

Научная статья

УДК 519.234:621.391

doi: 10.17223/19988605/60/5

Исследование влияния параметров фильтра на основе усеченных порядковых статистик (УПС-фильтра) на его выходные характеристики

Игорь Михайлович Рудько

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия, igor-rudko@mail.ru

Аннотация. Проводится сравнение двух алгоритмов обнаружения при использовании ими энергетического критерия обнаружения – «классическая» задача проверки двух простых гипотез и применение фильтра на основе усеченной порядковой статистики (УПС-фильтра), которым заменяется интегратор в «классической» задаче. На статистических моделях исследовано влияние параметров УПС-фильтра на его выходные характеристики. Показано, что при использовании критерия Неймана–Пирсона порог отсека для УПС-фильтра определяется медианой шума. Исследована зависимость вероятности обнаружения от числа разбиений времени интегрирования в энергетическом приемнике. Исследована зависимость вероятности обнаружения от размера матрицы скользящего окна. Показано, что применение УПС-фильтра обеспечивает существенный выигрыш в вероятности обнаружения.

Ключевые слова: порядковая статистика; проверка статистических гипотез; системы обнаружения; статистическое моделирование

Для цитирования: Рудько И.М. Исследование влияния параметров фильтра на основе усеченных порядковых статистик (УПС-фильтра) на его выходные характеристики // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 60. С. 42–51. doi: 10.17223/19988605/60/5

Original article

doi: 10.17223/19988605/60/5

Investigating the effect of filter parameters based on truncated order statistics (TOS-filter) on its output characteristics

Igor M. Rudko

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, igor-rudko@mail.ru

Abstract. Two detection algorithms are compared when they use the energy detection criterion - the "classical" problem of testing two simple hypotheses and the application of a filter based on truncated order statistics (TOS-filter), which replaces the integrator in the "classical" problem. On statistical models, the influence of the parameters of the TOS-filter on its output characteristics was studied. It is shown that when using the Neyman-Pearson criterion, the cutoff threshold for the TOS-filter is determined by the median of the noise. The dependence of the detection probability on the number of integration time partitions in the energy receiver is studied. The dependence of the detection probability on the size of the sliding window matrix is studied. It is shown that the use of the TOS-filter provides a significant gain in the detection probability.

Keywords: order statistics; statistical hypotheses testing; detection systems; statistical modeling

For citation: Rudko, I.M. (2022) Investigating the effect of filter parameters based on truncated order statistics (TOS-filter) on its output characteristics. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 60. pp. 42–51. doi: 10.17223/19988605/60/5

Во многих системах обработки локационной информации, работающих в пассивном режиме, системах спектрального анализа и анализа вибраций решаются задачи обнаружения сигнала на фоне помехи, причем статистические свойства сигнала и помехи одинаковы, и единственным их отличием являются энергии (дисперсии). В простейшей форме операция обнаружения – это задача проверки двух статистических гипотез: нулевой гипотезы H_0 , когда данные относятся только к шуму, и альтернативной гипотезы H_1 , когда данные относятся к совместному воздействию сигнала и шума. При решении задачи обнаружения приемник вычисляет отношение правдоподобия, которое представляет собой отношение плотностей распределения вероятностей для гипотез H_1 и H_0 [1].

Модель обнаружения в этих задачах обычно представляется как энергетический порог, установленный над средним значением помехи (энергетический приемник) [2]. Блок-схему такого приемника можно представить как последовательно соединенные согласующий фильтр, квадратичный детектор, интегратор и блок принятия решения. Задача входного фильтра, стоящего перед детектором, – максимально «разделить» статистики H_0 и H_1 , используя различия в статистических и частотных параметрах шума и сигнала (согласованная фильтрация) [3].

Таким образом, информативны только случаи превышения порога, а шумовой фон лишь «забивает» тракт обработки, особенно при принятии решения оператором. Поэтому представляет интерес создание алгоритмов, осуществляющих поиск сигнала без учета составляющих шумового фона.

В случае, когда таких различий (кроме различных дисперсий) нет или частотный спектр сигнала неизвестен или изменяется случайным образом, целесообразно использовать фильтр на основе усеченной порядковой статистики (УПС-фильтр) [4–6], на который в схеме энергетического приемника заменяется интегратор.

В настоящей работе методами математического моделирования исследуется влияние задаваемых параметров УПС-фильтра на его выходные характеристики.

1. Алгоритм работы УПС-фильтра

Пусть на интервале $[0, T_0]$ наблюдается сигнал

$$X = \sum_{i=1}^N S^2(i\Delta t), \quad (1)$$

где $T_0 = N\Delta t$, $\Delta t = 1/(2\Delta F)$, Δt – интервал дискретизации по времени, ΔF – полоса пропускания входного фильтра системы обнаружения.

В случае дискретизации по времени решение о наличии или отсутствии сигнала принимается по набору полученных в результате предварительной обработки значений N независимых гауссовских случайных величин $S_1, S_2, \dots, S_N$, имеющих нулевое математическое ожидание и одинаковую дисперсию σ^2 . Здесь $\sigma^2 = \sigma_{\text{ш}}^2$ в случае отсутствия сигнала ($\sigma_{\text{ш}}^2$ – дисперсия помехи) и $\sigma^2 = \sigma_{\text{ш}}^2 + \sigma_{\text{с}}^2$ в случае присутствия сигнала ($\sigma_{\text{с}}^2$ – дисперсия полезной составляющей).

