

## ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

УДК 537.527

DOI: 10.17223/00213411/64/9/59

О МИНИМАЛЬНОМ НАПРЯЖЕНИИ СТАТИЧЕСКОГО ПРОБОЯ  
ГАЗОРАЗРЯДНОГО ПРОМЕЖУТКА\*

А.В. Козырев, В.Ю. Кожевников, А.О. Коковин, С.Ю. Медведев

*Институт сильноточной электроники СО РАН, г. Томск, Россия*

На основании условия самостоятельности разряда проведен теоретический анализ с целью выявления минимально возможного напряжения пробоя. Показано, что слабая неоднородность электрического поля в разрядном промежутке приводит к повышению статического пробивного напряжения по сравнению с законом Пашена. Сильная неоднородность поля в диодах коаксиальной и сферической геометрии также не может обеспечить снижение минимального напряжения пробоя по сравнению со случаем плоскопараллельного промежутка. Доказано, что из всех симметричных геометрий газонаполненного диода наименьшим напряжением пробоя обладает плоская геометрия.

**Ключевые слова:** электрический пробой газов, закон Пашена, статическое напряжение пробоя в газе.

## Введение

В исследовательской и инженерной практике часто возникает вопрос о пробивном напряжении газоразрядного промежутка [1, 2]. Обычно этот вопрос ставится весьма конкретно, например так: при каком напряжении произойдет электрический пробой промежутка данной геометрии и при данном давлении и сорте газа? Но часто встречаются ситуации с менее определенными исходными данными, например такими: произойдет ли пробой данного промежутка при фиксированном зазоре и приложенном напряжении, но с меняющимся в широком диапазоне давлением газовой среды. Можно поставить наиболее общий вопрос [3, 4]: при каком минимальном напряжении на промежутке произвольной конструкции и произвольном давлении может произойти электрический пробой в заданной газовой среде? Очевидно, что такое минимальное напряжение должно существовать, хотя бы потому, что пробой заведомо невозможен, если приложенное напряжение будет ниже потенциала ионизации атомов или молекул газа. Но это слишком грубая и явно заниженная оценка.

Обычно при подобном анализе пробивных напряжений ориентируются на так называемую кривую Пашена, которая дает зависимость пробивного напряжения  $U_{br}$  плоскопараллельного электродного промежутка от произведения давления газа  $p$  на длину промежутка  $d$ . Кривая Пашена соответствует пробую в однородном электрическом поле с приведенной напряженностью  $E_{br}/p = U_{br}/pd$ . На рис. 1 показаны кривые Пашена для ряда чистых газов в широком диапазоне давлений [1].

Как видно, все кривые Пашена имеют один минимум для напряжения пробоя  $U_{min}$  плоского промежутка, лежащий в области пониженного давления (для сантиметровых промежутков). Возникает вопрос: будет ли подобная зависимость реализовываться для других геометрий промежутка и будет ли для них такой же минимум  $U_{min}$ ?

Ниже будет показано, что аналог кривой Пашена будет иметь место и для других кон-

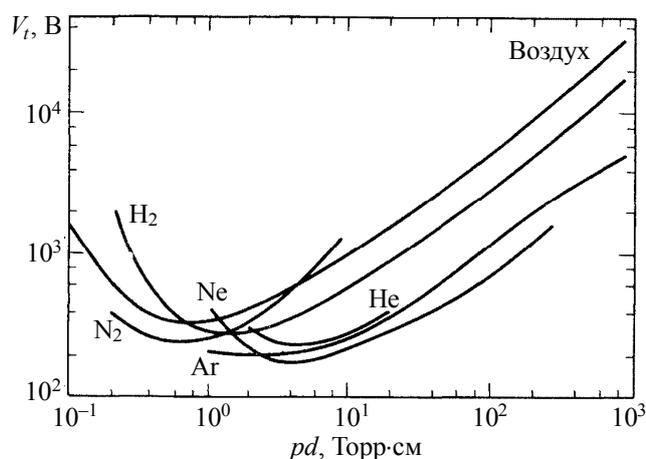


Рис. 1. Зависимость напряжения пробоя в плоском промежутке от параметра  $pd$  (кривые Пашена)

\* Работа выполнена в рамках госзадания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по темам № FWRM-2021-0007, FWRM-2021-0014.

