

Научная статья

УДК 532.556.2

doi: 10.17223/19988621/79/11

Численное исследование влияния неизотермичности на характеристики течения степенной жидкости в трубе с резким расширением

Дилара Абдурасуловна Мамазова¹, Кира Евгеньевна Рыльцева²,
Геннадий Рафаилович Шрагер³

^{1, 2, 3} Томский государственный университет, Томск, Россия

¹ mamazova.dilara@mail.ru

² kiraworkst@gmail.com

³ shg@jf.tsu.ru

Аннотация. Рассматривается неизотермическое установившееся течение степенной жидкости в цилиндрической трубе с резким расширением. Реологическое поведение жидкой среды описывается модифицированным законом Оствальда–де Ваала. Уравнения записываются в переменных функция тока–вихрь–температура в безразмерной форме. Сформулированная задача решается численно. Проведены тестовые расчеты для подтверждения адекватности используемой математической модели и аппроксимационной сходимости метода. Выполнены параметрические расчеты, в результате которых определены структура потока и характеристики течения в зависимости от основных параметров задачи.

Ключевые слова: неизотермическое течение, модель Оствальда–де Ваала, степенная жидкость, осесимметричное течение, расширение, циркуляционная зона, число Рейнольдса, число Пекле

Благодарности: Работа выполнена за счет гранта РНФ (проект №18-19-00021-П).

Для цитирования: Мамазова Д.А., Рыльцева К.Е., Шрагер Г.П. Численное исследование влияния неизотермичности на характеристики течения степенной жидкости в трубе с резким расширением // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2022. № 79. С. 120–134. doi: 10.17223/19988621/79/11

Original article

A numerical study of the effect of nonisothermality on the power-law fluid flow characteristics in a sudden pipe expansion

Dilara A. Mamazova¹, Kira E. Ryltseva², Gennady R. Shragers³

^{1, 2, 3} Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

¹ mamazova.dilara@mail.ru

² kiraworkst@gmail.com

³ shg@ff.tsu.ru

Abstract. In this paper, a steady laminar non-isothermal flow of a power-law fluid in an axisymmetric sudden pipe expansion is numerically simulated. The rheological behavior of the fluid is described by the modified Ostwald-de Waele law; the apparent viscosity is an exponential function of temperature. The equations are written in terms of dimensionless stream function – vortex – temperature. No-slip conditions and zero temperature are used on the solid wall. At the inlet boundary, the velocity and temperature profiles correspond to a one-dimensional steady non-isothermal flow of the considered fluid. “Soft” boundary conditions are assigned at the outlet boundary. The formulated problem is solved using the finite-difference method.

The structure of the flow through a sudden pipe expansion is shown to include one- and two-dimensional flow zones with a recirculation region occurring in the inner corner vicinity. The variation in the two-dimensional flow zone length is analyzed with respect to a power-law index and dimensionless criteria of the problem. Distributions of the velocity, temperature, and apparent viscosity are presented at various Peclet and Reynolds numbers for dilatant and pseudoplastic fluids.

Keywords: non-isothermal flow, Ostwald-de Waale model, power-law fluid, axisymmetric flow, expansion, circulation zone, Reynolds number, Peclet number

Acknowledgments: The research is implemented at the expenses of the Russian Science Foundation (project No. 18-19-00021-II).

For citation: Mamazova, D.A., Ryltseva, K.E., Shragger, G.R. (2022) A numerical study of the effect of nonisothermality on the power-law fluid flow characteristics in a sudden pipe expansion. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 79. pp. 120–134. doi: 10.17223/19988621/79/11

Введение

Решение задач о течении жидкости в трубах, имеющих особенность в виде резкого изменения радиуса, представляет фундаментальный интерес и имеет практическое значение. В частности, такое течение часто встречается в инженерных сооружениях при транспортировке жидкой среды. При этом необходимо учитывать ряд особенностей, возникающих при перестройке потока, приводящих к дополнительным энергетическим потерям в неизотермических условиях.

Область течения характеризуется резким изменением радиусов составляющих частей трубы, вызывающим разделение потока. При этом формируется следующая структура: в скачке сечения происходит отрыв потока, который на некотором расстоянии от скачка присоединяется к стенке, создавая тороидальную область с циркуляционным движением, вне этой зоны реализуется область одномерного течения вверх и вниз по потоку.

Исследования движения жидкости в трубах рассматривают зависимость размеров различных областей течения от параметров задачи, изменение характеристик потока, устойчивость осесимметричного течения и т.п. Важно заметить, что большинство работ посвящено течению ньютоновской жидкости. В технических приложениях, связанных с транспортом нефти, переработкой полимерных жидкостей, пищевой промышленностью, жидкая среда проявляет неньютоновские

свойства – вязкость сильно зависит от скорости деформации сдвига и температуры. Работы в этом направлении в основном направлены на изучение изотермических течений [1–16].

В работах [1–3] экспериментально исследуется стационарное ламинарное течение в трубе с расширением, переход ламинарного режима в турбулентный рассматривается в [4]. Результаты работы [3] демонстрируют увеличение длины циркуляционной зоны для жидкостей с показателем нелинейности меньше единицы в трубе с расширением 1:2. Результаты расчетов в работах [5, 6, 16] подтверждают увеличение длины циркуляционной зоны с ростом показателя нелинейности жидкости. В работе [7] численно изучается устойчивость осесимметричного течения в трубе с расширением и показано, что критическое значение числа Рейнольдса падает с уменьшением показателя нелинейности. В [9] экспериментально наблюдаются бифуркационные явления, а в [10–12] численно показан рост нестационарных возмущений, возникающих вследствие геометрической особенности трубы, где по мере продвижения вниз по потоку данные возмущения затухают. В работах [13, 14] численно исследуется осесимметричное течение в трубах с переменным радиусом. Также существуют работы, посвященные экспериментальному изучению течения жидкости в осесимметричных микроканалах [15].