Статистику X можно представить в виде $X = \sigma^2 Z$, где Z – случайная величина, имеющая χ^2 -распределение с n степенями свободы, а $\sigma^2 = \sigma_{\text{ш}}^2$ в случае гипотезы H_0 и $\sigma^2 = \sigma_{\text{с}}^2 + \sigma_{\text{ш}}^2$ в случае альтернативы H_1 .

Формула (1) описывает классический энергетический приемник (интегратор).

В одиночном акте наблюдения (испытании) в нашем распоряжении имеется выборка из N результатов наблюдений – выборка (вектор) X . Выписав отношение правдоподобия для гипотез H_1 и H_0 ,

получаем достаточную статистику $\Lambda(X) = \sum_{i=1}^N X_i$.

Приведенный выше «классический» алгоритм базируется на существовании равномерно наиболее мощного критерия для проверки гипотезы H_0 против альтернативы H_1 . При этом используется вся информация, содержащаяся в оцениваемой выборке X .

Алгоритм работы УПС-фильтра:

1. T_0 разбивается на m одинаковых интервалов, в каждом из которых согласно (1) вычисляется последовательность выборок $X_j \sim \{X_1, \dots, X_i, \dots, X_m\}$.

2. Накапливается c оцениваемых выборок X_j .

3. По накопленным выборкам строится матрица X_{ij} размерностью m строк на c столбцов (c – «глубина» матрицы памяти) – $\{X_1, \dots, X_i, \dots, X_m\}_j$, где $1 \leq j \leq c$.

4. В каждом столбце матрицы X_{ij} строится порядковая статистика $X_{(i)j}$, где $1 \leq i \leq m$, – упорядоченные величины статистики X_i , такие что $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(i)} \leq \dots \leq X_{(m)}$.

5. В каждой строке полученной матрицы $X_{(i)j}$ определяются оценки математических ожиданий (вектор $\hat{m}$) $\hat{m}_i = \frac{1}{c} \sum_{j=1}^c X_{(i)j}$, где $1 \leq i \leq m$.

6. Порог отсека k (первый порог) определяется из условия

$$k = \arg \min_i |h_0 - \hat{m}_i|, \quad (2)$$

где $1 \leq i \leq m$, а h_0 определяется по формуле

$$\alpha = \int_0^{h_0} f_{\text{ш}}(x) dx = \frac{1}{2^{n/2} \sigma_0^n \Gamma(n/2)} \int_0^{h_0} x^{n/2-1} e^{-x^2/2\sigma_0^2} dx, \quad (3)$$

где α – заданный квантиль, $n = N/m$, σ_0^2 – дисперсия шума, так как известными параметрами являются только статистические свойства помехи, а именно математическое ожидание μ_0 и дисперсия σ_0^2 .

7. Вычисляется оценка $W_j = \sum_{i=k}^m X_{(i)j}$.

Таким образом, на выходе УПС-фильтра получаем последовательность отфильтрованных оценок W_j , задача обнаружения по которым решается по «классическому» алгоритму обнаружения (задача проверки двух гипотез).

УПС-фильтр работает по принципу скользящего окна, т.е. каждый новый вектор X_j с индексом $c + 1$ вытесняет из матрицы $X_{(i)j}$ вектор X_j с индексом 1.

В отличие от алгоритма проверки двух гипотез (энергетического приемника), для реализации предлагаемого алгоритма обнаружения необходимо предварительное накопление выборок $\{X_1, \dots, X_i, \dots, X_m\}_j$, где $1 \leq j \leq c$, что приводит к задержке в принятии решения на время $T = jT_0$, где $1 \leq j \leq c$. Такая задержка во многих задачах не является существенной.

Следует подчеркнуть, что если в алгоритме проверки двух простых гипотез для принятия решения используется только вектор X , то в рассматриваемом алгоритме – матрица $X_{(i)j}$, в которой текущий вектор X_j является одним из столбцов.

Сравним статистические свойства случайных величин Z и W , сформированных из случайной выборки X_i , $1 \leq i \leq m$, двумя различными способами:

– Энергетический приемник:

- $Z = \sum_{i=1}^m X_i$ – имеет χ^2 -распределение с $N = nm$ степенями свободы и математическим ожиданием

$\mu_Z = nm\sigma^2$ и дисперсией $\sigma_Z^2 = 2nm\sigma^4$, и в силу центральной предельной теоремы при достаточно больших значениях m ее функция плотности распределения нормализуется: $Z \sim N(\mu_Z, \sigma_Z^2)$.

– УПС-фильтр:

- $W = \sum_{i=k}^m X_{(i)}$, где $X_{(i)}$, $1 \leq i \leq m$, – упорядоченные величины (порядковые статистики) статисти

стики X_i , такие что $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(i)} \leq \dots \leq X_{(m)}$. Статистики $X_{(i)}$ также имеют центральное χ^2 -распределение с n степенями свободы. Если случайные величины X_i статистически независимы и одинаково распределены, то случайные величины $X_{(i)}$ зависимы из-за неравенств между ними. В дальнейшем будем называть статистику W усеченной порядковой статистикой (УПС), а параметр k – порогом отсека.

