УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

УДК 62-50
DOI: 10.17223/19988605/57/1

Ю.И. Параев, С.И. Колесникова, С.А. Цветницкая

УПРАВЛЕНИЕ РОБОТОМ-МАНИПУЛЯТОРОМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ № 20-08-00747.

Рассматривается проблема управления трехзвенным роботом-манипулятором в условиях неопределенности на примере управления движением ковша экскаватора. Задача состоит в переводе ковша из одного неподвижного положения в другое неподвижное положение. Неизвестным параметром здесь является масса зачерпнутого ковшом грунта. Решение задачи – управление, состоящее из суммы программного управления, получающегося в результате решении задачи при отсутствии неизвестного грунта, и выхода ПИД-регулятора. Приведены результаты численного моделирования.
Ключевые слова: трехзвенный робот; ПИД-регулятор; движение экскаватора.

В настоящее время существует большое количество различных типов подвижных роботов, или манипуляционных систем (экскаваторы, погрузчики, бурильные установки и пр.). Несмотря на возрастающее число работ в направлении создания систем управления для существующих моделей манипуляторов, имеется ряд не вполне решенных вопросов: невысокая точность следящего управления; сложность технической реализации системы управления с учетом вопросов устойчивости и т.п. Теоретические вопросы управления подобными устройствами наиболее подробно изложены в [1–4].

Среди подвижных роботов выделяются трехзвенные роботы-манипуляторы, состоящие из трех звеньев: стрела, рукоять и исполнительный механизм, соединенных между собой шарнирными механизмами. Наиболее подробно математическая теория управления подобными роботами изложена в [5–12]. В [5–8] для управления роботами предложено использовать так называемые скользящие режимы [13], что приводит к определенным вычислительным трудностям. В [14] авторами в предположении, что все координаты и параметры робота доступны измерениям или вычислениям, предложен новый и достаточно простой аналитический метод построения законов управления для рассматриваемых трехзвенных роботов-манипуляторов. Получено решение задачи перевода исполнительного механизма из одного неподвижного положения в другое неподвижное положение, и решена задача планировки – равномерного движения исполнительного механизма манипулятора вдоль заданной горизонтальной поверхности.

Настоящая работа является продолжением [14]. Здесь рассматривается задача, когда в математической модели робота имеются какие-то неизвестные параметры. Для определенности в качестве робота выступает экскаватор, а исполнительным механизмом является ковш. Неизвестный параметр – масса зачерпнутого ковшом грунта.

1. Схема робота-манипулятора

Схема робота-манипулятора приведена на рис. 1. Здесь $0A$ – стрела, AB – рукоять, BC – исполнительный механизм (ковш). В точках 0, A и B расположены шарнирные механизмы, которые выполняют поворот звеньев. Параметры робота: l_1, l_2, l_3 – длины звеньев $0A$, AB, BC соответственно, m_1, m_2,

m_3 – массы звеньев. Конфигурация (состояние) робота однозначно определяется углами между звеньями α, β, γ или координатами точек $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$. Между этими величинами есть однозначное соответствие (см. Приложение 1).

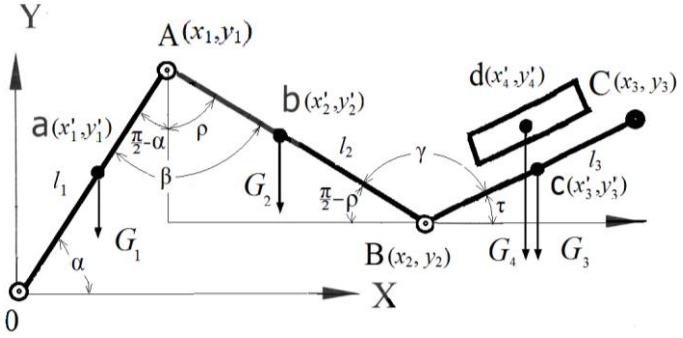

Рис. 1. Схема робота-манипулятора
Fig. 1. Robot manipulator diagram

Массу зачерпнутого ковшом грунта обозначим через m_4. Она является неизвестной величиной. Представим ее в виде $m_4 = qm_0$, где m_0 – максимальная масса грунта, которую может зачерпнуть ковш, q – неизвестная константа, лежащая в интервале $0 \le q \le 1$.