Количество работ, в которых рассматривается течение с учетом вязкой диссипации и зависимости эффективной вязкости от температуры, ограничено. В работе [17] численно исследуется течение степенной жидкости в канале с прямоугольными полостями при вынужденной конвекции. Получены изолинии функции тока и распределение температуры при варьировании числа Рейнольдса, показателя нелинейности, степени расширения и сужения трубы. Способность вычислительной схемы описывать течение неньютоновской жидкости внутри плоских каналов, а также в трубах переменного радиуса, была ранее продемонстрирована в работах [18–20]. Эти результаты указывают на сильную зависимость характеристик потока от температуры.

Цель данной работы состоит в анализе особенностей установившегося ламинарного течения степенной жидкости в цилиндрической трубе с резким расширением.

Постановка задачи

В работе исследуется движение степенной несжимаемой жидкости в трубе с резким изменением радиуса поперечного сечения в условиях неизотермического ламинарного установившегося течения. На рис. 1 представлена схема движения жидкости по трубе в цилиндрической системе координат (r, z) .

Математическая постановка задачи о течении жидкости описывается системой уравнений, состоящей из уравнения переноса вихря, уравнения Пуассона для функции тока и уравнения энергии, которые в безразмерном виде в переменных функция тока–вихрь–температура записываются следующим образом [20]:

$$\frac{\partial(u\omega)}{\partial z} + \frac{\partial(v\omega)}{\partial r} = \frac{2^n \cdot B}{\text{Re}} \left(\Delta\omega - \frac{\omega}{r^2} \right) + \frac{2^n \cdot S}{\text{Re}}, \quad (1)$$

$$\Delta\psi - \frac{2}{r} \frac{\partial\psi}{\partial r} = -r\omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(u\theta)}{\partial z} + \frac{\partial(v\theta)}{\partial r} + \frac{v\theta}{r} = \frac{2}{\text{Pe}} (\Delta\theta + 2^{n-1} \text{Gr} \cdot A^2 B), \quad (3)$$

где переменные ω - вихрь и ψ - функция тока определяются формулами

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = -vr, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = ur.$$

Здесь введены следующие обозначения: u, v – аксиальная и радиальная компоненты вектора скорости, n - показатель нелинейности жидкости, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, S - источник, A – интенсивность тензора скоростей деформаций, где

$$S = 2 \frac{\partial^2 B}{\partial r \partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) + 2 \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial z} + 2 \frac{\partial B}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\omega}{r} \frac{\partial B}{\partial r},$$

$$A = \sqrt{2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2}.$$

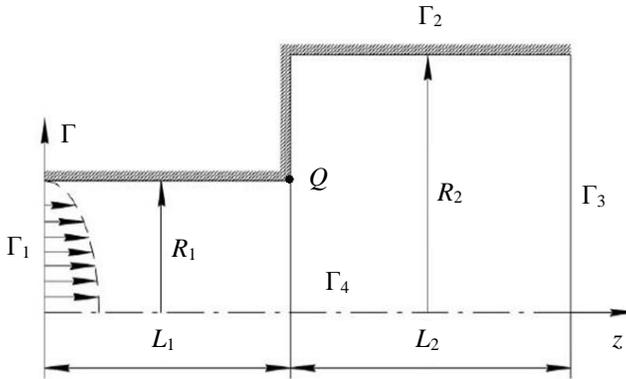


Рис. 1. Область решения задачи
Fig. 1. Problem solution region

В качестве масштабов обезразмеривания скорости, длины, вязкости и давления принимаются следующие величины соответственно: $U, R_1, k_1 (U/R_1)^{n-1}, \rho U^2 / 2$, где U – среднерасходная скорость в трубе с радиусом R_1 , R_1 – радиус узкой части трубы, $k_1 = k_0 \exp[-\beta_2 (T_1 - T_0)]$ - показатель консистенции при температуре T_1 , T_1 – размерная температура жидкости на твердой стенке, T – размерная температура жидкости в потоке, β_2 - температурный коэффициент вязкости. Безразмерная температура определяется выражением $\theta = \beta_1 (T - T_1)$.

Реологическое поведение жидкой среды описывается модифицированным законом Оствальда–де Ваале, при этом формула для эффективной вязкости зависит от температуры по экспоненциальному закону

$$B = e^{-\theta} A^{n-1}. \quad (4)$$

Уравнения (1)–(3) содержат безразмерные параметры, определяющиеся по формулам

$$\begin{aligned} \text{Re} &= \frac{\rho U^{2-n} (2R_1)^n}{k_1}, \\ \text{Pe} &= \frac{2c\rho UR_1}{\lambda}, \\ \text{Br} &= \frac{k_1 U^{n+1} (2R_1)^{1-n} \beta_1}{\lambda}. \end{aligned}$$

где Re – число Рейнольдса, Pe – число Пекле, Br – число Бринкмана, ρ – плотность жидкой среды, c – теплоемкость, λ – коэффициент теплопроводности.

На входной границе Γ_1 заданы профили скорости и температуры, которые соответствуют одномерному неизотермическому течению рассматриваемой жидкости. На твердой стенке Γ_2 используются условия прилипания и задана нулевая безразмерная температура. На выходной границе Γ_3 реализуются мягкие граничные условия. Стоит отметить, что входная и выходная границы находятся на таком расстоянии от сечения, где происходит резкое расширение, чтобы на входе и выходе было сформировано одномерное установившееся течение. На оси симметрии Γ_4 применяются условия симметрии. Введем обозначение β , которое в дальнейшем будем называть степенью расширения, β равно отношению радиусов широкой и узкой частей трубы ($\beta = R_2/R_1$). Таким образом, граничные условия записываются в следующем виде:

$$\Gamma_1 : u = f_1(r), v = 0, \psi = \int_0^r u r dr, \omega = -\frac{\partial u}{\partial r}, \theta = f_2(r), 0 \leq r \leq 1, z = 0; \quad (5)$$

$$\Gamma_2 : \psi = \text{const}, \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}, \theta = 0, r = 1, 0 < z \leq L_1; \quad (6)$$

$$\psi = \text{const}, \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}, \theta = 0, 1 < r \leq \beta, z = L_1; \quad (7)$$

$$\psi = \text{const}, \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}, \theta = 0, r = \beta, L_1 \leq z < L_1 + L_2; \quad (8)$$

$$\Gamma_3 : \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0, 0 \leq r \leq \beta, z = L_1 + L_2; \quad (9)$$

$$\Gamma_4 : \psi = 0, \omega = 0, \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0, r = 0, 0 < z < L_1 + L_2, \quad (10)$$