Известны выражения для вычисления моментов порядковых статистик [7], которые в случае центрального χ^2 -распределения приобретают следующий вид:

– математическое ожидание μ_j величины $X_{(j)}$ определяется по формуле

$$\mu_j = \frac{m!}{(j-1)!(m-j)!} \int_0^\infty K_n\left(\frac{x}{\sigma^2}\right)^{j-1} \left[1 - K_n\left(\frac{x}{\sigma^2}\right)\right]^{m-j} \frac{x}{\sigma^2} k_n\left(\frac{x}{\sigma^2}\right) dx, \quad (4)$$

– дисперсия

$$\sigma_j^2 = \frac{m!}{(j-1)!(m-j)!} \int_0^\infty K_n\left(\frac{x}{\sigma^2}\right)^{j-1} \left[1 - K_n\left(\frac{x}{\sigma^2}\right)\right]^{m-j} (x - \mu_j)^2 \frac{1}{\sigma^2} k_n\left(\frac{x}{\sigma^2}\right) dx, \quad (5)$$

– ковариация

$$\sigma_{jk} = E[X_{(j)}X_{(k)}] = \frac{m!}{(m-k)!(k-j-1)!(j-1)!} \int_0^\infty \int_0^y C(x, y) x y \frac{1}{\sigma^4} k_n\left(\frac{x}{\sigma^2}\right) k_n\left(\frac{y}{\sigma^2}\right) dx dy, \quad (6)$$

где $C(x, y) = K_n\left(\frac{x}{\sigma^2}\right)^{j-1} \left[K_n\left(\frac{y}{\sigma^2}\right) - K_n\left(\frac{x}{\sigma^2}\right) \right]^{k-j-1} \left[1 - K_n\left(\frac{y}{\sigma^2}\right) \right]^{m-k}$, а $k_n(x)$ и $K_n(x)$ – плотность и функция вероятности χ^2 -распределения с n степенями свободы.

Для случайной величины W математическое ожидание определяется по формуле

$$\mu_w(k) = \sum_{j=k}^m \mu_j, \quad 1 \leq k \leq m,$$

а дисперсия с учетом зависимости случайных величин $X_{(i)}$ [8]:

$$\sigma_w^2(k) = \sum_{l=k}^m \sigma_l^2 + 2 \sum_{k \leq j < l \leq m} \sigma_{jl}, \quad 1 \leq k \leq m, \quad (7)$$

и в силу центральной предельной теоремы при достаточно больших значениях m ее функция плотности распределения также нормализуется: $W \sim N(\mu_w, \sigma_w^2)$.

Аналитические расчеты по формулам (4)–(6) практически возможны только при малых значениях m и n . В работе [4] показано, что при решении задачи проверки двух гипотез использование статистики W дает выигрыш в $P_{обн}$ при заданной $P_{лт}$ по сравнению со статистикой Z .

Исследование УПС-фильтра при больших значениях m и n возможно только на математических моделях.

2. Статистическое моделирование УПС-фильтра

При статистическом моделировании УПС-фильтра исследовались следующие его параметры, влияющие на выходные характеристики УПС-фильтра:

1. Величина порога отсечения h_0 ;
2. Соотношения m и n при $N = mn = \text{const}$;
3. «Глубина» матрицы фильтра c .

Блок-схема алгоритма статистического моделирования приведена на рис. 1.

«Шум N » и «Сигнал S » – генераторы случайных чисел, имеющих χ^2 -распределения с заданными дисперсиями $\sigma_{ш}^2$ и σ_c^2 . При достаточно больших значениях n χ^2 -распределение можно аппроксимировать нормальным распределением $N(\mu, \sigma^2)$. Тогда для гипотезы $H_0: N(\mu_0, \sigma_0^2)$, где $\mu_0 = n\sigma_{ш}^2$, $\sigma_0^2 = 2n\sigma_{ш}^4$, а для гипотезы $H_1: N(\mu_1, \sigma_1^2)$, где $\mu_1 = n\sigma_{ш}^2(1 + \rho)$, $\sigma_1^2 = 2n\sigma_{ш}^4(1 + \rho)^2$. Здесь $\rho = \sigma_c^2/\sigma_{ш}^2$ – отношение сигнал/помеха в полосе ΔF .

Для нормальных распределений удобным способом сравнения статистик H_0 и H_1 является использование коэффициента разделимости $\gamma = (\mu_1 - \mu_0)/(\sigma_0 + \sigma_1)$ [4]. Вероятность ошибки $P_{ош} = P_{лт} = P_{пр} = 1 - \Phi(\gamma)$, где $P_{пр}$ – вероятность пропуска.

Очевидно, что чем больше γ , тем, при заданном пороге по $P_{лт}$, больше $P_{обн}$.

Согласно приведенным выше формулам генерируются случайные величины Z и W . Для гипотез H_0 и H_1 набираются статистики для случайных величин Z и W , по которым строятся оценки $\hat{\mu}_{z0}$, $\hat{\sigma}_{z0}^2$ и

$\hat{\mu}_{W0}, \hat{\sigma}_{W0}^2$ для гипотезы H_0 и $\hat{\mu}_{Z1}, \hat{\sigma}_{Z1}^2$ и $\hat{\mu}_{W1}, \hat{\sigma}_{W1}^2$ для гипотезы H_1 . По этим оценкам для заданной вероятности ложной тревоги $P_{ЛТ}$ определяется вероятность обнаружения $P_{обн}$.