2. Уравнения движения

Для краткости введем обозначения:

$$\varphi^{\mathrm{T}} = [\alpha, \beta, \gamma]^{\mathrm{T}}, \quad z^{\mathrm{T}} = [\, x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3]^{\mathrm{T}}.$$

Вращательное движение звеньев вокруг точек 0, A и B описывается уравнениями

$$J_i(z)\ddot{\varphi}_i = M_i - R_i(z), \quad i=1,2,3, \tag{1}$$

где $M_к$ – управляющие моменты, $J_к$ – моменты инерции, $R_к$ – весовые моменты (произведение веса тела на плечо – проекцию центра тяжести звена на ось 0X). Конкретный вид этих величин с учетом массы грунта приведен в Приложении 2, здесь их удобно рассмотреть в виде:

$$R_i(z,q) = R_i(z) + q\Delta R_i(z), \; J_i(z,q) = J_i(z) + q\Delta J_i(z), \; i=1,2,3.$$

В результате уравнения (1) переписываются в виде:

$$(J_i(z) + q\Delta J_i(z))\ddot{\varphi}_i = M_i - R_i(z) - q\Delta R_i(z), \; i=1,2,3,$$

или

$$\ddot{\varphi}_i = \frac{M_i - R_i(z) - q\Delta R_i(z)}{(J_i(z) + q\Delta J_i(z))}, \quad i=1,2,3. \tag{2}$$

Если $q = 0$, то получаем уравнения

$$\ddot{\varphi}_i = \frac{M_i - R_i(z)}{J_i(z)}, \quad i=1,2,3, \tag{3}$$

которые описывают движение экскаватора при отсутствии грунта.

Задача 1. Определенная задача. На интервале времени $(0, t_к)$ найти такие управляющие моменты M_i, при которых система (3) из начального неподвижного состояния

$$\varphi(0) = \varphi_0, \quad \dot{\varphi}(0) = 0, \tag{4}$$

переходит в другое неподвижное состояние

$$\varphi(t_к) = \varphi^*, \quad \dot{\varphi}(t_к) = 0. \tag{5}$$

Решение этой задачи получено в [14] и состоит в том, что в (3) делается замена

$$M_i = J_i u_i + R_i, \; i=1,2,3, \tag{6}$$

где $u = [u_1, u_2, u_3]^{\mathrm{T}}$ – новые управления. Тогда из (3) получаем уравнения

$$\ddot{\varphi}_i = u_i, \; i = 1,2,3. \tag{7}$$

В (7) на интервале времени (0, $t_к$) программное управление u_1, u_2, u_3 выбирается так, чтобы система (7) из начального неподвижного состояния (4) переходила в другое неподвижное состояние (5). Решение этой задачи приведено в Приложении 3.

Если $q > 0$, то получается неопределенная задача, когда в уравнения входит неизвестная константа. Кроме того, чтобы система оказалась в неподвижном состоянии, необходимо, как следует из (2), выполнение равенства

$$M_i = R_i(z) + q\Delta R_i(z),\ i=1,2,3, \tag{8}$$

в которое входит неизвестная величина q.

Задача 2. Неопределенная задача. Для системы (2) на интервале времени (0, $t_к$) найти такие управляющие моменты M_i, при которых система из начального неподвижного состояния (4) переходит в другое неподвижное состояние (5) или в его некоторую окрестность.

3. Решение задачи 2

В (2) сделаем замену

$$M_i = J_i(z)(u_i + \Delta u_i) + R_i(z), \quad i = 1,2,3, \tag{9}$$

где u_i – программное управление из определенной задачи, Δu_i – какая-то новая управляющая добавка. В результате получаем

$$\ddot{\varphi}_i = \frac{J_i(z)(u_i + \Delta u_i) - q\Delta R_i(z)}{J_i(z) + q\Delta J_i(z)} = u_i + \Delta u_i - qh_i(z,q), \quad i=1,2,3, \tag{10}$$

где

$$h_i(z,q) = \frac{\Delta J_i(z)(u_i + \Delta u_i) + \Delta R_i(z)}{J_i(z) + q\Delta J_i(z)}, \quad i=1,2,3.$$

Решение уравнения (10) отличается от решения задачи 1. Введем отклонения

$$\Delta\varphi_i(t) = \varphi_i(t) - \varphi_i^*(t),\ i = 1,2,3,$$

где $\varphi_i^*(t)$ – решение задачи 1, т.е. $\varphi_i^*(t)$ удовлетворяет уравнению (7), а также начальным и конечным условиям (4) и (5). Вычитая (7) из (10), получаем

$$\Delta\ddot{\varphi}_i = \Delta u_i - qh_i(q,z),\ i=1,2,3. \tag{11}$$

Здесь предполагается, что все координаты $z(t)$ доступны измерению. Поэтому величины $J_i(z)$, $R_i(z)$, $\Delta J_i(z)$ и $\Delta R_i(z)$ могут быть вычислены по формулам из Приложения 2.