где $f_1(r)$ и $f_2(r)$ – распределения аксиальной скорости и температуры, соответствующие установившемуся одномерному течению жидкости в бесконечной трубе постоянного радиуса в неизотермических условиях.

Методика решения

Сформулированная задача решается методом установления на основе конечно-разностной схемы переменных направлений. Метод прогонки используется для вычисления значений искоемых функций.

При исследовании псевдопластичной жидкости ($n < 1$) на оси трубы возникает особенность в виде «бесконечной» эффективной вязкости, в связи с этим проводится регуляризация выражения для эффективной вязкости, заключающаяся во введении малого параметра регуляризации (ϵ). Таким образом, выражение (4) можно переписать в следующем виде:

$$B = e^{-\theta} (A + \epsilon)^{n-1}.$$

Согласно методу регуляризации, ϵ подбирается в ходе численного эксперимента так, чтобы картина течения не испытывала значимых искажений на всем промежутке изменения значений эффективной вязкости.

Для подтверждения адекватности используемой математической модели и аппроксимационной сходимости метода выполнены тестовые расчеты. В табл. 1 представлены максимальные значения u и θ при $Pe = 10$, $Br = 1$, $Re = 1$, $n = 0.8$, $\beta = 2$, полученные в скачке сечения и на выходе из трубы при изменении шага квадратной сетки h .

Таблица 1

Максимальные значения аксиальной скорости и температуры в скачке сечения и на выходе из трубы при различных значениях шага сетки

h	u_{\max} (скачок)	θ_{\max} (скачок)	u_{\max} (ВЫХОД)	θ_{\max} (ВЫХОД)
1/10	1.8778280	0.5393691	0.4774394	0.0604494
1/20	1.9017048	0.5618190	0.4779066	0.0609200
1/40	1.9114402	0.5693235	0.4778725	0.0610123
1/80	1.9158958	0.5720442	0.4778485	0.0610303

Результаты расчетов

Параметрические расчеты выполнены при изменении числа Рейнольдса ($1 \leq Re \leq 20$), числа Пекле ($1 \leq Pe \leq 100$) и показателя нелинейности жидкости ($0.6 \leq n \leq 1.4$) при фиксированном числе Бринкмана ($Br = 1$).

На рис. 2 продемонстрированы линии тока для дилатантной и псевдопластичной жидкостей, которые характеризуют структуру потока. Для обоих классов жидкостей в окрестности внутреннего угла формируется циркуляционная зона, а на некотором удалении от скачка сечения – зоны одномерного движения жидкости. По данному распределению видно, что размер циркуляционной зоны в случае неизотермического течения увеличивается с ростом показателя нелинейности жидкости n , что аналогично результатам, полученным для изотермического случая [21].

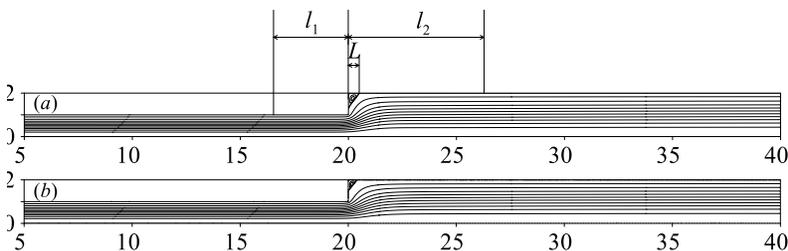


Рис. 2. Структура потока при $Pe = 100$, $Re = 1$, $Br = 1$, $\beta = 2$: $n = 1.2$ (a), $n = 0.8$ (b)
Fig. 2. Flow structure at $Pe = 100$, $Re = 1$, $Br = 1$, $\beta = 2$: $n =$ (a) 1.2 and (b) 0.8

На рис. 3 и 4 представлены изолинии температуры и эффективной вязкости с изменением числа Пекле. Распределения показывают, что увеличение данного параметра приводит к росту температуры в узкой части трубы и распространению прогретой зоны к выходному сечению. Анализ полей вязкости показывает, что большие значения наблюдаются в случае псевдопластичной жидкости в зоне циркуляционного движения и в окрестности угловой точки, тогда как для дилатантной жидкости максимальные значения вязкости сосредоточены в угловой точке. Значения вязкости уменьшаются с ростом температуры. Подобное поведение можно объяснить одновременным влиянием реологии жидкости, диссипативного эффекта и зависимости вязкости от температуры, что согласуется с более интенсивной диссипацией в узкой части и доминированием конвективного переноса тепла с ростом Pe .