фигураций электродов, но величина минимального пробивного напряжения  $U_{\min}$  будет другой. Главный вопрос: может ли значение  $U_{\min}$  для каких-либо геометрий быть ниже, чем для плоского диода? А если не может, то какие  $U_{\min}$  могут иметь место в других геометриях? Цель настоящей работы заключается в теоретическом анализе возможности пробоя в различных геометриях разрядного промежутка и получении однозначных ответов на подобные вопросы.

### Изменение напряжения пробоя в промежутке со слабонеоднородным полем

Анализ статических пробивных напряжений традиционно базируют на широко известном условии воспроизводства электрона – первичный электрон, эмитированный с катода, на своем пути к аноду должен создавать в промежутке такое количество электрон-ионных пар, чтобы народившиеся ионы, попадая на катод, смогли породить за счет вторичной эмиссии новый эмитированный электрон. Математически условие самоподдержания разряда записывается так [1]:

$$\gamma \left\{ \exp \left( \int_0^d \alpha dx \right) - 1 \right\} = 1. \quad (1)$$

Здесь  $\gamma$  – коэффициент вторичной ион-электронной эмиссии на катоде, зависящий от сорта ионов и материала катода, обычно  $\gamma \ll 1$ . Коэффициент ионизации Таунсенда  $\alpha(E/p)$  характеризует среднее число ионизаций, которые производит электрон на единице длины своего пути вдоль вектора напряженности электрического поля  $E$ . Типичная зависимость  $\alpha(E/p)/p$  показана на рис. 2, а, она имеет достаточно универсальный вид для большинства газов.

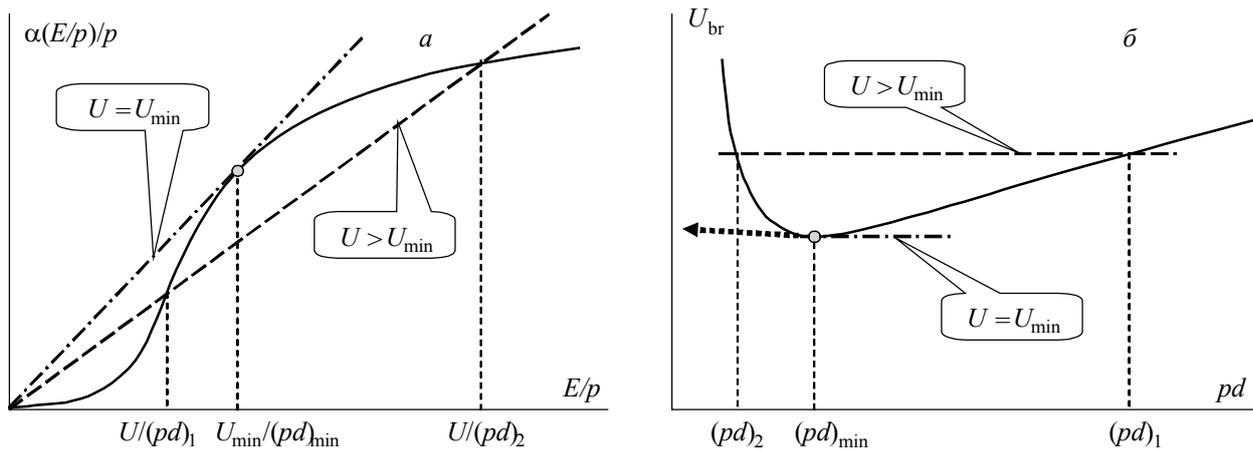


Рис. 2. Зависимость коэффициента Таунсенда  $\alpha$  от приведенной напряженности поля  $E/p$  (а) и отвечающая ей расчетная зависимость напряжения пробоя плоского промежутка от произведения  $pd$  (б)