Задача 3. Для системы (11) на интервале времени (0, $t_к$) найти такие управляющие моменты Δu_i, при которых система из нулевого начального состояния $\Delta\varphi_i(0) = \Delta\dot{\varphi}_i(0) = 0$, i=1,2,3, переходит в нулевое конечное состояние $\Delta\varphi_i(t_к) = \Delta\dot{\varphi}_i(t_к) = 0$, i=1,2,3, или в его окрестность.

4. Решение задачи 3

Для решения этой задачи воспользуемся идеей адаптивного управления, схема которого представлена на рис. 2. Здесь модель задает некоторую эталонную (опорную) траекторию движения $\varphi^*(t)$.

Регулятор строится так, чтобы минимизировать отклонение выхода объекта $\varphi(t)$ от опорной траектории $\varphi^*(t)$. В нашем случае опорные траектория $\varphi^*(t)$ и $\varphi(t)$ задаются уравнениями (7) и (10) соответственно, а отклонение между ними - уравнением (11).

Поскольку в (10) все три уравнения одинаковые, то возьмем одно из них (уберем индекс i). Обозначим через $\eta(t) = \Delta\dot{\varphi}(t)$. Согласно (11) эта переменная удовлетворяет уравнению

$$\dot{\eta}_i = \Delta u_i - qh_i(q,z), \quad i=1,2,3. \tag{12}$$

Введем новую переменную $w(t)$ как решение уравнения

$$\dot{w} = -dw + \Delta\varphi, \quad w(0) = 0, \tag{13}$$

где d - положительная постоянная. Управление в (12) возьмем в виде:

$$\Delta u(t) = k_1\Delta\varphi(t) + k_2 w(t), \tag{14}$$

где k_1 и k_2 – некоторые коэффициенты.

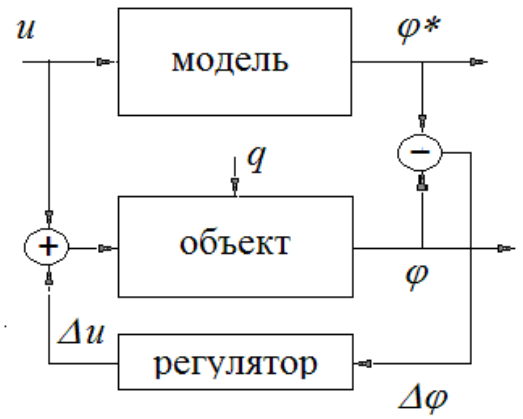

Рис. 2. Блок-схема адаптивного управления
Fig. 2. Block diagram of adaptive control

Объединяя последние уравнения, получаем систему линейных уравнений

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\varphi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ k_1 & 0 & k_2 \\ 1 & 0 & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \eta \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ qh \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{15}$$

Из теории дифференциальных уравнений известно, что если система (15) устойчивая, то существует стационарное решение этого уравнения, которое находится из следующих соотношений:

$$\eta = 0,\ k_1\Delta\varphi + k_2 w - qh = 0,\ \ \Delta\varphi - dw = 0.$$

Отсюда

$$\Delta\varphi_{\text{ст}} = \frac{qd}{k_1 d + k_2} h(t_к),\ \ \eta_{\text{ст}} = 0,\ \ w_{\text{ст}} = \frac{q}{k_1 d + k_2} h(t_к). \tag{16}$$

Из (16) видно, что при достаточно больших по модулю значениях коэффициентов k_1 и k_2 значение $\Delta\varphi_{\text{ст}}$ можно сделать достаточно малым при любом конечном h, т.е. получим решение задачи 3.

Остается найти коэффициенты d, k_1 и k_2, при которых матрица коэффициентов в (15) устойчива. Данные коэффициенты можно определить, пользуясь методом модального управления [15], когда характеристический многочлен этой матрицы приравнивается к заведомо устойчивому многочлену.

