

УДК 539.12

DOI: 10.17223/00213411/64/7/132

В.В. СКОБЕЛЕВ

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ПЕРЕХОДЫ ЭЛЕКТРОНА В ВОДОРОДОПОДОБНОМ АТОМЕ С ИЗЛУЧЕНИЕМ ФОТОНА

Впервые рассмотрены переходы электрона в водородоподобном атоме с изменением пространственной размерности $D = 3 \rightarrow D' = 1, 2$ и энергии его состояния, сопровождающиеся излучением фотона. Подобные «превращения» для некоторых атомов наблюдались экспериментально, однако теоретическое объяснение этого эффекта отсутствовало. Расчеты проведены в параболических координатах, вследствие чего данный подход представляет и методический интерес, поскольку эти координаты редко используются в литературе.

Ключевые слова: пространственная размерность, излучение, фотон, электрон, водородоподобный атом, параболические координаты.

Введение

В настоящее время в литературе весьма популярна тематика, связанная с возможным существованием атомов, имеющих одномерную ($D = 1$) или двумерную ($D = 2$) электронную структуру (в частности, о наших и других работах по вопросу упоминается ниже). Эти исследования инициированы экспериментальными свидетельствами получения таких атомов из «обычных» трехмерных ($D = 3$) [1–4].

Подобные «пространственные превращения» могут происходить с изменением энергии атомов и сопровождаться излучением, например, фотона, сам же процесс излучения – претендовать на роль возможного механизма этих «превращений». Насколько нам известно, данная сторона проблемы в литературе вообще не обсуждалась.

В данной работе мы вычисляем вероятность излучения фотона при трансформации водородоподобного атома (Ze) с изменением пространственной размерности его электронной структуры $D = 3 \rightarrow D' = 1, 2$ (при $Z = 1$ это собственно водород). Экспериментальная регистрация испускаемых фотонов соответствующей частоты может указывать на факт присутствия образуемой таким способом «низкоразмерной фазы» 1, 2 водородоподобных атомов.

В настоящей работе мы используем просуммированное по состояниям поляризации фотона выражение вероятности однофотонного излучения в единицу времени, полученное на основе теории Шредингера для «трехмерного атома водорода», например, в классической книге [5] (формула (59.11) этой книги), и записанное нами здесь в эквивалентном [5] виде

$$W = \frac{4}{3} \frac{\alpha \Delta E^3}{\hbar^3 c^2} |M|^2, \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c}, \quad (1)$$

$$|M|^2 = |x_{S'S}|^2 + |y_{S'S}|^2 + |z_{S'S}|^2. \quad (1a)$$

Матричные элементы координат в (1a) в конфигурационном пространстве электронов с обозначением в [5] элемента его объема как $d\tau$ вычисляются по «шредингеровским» волновым функциям с наборами квантовых чисел S, S' начального (S) и конечного (S') состояний «в пространствах» D и D' соответственно (в [5] совокупность квантовых чисел обозначена символами n и n' , а $D' = D = 3$). Заметим при этом, что формула (1) является достаточно универсальной: например, ее использование для вычисления вероятности обычного механизма излучения двумерного или одномерного водородоподобного атома (вклады первых двух или последнего слагаемого в (1a) соответственно) дает совпадающий с точными методами КЭД результат (см. работы [6–8]).

Эти матричные элементы (амплитуды) в варианте трехмерного пространства [5] запишем в виде

$$I_{x,y,z} \equiv \{x_{S'S}, y_{S'S}, z_{S'S}\} = \int dV_{(3)} \Psi_{S'(3)}^* \{x, y, z\} \Psi_{S(3)}. \quad (2)$$

Из соображений дальнейшего удобства мы используем здесь обозначение элемента конфигурационного пространства, отличное от [5]: $d\tau \rightarrow dV_{(D)}$.