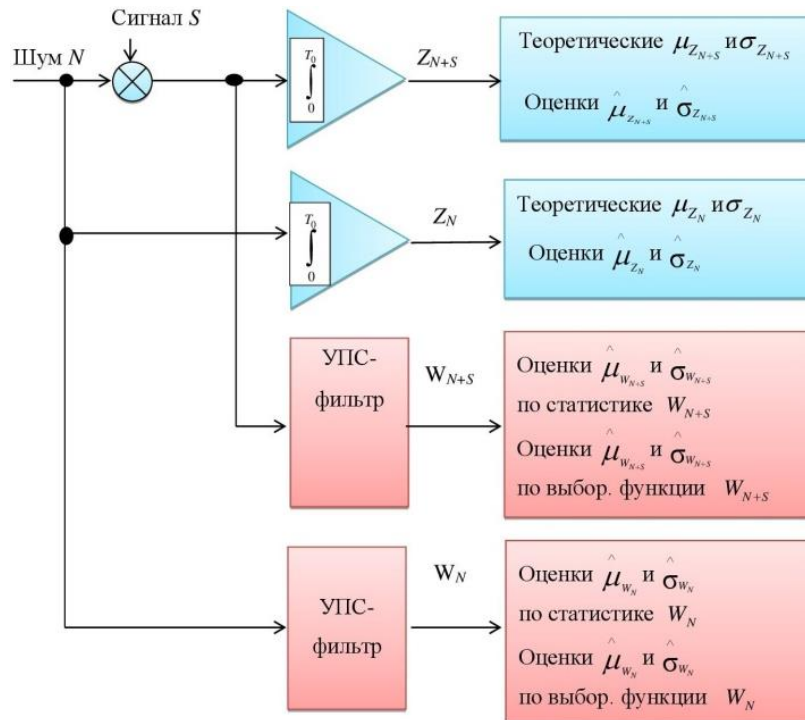


Рис. 1. Блок-схема алгоритма статистического моделирования
Fig. 1. Block diagram of the algorithm statistical modeling

Для статистики Z при заданном ρ вычисляются оценки $\hat{\mu}_{Z0}, \hat{\sigma}_{Z0}^2$ и $\hat{\mu}_{Z1}, \hat{\sigma}_{Z1}^2$, которые сравниваются с теоретическими значениями μ_{Z0}, σ_{Z0}^2 и μ_{Z1}, σ_{Z1}^2 .

Так как для статистики W теоретические значения μ_Z, σ_Z^2 рассчитать не удастся, то для получения более надежного результата оценки производятся двумя разными способами: при заданном ρ оценки $\hat{\mu}_{W0}, \hat{\sigma}_{W0}^2$ и $\hat{\mu}_{W1}, \hat{\sigma}_{W1}^2$ вычисляются, во-первых, непосредственно по выборке W и, во-вторых, по нормированной гистограмме выборки W , а затем сравниваются.

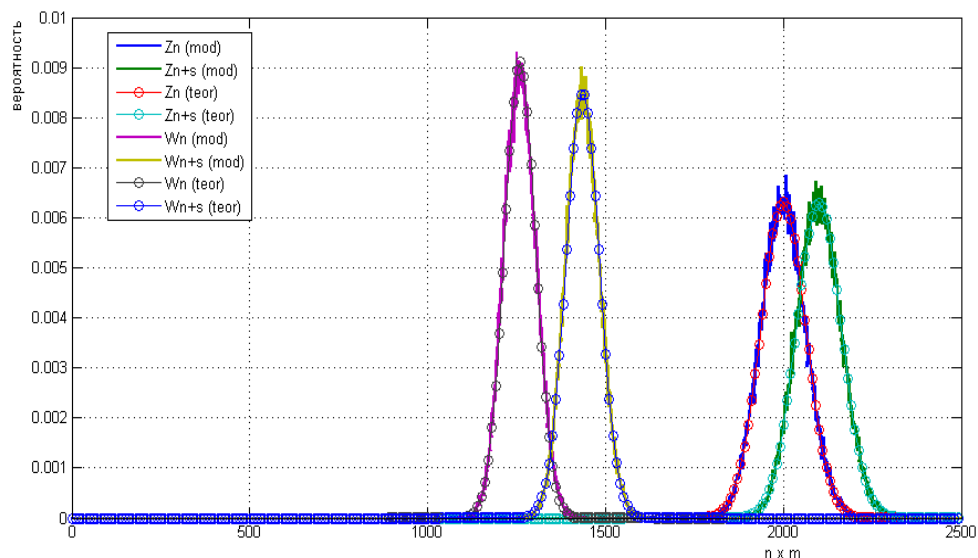


Рис. 2. Плотности вероятности процессов Z и W и их гистограммы для гипотез H_0 и H_1
Fig. 2. Probability densities of Z and W processes and their histograms for hypotheses H_0 and H_1

На рис. 2 в качестве примера приведены результаты математического моделирования случайных процессов Z и W , а именно: теоретические значения плотностей $f_Z(\sigma_n)$, $f_Z(\sigma_{n+s})$ и $f_W(\sigma_n)$, $f_W(\sigma_{n+s})$ и их нормированные гистограммы, построенные по математической модели. Параметры модели: $n = 20$, $m = 100$, $c = 100$, $\rho = 0,05$, первый порог h_0 равен медиане порядковой статистики $X_{(i)}$, $k = 19,34$. (Размеры массивов для построения гистограмм – 100 000.) На рис. 2 хорошо видно, что использование УПС-фильтра привело к существенному увеличению разделимости случайных процессов на выходе УПС-фильтра (W) по сравнению с выходом интегратора (Z). Коэффициенты разделимости γ , полученные при моделировании: $\gamma_Z = 0,048$ и $\gamma_W = 0,386$, что близко к теоретическим значениям.

2.1. Моделирование влияния порога отсечения h_0

Как показано в [4], для статистики W в случае малых значений n и m при изменении порога отсечения h_0 коэффициенты разделимости γ_W изменяются и достигают максимума при значениях h_0 , близких к математическому ожиданию шума.

Необходимо учитывать, что процесс W является только частью процесса Z (используется только часть выборки $X_{(i)}$, превышающая порог h_0). Поэтому его плотность вероятности является условной плотностью вероятности $P(W | X_{(i)} > h_0)$. То есть необходимо ввести нормирующий коэффициент $(1 - \alpha)$, где α определяется из решения уравнения (3).