Характеристический многочлен матрицы коэффициентов в (15) равен

$$\Delta(\lambda) = \det\begin{bmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ -k_1 & \lambda & -k_2 \\ -1 & 0 & \lambda + d \end{bmatrix} = \lambda^3 + d\lambda^2 - k_1\lambda - (k_2 + d\,k_1).$$

Приравнивая коэффициенты этого многочлена к соответствующим коэффициентам заведомо устойчивого многочлена $\Delta(\lambda) = \lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3$, получаем

$$d = a_1,\ k_1 = -a_2,\ k_2 = a_1 a_2 - a_3.$$

Заметим, что для устойчивого многочлена $\Delta(\lambda)$ все его коэффициенты и определители Гурвица должны быть положительными. Для многочлена $\Delta(\lambda) = \lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3$ определители Гурвица равны

$$\Delta_1 = a_1,\ \ \Delta_2 = a_1 a_2 - a_3,\ \ \Delta_3 = a_3\Delta_2$$

и должны быть положительными, отсюда получаем условия

$$k_1 = -a_2 < 0,\ k_2 = \Delta_2 > 0.$$

Если в качестве многочлена $\Delta(\lambda)$ взять биноминальный многочлен $\Delta(\lambda) = \lambda^3 + 3\omega\lambda^2 + 3\omega^2\lambda + \omega^3$, где ω – параметр, определяющий степень затухания, то получаем

$$d = 3\omega,\ k_1 = -3\omega^2,\ k_2 = 8\omega^3.$$

Отсюда

$$\Delta\varphi_{ст} = \frac{3}{\omega^2} qh, \ \eta_{ст} = 0.$$

При больших значениях ω и при достаточно большом интервале времени (0, $t_к$) значение $\Delta\varphi_{ст}$ становится достаточно малым, и скорость его изменения стремится к нулю.

Аналогичный результат получается, если в качестве многочлена Δ(λ) взять многочлен Баттерворда [15] $\Delta(\lambda) = \lambda^3 + 2\omega\lambda^2 + 2\omega^2\lambda + \omega^3$, где ω – параметр, определяющий степень затухания. В этом случае получаем

$$d = 2\omega, \ k_1 = -2\omega^2, \ k_2 = 3\omega^3.$$

Отсюда

$$\Delta\varphi_{ст} = \frac{2}{\omega^2} qh, \ \eta_{ст} = 0,$$

и при большом ω значение $\Delta\varphi_{ст}$ становится достаточно малым.

Окончательное решение задачи 2 состоит в том, что управляющие моменты M_i вычисляются согласно (9), где u_i – программное управление для определенной задачи (П2), $\Delta u(t)$ определено в (14). При этом предполагается, что все координаты $z(t)$ доступны измерению, поэтому величины $J_i(z)$ и $R_i(z)$ могут быть вычислены по формулам из Приложения 2.

5. Моделирование

Для простоты будем предполагать, что плотность звеньев постоянна и их центры тяжести совпадают с геометрическими центрам. Это позволяет для вычисления моментов инерции и весовых моментов использовать формулы из Приложения 2.

Исходные данные: длины звеньев: l_1 = 5 м, l_2 = 3 м, l_3 = 1,5 м; массы звеньев: m_1 = 500 кг, m_2 = 300 кг, m_3 = 100 кг, m_0 = 200 кг. Начальное состояние ковша определяется координатами

$$x_2 = 4; \ y_2 = 0{,}1; \ x_3 = 5{,}5; \ y_3 = 0{,}1. \quad (17)$$

Конечное состояние ковша определяется координатами

$$x_2 = 6; \ y_2 = 2{,}5; \ x_3 = 7{,}5; \ y_3 = 2{,}5. \quad (18)$$

С помощью формулы (П1) можно вычислить, что начальному состоянию (17) соответствуют значения x_1 = 3,924, y_1 = 3,1 и начальные значения углов φ(0) = [0,6685 0,9277 1,5962]. Аналогично конечному состоянию (18) соответствуют значения x_1 = 3,924, y_1 = 3,1 и конечные значения углов φ(t_k) = [0,8546 1,8494 2,7839] .

На рис. 3 приведены результаты моделирования перевода ковша из начального состояния в конечное. Кривые *4* и *1* соответствует начальному и заданному конечному положению робота, кривые *3* и *2* – траектории передвижения за счет программного управления и совместного применения программного управления и ПИД-регулятора соответственно. Из рис. 3 следует, что использование ПИД-регулятора существенно улучшает результат управления.