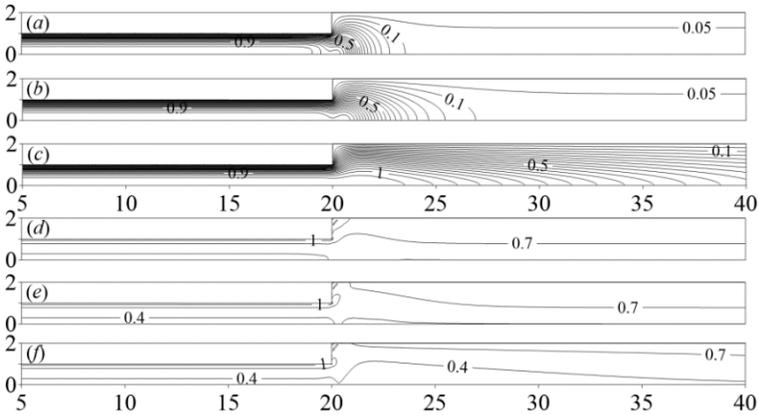


Рис. 3. Распределения температуры (a–c) и эффективной вязкости (d–f) при $Re = 1$, $Br = 1$, $n = 1.2$, $\beta = 2$: a, d – $Pe = 1$; b, e – $Pe = 10$; c, f – $Pe = 100$

Fig. 3. Distributions of (a–c) temperature and (d–f) apparent viscosity at $Re = 1$, $Br = 1$, $n = 1.2$, $\beta = 2$: $Pe = (a, d) 1$; (b, e) 10; and (c, f) 100

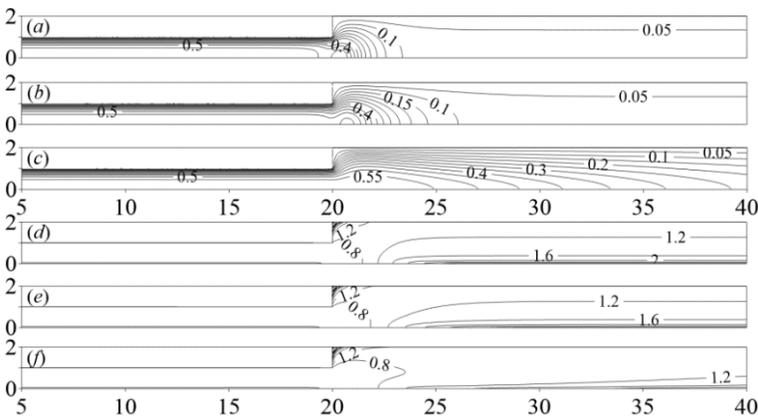


Рис. 4. Распределения температуры (a–c) и эффективной вязкости (d–f) при $Re = 1$, $Br = 1$, $n = 0.8$, $\beta = 2$: a, d – $Pe = 1$; b, e – $Pe = 10$; c, f – $Pe = 100$

Fig. 4. Distributions of (a–c) temperature and (d–f) apparent viscosity at $Re = 1$, $Br = 1$, $n = 0.8$, $\beta = 2$: $Pe = (a, d) 1$; (b, e) 10; and (c, f) 100

На рис. 5 и 6 показаны распределения аксиальной и радиальной составляющих скорости для дилатантной и псевдопластичной жидкостей. По распределению скоростей для двух рассматриваемых типов жидкостей при прочих равных условиях течения существенных различий не наблюдается: максимальные значения радиальной скорости реализуются в окрестности скачка сечения; в случае дилатантной жидкости достигаются более высокие аксиальные скорости.

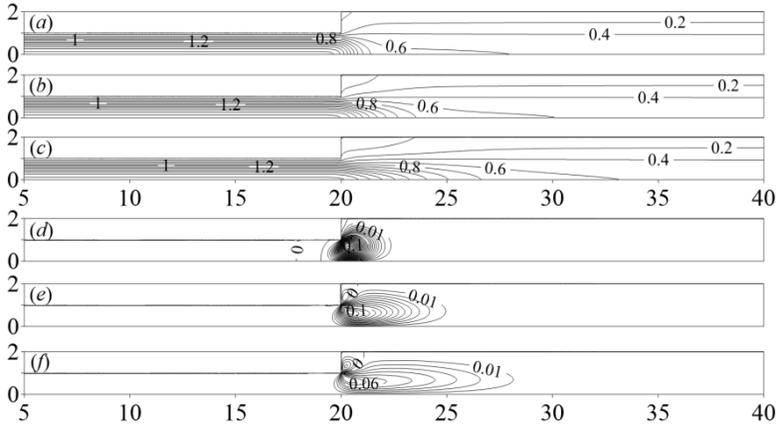


Рис. 5. Распределения аксиальной скорости (a–c) и радиальной скорости (d–f) при $Re = 1$, $Br = 1$, $n = 1.2$, $\beta = 2$: a, d – $Pe = 1$; b, e – $Pe = 10$; c, f – $Pe = 100$
Fig. 5. Distributions of (a–c) axial velocity and (d–f) radial velocity at $Re = 1$, $Br = 1$, $n = 1.2$, $\beta = 2$: $Pe = (a, d) 1$; (b, e) 10; and (c, f) 100

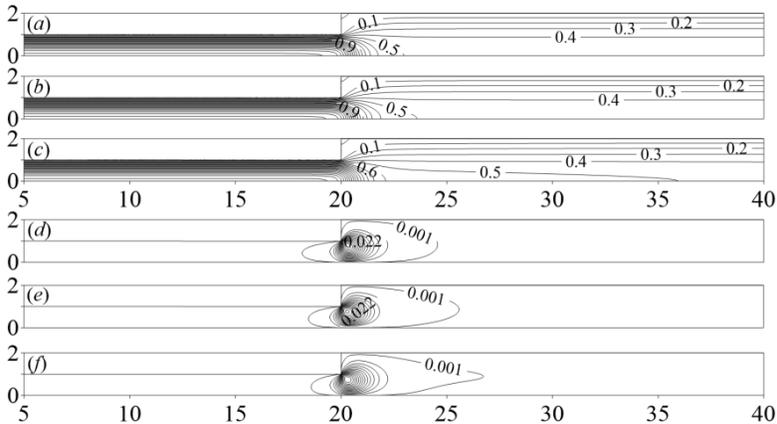


Рис. 6. Распределения аксиальной скорости (a–c) и радиальной скорости (d–f) при $Re = 1$, $Br = 1$, $n = 0.8$, $\beta = 2$: a, d – $Pe = 1$; b, e – $Pe = 10$; c, f – $Pe = 100$
Fig. 6. Distributions of (a–c) axial velocity and (d–f) radial velocity at $Re = 1$, $Br = 1$, $n = 0.8$, and $\beta = 2$: $Pe = (a, d) 1$; (b, e) 10; and (c, f) 100

На последующих рисунках представлены распределения температуры и эффективной вязкости с увеличением числа Рейнольдса. Можно заметить, что данный параметр также влияет на характер течения в трубе: с ростом Re наблюдает-

сы изменение зон двумерного течения за скачком сечения, а также зоны циркуляционного движения.