В подынтегральном выражении (2) с его последующим обобщением на произвольные значения $D \geq D'$, $D \geq 3$ перейдем к безразмерным переменным и остальным величинам, согласно определениям:

$$dV_{(D)} \rightarrow d\tilde{V}_{(D)} = \frac{dV_{(D)}}{r_0^D}, \quad \Psi_{S(D)} \rightarrow \tilde{\Psi}_{S(D)} = r_0^{D/2} \Psi_{S(D)}, \quad (3a)$$

$$r_0 = \frac{\hbar^2}{m_e(Ze^2)} = \lambda_C(Z\alpha)^{-1}, \quad \lambda_C = \frac{\hbar}{m_e c}. \quad (3b)$$

$$\tilde{x} \equiv x/r_0, \quad \tilde{y} \equiv y/r_0, \quad \tilde{z} \equiv z/r_0. \quad (3b)$$

Тогда выражение (2) приобретает вид

$$I_{x,y,z} \equiv r_0 \tilde{I}_{x,y,z} \quad (4)$$

с «безразмерными амплитудами»

$$\tilde{I}_{x,y,z} = \int d\tilde{V}_{(D)} \tilde{\Psi}_{S'(D')}^* \{ \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} \} \tilde{\Psi}_{S(D)}. \quad (4a)$$

В варианте $D > D'$, рассматриваемом в том числе в данной работе, в выражении (4a), разумеется, предполагается, что «низкоразмерная» функция $\Psi_{S'(D')} \rightarrow \Psi_{(D')}$ выражена через те же координатные переменные, от которых зависит функция $\Psi_{S(D)} \rightarrow \Psi_{(D)}$. В частности, в интересующих нас в данной работе случаях $D' = 2, 1$; $D = 3$, а «координатное подпространство» D' включено в «координатное пространство» D , причем последнее и будет являться конфигурационным с «безразмерным элементом объема» $d\tilde{V}_{(D)}$. Именно по этой причине интеграл в (4a) вычисляется по $d\tilde{V}_{(D)}$, а не по $d\tilde{V}_{(D')}$. Последовательность рассуждений при этом фактически не отличается от работы [5] с результатами (1), (1a), с их обобщением: (4), (4a) и, ниже, (5). Заметим в связи с этим, что выражения (4), (4a), (5) при соответствующем расширении конфигурационного пространства применимы к любым пространственным переходам водородоподобного атома с излучением фотона при условии, что последний является «трехмерным объектом». Это может относиться и к водородоподобным атомам с экзотической размерностью $D > 3$, которые в последнее время являются предметом интенсивного теоретического изучения (см., например, работу [9] и цитируемую в ней литературу).

Используя обозначения (4), (4a), основную формулу (1) перепишем в виде

$$W = \frac{4}{3} \alpha \left(|\tilde{I}_x|^2 + |\tilde{I}_y|^2 + |\tilde{I}_z|^2 \right) \left(\frac{\Delta E}{m_e c^2} \right)^3 (Z\alpha)^{-2} \frac{c}{\lambda_C}. \quad (5)$$

Как известно [10, 11], выражение энергии для одномерного водородоподобного атома совпадает с соответствующим для «обычного» трехмерного

$$E_n = -\frac{(Z\alpha)^2}{2n^2} m_e c^2, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (6a)$$

а для двумерного имеет вид [12–14]

$$E_N = -\frac{(Z\alpha)^2}{2(N+1/2)^2} m_e c^2, \quad N = 0, 1, \dots \quad (6b)$$

Далее заметим, что эксперименты по получению одномерных и двумерных атомов проводились при температурах, близких к абсолютному нулю (см., например, [1, 2]), так что атомы, по видимому, находились в основном состоянии с наименьшей энергией (или, возможно, в низших возбужденных). Поскольку схема эксперимента для случая водородоподобных атомов принципиально меняться не должна, то это же в подобной ситуации должно иметь место и для них, если такие эксперименты будут реализованы.

Однако энергии основных состояний $n=1$ в $D'=1$ и $D=3$ одинаковы (6а), и поэтому соответствующий однофотонный переход $D=3 \rightarrow D'=1$ невозможен, т.е. механизм этого перехода $3 \rightarrow 1$ должен быть принципиально другим: либо из возбужденного состояния $n=2$ в $D=3$ в основное $n'=1$ в $D'=1$ (см. разд. 2): $(Ze)_{(3)}^* \rightarrow (Ze)_{(1)} + \gamma$ (символ «*» означает здесь возбужденное состояние атома, а нижний индекс, как и ранее, относится к значениям D, D'); либо он вообще не связан с излучением (см. п. 2 в разд. 3).