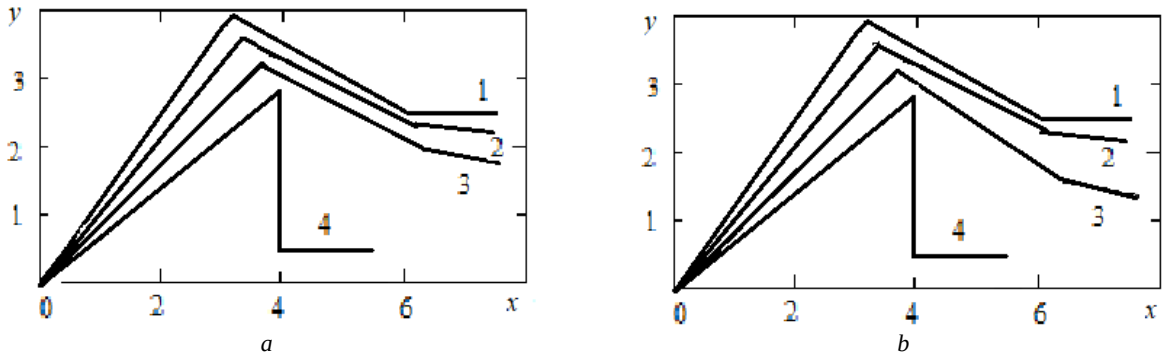

Рис. 3. Перевод ковша из начального состояния в конечное: *a* – *q* = 0,5; *b* – *q* = 1
Fig. 3. Transfer of the bucket from the initial state to the final state: *a* – *q* = 0,5; *b* – *q* = 1

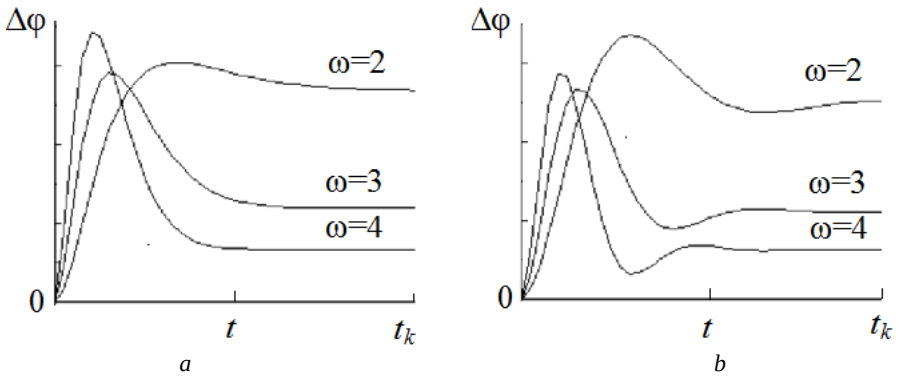

Рис. 4. Переходные процессы для отклонения Δφ(*t*)
Fig. 4. Transients for deviation Δφ(t)

На рис. 4 приведены переходные процессы для отклонения Δφ(*t*) для разных значений коэффициентов затухания ω. На рис. 4, *a* коэффициенты регулятора (14) выбираются на основании биномиального многочлена, на рис. 4, *b* – на основании многочлена Баттерворда. В первом случае получаем апериодический процесс, во втором случае – колебательный процесс. Из рис. 4 следует, что с увеличением коэффициента затухания ω конечное значение $\Delta\varphi(t_к)$ убывает.

Заключение

Решена задача перевода ковша экскаватора из одного неподвижного положения в другое неподвижное в условиях неопределенности. Неизвестным параметром здесь является масса зачерпнутого ковшом грунта. Решением задачи является управление, состоящее из суммы программного управления, получающегося в результате решении задачи при отсутствии неизвестного грунта, и выхода ПИД-регулятора. Приведены результаты численного моделирования. Предложенный подход к решению задач управления роботами-манипуляторами можно распространить на другие виды неопределенностей: неточное измерение текущих координат звеньев, воздействие внешних случайных воздействий.

Приложение 1

Соотношения между углами и координатами

Если заданы углы α, β, γ, то

$$x_1 = l_1\cos(\alpha),\ y_1 = l_1\sin(\alpha),$$

$$x_2 = x_1 - l_2\cos(\alpha+\beta), y_2 = y_1 - l_2\sin(\alpha+\beta),$$

$$x_3 = x_2 + l_3\cos(\alpha+\beta-\gamma), y_3 = y_2 + l_3\sin(\alpha+\beta-\gamma).$$

