

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ МАЯТНИКА БЕССЕЛЯ

**Методические указания
для проведения лабораторных работ**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ МАЯТНИКА БЕССЕЛЯ

**Методические указания
для проведения лабораторных работ**

Томск
Издательство Томского государственного университета
2022

РАССМОТРЕНО И УТВЕРЖДЕНО учебно-методическим советом
кафедры общей и экспериментальной физики физического факультета

Протокол № 13/22 от «11» июля 2022 г.

Председатель учебно-
методического совета

В.П. Демкин

**Определение ускорения свободного падения при
помощи маятника Бесселя :** методические указания для
выполнения лабораторных работ / сост. Н.Г. Дмитриева. –
Томск : Издательство Томского государственного
университета, 2022. – 12 с.

В методических указаниях рассмотрено определение величины
ускорения свободного падения при помощи маятника Бесселя.

Методические указания разработаны для студентов физического,
радиофизического и физико-технического факультетов.

СОСТАВИТЕЛЬ: *доц. Н.Г. Дмитриева*

РЕЦЕНЗЕНТ: *проф. Л.В. Горчаков*

© Дмитриева Н.Г., 2022

© Томский государственный университет, 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ МАЯТНИКА БЕССЕЛЯ.....	5
2. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.....	8
3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	10
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	10

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ МАЯТНИКА БЕССЕЛЯ

Цель работы: определение ускорения свободного падения при помощи маятника Бесселя.

Приборы и принадлежности: маятник Бесселя.

Порядок теоретической подготовки к выполнению работы:
Изучить теоретический материал и законспектировать в тетрадь ответы на контрольные вопросы.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ МАЯТНИКА БЕССЕЛЯ

Фридрих Вильгельм Бёссель (22 июля 1784, Минден — 17 марта 1846, Кёнигсберг) — немецкий математик и астроном.

Ускорение свободного падения является важной геофизической величиной. Оно определяется формой планеты и распределением масс в ней, скоростью вращения планеты вокруг своей оси, широтой местности. Наиболее точным методом определения g является баллистический метод — падение тела в вакууме, измеряемое интерферометрическими методами. Относительная погрешность таких измерений порядка $10^{-7} - 10^{-6}$. До интерферометрического метода самым точным способом являлись измерения с использованием различных маятников.

Существуют приближенные полуэмпирические формулы, дающие значение g с достаточно высокой точностью. Одной из таких является формула Гельмерта:

$$g = 9,780318 \cdot (1 + 0,005302 \cdot \sin^2 \varphi - 0,000006 \cdot \sin^2 2\varphi) - 0,000003086 \cdot h,$$

где h — высота над уровнем моря, φ — широта места, все величины в СИ.

Математическим маятником называют идеализированную систему, состоящую из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешена масса, сосредоточенная в одной точке. Достаточно хорошим приближением к математическому маятнику служит небольшой тяжелый шарик, подвешенный на длинной тонкой нити.

Отклонение маятника от положения равновесия будем характеризовать углом φ , образованным нитью с вертикалью (см. рис.1).

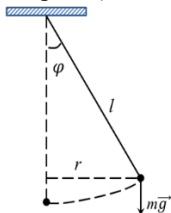


Рис.1. Отклонение маятника

При отклонении маятника от положения равновесия возникает вращательный момент силы тяжести M , равный по величине

$$M = -mg \cdot r,$$

где $r = l \sin \varphi$ — плечо силы тяжести;

$$M = -mgl \sin \varphi, \quad (1)$$

здесь m — масса шарика, l — длина маятника.

Знак «-» указывает на то, что момент

стремится вернуть маятник в положение равновесия. Траекторией движения маятника будет дуга окружности. Поэтому уравнение динамики вращательного движения

$$I\varepsilon = M,$$

где ε – угловое ускорение ($\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$), I – момент инерции шарика

относительно оси вращения маятника ($I = ml^2$).

Имеется в виду, что размер шарика мал по сравнению с длиной нити, то есть его можно считать материальной точкой. Тогда уравнение динамики вращательного движения для маятника будет иметь вид:

$$ml^2\varepsilon = -mgl \sin \varphi.$$

Это уравнение запишем в виде:

$$ml^2 \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl \sin \varphi. \quad (2)$$

Уравнение (2) приведем к следующему виду

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0. \quad (3)$$

Для малых колебаний $\sin \varphi \cong \varphi$ и если ввести обозначение

$$\frac{g}{l} = \omega_0^2, \quad (4)$$

придем к уравнению

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 = 0. \quad (5)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\varphi = A \cos(\omega t + \alpha), \quad (6)$$

где A – амплитуда колебаний, α – начальная фаза колебаний, ω_0 – циклическая частота колебаний. Уравнение (6) является уравнением

гармонических колебаний. Так как $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, то учитывая выражение

(4), получим выражение для периода колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (7)$$

Из полученного выражения следует, что при малых углах отклонения период математического маятника зависит от длины маятника и ускорения свободного падения.