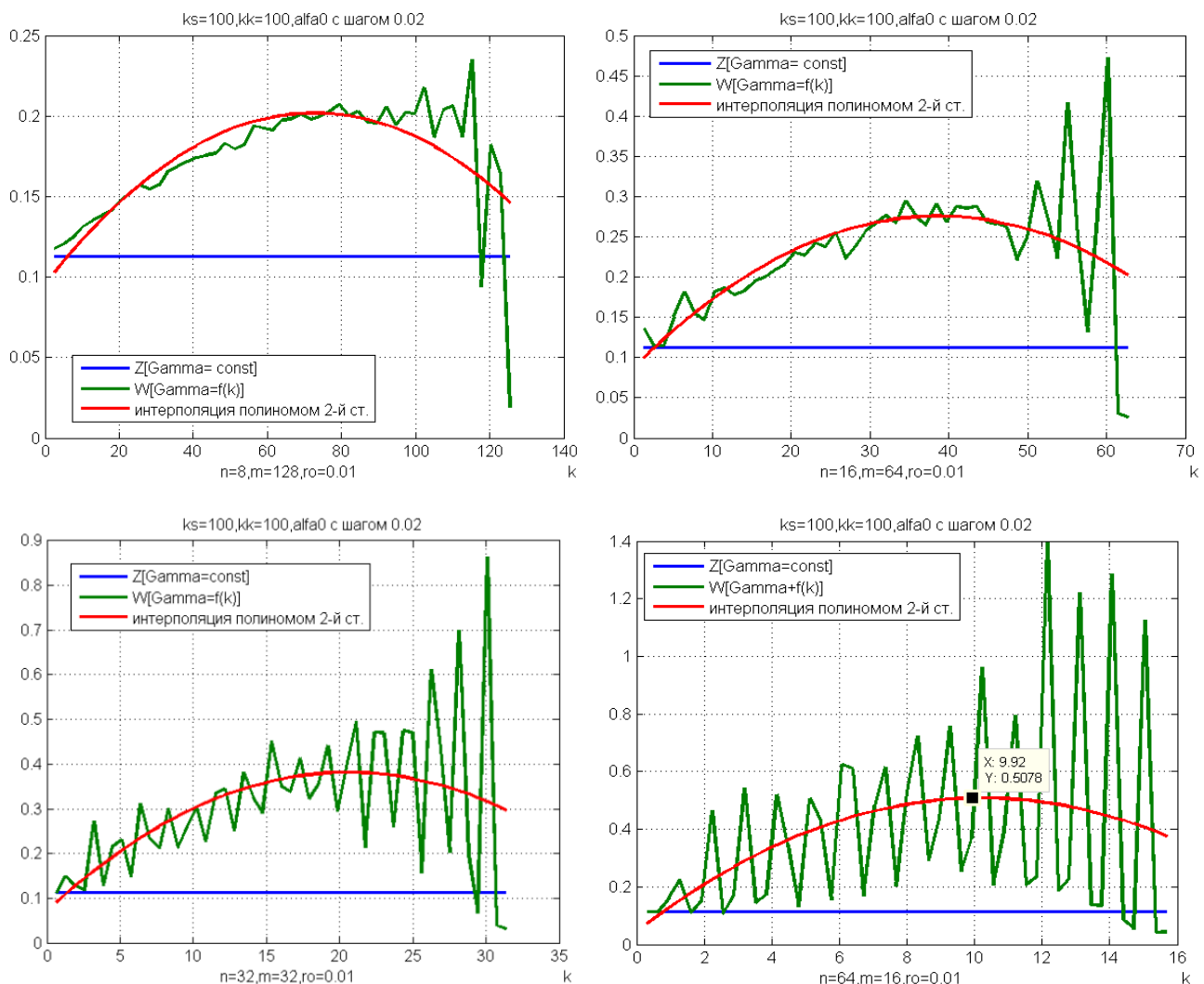


Рис. 3. Зависимости коэффициентов разделимости γ от порога отсечения h_0
Fig. 3. Dependences of the separability coefficients γ on the cut-off threshold h_0

На рис. 3 приведены графики изменения γ в зависимости от порога отсечения h_0 . Шаг по порогу отсечения равен 0,02 квантиля, $\rho = 0,01$. На рис. 3 хорошо видно, что коэффициент разделимости γ имеет максимум, приблизительно равный $m/2$, что соответствует аналитическому результату.

2.2. Моделирование влияния соотношений m и n на коэффициент разделимости γ

На рис. 3 также видно, что коэффициент разделимости $\gamma_{\max}$ (и, следовательно, вероятность обнаружения $P_{\text{обн}}$) сильно зависит от соотношения m и n .

Как показывает моделирование, оптимальным соотношением m и n является их приблизительное равенство.

Рассмотрим изменение $P_{\text{обн}}$ при различных соотношениях m и n от отношения сигнал/помеха ρ при $P_{\text{лт}} = 0,005$. Эти графики приведены на рис. 4. На этом рисунке для сравнения также приведены графики (теория и модель) изменения $P_{\text{обн}}(\rho)$ при $P_{\text{лт}} = 0,005$ для исходного процесса Z .

На рис. 4 видно, что функция $P_{\text{обн}}(\rho)$ имеет ступенчатый характер, причем «высота» ступени тем больше, чем меньше m . Этот факт объясняется формулой (2).