Если заданы координаты точек $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, то

$$\alpha = \arcsin(y_1 / l_1),$$

$$\beta = ½\pi - \alpha + \arccos((y_1 - y_2) / l_2),$$

$$\gamma = \alpha+\beta - \arcsin\left((y_3 - y_2) / l_3\right).$$

Если задано положение третьего звена, т.е. заданы координаты точек $B(x_2, y_2)$ и $C(x_3, y_3)$, то для построения всей конфигурации робота нужно найти координаты точки $A(x_1, y_1)$. Она является точкой пересечения двух окружностей: одна с центром в точке 0 и радиусом l_1, другая с центром в точке *B* и радиусом l_2. Как показано в [14], координаты точки $A(x_1, y_1)$ равны

$$x_1 = \frac{1}{x_2}\left[\frac{p}{2} - y_2\left(a + \sqrt{a^2 - b}\right)\right],\ \ y_1 = a + \sqrt{a^2 - b}, \qquad (П1)$$

где $p = l_1^2 - l_2^2 + l_4^2$, $l_4^2 = x_2^2 + y_2^2$, $a = \frac{1}{l_4^2}\frac{p}{2}y_2$, $b = \frac{1}{l_4^2}\left(\frac{p}{2}\right)^2 - \frac{1}{l_4^2}x_2^2 l_1^2$.

Приложение 2

Моменты инерции и весовые моменты

Если центры масс звеньев и грунта расположены в точках a(x_1', y_1'), b(x_2', y_2'), c(x_3', y_3'), d(x_4', y_4') (см. рис. 1), то

$$R_1(z) = gm_1x_1' + gm_2x_2' + gm_3x_3' + gm_4x_4',$$
$$R_2(z) = gm_2(x_2' - x_1) + gm_3(x_3' - x_1) + gm_4(x_4' - x_1),$$
$$R_3(z) = gm_3(x_3' - x_2) + gm_4(x_4' - x_2),$$

где g – ускорение силы тяжести. Если допустить, что плотность звеньев постоянна, то моменты инерции – произведения массы тела на квадрат расстояния между осью вращения и центром тяжести тела – согласно теореме о среднем равны

$$J_1(z) = m_1(x_1'^2 + y_1'^2) + m_2(x_2'^2 + y_2'^2) + m_3(x_3'^2 + y_3'^2) + m_4(x_4'^2 + y_4'^2),$$
$$J_2(z) = m_2\left((x_2' - x_1)^2 + (y_2' - y_1)^2\right) + m_3\left((x_3' - x_1)^2 + (y_3' - y_1)^2\right) + m_4\left((x_4' - x_1)^2 + (y_4' - y_1)^2\right),$$
$$J_3(z) = m_3\left((x_3' - x_2)^2 + (y_3' - y_2)^2\right) + m_4\left((x_4' - x_2)^2 + (y_4' - y_2)^2\right).$$

Если представить $m_4 = qm_0$, то эти выражения удобно переписать в виде:

$$R_i(z,q) = R_i(z) + q\Delta R_i(z),\ J_i(z,q) = J_i(z) + q\Delta J_i(z),\ i = 1,2,3,$$

где

$$R_1(z) = gm_1x_1' + gm_2x_2' + gm_3x_3', \qquad \Delta R_1(z) = gm_0x_4',$$
$$R_2(z) = gm_2(x_2' - x_1) + gm_3(x_3' - x_1), \quad \Delta R_2(z) = gm_0(x_4' - x_1),$$
$$R_3(z) = gm_3(x_3' - x_2), \qquad \Delta R_3(z) = gm_0(x_4' - x_2),$$

и

$$J_1(z) = m_1(x_1'^2 + y_1'^2) + m_2(x_2'^2 + y_2'^2) + m_3(x_3'^2 + y_3'^2),$$
$$J_2(z) = m_2\left((x_2' - x_1)^2 + (y_2' - y_1)^2\right) + m_3\left((x_3' - x_1)^2 + (y_3' - y_1)^2\right),$$
$$J_3(z) = m_3\left((x_3' - x_2)^2 + (y_3' - y_2)^2\right),$$
$$\Delta J_1(z) = m_0(x_4'^2 + y_4'^2),$$
$$\Delta J_2(z) = m_0\left((x_4' - x_1)^2 + (y_4' - y_1)^2\right),$$
$$\Delta J_3(z) = m_0\left((x_4' - x_2)^2 + (y_4' - y_2)^2\right).$$

Приложение 3

Решение задачи 1

Чтобы перевести систему из одного неподвижного состояния в другое неподвижное состояние, необходимо, чтобы скорость движения сначала увеличивалась, а затем убывала до нуля. Поэтому ускорение должно быть сначала положительным, а затем отрицательным, или наоборот, в зависимости от того, в какую сторону происходит движение. В (7) ускорение равно управлению, поэтому управление можно взять в виде:

$$u_i(t) = \begin{cases} v_i & \text{для} \quad 0 < t < t_1, \\ -v_i & \text{для} \quad t_1 < t < t_k, \end{cases} \tag{П2}$$