Иная картина может, в принципе, иметь место в переходе $D=3 \rightarrow D'=2$ (разд. 1), поскольку основной уровень $N=0$ в $D'=2$, как это следует из (6а), (6б), расположен в 4 раза ниже, чем основной уровень $n=1$ в $D=3$. Таким образом, этот механизм перехода для основных уровней вполне может быть однофотонным, т.е. иметь непосредственное отношение к возможным в перспективе экспериментам с водородоподобными атомами.

1. Однофотонное излучение при переходе $D=3 \rightarrow D'=2$

В связи с этим имеет смысл сначала вычислить по формулам (4а), (5) вероятность однофотонного перехода $D=3 \rightarrow D'=2$ для соответствующих основных состояний водородоподобных атомов, т.е. для процесса $(Ze)_{(3)} \rightarrow (Ze)_{(2)} + \gamma$.

Как указано в работе [10], при отсутствии сферической симметрии (а именно этот вариант имеет место в данной работе, поскольку «в конечном состоянии» $D'=2$ или $D'=1$ (см. разд. 2) расчеты целесообразно производить в параболических координатах. Приведем вид необходимой для этой цели «трехмерной безразмерной» нормированной волновой функции $\tilde{\Psi}_{(3)} \equiv \tilde{\Psi}_{n_1 n_2 m}(\xi, \eta) \Phi_m(\varphi)$ в этих координатах [10]:

$$\tilde{\Psi}_{n_1 n_2 m}(\xi, \eta) \equiv \tilde{\Psi}_{n_1 n_2 m} = \frac{\sqrt{2}}{n^2} f_{n_1 m} \left(\frac{\xi}{n} \right) f_{n_2 m} \left(\frac{\eta}{n} \right), \quad (7)$$

$$f_{pm}(\sigma) = \frac{1}{|m|!} \sqrt{\frac{(p+|m|)!}{p!}} \sigma^{|m|/2} e^{-\sigma/2} F(-p, |m|+1; \sigma); \quad (7a)$$

$$\Phi_m(\varphi) \equiv \Phi_m = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi} \quad (8)$$

(в (7а) F – вырожденная гипергеометрическая функция).

«Параболические координаты» ξ, η, φ [10] следующим образом связаны с безразмерными декартовыми (3в):

$$\tilde{x} = \sqrt{\xi\eta} \cos \varphi, \quad \tilde{y} = \sqrt{\xi\eta} \sin \varphi, \quad \tilde{z} = \frac{1}{2} (\xi - \eta). \quad (9)$$

При этом «безразмерный элемент объема» равен

$$d\tilde{V}_{(3)} = \frac{1}{4} (\xi + \eta) d\xi d\eta d\varphi \quad (9a)$$

с пределами изменения «параболических переменных»: $0 \leq \xi, \eta \leq \infty, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Квантовые числа $n_{1,2}, m$ связаны с «обычным энергетическим» n (6а) соотношением

$$n = n_1 + n_2 + |m| + 1, \quad (10)$$

с диапазонами их изменения при выполнении соотношения (10):

$$0 \leq |m| \leq n-1, \quad 0 \leq n_{1,2} \leq n - |m| - 1. \quad (10a)$$

«Двумерная» волновая функция $\tilde{\Psi}_{(2)} = \tilde{R}_{(2)} \Phi_m$ в полярных координатах может быть представлена в виде [12–14] «с безразмерной радиальной частью»

$$\tilde{R}_{(2)} \rightarrow \tilde{R}_{N|m|}(\rho) \equiv \tilde{R}_{N|m|} = C_{N|m|} \frac{(2\lambda\rho)^{|m|}}{(2|m|)!} e^{-\lambda\rho} F(-N+|m|, 2|m|+1; 2\lambda\rho), \quad (11)$$

$$\lambda = \frac{1}{(N+1/2)}, \quad C_{N|m|} = \sqrt{2\lambda^3 \frac{(N+|m|)!}{(N-|m|)!}}; \quad N \geq |m| = 0, 1, \dots, \quad (11a)$$

и со значением энергии (6б).