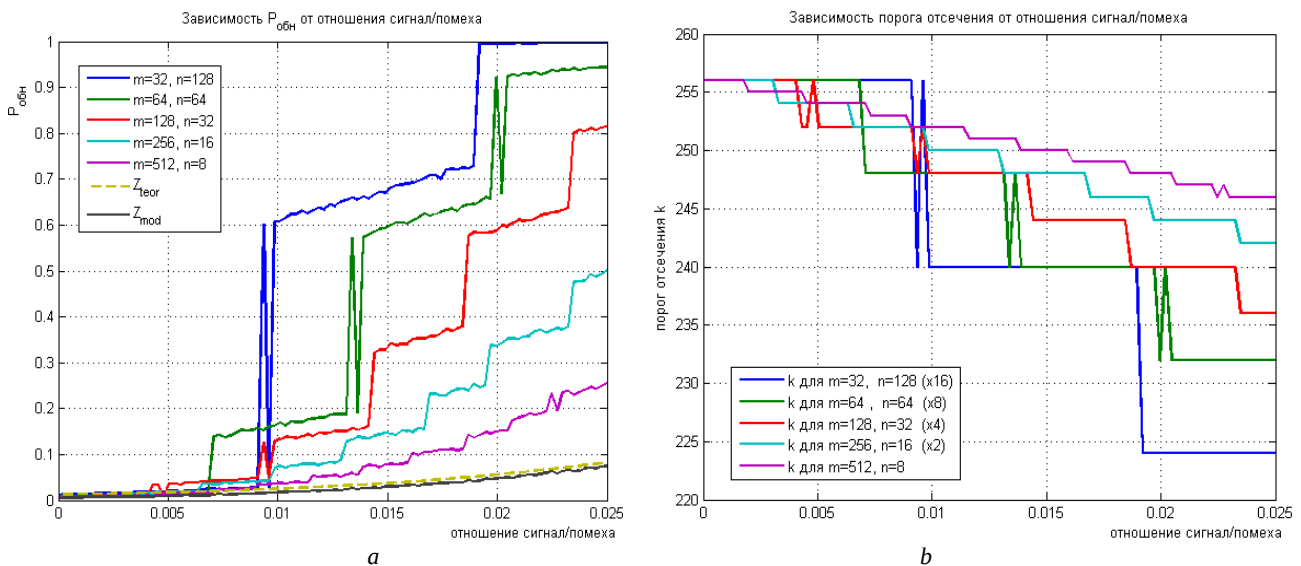


Рис. 4. Изменение $P_{\text{обн}}(\rho)$ при различных m и n (a). Зависимость порога отсечения от ρ (b)

Fig. 4. Change in $P_{\text{det}}(\rho)$ for different m and n (a). Cutoff threshold versus ρ (b)

Известно [9], что при больших значениях m достаточно точным приближением к математическому ожиданию элемента порядковой статистики с номером μ_j является значение, удовлетворяющее уравнению $P(x) = j/(m+1)$. Если ввести в рассмотрение функцию Q , такую что $Q[P(x)] = x$, то получим асимптотическую формулу $\mu_j \sim Q(j/(m+1))$, где $1 \leq j \leq m$, т.е. математические ожидания μ_j приближенно равны квантилям функции распределения $P(x)$, взятым с равномерным шагом. Следовательно, чем меньше m , тем больше шаг по квантилям. Из формулы (2) следует, что с ростом ρ растут оценки $\hat{\mu}_j$, порог k уменьшается и, как следствие, происходит изменение индекса суммирования с k на $(k-1)$. При этом $P_{\text{обн}}$ «скачком» изменяется на величину, определяемую приращением квантиля. С ростом m $P_{\text{обн}}$ для процесса W падает и стремится к $P_{\text{обн}}$ для процесса Z .

Пилообразный вид графиков на рис. 3 объясняется этими скачкообразными переходами. На рис. 4 также показаны изменения порога отсечения (приведенные к общему масштабу), соответствующие «скачкам» $P_{\text{обн}}$. Например, для $m = 32$ с ростом ρ k меняется от 16 до 14.

На рис. 5 приведены нормированные гистограммы процессов Z и W для шума и сигнала с $\rho = 0,0085$ и $\rho = 0,01$, т.е. до и после изменения порога с $k = 16$ на $k = 15$. Из анализа этих гистограмм видно, что, если для процесса Z увеличение ρ практически не влияет на расхождение гистограмм, то

для процесса W небольшое увеличение ρ существенно раздвигает гистограммы шума N и смеси сигнала и шума $N + S$, т.е. $P_{\text{обн}}$ увеличивается.