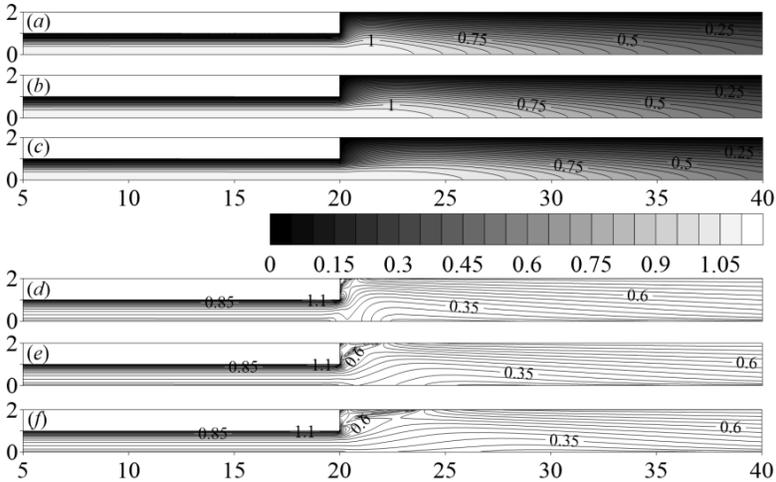


Рис. 7. Распределения температуры (a–c) и эффективной вязкости (d–f) при $Pe = 100$, $Br = 1$, $n = 1.2$, $\beta = 2$: a, d – $Re = 1$; b, e – $Re = 10$; c, f – $Re = 20$

Fig. 7. Distributions of (a–c) temperature and (d–f) apparent viscosity at $Pe = 100$, $Br = 1$, $n = 1.2$, $\beta = 2$: $Re = (a, d) 1$; (b, e) 10; and (c, f) 20

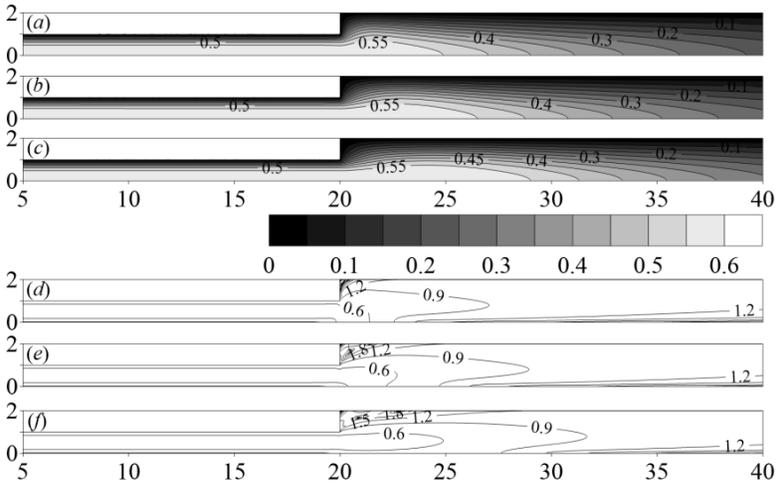


Рис. 8. Распределения температуры (a–c) и эффективной вязкости (d–f) при $Pe = 100$, $Br = 1$, $n = 0.8$, $\beta = 2$: a, d – $Re = 1$; b, e – $Re = 10$; c, f – $Re = 20$

Fig. 8. Distributions of (a–c) temperature and (d–f) apparent viscosity at $Pe = 100$, $Br = 1$, $n = 0.8$, $\beta = 2$: $Re = (a, d) 1$; (b, e) 10; and (c, f) 20

Как было отмечено ранее, структура потока при движении жидкости в трубе с режимом расширением состоит из областей одномерного и двумерного течения. Одномерные зоны течения наблюдаются вверх и вниз по потоку на некотором удалении от скачка сечения. Согласно схеме течения, изображенной на рис. 2,

в этих зонах линии тока параллельны оси трубы. На расстоянии l_1 вверх по потоку от скачка появляется радиальная составляющая скорости и реализуется двумерное течение. Сразу после резкого расширения в углу формируется область циркуляционного течения длиной L . Двумерная зона течения простирается вниз по потоку от скачка сечения на расстояние l_2 .

В табл. 2 представлены значения длин геометрических характеристик для изотермического и неизомермического случаев при $Re = 10$ и $Re = 100$ с разными значениями n . Сравнение характеристик показало, что во всех трех случаях увеличение n приводит к уменьшению l_1 и увеличению длины циркуляционной зоны L . С увеличением показателя нелинейности жидкости l_2 падает в изотермическом случае, а в неизомермическом наблюдается рост l_2 ; при этом чем выше Re , тем больше значение длины зоны двумерного течения за скачком трубы.