Согласно сделанному выше замечанию, при подстановке $\tilde{\Psi}_{(2)}$ в качестве $\tilde{\Psi}_{S'(D')} \rightarrow \tilde{\Psi}_{S'(2)}$ в (4а) фигурирующий в (11) «безразмерный полярный радиус» $\rho \equiv \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}$ следует выразить через переменные ξ, η , от которых зависит $\tilde{\Psi}_{n_1 n_2 m}(\xi, \eta)$ (7) и элемент «объема» $d\tilde{V}_{(3)}$ (9а), т.е. в выражении $\tilde{R}_{(2)}$ (11) при его использовании в (4а) следует сделать замену $\rho \rightarrow \sqrt{\xi\eta}$.

При рассмотрении упомянутого во Введении перехода между основными состояниями $D=3, n=1 \rightarrow D'=2, N=0$ имеем тогда, согласно (7), (10), (10а) (а также принимая во внимание (11), (11а)) для единственно возможных в этом случае значений квантовых чисел $\{n_1, n_2, m\} = \{0, 0, 0\}$:

$$\tilde{\Psi}_{(3)} = \sqrt{2} f_{00}(\xi) f_{00}(\eta) \Phi_{(3)}, \quad \tilde{\Psi}_{(2)} = \tilde{R}_{(2)} \Phi_{(2)}, \quad \Phi_{(2)} = \Phi_{(3)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \quad \tilde{R}_{(2)} = 4 e^{-2\sqrt{\xi\eta}}. \quad (12)$$

При этом, как это следует из (4а), (9), (9а), величины $\tilde{I}_{x,y,z}$ будут вычисляться по формуле

$$\tilde{I}_{x,y,z} = \frac{1}{4} \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta \int_0^{2\pi} d\varphi (\xi + \eta) \tilde{\Psi}_{(2)}^* \left\{ \sqrt{\xi\eta} \cos \varphi, \sqrt{\xi\eta} \sin \varphi, \frac{1}{2}(\xi - \eta) \right\} \tilde{\Psi}_{(3)}. \quad (13)$$

Как видно, $\tilde{I}_{x,y}$ очевидным образом обращаются в нуль при интегрировании по $d\varphi$, а \tilde{I}_z — при интегрировании по $d\xi, d\eta$, поскольку в этом последнем случае подынтегральное выражение меняет знак при взаимной замене переменных $\xi \leftrightarrow \eta$ из-за вида $\tilde{z} = \frac{1}{2}(\xi - \eta)$ (остальное подынтегральное выражение в (13) не меняется при перестановке $\xi \leftrightarrow \eta$).

Таким образом, при переходах между основными состояниями в $D=3$ и $D'=2$ однофотонное излучение на самом деле отсутствует, и следует рассмотреть переходы между первым возбужденным $n=2$ в $D=3$ и основным: $N=0$ в $D'=2$ с излучением фотона: $(Ze)_{(3)}^* \rightarrow (Ze)_{(2)} + \gamma$. В этом варианте, как видно из (10), (10а), возможны следующие три комбинации квантовых чисел $S \equiv \{n_1, n_2, m\}$ в выражении $\tilde{\Psi}_{n_1 n_2 m}$ (7):

$$\text{а) } S_a = \{0, 1, 0\}, \quad \text{б) } S_b = \{1, 0, 0\}, \quad \text{в) } S_c = \{0, 0, \pm 1\}. \quad (14)$$

Функции $\Psi_{(3)}$ в этих вариантах равны

$$\text{а) } \tilde{\Psi}_{(3)} \equiv \tilde{\Psi}_{010} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{2^{3/2}} \left(1 - \frac{\eta}{2}\right) e^{-(\xi+\eta)/4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}},$$

$$\text{б) } \tilde{\Psi}_{(3)} \equiv \tilde{\Psi}_{100} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{2^{3/2}} \left(1 - \frac{\xi}{2}\right) e^{-(\xi+\eta)/4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \quad (15a)$$

$$\text{в) } \tilde{\Psi}_{(3)} \equiv \frac{1}{2^{3/2}} \frac{\sqrt{\xi\eta}}{2} e^{-(\xi+\eta)/4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\varphi}. \quad (15б)$$