Сначала рассмотрим случай строго однородного поля, для которого интеграл по координате в условии (1) берется тривиально. Условие самоподдержания (1) для однородного поля (плоскопараллельный промежуток, для которого  $E/p = U/(pd)$ ) можно переписать в более удобном для дальнейшего анализа виде

$$\int_0^d \alpha dx = \alpha \left( \frac{E}{p} \right) d = \frac{\alpha(E/p)}{E/p} = \frac{p \ln(1 + 1/\gamma)}{U}. \quad (2)$$

Если выбрать на кривой  $\alpha(E/p)/p$  произвольную точку, то левая часть условия (2) численно выражает тангенс угла наклона линии, выходящей из начала координат в эту точку. А правая часть условия (2) зависит только от величины приложенного напряжения (полагаем  $\gamma$  и давление  $p$  фиксированными). Очевидно, что выполнение условия (2) возможно только, если напряжение будет достаточно велико  $U \geq U_{\min}$  и секущая линия может пересекать кривую  $\alpha(E/p)/p$  либо в двух, либо в одной точке (начало координат не считаем), как показано на рис. 2, а. Причем касательная линия отвечает минимальному напряжению электрического пробоя.

Рассчитанная на основании (2) зависимость пробивного напряжения  $U_{\text{br}}$  от произведения  $pd$ , называемая кривой Пашена, показана на рис. 2, б [2]. Она имеет один минимум при определенном

значении  $(pd)_{\min}$  в согласии с экспериментальными кривыми Пашена на рис. 1. С увеличением  $pd$  на правой ветви кривой Пашена, т.е. при  $pd > (pd)_{\min}$ , будет расти напряжение пробоя, причем напряженность  $E_{br}/p = U_{br}/pd$  по мере роста  $pd$  будет снижаться. Точка пересечения штриховой секущей и сплошной кривой  $\alpha(E/p)/p$  на рис. 2, а будет смещаться от точки касания линий в область низких напряженностей.

Из выражения (2) очевидно, что напряжение пробоя должно слабо расти (логарифмически) с уменьшением коэффициента  $\gamma$  [5]. Поэтому для анализа экспериментальных данных важно учитывать не только сорт газа, но и материал катода.

А теперь поставим вопрос так: как изменится напряжение пробоя промежутка, если поле в нем не является строго однородным? Например, при сохранении зазора  $d$  и давления  $p$  один или оба электрода будут не плоскими, а иметь небольшую кривизну.

Чтобы учесть слабую неоднородность поля  $E(x)$  из-за кривизны электродов, введем добавку  $\delta(x)$ , малую по сравнению со значением среднего поля  $|\delta(x)| \ll U/d = E$  и такую, что интеграл от нее вдоль силовой линии поля по длине промежутка будет равен нулю:

$$\int_0^d \left( \frac{U}{d} + \delta(x) \right) dx = U + \int_0^d \delta(x) dx = U, \quad \int_0^d \delta(x) dx = 0 \quad (3)$$

Для слабо неоднородного поля вычислим интеграл в левой части (2), сделав разложение функции  $\alpha(U/d + \delta(x))$  в ряд по малому параметру  $\delta$  до второго порядка включительно:

$$\int_0^d \alpha(E(x)) dx = \alpha(U/d)d + \alpha'(U/d) \int_0^d \delta(x) dx + \frac{1}{2} \alpha''(U/d) \int_0^d \delta^2(x) dx,$$

где  $\alpha'$  и  $\alpha''$  обозначают первую и вторую производную функции по ее аргументу. Воспользовавшись правым равенством (3), получим искомое условие самоподдержания разряда (1) для слабо неоднородного поля

$$\int_0^d \alpha(E(x)) dx = \alpha(U/d)d + \frac{1}{2} \alpha''(U/d) \int_0^d \delta^2(x) dx = \ln(1 + 1/\gamma). \quad (4)$$