Таблица 2

Значения для длин зон двумерного течения при варьировании n ($Br = 1, Re = 1, \beta = 2$)

Длина зоны	Неизомермическое течение ($Pe = 10$)			Неизомермическое течение ($Pe = 100$)			Изотермическое течение		
	$n = 0.8$	$n = 1.0$	$n = 1.2$	$n = 0.8$	$n = 1.0$	$n = 1.2$	$n = 0.8$	$n = 1.0$	$n = 1.2$
l_1	0.777	0.659	0.581	0.719	0.601	0.535	0.605	0.552	0.526
l_2	6.029	6.083	6.231	35.897	39.602	42.880	3.656	2.932	2.415
L	0.372	0.431	0.482	0.391	0.450	0.495	0.453	0.559	0.647

На рис. 9 представлен график зависимости $l_2(n)$. Он демонстрирует уменьшение значения длины зоны двумерного течения за скачком сечения с ростом n для случая изотермического течения; для случая неизомермического течения при $Re = 100$ длина данной характерной структуры потока увеличивается, а при $Re = 10$ – остается почти неизменной.

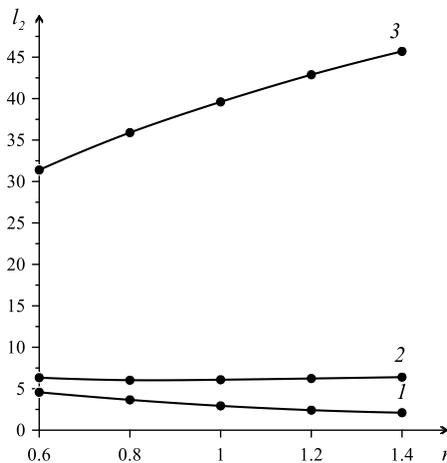


Рис. 9. Зависимость длины зоны двумерного течения после скачка сечения от показателя нелинейности жидкости для $Re = 1$: 1 – изотермический случай, 2 – неизомермический случай ($Pe = 10$), 3 – неизомермический случай ($Pe = 100$)

Fig. 9. The length of a two-dimensional flow zone after sudden expansion as a function of power-law index for $Re = 1$: 1, isothermal case; 2, non-isothermal case ($Pe = 10$); and 3, non-isothermal case ($Pe = 100$)

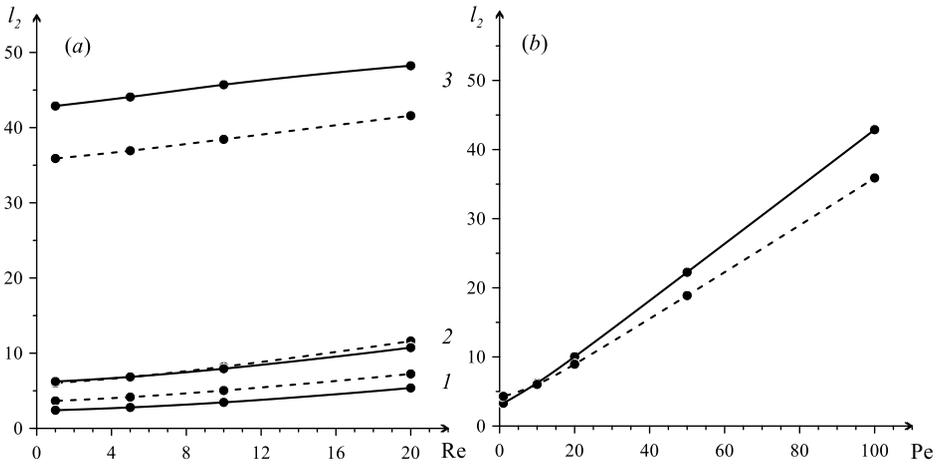


Рис. 10. Зависимость длины зоны двумерного течения за скачком сечения от Re (a) и Pe (для $Re = 1$) (b): 1 – изотермический случай, 2 – неізотермический случай ($Pe = 10$), 3 – неізотермический случай ($Pe = 100$); $n = 1.2$ (сплошная линия), $n = 0.8$ (пунктир)
Fig. 10. The length of a two-dimensional flow zone after sudden expansion as a function of (a) Re and (b) Pe (at $Re = 1$): 1, isothermal case; 2, non-isothermal case ($Pe = 10$); and 3, non-isothermal case ($Pe = 100$); $n = 1.2$ (the solid line) and $n = 0.8$ (the dashed line)

Из рис. 10, a видно, что с увеличением числа Re повышаются значения l_2 . На рис. 10, b изображен график зависимости l_2 от числа Pe . Значительное влияние этот параметр оказывает на l_2 , а именно способствует увеличению данной характеристики, что связано с преобладанием конвективного переноса тепла над кондуктивным, из-за чего происходит увеличение участка стабилизации течения после прохождения скачка сечения. При этом изменения l_1 и L в зависимости от числа Re незначительны.

Заключение

В ходе работы численно исследовано стационарное течение степенной жидкости в трубе с резким расширением в неізотермических условиях. Показано, что течение в трубах переменного радиуса формирует структуру потока, включающую в себя зоны одномерного течения, зону циркуляционного движения и зоны двумерного течения. Проведен анализ изменения зон двумерного течения в зависимости от числа Пекле, числа Рейнольдса и показателя нелинейности жидкости. Установлено, что увеличение показателя нелинейности приводит к уменьшению длины зоны двумерного течения перед скачком сечения и увеличению длины циркуляционной зоны и длины зоны двумерного течения за скачком сечения, причем более выраженный рост наблюдается при больших значениях числа Пекле.

Влияние вязкой диссипации на кинематику течения оценивалось путем сравнения неізотермического течения степенной жидкости с изотермическим течением. Для двух рассматриваемых случаев поведение зон двумерного течения при варьировании показателя нелинейности жидкости оказалось прямо противоположным. На основании полученных данных показано влияние механизмов переноса тепла и реологии жидкости на распределения температуры и эффективной

вязкости в окрестности расширения области течения. Вязкая диссипация способствует более интенсивному прогреву жидкости в узкой части трубы, а увеличение числа Re обеспечивает рост и смещение прогретой области к выходной границе. Исходя из этого, чтобы обеспечить одномерное установившееся течение вниз по потоку, необходимо удлинение широкой части трубы.