Как следует из (9), (4а) и выражений $\tilde{\Psi}_{(2)}$ (12), $\tilde{\Psi}_{(3)}$ (15а), в вариантах а), б) $\tilde{I}_{x,y} = 0$, а в варианте в) $\tilde{I}_z = 0$. Для отличных же от нуля значений тогда можно найти

$$\text{а) } \tilde{I}_z = \frac{1}{2^{5/2}} \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta (\xi^2 - \eta^2) \left(1 - \frac{\eta}{2}\right) \exp\left[-\frac{1}{4}(\xi + \eta) - 2\sqrt{\xi\eta}\right].$$

Как можно видеть, «вклад 1» во вторых круглых скобках обращается в нуль из-за антисимметрии остального подынтегрального выражения при перестановке $\xi \leftrightarrow \eta$, как и в варианте $n=1, S = \{0, 0, 0\}$, так что имеем

$$\text{а) } \tilde{I}_z = -\frac{1}{2^{7/2}} \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta (\xi^2 - \eta^2) \eta \exp\left[-\frac{1}{4}(\xi + \eta) - 2\sqrt{\xi\eta}\right]. \quad (16a)$$

Значение же \tilde{I}_z в варианте б) отличается знаком от (16а).

Физически варианты а), б) идентичны, так как они соответствуют одним и тем же значениям $n = 2, m = 0$, и в случаях а), б) при вычислении \tilde{I}_z следует рассматривать суммарную амплитуду $(\tilde{I}_z)_{a+b} = (\tilde{I}_z)_a + (\tilde{I}_z)_b$, которая равна нулю, поскольку оба слагаемых, как отмечено выше, отличаются знаком. Таким образом, при таком «совместном» рассмотрении вариантов а), б) все три слагаемых в выражении (5) равны нулю, и следует учитывать лишь вариант в).

В варианте в), как отмечено выше, $\tilde{I}_z = 0$, а для отличных от нуля амплитуд $\tilde{I}_{x,y}$ можно получить, что

$$\text{в) } \tilde{I}_{x,y} = \frac{1}{2^{7/2}} \{1, \pm i\} \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta (\xi + \eta) \xi \eta \exp\left[-\frac{1}{4}(\xi + \eta) - 2\sqrt{\xi\eta}\right]. \quad (16б)$$

Взять интеграл в (16б) аналитически нам не удалось.

В итоге значения амплитуд в этих вариантах (а) – в) с учетом и численного расчета интеграла в выражении $\tilde{I}_{x,y}$ (16б) в варианте в)) оказываются следующими:

$$\text{а), б) } (\tilde{I}_z)_{a+b} = \tilde{I}_{x,y} = 0, \quad (17a)$$

$$\text{в) } \tilde{I}_z = 0, \quad \tilde{I}_{x,y} \approx \{1, \pm i\} \frac{1}{2^{7/2}} 3.733 \approx 0.880 \{1, \pm i\}, \quad (17б)$$

и все они (а) – в)) должны быть классифицированы по значению $|m|$. С учетом следующего из (6а), (6б) значения $\Delta E = (15/8)(Z\alpha)^2 m_e c^2$ находим тогда с использованием общего выражения (5) для этого частного случая:

$$W_{a+b}(|m|=0) \sim (|(\tilde{I}_z)_{a+b}|^2 + |\tilde{I}_x|^2 + |\tilde{I}_y|^2) = 0, \quad (18a)$$

$$W_c(|m|=1) \approx \frac{5 \times 15^2}{2^{13}} 3.733^2 \alpha (Z\alpha)^4 \frac{c}{\lambda_C} \approx 1.914 \alpha (Z\alpha)^4 \frac{c}{\lambda_C}. \quad (18б)$$