Из графика  $\alpha(E/p)$  (рис. 2, а) видно, что в окрестности минимального напряжения пробоя вторая производная  $\alpha''$  (кривая имеет выпуклость вверх) и второе слагаемое в левой части (4) имеют отрицательное значение. Для того чтобы в неоднородном поле удовлетворить новому условию самоподдержания (4), необходимо немного увеличить напряжение  $U$  (либо уменьшить ширину межэлектродного зазора  $d$ ) по сравнению с тем, что имело место в однородном поле. Таким образом, минимальное пробивное напряжение в промежутке с искривленными электродами должно быть выше (!), чем для случая плоскопараллельного промежутка с однородным полем.

Но если мы имеем произведение  $pd$  в достаточно далекой области на правой ветви кривой Пашена (в области начального участка роста кривой  $\alpha(E/p)$  на рис. 2, а), которой соответствует точка на зависимости  $\alpha(U/pd)$ , где  $\alpha'' > 0$ , то ситуация меняется на противоположную. А именно, пробивное напряжение промежутка с неплоскими электродами будет меньше, чем в однородном поле. Этот факт хорошо известен в электротехнике: пробой воздушных промежутков атмосферного давления реализуется при существенно более низком напряжении, если хотя бы один из электродов имеет маленький радиус кривизны.

Уместно дать небольшой комментарий касательно слабой неоднородности поля, если мы находимся на левой ветви кривой Пашена. В эксперименте пройти по всей восходящей кривой пробоя не удастся, если только не предпринять особых мер в конструкции промежутка, исключая пробой по длинным путям [6]. Но сделанный выше вывод о повышении пробивных напряжений в окрестности пашеновского минимума для слабо неоднородного поля приводит к тому, что пробивные напряжения в реальных экспериментах с неплоскими электродами (типа шар – плоскость) слева от минимума Пашена действительно слегка возрастают по мере уменьшения  $pd < (pd)_{\min}$ , как показано пунктирной стрелкой на рис. 2, б [2, 7]. Но это результат «повышения минимального напряжения» для пробоя промежутков с неоднородным полем в соответствии с условием (4), а не продвижение вдоль левой ветви Пашена.

### Расчет аналога кривой Пашена для газоразрядного промежутка коаксиальной и сферической геометрии

Вывод о повышении минимального напряжения пробоя в промежутке со слабо неоднородным полем следует проверить применительно к случаю сильно неоднородного поля. В этой работе мы ограничимся анализом пробоя в сильно неоднородном поле на примерах цилиндрической и сферической симметрии разрядного промежутка. Для теоретического анализа нам потребуются конкретные зависимости коэффициента ионизации  $\alpha$  от приведенной напряженности поля.

Обычно величина  $\alpha$  довольно резко (экспоненциально) зависит от напряженности поля  $E/p$ , и для практических расчетов часто используют полуэмпирическую формулу, в которой два постоянных параметра,  $A$  и  $B$ , которые зависят только от сорта газа

$$\alpha / p = A \exp(-B / (E / p)). \quad (5)$$

График функции (5) показан на рис. 2, *a* сплошной линией. Зависимость (5) справедлива для ограниченного диапазона полей [1], но для упрощения анализа мы будем полагать ее справедливой для любых напряженностей поля.

В отличие от плоскопараллельной геометрии диода, имеющей один пространственный параметр (расстояние между электродами  $d$ ), коаксиальная и сферическая геометрии содержат два пространственных параметра (радиус внешнего и внутреннего электродов  $a$  и  $c$  ( $a > c$ ) соответственно). Чтобы при анализе ограничиться одним переменным параметром, желательно зафиксировать либо отношение радиусов электродов  $a/c = \text{const}$ , либо значение одного из радиусов.