Список источников

1. *Feuerstein I.A., Pike G.K., Round G.F.* Flow in an abrupt expansion as a model for biological mass transfer experiments // *Journal of Biomechanics*. 1975. V. 8 (1). P. 41–51. doi: 10.1016/0021-9290(75)90041-x
2. *Hammad K.J., Ötügen M.V., Arik E.B.* A PIV study of the laminar axisymmetric sudden expansion flow // *Experiments in Fluids*. 1999. V. 26 (3). P. 266–272. doi: 10.1007/s003480050288
3. *Halmos A.L., Boger D.V.* The behavior of a power-law fluid flowing through a sudden expansion. Part II. Experimental verification // *AIChE Journal*. 1975. V. 21 (3). P. 550–553. doi: 10.1002/aic.690210317
4. *Furuichi N., Takeda Y., Kumada M.* Spatial structure of the flow through an axisymmetric sudden expansion // *Experiments in Fluids*. 2003. V. 34 (5). P. 643–650. doi: 10.1007/s00348-003-0612-2
5. *Perera M.G.N., Walters K.* Long range memory effects in flows involving abrupt changes in geometry // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 1977. V. 2 (2). P. 191–204. doi: 10.1016/0377-0257(77)80043-8
6. *Bell B.C., Surana K.S.* p-version least squares finite element formulation for two-dimensional, incompressible, non-Newtonian isothermal and non-isothermal fluid flow // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 1994. V. 18 (2). P. 127–162. doi: 10.1002/flid.1650180202
7. *Ternik P., Marn J., Žunič Z.* Non-Newtonian fluid flow through a planar symmetric expansion: Shear-thickening fluids // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2006. V. 135 (2-3). P. 136–148. doi: 10.1016/j.jnnfm.2006.01.003
8. *Back L.H., Roschke E.J.* Shear-Layer Flow Regimes and Wave Instabilities and Reattachment Lengths Downstream of an Abrupt Circular Channel Expansion // *Journal of Applied Mechanics*. 1972. V. 39 (3). P. 677–681. doi: 10.1115/1.3422772
9. *Mullin T., Seddon J.R.T., Mantle M.D., Sederman A.J.* Bifurcation phenomena in the flow through a sudden expansion in a circular pipe // *Physics of Fluids*. 2009. V. 21 (1). Art. 014110. doi: 10.1063/1.3065482
10. *Cantwell C.D., Barkley D., Blackburn H.M.* Transient growth analysis of flow through a sudden expansion in a circular pipe // *Physics of Fluids*. 2010. V. 22 (3). Art. 034101. doi: 10.1063/1.3313931
11. *Sanmiguel-Rojas E., del Pino C., Gutiérrez-Montes C.* Global mode analysis of a pipe flow through a 1:2 axisymmetric sudden expansion // *Physics of Fluids*. 2010. V. 22 (7). Art. 071702. doi: 10.1063/1.3458889
12. *Sanmiguel-Rojas E., Mullin T.* Finite-amplitude solutions in the flow through a sudden expansion in a circular pipe // *Journal of Fluid Mechanics*. 2011. V. 691. P. 201–213. doi: 10.1017/jfm.2011.469
13. *Macagno E.O., Hung T.-K.* Computational and experimental study of a captive annular eddy // *Journal of Fluid Mechanics*. 1967. V. 28 (01). P. 43–64. doi: 10.1017/s0022112067001892
14. *Fletcher D.F., Maskell S.J., Patrick M.A.* Heat and mass transfer computations for laminar flow in an axisymmetric sudden expansion // *Computers & Fluids*. 1985. V. 13 (2). P. 207–221. doi: 10.1016/0045-7930(85)90026-x
15. *Khodaparast S., Borhani N., Thome J.R.* Sudden expansions in circular microchannels: flow dynamics and pressure drop // *Microfluidics and Nanofluidics*. 2014. V. 17 (3). P. 561–572. doi: 10.1007/s10404-013-1321-7

16. Мамазова Д.А., Рыльцева К.Е., Шрагер Г.П. Структура потока и кинематика течения неньютоновской жидкости в трубе с внезапным расширением // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2021. № 74. С. 113–126. doi: 10.17223/19988621/74/12
17. Mirzaei Nejad M., Javaherdeh K. Numerical simulation of power-law fluids flow and heat transfer in a parallel-plate channel with transverse rectangular cavities // Case Studies in Thermal Engineering. 2014. V. 3. P. 68–78. doi: 10.1016/j.csite.2014.03.004
18. Vaz M., Zdanski P.S.B. A fully implicit finite difference scheme for velocity and temperature coupled solutions of polymer melt flow // Communications in Numerical Methods in Engineering. 2006. V. 23 (4). P. 285–294. doi: 10.1002/cnm.902
19. Zdanski P.S.B., Vaz M. Polymer melt flow in plane channels: Effects of the viscous dissipation and axial heat conduction // Numerical Heat Transfer, Part A: Applications. 2006. V. 49 (2). P. 159–174. doi: 10.1080/10407780500302059
20. Zdanski P.S.B., Vaz M. Polymer melt flow in plane channels: Hydrodynamic and thermal boundary layers // Journal of Materials Processing Technology. 2006. V. 179 (1-3). P. 207–211. doi: 10.1016/j.jmatprot.2006.03.087
21. Янков В.И., Глот И.О., Труфанова Н.М., Шакиров Н.В. Течение полимеров в отверстиях фильер. Теория, расчет, практика. М. ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2010. 368 с.

