайлович** – генеральный директор ООО «Новобур», Пермь, Россия. E-mail: perelman@novobur.com

Фадейкин Александр Сергеевич – технический директор ООО «Новобур», Пермь, Россия. E-mail: fadeikin.as@novobur.com

Деркач Николай Дмитриевич – кандидат технических наук, консультант ООО «Новобур», Пермь, Россия. E-mail: nikolaiderkach@gmail.com

## Information about the authors:

**Pestrenin Valeriy M.** (Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Perm State National Research University, Perm, Russian Federation). E-mail: pestreninvm@mail.ru

**Pestrenina Irina V.** (Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Perm State National Research University, Perm, Russian Federation). E-mail: ipestrenina@gmail.com

Perel'man Oleg M. (General Director, Novobur LLC, Perm, Russian Federation). E-mail: perelman@novobur.com

**Fadeykin Aleksandr S.** (Technical Director, Novobur LLC, Perm, Russian Federation). E-mail: fadeikin.as@novobur.com

**Derkach Nikolay D.** (Candidate of Technical Sciences, Consultant, Novobur LLC, Perm, Russian Federation). E-mail: nikolaiderkach@gmail.com

Статья поступила в редакцию 16.12.2021; принята к публикации 03.10.2022

The article was submitted 16.12.2021; accepted for publication 03.10.2022