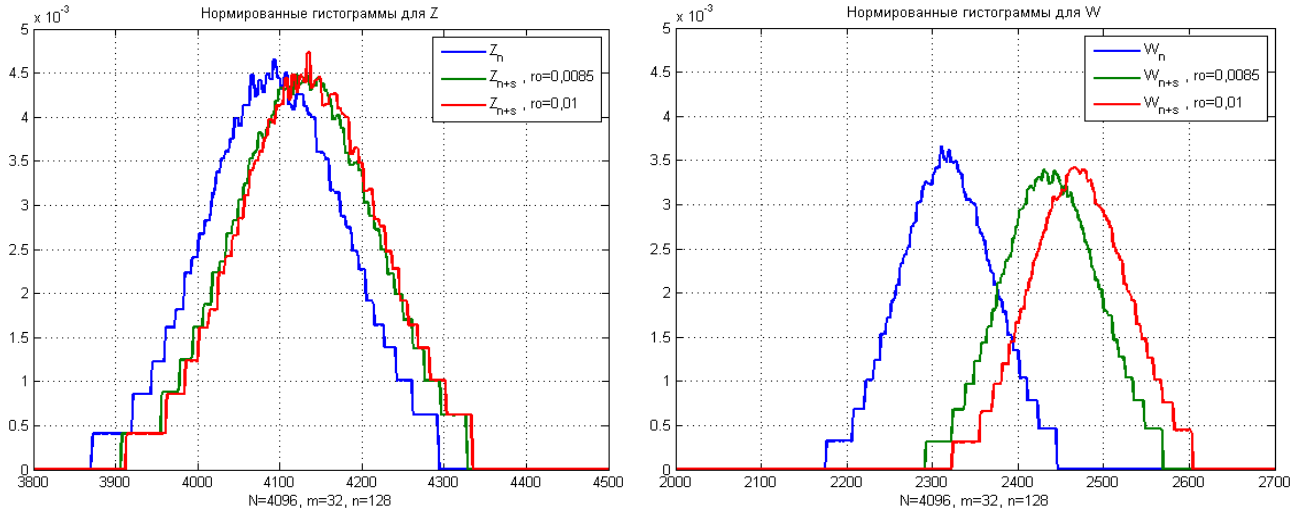


Рис. 5. Нормированные гистограммы процессов Z и W

Fig. 5. Normalized histograms of processes Z and W

2.3. Моделирование влияния «глубины» матрицы УПС-фильтра

Дисперсия, рассчитанная по формуле (7), является теоретической. На практике используется оценка этой дисперсии по матрице $(X_{(ij)})$ УПС-фильтра, и эта оценка зависит от «глубины» матрицы $X_{(ij)}$, т.е. числа ее столбцов – c . В статье [4] приведены результаты математического моделирования с.к.о. УПС W в зависимости от числа столбцов памяти c , содержащей матрицу порядковых статистик $X_{(ij)}$. При $c = 1$, т.е. когда $X_{(ij)}$ вырождается в вектор, дисперсия определяется по формуле [5]

$$\sigma_w^2 = 2n \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \sigma^4 e^{-(h/2\sigma^2)} \left[1 + \sum_{k=1}^{n/2+1} \frac{(h/2\sigma^2)^k}{k!} \right] - \left(n \sigma^2 e^{-(h/2\sigma^2)} \left[1 + \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(h/2\sigma^2)^k}{k!} \right] \right)^2,$$

где h – порог отсека, и $\sigma_w > \sigma_z$, затем σ_w спадает, и уже при $c > 4$ $\sigma_w < \sigma_z$ и быстро стремится к своему «потенциальному» значению, определяемому формулой (7), т.е. к значению, когда «глубина» памяти велика.

Влияние «глубины» памяти $X_{(ij)}$ на $P_{\text{обн}}$ исследуется на модели обработки гидроакустической информации, рассмотренной в [10]. Моделируется проход цели мимо ненаправленного приемника, т.е. ρ вначале растет от нуля до максимума и после прохода траверса уменьшается до нуля.

Параметры модели: время наблюдения $T_0 = 10$, $\Delta F = 1\,000$, $N = 20\,000$, $P_{\text{лт}} = 0,005$. Сравниваются «глубина» памяти $c = 6, 12$ и 18 при $(m = 100, n = 200)$ и $(m = 200, n = 100)$, размер статистики $ks = 10\,000$.

На рис. 6 представлены графики изменения $P_{\text{обн}}$ для указанных выше параметров.

Из приведенных рисунков видно:

- $P_{\text{обн}}$ для статистики W всегда больше, чем для статистики Z ;
- $P_{\text{обн}}$ для статистики W растет с увеличением «глубины» памяти c ;
- $P_{\text{обн}}$ для статистики W меньше потенциальной $P_{\text{обн}}$ из-за ограниченного размера матрицы $X_{(ij)}$;
- $P_{\text{обн}}$ для статистики W зависит от соотношения m и n .

– для статистики W сдвиг максимума $P_{\text{обн}}$ (сдвиг относительно траверса, т.е. ρ_{max}) определяется временем заполнения матрицы $X_{(ij)}$, т.е. параметром c .

Для корректного сравнения $P_{\text{обн}}$ по статистикам W и Z при фиксированной вероятности ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ необходимо учитывать, что плотность вероятности $W - P_w$ является, как показано выше,

условной плотностью вероятности. Поэтому необходимо вводить весовой коэффициент $(1 - \alpha)$. Кроме того, с.к.о. оценки шума σ_w растет с уменьшением «глубины» матрицы $\mathbf{X}_{(ij)}$.