References

1. Feuerstein I.A., Pike G.K., Round G.F. (1975) Flow in an abrupt expansion as a model for biological mass transfer experiments. *Journal of Biomechanics*. 8(1). pp. 41–51. doi: 10.1016/0021-9290(75)90041-x
2. Hammad K.J., Ötügen M.V., Arik E.B. (1999) A PIV study of the laminar axisymmetric sudden expansion flow. *Experiments in Fluids*. 26(3). pp. 266–272. doi: 10.1007/s003480050288
3. Halmos A.L., Boger D.V. (1975) The behavior of a power-law fluid flowing through a sudden expansion. Part II. *Experimental verification*. *AIChE Journal*. 21(3). pp. 550–553. doi: 10.1002/aic.690210317
4. Furuichi N., Takeda Y., Kumada M. (2003) Spatial structure of the flow through an axisymmetric sudden expansion. *Experiments in Fluids*. 34(5). pp. 643–650. doi: 10.1007/s00348-003-0612-2
5. Perera M.G.N., Walters K. (1977) Long range memory effects in flows involving abrupt changes in geometry. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2(2). pp. 191–204. doi: 10.1016/0377-0257(77)80043-8
6. Bell B.C., Surana K.S. (1994) P-version least squares finite element formulation for two-dimensional, incompressible, non-Newtonian isothermal and non-isothermal fluid flow. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 18(2). pp. 127–162. doi: 10.1002/flid.1650180202
7. Ternik P., Marn J., Žunič Z. (2006) Non-Newtonian fluid flow through a planar symmetric expansion: Shear-thickening fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 135(2-3). pp. 136–148. doi: 10.1016/j.jnnfm.2006.01.003
8. Back L.H., Roschke E.J. (1972) Shear-layer flow regimes and wave instabilities and reattachment lengths downstream of an abrupt circular channel expansion. *Journal of Applied Mechanics*. 39(3). pp. 677–681. doi: 10.1115/1.3422772
9. Mullin T., Seddon J.R.T., Mantle M.D., Sederman A.J. (2009) Bifurcation phenomena in the flow through a sudden expansion in a circular pipe. *Physics of Fluids*. 21(1). Article 014110. doi: 10.1063/1.3065482
10. Cantwell C.D., Barkley D., Blackburn H.M. (2010) Transient growth analysis of flow through a sudden expansion in a circular pipe. *Physics of Fluids*. 22(3). Article 034101. doi: 10.1063/1.3313931

11. Sanmiguel-Rojas E., del Pino C., Gutiérrez-Montes C. (2010) Global mode analysis of a pipe flow through a 1:2 axisymmetric sudden expansion. *Physics of Fluids*. 22(7). Article 071702. doi: 10.1063/1.3458889
12. Sanmiguel-Rojas E., Mullin T. (2011) Finite-amplitude solutions in the flow through a sudden expansion in a circular pipe. *Journal of Fluid Mechanics*. 691. pp. 201–213. doi: 10.1017/jfm.2011.469
13. Macagno E.O., Hung T.-K. (1967) Computational and experimental study of a captive annular eddy. *Journal of Fluid Mechanics*. 28(1). pp. 43–64. doi: 10.1017/s0022112067001892
14. Fletcher D.F., Maskell S.J., Patrick M.A. (1985) Heat and mass transfer computations for laminar flow in an axisymmetric sudden expansion. *Computers & Fluids*. 13(2). pp. 207–221. doi: 10.1016/0045-7930(85)90026-x
15. Khodaparast S., Borhani N., Thome J.R. (2014) Sudden expansions in circular microchannels: flow dynamics and pressure drop. *Microfluidics and Nanofluidics*. 17(3). pp. 561–572. doi: 10.1007/s10404-013-1321-7
16. Mamazova D.A., Ryltseva K.E., Shragr G.R. (2021) Структура потока и кинематика течения не-ньютоновской жидкости в трубе с внезапным расширением [Axisymmetric flow of a non-Newtonian fluid in a channel with expansion]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika - Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 74. pp. 113-126. doi: 10.17223/19988621/74/12
17. Mirzaei N.M., Javaherdeh K. (2014) Numerical simulation of power-law fluids flow and heat transfer in a parallel-plate channel with transverse rectangular cavities. *Case Studies in Thermal Engineering*. 3. pp. 68–78. doi: 10.1016/j.csite.2014.03.004
18. Vaz M., Zdanski P.S.B. (2006). A fully implicit finite difference scheme for velocity and temperature coupled solutions of polymer melt flow. *Communications in Numerical Methods in Engineering*. 23(4). pp. 285–294. doi: 10.1002/cnm.902
19. Zdanski P.S.B., Vaz M. (2006) Polymer melt flow in plane channels: Effects of the viscous dissipation and axial heat conduction. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*. 49(2). pp. 159–174. doi: 10.1080/10407780500302059
20. Zdanski P.S.B., Vaz M. (2006) Polymer melt flow in plane channels: Hydrodynamic and thermal boundary layers. *Journal of Materials Processing Technology*. 179(1-3). pp. 207–211. doi: 10.1016/j.jmatprotec.2006.03.087
21. Yankov V.I., Glot I.O., Trufanova N.M., Shakirov N.V. (2010) *Techenie polimerov v otverstiyakh fil'er. Teoriya, raschet, praktika* [Flow of polymers through spinneret holes. Theory, computation, and practice]. Moscow–Izhevsk: Regul'yarnaya i khaoticheskaya dinamika.

Сведения об авторах:

Мамазова Дилара Абдурасуловна – магистрант физико-технического факультета Томского государственного университета, лаборант ЛПОКО ФТФ, Томск, Россия. E-mail: mamazova.dilara@mail.ru

Рыльцева Кира Евгеньевна – кандидат физико-математических наук, инженер кафедры прикладной газовой динамики и горения физико-технического факультета Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: kiraworkst@gmail.com

Шрагер Геннадий Рафаилович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной газовой динамики и горения физико-технического факультета Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: shg@ftf.tsu.ru

Information about the authors:

Mamazova Dilara A. (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: mamazova.dilara@mail.ru

Ryltseva Kira E. (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kiraworkst@gmail.com

Shrager Gennady R. (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: shg@ff.tsu.ru

Статья поступила в редакцию 21.06.2022; принята к публикации 03.10.2022

The article was submitted 21.06.2022; accepted for publication 03.10.2022