где v_i – искомая величина, $t_1 = 1/2t_k$. При таком управлении решение уравнения (7) равно

$$\dot{\varphi}_i(t) = v_i \begin{cases} t & \text{для} \quad 0 < t < t_1, \\ (t_k - t) & \text{для} \quad t_1 < t < t_k, \end{cases}$$

и

$$\varphi_i(t) = \begin{cases} \varphi_{i0} + v_i \dfrac{t^2}{2} & \text{для} \quad 0 < t < t_1, \\ \varphi_{i0} + v_i \left(2t_1 t - \dfrac{t^2}{2} - t_1^2 \right) & \text{для} \quad t_1 < t < t_k. \end{cases}$$

В последнем выражении положим $\varphi(t_к) = \varphi^*(t)$. В результате получаем величину управления

$$v_i = \frac{\varphi_i^* - \varphi_{i0}}{t_1^2}, \; i = 1, 2, 3.$$

Видно, что если $\varphi^* - \varphi_0 > 0$, то ускорение движения положительное и звено движется влево по часовой стрелке. Если $\varphi^* - \varphi_0 < 0$, то ускорение движения отрицательное и звено движется вправо против часовой стрелки.

Остается определить момент времени $t_1 = 1/2t_k$. Естественно потребовать, чтобы для всех звеньев этот момент был одинаковым (все звенья останавливаются одновременно) и минимальным. Такое значение для t_k можно найти из условия, чтобы угловая скорость движения была ограничена. Максимальная скорость достигается в точке $t = t_1$ и равна $v_i t_1$. В результате можем записать систему неравенств

$$\left| \frac{\varphi_i^* - \varphi_{i0}}{t_1} \right| \le \rho, \; i = 1, 2, 3,$$

где ρ – ограничения на угловые скорости. Отсюда можно найти минимальное значение t_1, при котором все эти неравенства выполняются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В. Блочный синтез систем управления роботами-манипуляторами в условиях неопределенности. М. : ЛЕНАНД, 2014. 208 с.
2. Krasnova S.A. Cascade Design of the State Observer for Nonlinear Systems in the Presence of External Perturbation // Autom. Remote Control. 2003. V. 64, № 1. P. 1–22.
3. Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В., Нгуен Тхань Тиен. Прямой метод синтеза системы управления рабочим органом манипулятора при неполных измерениях // Проблемы управления. 2008. № 1. С 10–18.
4. Краснова С.А., Антипов А.С. Иерархический синтез сигмоидальных обобщенных моментов манипулятора в условиях неопределенности // Проблемы управления. 2016. № 4. С. 10–17.
5. Матюхин В.И. Управление движением манипулятора. М. : Науч. изд. Ин-та проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2010. 95 с.
6. Матюхин В.И. Непрерывные универсальные законы управления манипуляционным роботом // Автоматика и телемеханика. 1997. № 4. С. 69–82.
7 Матюхин В.И. Стабилизация движений манипулятора вдоль заданной поверхности // Автоматика и телемеханика. 2011. № 4. С. 71–85.
8 Матюхин В.И., Пятницкий Е.С. Управление движением манипуляционных роботов на принципе декомпозиции при учете динамики приводов // Автоматика и телемеханика. 1989. № 9. С. 67–81.
9 Dwivedy S.K., Eberhard P. Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review // Mechanism and Machine Theory. 2006. № 41. P. 749–777.
10 Yu H., Liu Y., Hasan M.S. Review of modelling and remote control for excavators // Int. J. of Advanced Mechatronic Systems. 2009. V. 2, № 1. P. 68–80.
11 Макарова Т.А. Моделирование движения трехзвенного робота с безредукторным приводом с использованием робастных регуляторов // Известия вузов. Машиностроение. 2014. № 1. С. 4–8.
12 Перегудова О.А., Макаров Д.С. Синтез управления трехзвенным манипулятором // Автоматизация процессов управления. 2015. Т. 40, № 2 С. 109–113.
13 Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М. : Наука, 1987. 368 с.
14 Параев Ю.И., Колесникова С.И., Цветницкая С.А. Новый подход к решению задачи управления роботом-манипулятором // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2021. № 55. С. 4–10.
15 Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М. : Машиностроение, 1976. 184 с.

Поступила в редакцию 9 августа 2021 г.