2. Однофотонное излучение при переходе $D = 3, n = 2 \rightarrow D' = 1, n' = 1$

Рассмотрим теперь переход из $D = 3$ ($n = 2$) в $D' = 1$ ($n' = 1$), соответствующий процессу $(Ze)_{(3)}^* \rightarrow (Ze)_{(1)} + \gamma$. Необходимая для этой цели «одномерная безразмерная волновая функция» равна [10, 11]

$$\tilde{\Psi}_{(1)} = \begin{cases} \tilde{\chi}, \zeta \equiv z/z_0 > 0, \\ P\tilde{\chi}, \zeta < 0. \end{cases} \quad (19)$$

Здесь $P = \pm 1$ – четность состояния; $z_0 \equiv r_0$ (3б), а вид функции $\tilde{\chi}$ следующий:

$$\tilde{\chi} = \frac{1}{\sqrt{2n}} e^{-|\zeta|/n} \frac{2|\zeta|}{n} F\left(1-n, 2; \frac{2|\zeta|}{n}\right) \quad (19a)$$

со значением энергии, как уже упоминалось, (6а). Очевидно, при вычислении величин $\tilde{I}_{x,y,z}$ (4а) с использованием выражений (7), (7а), (9), (9а), (19), (19а) по аналогии с упомянутой во Введении и в разд. 1 причине следует положить $|\zeta| \equiv |\tilde{z}| = \frac{1}{2}|\xi - \eta|$, и тогда, принимая также для основного состояния в (19), (19а) $n \rightarrow n' = 1$, имеем

$$\tilde{\Psi}_{(1)} = \begin{cases} \tilde{\chi}|_{n=1, |\zeta| \rightarrow (1/2)|\xi - \eta|}, & \xi > \eta, \\ P\tilde{\chi}|_{n=1, |\zeta| \rightarrow (1/2)|\xi - \eta|}, & \xi < \eta, \end{cases} \quad (20)$$

$$\tilde{\chi} = \sqrt{2} e^{-(1/2)|\xi-\eta|} \frac{1}{2} |\xi - \eta|. \quad (20a)$$

В рассматриваемом ниже переходе между состояниями атома в $D=3$ (возбужденное: $n=2$) и $D'=1$ (основное: $n'=1$), в отличие от разд. 1, за счет изменения четности состояния в $D'=1$ вклад в принципе могла бы давать и комбинация квантовых чисел $S = \{0,0,0\}$. Однако, согласно условию (10), она невозможна, и вклад дают те же наборы а), б), в) (14), что и в разд. 1, так что ситуация в этом смысле идентична разд. 1.

Именно в варианте а) $S_a = \{0,1,0\}$ следует использовать значение $\tilde{\Psi}_{(3)}$ (15a), а также вид $\tilde{\Psi}_{(1)}$ (20) со значением $\tilde{\chi}$ (20a). В этом варианте а) получаем тогда $\tilde{I}_{x,y} = 0$, а

$$\begin{aligned} \tilde{I}_z = \frac{1}{2^7} \sqrt{2\pi} \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta \Theta(\xi - \eta) (\xi^2 - \eta^2) \left\{ 1 - \frac{\eta}{2} - P \left(1 - \frac{\xi}{2} \right) \right\} \times \\ \times |\xi - \eta| \exp \left[-\frac{1}{4}(\xi + \eta) - \frac{1}{2}|\xi - \eta| \right]. \end{aligned} \quad (21a)$$

Здесь $\Theta(x)$ – ступенчатая функция.

Как и в разд. 1, значение \tilde{I}_z в варианте б) получается из (21a) изменением общего знака и опять с равной нулю суммарной амплитудой $(\tilde{I}_z)_{a+b} = (\tilde{I}_z)_a + (\tilde{I}_z)_b$, причем $\tilde{I}_{x,y} = 0$, как и в варианте а).