Расчет пробивного напряжения был сделан на основе условия самоподдержания (1) и зависимости (5) для двух функций напряженности поля от радиальной координаты  $r$ :

$$E_{\text{coaxial}}(r) = \frac{U/r}{\ln(a/c)}, \quad E_{\text{spherical}}(r) = \frac{U}{r^2} \left( \frac{1}{c} - \frac{1}{a} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Ниже приводятся сравнительные расчеты для двух сортов газов (гелий и азот), хотя качественные результаты анализа будут справедливы для других газов и химически стабильных газовых смесей (например, воздуха). Величина параметра  $\gamma$  для каждого газа в расчетах подбиралась так, чтобы минимальное напряжение пробоя в эксперименте совпадало с расчетным значением  $U_{\text{min}} = 2.72(B/A) \cdot \ln(1 + 1/\gamma)$ . Для двух тестовых газов использовались следующие параметры:

$$\text{He} (U_{\text{min}} = 150 \text{ В}, A = 3 \text{ 1/(см·Торр)}, B = 34 \text{ В/(см·Торр)}, \gamma = 0.008),$$

$$\text{N}_2 (U_{\text{min}} = 215 \text{ В}, A = 12 \text{ 1/(см·Торр)}, B = 342 \text{ В/(см·Торр)}, \gamma = 0.062).$$

На рис. 3 показаны расчеты пробивного напряжения для диодов различных одномерных геометрий, которые проводились при фиксированном отношении радиусов электродов  $a/c = 10$ . Варьировалось значение параметра  $pc$  (при этом менялось и значение длины промежутка  $d = 9c$ ).

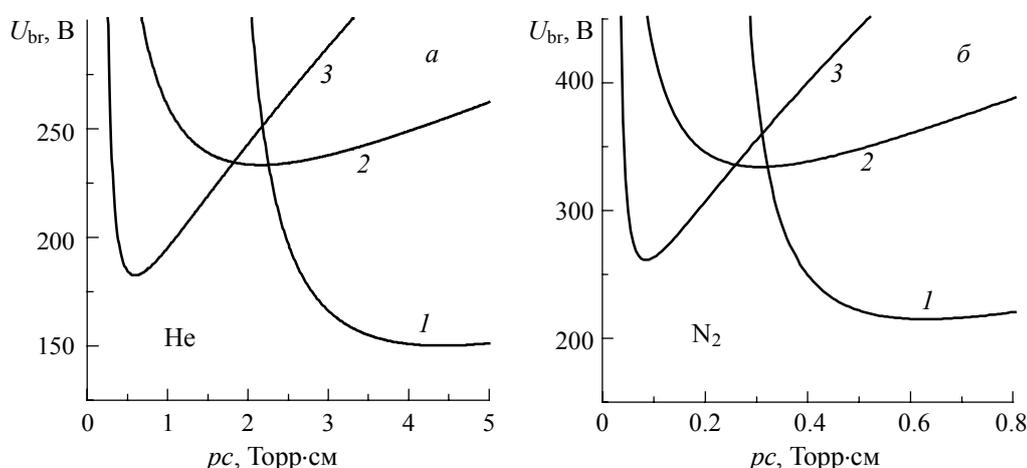


Рис. 3. Расчетные зависимости напряжения пробоя от радиуса внутреннего электрода  $c$  для двух газов в трех конфигурациях промежутка: 1 – кривая Пашена плоского диода (здесь принято  $d = c$ ), 2 – коаксиальный диод, 3 – сферический диод

В гелии и азоте графики на рис. 3 качественно очень похожи, различаются только количественные данные по напряжению и пространственному масштабу в положении минимума. Наименьшим напряжением пробоя является напряжение в плоскопараллельном промежутке, немного выше минимум для сферического диода и самый высокий минимум у коаксиального диода. При этом минимум напряжения в сферической геометрии располагается при радиусе внутреннего электрода, примерно на порядок меньшем, чем длина промежутка в минимуме кривой Пашена (плоский диод). Поскольку размер диода меняется ( $d = a - c = 9c$ ), то длина промежутка здесь примерно такая же, как и в плоском случае. Чего не скажешь о цилиндрическом диоде.