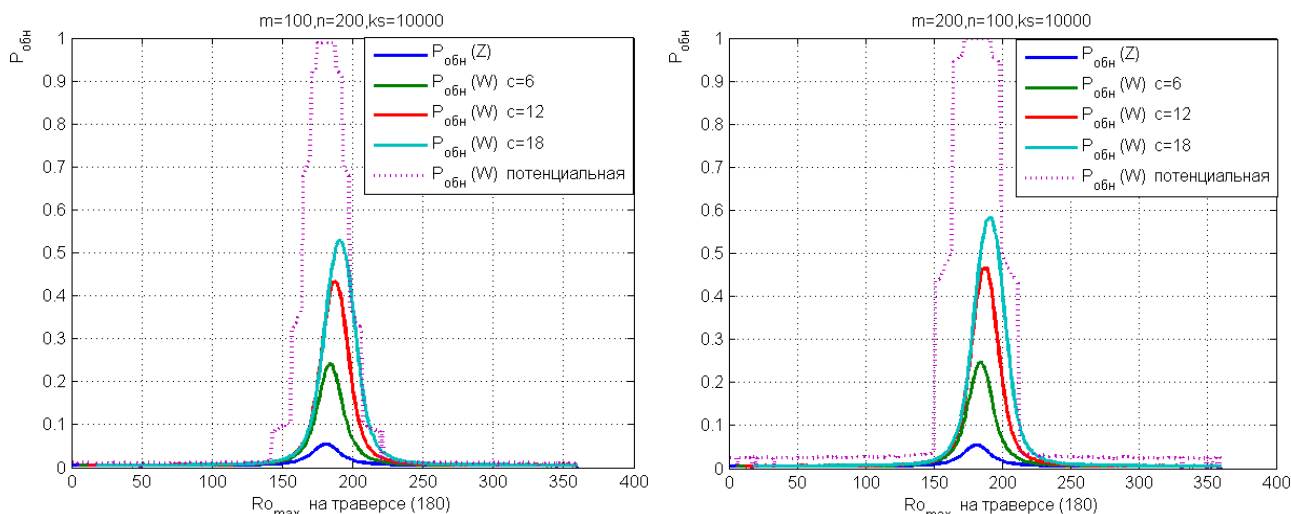


Рис. 6. Сравнение $P_{обн}$ статистик W и Z при различных c
Fig. 6. Comparison of P_{det} statistics W and Z for different c

Таким образом, порог для шума должен пересчитываться:

h_0 – порог для $P_{ЛТ}$, рассчитанный для плотности вероятности $W - N(\mu_w, \sigma_w^2)$ для шума;

h_1 – порог для $P_{ЛТ}$ с учетом весового коэффициента $(1 - \alpha)$ ($h_0 > h_1$);

h_2 – порог для $P_{ЛТ}$, рассчитанный с учетом «глубины» c матрицы $\mathbf{X}_{(ij)}$ ($h_1 < h_2$).

Заключение

Исследован алгоритм обнаружения сигналов на фоне шума, основанный на свойствах усеченных порядковых статистик (УПС-фильтр), который позволяет обеспечить большую вероятность обнаружения $P_{обн}$ при заданной вероятности ложной тревоги $P_{ЛТ}$ по сравнению с «классическим» алгоритмом проверки двух гипотез. Выигрыш достигается за счет введения дополнительного порога, отсекающего малые значения обрабатываемого сигнала, и использования для построения оценки этого порога информации, не использующейся в «классическом» алгоритме и содержащейся в предыдущих реализациях сигнала.

Список источников

1. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М. : Сов. радио, 1968. Т. 2. 504 с.
2. Бурдик В.С. Анализ гидроакустических систем. Л. : Судостроение, 1988. 392 с.
3. Зарайский В.А., Тюрин А.М. Теория гидролокации. Л. : ВМА, 1975. 604 с.
4. Рудько И.М. Применение порядковых статистик в задачах обнаружения // Управление большими системами. М. : ИПУ РАН, 2012. Вып. 37. С. 63–83.
5. Рудько И.М. Статистические свойства суммы членов усеченного вариационного ряда // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. № 1 (22). С. 124–130.
6. Рудько И.М. Применение порядковых статистик в задачах обнаружения в частотной области // Управление большими системами. М. : ИПУ РАН, 2016. Вып. 62. С. 6–29.
7. David H.A., Nagaraja H.N. Order Statistics. Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, 2003. 458 p. (Wiley Series in Probability and Statistics).
8. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М. : Сов. радио, 1969. Т. 1. 752 с.
9. Дэйвид Г. Порядковые статистики. М. : Наука, 1979. 336 с.
10. Рудько И.М. Обнаружение подвижного объекта с использованием порядковых статистик // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2019. № 48. С. 42–50.

References

1. Levin, B.R. (1968) *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical Foundations of Statistical Radio Engineering]. 2. Moscow: Sovetskoe radio.
2. Burdic, W.S. (1984) *Analiz gidroakusticheskikh sistem* [Acoustic System Analysis]. Leningrad: Sudostroenie.
3. Zarayskiy, V.A. & Tyurin, A.M. (1975) *Teoriya gidrolokatsii* [Theory of Hydrolocation]. Leningrad: VMA.
4. Rudko, I.M. (2012) Applying Order Statistics to Detection Problems. *Upravlenie bol'shimi sistemami – Large-Scale Systems Control*. 37. pp. 63–83.
5. Rudko, I.M. (2013) Statistical characteristics to sum of terms of truncated variational series. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 1(22). pp. 124–130.
6. Rudko, I.M. (2016) Applying order statistic to detection problems in the frequency domain. *Upravlenie bol'shimi sistemami – Large-Scale Systems Control*. 62(3). pp. 6–29.
7. David, H.A. & Nagaraja, H.N. (2003) *Order Statistics*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
8. Levin, B.R. (1969) *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical Foundations of Statistical Radio Engineering]. Vol. 1. Moscow: Sovetskoe radio.
9. David, H.A. (1975) *Poryadkovye statistiki* [Order Statistics]. Translated from English. Moscow: Nauka.
10. Rudko, I.M. (2019) Detection of moving object using order statistics. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 48. pp. 42–50. DOI: 10.17223/19988605/48/5

Информация об авторе:

Рудько Игорь Михайлович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Института проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН (Москва, Россия). E-mail: igor-rudko@mail.ru

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Information about the author:

Rudko Igor M. (Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation). E-mail: igor-rudko@mail.ru

The author declares no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 14.01.2022; принята к публикации 30.08.2022

Received 14.01.2022; accepted for publication 30.08.2022