В варианте в), очевидно, $\tilde{I}_z = 0$, а

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{x,y} = \frac{1}{2^{15/2}} \sqrt{2\pi} \{1, \pm i\} (1+P) \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\eta \Theta(\xi - \eta) (\xi + \eta) \xi \eta |\xi - \eta| \times \\ \times \exp \left[-\frac{1}{4}(\xi + \eta) - \frac{1}{2}|\xi - \eta| \right]. \end{aligned} \quad (21б)$$

Численный расчет интеграла в (21б) приводит к следующим аналогичным выражениям (17a), (17б) окончательным результатам для величин $\tilde{I}_{x,y,z}$ в рассматриваемых вариантах:

$$\text{а), б) } (\tilde{I}_z)_{a+b} = \tilde{I}_{x,y} = 0, \quad (22a)$$

$$\text{в) } \tilde{I}_z = 0, \quad \tilde{I}_{x,y} \approx \{1, \pm i\} \frac{\sqrt{2\pi}}{2^{15/2}} (1+P) 644.74 (1+P) \{1, \pm i\} \approx 8.928 (1+P) \{1, \pm i\}. \quad (22б)$$

С использованием найденных значений величин $\tilde{I}_{x,y,z}$ с рассмотренными выше наборами $S \equiv \{n_1, n_2, m\}$ в $D=3$ и с учетом значения $\Delta E = (3/8)(Z\alpha)^2 m_e c^2$ получаем тогда по формуле (5) величину соответствующих вероятностей с их классификацией, как и в разд. 1, по значению $|m|$:

$$W_{a+b}(|m|=0) \sim \left(|\tilde{I}_x|^2 + |\tilde{I}_y|^2 + |(\tilde{I}_z)_{a+b}|^2 \right) = 0, \quad (23a)$$

$$W_c(|m|=1) \approx \frac{9\pi}{2^{19}} 644.74^2 (1+P) \alpha (Z\alpha)^4 \frac{c}{\lambda_C} \approx 22.418 (1+P) \alpha (Z\alpha)^4 \frac{c}{\lambda_C} \quad (23б)$$

(в (23б) мы учли также, что $(1+P)^2 = 2(1+P)$).

Суммируя по четности $P = \pm 1$ конечных состояний в (23б) с соответствующим изменением обозначения $W_c \rightarrow W_\Sigma$, получаем

$$W_\Sigma(|m|=1) \approx \frac{9\pi}{2^{18}} 644.74^2 \alpha (Z\alpha)^4 \frac{c}{\lambda_C} \approx 44.836 \alpha (Z\alpha)^4 \frac{c}{\lambda_C}. \quad (24)$$

3. Обсуждение

Таким образом, по результатам работы можно констатировать следующее.

1. Конкретным механизмом трансформации «обычных» водородоподобных атомов с трехмерным электронным распределением в структуру с двумерным или одномерным распределением может быть процесс однофотонного излучения.

2. В проведенных ранее экспериментах из-за различия в энергиях E основных состояний атомов с $\Delta E \neq 0$ в соответствующих пространственных конфигурациях их электронных структур тоже может иметь место эффект излучения (в частности, однофотонного). Однако наряду с процессами с излучением при трансформациях атомов даже в случае $\Delta E \neq 0$ (не говоря уже о варианте $\Delta E = 0$) в рамках соотношения неопределенностей $\Delta E \Delta t \sim \hbar$ возможны переходы без какого-либо излучения при отсутствии противоречия с законом сохранения энергии. В частности, в работе [15] была предложена формальная теория таких переходов с ненулевой вероятностью обнаружения трехмерного ($D = 3$) атома в конфигурациях $D = 1, 2$ (или наоборот).

3. Из нашего подхода к проблеме следует, что вероятность однофотонного излучения с изменением пространственной конфигурации $D = 3 \rightarrow D' = 1, 2$ водородоподобного атома пропорциональна $\alpha (Z\alpha)^4$, как и без ее изменения [5, 6–8, 16], причем в последнем случае вероятность двухфотонного $\sim \alpha^2 (Z\alpha)^6$ (см., например, работу [17] и цитируемую в ней литературу). Это означает, что при реализации соответствующей экспериментальной ситуации типа цилиндрических магнитных или оптических дискообразных «ловушек» [1] и при учете численных коэффициентов в формулах рассмотренные в работе процессы излучения с изменением пространственной структуры атомов могут составить конкуренцию упомянутым «обычным» процессам без ее изменения, по крайней мере, для водородоподобных атомов.