В силу двух параметров, характеризующих диоды с резко неоднородным полем, были проведены расчеты при фиксированном радиусе внешнего электрода и переменном радиусе внутреннего электрода. На рис. 4 представлены результаты расчетов напряжения пробоя при фиксированном радиусе анода  $a = 5$  см, величина катодного радиуса изменялась. Закон подобия для двухпараметрических диодов не выполняется, и кривые для разных давлений газа сильно отличаются.

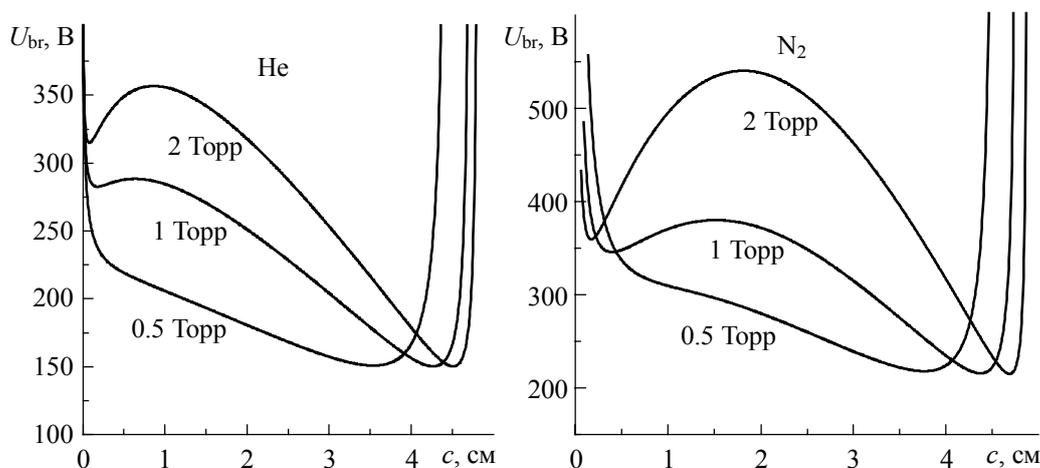


Рис. 4. Расчет напряжений пробоя в коаксиальном (He) и сферическом ( $N_2$ ) диодах для переменного радиуса внутреннего электрода и фиксированном радиусе внешнего электрода  $a = 5$  см

Одна особенность этих зависимостей видна сразу: при приближении внутреннего радиуса к внешнему поле становится все более однородным, и в пределе  $c \rightarrow a$  будем иметь плоскопараллельный промежуток с одинаковым минимальным напряжением пробоя при всех давлениях газа. Это тот самый минимум кривой Пашена для плоского промежутка.

Вторая особенность состоит в том, что кривые на рис. 4 при достаточно высоких давлениях имеют два минимума. Правый, меньший из двух, минимум, как уже сказано, всегда соответствует пробую почти плоскопараллельного промежутка. Левый минимум на кривых (если он есть) отвечает оптимальным условия для развития пробоя в коаксиальном и сферическом диодах соответственно и всегда имеет более высокое напряжение, как видно на рис. 3. Отметим, что величина этого минимума не совпадает с тем, что показывает рис. 3, потому что на рис. 4 сильно изменилось отношение двух радиусов в точке минимума.

Второй минимум на графике появляется только в том случае, если величина давления газа превышает определенное значение. Если давление в промежутке достаточно низкое (число молекул газа малое), то условие самоподдержания (1) не может быть выполнено даже при сильном локальном усилении поля вблизи внутреннего электрода из-за «недобора» минимально необходимого числа ионизационных столкновений. Но если давление достаточно большое, то оптимальные условия для ионизации газа обеспечиваются уже вблизи внутреннего электрода, т.е. на малом пространственном масштабе. Причем увеличение внутреннего радиуса делает поле слабее, снижая скорость ионизации, что повышает напряжение пробоя. Уменьшение внутреннего радиуса, увеличивая локальное поле, сокращает длину области ионизации, и напряжение пробоя опять может вырасти. Но важным моментом здесь является то, что напряжение левого минимума (на рис. 4) всегда (!) выше правого минимума.