При экспериментальном определении ускорения свободного падения формула (7) непосредственно не используется. Это связано с тем, что в неё входит длина маятника l , которую на практике трудно измерить точно. Чтобы избежать измерения l поступают следующим образом: предположим, что длина маятника в начальный момент $l + h$ и маятник колеблется с периодом:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l+h}{g}}, \quad (8)$$

затем его длину уменьшим на h и, следовательно, период колебаний будет равен:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (9)$$

Совместно решая уравнения (8) и (9), получим выражение для вычисления ускорения свободного падения:

$$g = \frac{4\pi^2 h}{T_1^2 - T_2^2}. \quad (10)$$

2. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

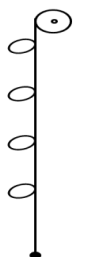


Рис.2.
Маятник
Бесселя

Маятник Бесселя устроен следующим образом: на нижнем конце нити прикреплен тяжелый металлический шарик. Нить перекинута через катушку и имеет несколько петель, одна из которых может быть надета на гвоздь, тем самым можно менять длину маятника (рис.2).

Работа выполняется в следующем порядке:

1. Маятнику задайте произвольную длину l_1 .
2. Выведите маятник из положения равновесия (угол отклонения от вертикали **не больше 5°**), секундомером определите время n полных колебаний маятника t_1 .

3. Вычислите период колебаний $T_1 = \frac{t_1}{n}$.

4. Этот опыт повторите не менее 5 раз (уточните у преподавателя), чтобы уменьшить влияние случайной ошибки. Найдите среднее значение T_1 .
5. Поднимите шарик на некоторую произвольную высоту (используя петлю на нити), измерьте длину маятника l_2 и, выполняя такие же наблюдения, определите среднее значение периода T_2 . Разность длин маятника дает высоту поднятия маятника $h = c - l_2$. $h = c - l_2$.
6. Результаты измерений занесите в таблицу 1.
7. Используя формулу (10), вычислите ускорение свободного падения.

Таблица 1

Результаты измерений и вычислений

№	n	t_1, c	T_1, c	t_1, c	T_2, c	h, cm	$g, cm / c^2$

8. Оцените погрешность измерения:

$$\Delta g = g \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta T_1}{T_1}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta T_2}{T_2}\right)^2}.$$

$$\Delta T_1 = \frac{\Delta t_1}{n} \text{ и } \Delta T_2 = \frac{\Delta t_2}{n},$$

$$\Delta t = \sqrt{t_{случ}^2 + t_{сисм}^2},$$

$$\Delta t_{случ} = t_{a,n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\vec{t} - t_i)^2}{n(n-1)}},$$

где n – число измерений, $n_{a,n}$ – коэффициент Стьюдента (табл.2), α – доверительная вероятность,

$$\Delta t_{сисм} = k \cdot \alpha,$$

где k – половина цены деления прибора:

$$\Delta h = \sqrt{\Delta h_{случ}^2 + \Delta h_{сисм}^2},$$

$$\Delta h_{случ} = t_{a,n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\vec{h} - h_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Таблица 2

Коэффициент Стьюдента (часть полной таблицы)

$n \backslash \alpha$	0,9	0,95	0,999
2	6,31	12,7	636,6
3	2,92	4,30	31,6
4	2,35	3,18	12,9
5	2,13	2,78	8,61
6	2,02	2,57	6,37
7	1,94	2,45	6,96
8	1,89	2,36	5,41
9	1,86	2,31	5,04
10	1,83	2,26	4,78
∞		1,96	3

3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какой маятник называется математическим?
2. Почему ускорение свободного падения зависит от широты места?
3. Рассчитайте по формуле Гельмерта ускорение свободного падения для местности, которую задаст преподаватель. Значение широты возьмите по смартфону или в интернете.
4. Запишите уравнение движения математического маятника?
5. От чего зависит период колебаний математического маятника?
6. Как определяется ускорение свободного падения с помощью маятника Бесселя?
7. Какие методы измерения ускорения свободного падения Вы знаете?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физическая энциклопедия, т.5, «Ускорение свободного падения», с.244-245, М., Большая Российская Энциклопедия, 1998 г.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1 - Изд. 16 - СПб.: Лань, 2020. - 432 с.

Издание подготовлено в авторской редакции

Подписано в печать 25.07.2022 г.

Отпечатано на участке цифровой печати
Издательства Томского государственного университета
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, тел. (3822) 529-849.

E-mail: rio.tsu@mail.ru

Заказ № 5106 от «25» июля 2022 г. Тираж 30 экз.