Paraev Yu.I., Kolesnikova S.I., Tsvetnitskaya S.A. (2021) CONTROL OF A ROBOT MANIPULATOR IN CONDITIONS OF UNCERTAINTY. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitelnaja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 57. pp. 4–12

DOI: 10.17223/19988605/57/1

The problem of controlling a three-link robot manipulator in conditions of uncertainty is considered on the example of controlling the movement of the excavator bucket. The task is to move the bucket from one stationary position to another stationary position. An unknown parameter here is the mass of soil scooped up by the bucket. The solution to the problem is a control consisting of the sum of the program control resulting from the solution of the problem in the absence of unknown soil, and the output of the PID controller. The results of numerical modeling are presented.

The proposed approach to solving problems of control of robotic manipulators can be extended to other types of uncertainties: inaccurate measurement of the current coordinates of links, the impact of external random influences, etc.

Keywords: three-link robot; PID-regulator; excavator movement.

PARAEV Jury Ivanovich (Doctor of Technical, Professor, Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).

KOLESNIKOVA Svetlana Ivanovna (Doctor of Technical, Professor of the Department of Computer Technologies and Software Engineering of the Institute of Computing Systems and Programming, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russian Federation).
E-mail: skolesnikova@yandex.ru

TSVETNITSKAYA Svetlana Aleksandrovna (Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).
E-mail: svetasa@sibmail.com

REFERENCES

1. Krasnova, S.A., Utkin, V.A. & Utkin, A.V. (2014) *Blochnyy sintez sistem upravleniya robotami-manipulyatorami v usloviyakh neop-redelennost* [Block synthesis of control systems for robotic manipulators in conditions of uncertainty]. Moscow: LENAND.
2. Krasnova, S.A. (2003) Cascade Design of the State Observer for Nonlinear Systems in the Presence of External Perturbation. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 64(1). pp. 1–22.
3. Krasnova, S.A., Utkin, V.A., Utkin, A.V. & Nguyen Thanh Tien. (2008) A Direct Control System Synthesis Method for End Effector Arm Under Incomplete Meaurements. *Problemy upravleniya – Control Sciences*. 1. pp.10 –18.
4. Krasnova, S.A. & Antipov, A.S. (2016) Hierarchical Synthesis of Manipulator Sigmoidal Generalized Moments under Uncertainty. *Problemy upravleniya – Control Sciences*. 4. pp. 10–17.
5. Matyukhin, V.I. (2010) *Upravlenie dvizheniem manipulyatora* [Manupulator motion control]. Moscow: V.A. Trapeznikov Institute of Control Problems, RAS.
6. Matyukhin, V.I. (1997) Continuous universal laws of control of a manipulative robot. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 4. pp. 69–82.
7. Matyukhin, V.I. (2011) Stabilization of manipulator movements along a given surface. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 4. pp. 71–85.
8. Matyukhin, V.I. & Pyatnitskiy, E.S. (1989) Motion control of manipulation robots based on the principle of decomposition taking into account the dynamics of drives. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 9. pp. 67–81.
9. Dwivedy, S.K. & Eberhard, P. (2006) Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review. *Mechanism and Machine Theory*. 41. pp. 749–777. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2006.01.014
10. Yu, H., Liu, Y. & Hasan, M.S. (2009) Review of modelling and remote control for excavators. *International Journal of Advanced Mechatronic Systems*. 2(1). pp. 68–80. DOI: 10.1504/IJAMECHS.2010.030850
11. Makarova, T.A (2014) Simulation of motion of a three-link robot with a gearless drive using robust regulators. *Izvestiya vuzov. Mashinostroenie – BMSTU Journal of Mechanical Engineering*. 1. pp. 4–8. DOI: 10.18698/0536-1044-2014-1-3-9
12. Peregudova, O.A. & Makarov, D.S. (2015) Control Synthesis for Three-link Manipulator. *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya – Automation of Control Processes*. 40(2). pp. 109–113.
13. Utkin, V.I. (1987) *Skol'zyashchie rezhimy v zadachakh optimizatsii i upravleniya* [Sliding modes in optimization and control problems]. Moscow: Nauka.
14. Paraev, Yu.I., Kolesnikova, S.I. & Tsvetnitskaya, S.A. (2021) A new approach to solving the problem of robot manipulator control. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 55. pp. 4–10. DOI: 10.17223/19988605/55/1
15. Kuzovkov, N.T. (1976) *Modal'noe upravlenie i nablyudayushchie ustroystva* [Modal Control and Observing Devices]. Moscow: Mashinostroenie.