### Заключение

В рамках рассмотренной модели плоский диод имеет минимальное напряжение пробоя в сравнении с коаксиальным и сферическим промежутком.

Возьмем для примера пробой сферического диода, заполненного азотом при давлении 1 Торр. Из рис. 4 следует, что минимальное напряжение 345 В реализуется при внутреннем радиусе 4 мм и внешнем – 50 мм. Здесь отношение  $a/c$  близко к 10:1. Из рис. 3 видно, что минимальное напряжение пробоя 260 В при таком отношении радиусов реализуется при внутреннем радиусе 1 мм и внешнем – 10 мм. Другие минимумы будут получаться при других отношениях  $a/c$ , но они всегда будут выше минимального напряжения кривой Пашена (215 В).

Итоговый ответ на поставленный во Введении главный вопрос может быть сформулирован так. При фиксированном веществе и эмиссионной способности катода абсолютный минимум напряжения пробоя реализуется в плоскопараллельном диоде и любое изменение конструкции электродов не способно обеспечить пробой газонаполненного диода при более низком напряжении.

Конечно, расчеты пробивных напряжений для более сложных электродных конструкций могут дать другие количественные параметры, но главный вывод (об абсолютном минимуме на кривой Пашена) вряд ли будет подвергнут ревизии. Естественно также, что создание более сложных ситуаций с включением в конструкцию диода диэлектрических элементов [4] или созданием на катоде центров полевой эмиссии электронов (например, на основе нанотрубок [8]) потребует дополнительных исследований.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Райзер Ю.П. // Физика газового разряда. – Долгопрудный: Изд. Дом «Интеллект», 2009. – 736 с.
2. Galli G., Namrita H., Jammes C., et al. // IEEE Transactions on Plasma Science. – 2019. – V. 47. – No. 3. – P. 1641–1647.
3. Батраков А.В., Дубровская Е.Л., Карлик К.В. и др. // Изв. вузов. Физика. – 2014. – Т. 57. – № 11. – С. 7–11.
4. Kozzyrev A.V., Kozhevnikov V.Y., Semeniuk N.S., and Zyulkova L.A. // IEEE Transactions on Plasma Science. – 2015. – V. 43. – No. 8. – P. 2294–2298.
5. Кожевников В.Ю., Козырев А.В., Королев Ю.Д. // Изв. вузов. Физика. – 2006. – Т. 49. – № 2. – С. 71–77.
6. Королев Ю.Д., Ландль Н.В., Гейман В.Г. и др. // Изв. вузов. Физика. – 2019. – Т. 62. – № 7. – С. 162–171.
7. Zhang T., He F., Li B., et al. // AIP Advances. – 2019. – V. 9. – No. 2. – Art. 025006.
8. Pan Z. and Zhang Y. // Ionics. – 2020. – V. 27. – No. 1. – P. 389–395.

Поступила в редакцию 22.03.2021.

**Козырев** Андрей Владимирович, д.ф.-м.н., зав. лабораторией ИСЭ СО РАН, e-mail: kozyrev@to.hcei.tsc.ru;

**Кожевников** Василий Юрьевич, д.ф.-м.н., ст. науч. сотр. ИСЭ СО РАН, e-mail: vasily.y.kozhevnikov@ieee.org;

**Коковин** Александр Олегович, мл. науч. сотр., аспирант ИСЭ СО РАН, e-mail: alexander.kokovin.desch@gmail.com;

**Медведев** Семен Юрьевич, студент; e-mail: samphys.gd@gmail.com.