4. Если подобные эксперименты по получению «низкоразмерных» водородоподобных атомов «из трехмерных» также будут проведены, то рассмотренный в данной работе механизм их пространственной трансформации можно будет идентифицировать по излучению фотонов соответствующей частоты. Теоретические расчеты для двухэлектронных или многоэлектронных атомов, которые использовались в экспериментах [1–4], отсутствуют, и в этом случае можно регистрировать лишь сам факт излучения с изменением его обычного («трехмерного») спектрального состава в экспериментах типа [1–4], что, разумеется, тоже представляет интерес. В упомянутых экспериментах такая постановка вопроса, как мы понимаем, отсутствовала, что может быть целью дальнейших исследований в этой области.

5. В перспективе мы предполагаем выполнить эти же расчеты и точными стандартными методами КЭД, чтобы убедиться в идентичности этих подходов, как это было и ранее в других ситуациях [7, 8, 16]*.

6. Таким образом, осуществление экспериментов с водородоподобными атомами, которые, по-видимому, не должны принципиально отличаться от проведенных авторами [1–4], было бы весьма желательным, как в смысле подтверждения существования «низкоразмерного» электронного распределения для таких атомов, так и адекватности предлагаемого нами однофотонного механизма его реализации.

Автор выражает благодарность С.В. Копылову за помощь в численных расчетах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gorlitz A. et al. // Phys. Rev. Lett. – 2001. – V. 87. – P. 130132.
2. Eichmann U. Lange V. and Sandner W. // Phys. Rev. Lett. – 1990. – V. 64. – No. 3. – P. 274.
3. Krüger P., Hadzibabic Z., and Dalibard J. // Phys. Rev. Lett. – 2007. – V. 99. – P. 040402.
4. Rychtarik D. et al. // Phys. Rev. Lett. – 2004. – V. 92. – P. 173003.
5. Бете Г. и Солпитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. – М.: Физматлит, 1960.
6. Скобелев В.В. // Изв. вузов. Физика. – 2018. – Т. 61. – № 2. – С. 98.
7. Скобелев В.В. // ЖЭТФ. – 2018. – Т. 153. – Вып. 2. – С. 220.

* Как мы уже неоднократно указывали, при правильной точной формуле (28в) нашей работы [16] для вероятности излучения, соответствующей 1-й линии серии Лаймана, сделанный на ее основе элементарный арифметический расчет имел досадную погрешность с некорректным выводом о расхождении результата авторов классической работы [5], использовавших нерелятивистскую теорию Шредингера, и теории Дирака с использованием предложенного нами подхода к учету спиновых состояний [16]. На самом деле этот наш результат в работе [16] совпадает с [5].

8. Скобелев В. В. // ЖЭТФ. – 2017. – Т. 151. – Вып. 6. – С. 1031.
9. Caruso F., Martins J., and Oguri V. // Phys. Lett. – 2013. – V. A377. – P. 694.
10. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. Т. III. Квантовая механика, Нерелятивистская теория. – М.: Наука, 1974.
11. Loudon R. // Amer. J. Phys. – 1959. – V. 27. – P. 649.
12. Zaslav B. and Zandler C. E. // Am. J. Phys. – 1967. – V. 35. – P. 1118.
13. Gisneros A. and McIntosh N. V. // J. Math. Phys. – 1968. – V. 10. – P. 277.
14. Мардоян Л. Г., Погосян Г. С., Сисакян А. С., Тер-Антонян В. М. // ТМФ. – 1984. – Т. 61. – С. 99.
15. Скобелев В. В. // Изв. вузов. Физика. – 2019. – Т. 62. – № 5. – С. 29.
16. Скобелев В. В. // Изв. вузов. Физика. – 2016. – Т. 59. – № 7. – С. 141.
17. Скобелев В. В. // Изв. вузов. Физика. – 2016. – Т. 59. – № 10. – С. 93.

Поступила в редакцию 10.10.2019.

Московский политехнический университет, г. Москва, Россия

Скобелев Владимир Васильевич, д.ф.-м.н., профессор Московского политеха, e-mail: v.skobelev@inbox.ru.