МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Национальный исследовательский
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ВСЕ ГРАНИ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Сборник статей Всероссийской молодежной научной конференции

Томск, 12–15 мая 2020 г.

ТОМСК
«Издательство НТЛ»
2020

Моделирование течения теплоносителя в системах охлаждения на примере течения охлаждающей жидкости в круглой цилиндрической трубе

М.Д. Хильчук, Е.А. Тарасов

Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск, Россия

В современной вычислительной технике задачи охлаждения высокопроизводительных систем с целью поддержания рабочего диапазона температур процессора и других нагреваемых элементов является важной технической задачей. В настоящее время с прогрессом в вычислительной технике и увеличением ее мощностей задача эффективного отвода тепла имеет важное значение. Наиболее часто в современных ПК применяются жидкостное и воздушное охлаждение. Жидкостное по сравнению в воздушным имеет несколько преимуществ, таких, как большая эффективность охлаждения и более тихая работа системы в целом.

Рис. 1. Жидкостная система охлаждения системного блока ПК

Принцип работы жидкостной системы охлаждения состоит в передаче тепла от нагревающегося элемента к охлаждающему радиатору. Это происходит при помощи рабочей жидкости, которая циркулирует в системе по трубам. В ходе создания системы жидкостного охлаждения важно теоретически рассчитать основные параметры подобной системы: тип теплоносителя, геометрию системы и т.д. Для этого важно построить математическую модель такой системы с учетом всех её особенностей, влияющих на теплоперенос, а также гидродинамических и теплофизических свойств выбранного теплоносителя. В классической гидродинамике подобные задачи сводятся к решению уравнения Навье – Стокса с некоторыми дополнительными уравнениями. Уравнения Навье – Стокса представлены ниже:

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{t}} + \overline{u}\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x}} + \overline{v}\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{y}} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{x}} + \overline{\nu}\left(\frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial \overline{y}^2}\right),$$

$$\frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{t}} + \overline{u}\frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{x}} + \overline{v}\frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{y}} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{y}} + \overline{\nu}\left(\frac{\partial^2 \overline{v}}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2 \overline{v}}{\partial \overline{y}^2}\right),$$

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{y}} = 0$$

(черточки над буквами означают, что соответствующие величины являются размерными) [3].

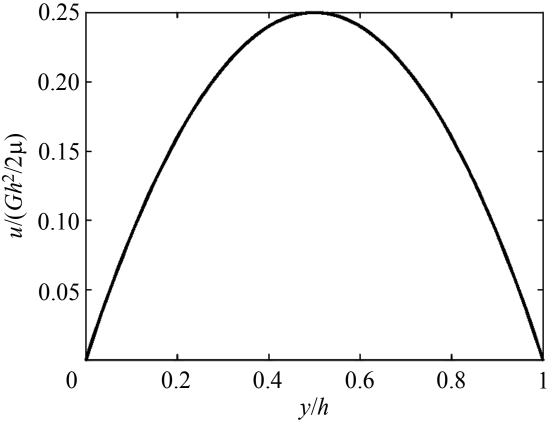

Рис. 2. Классический вид плоскопараллельного течения Пуазейля

Уравнения записаны для физических переменных – составляющих скорости и давления, свойства жидкости характеризуются плотностью и кинематическим коэффициентом вязкости. В данной работе рассматривается течение идеальной жидкости в круглой цилиндрической трубе. К решению задачи моделирования такого течения можно подойти двумя способами: аналитически и численно.

В рамках этой работы было получено аналитическое решение для выбранной задачи и начата работа с численной моделью для выбранной системы. Приведены аналитическое решение для данной системы, которое представляет собой течение Пуазейля и численное решение методом SIMPLE.

Аналитическое решение

Полагая течение ламинарным, скорость жидкости у стенок трубы будет равняться нулю и будет максимальна на оси трубы. Найдем закон распределения скорости от оси трубы вдоль радиуса. Выделим некоторый цилиндрический объем жидкости радиуса r и длины l. На основания рассматриваемого цилиндрического объема действуют силы давления, сумма которых равна $(p_1 - p_2)\pi r^2$ и действует в направлении движения жидкости. Кроме того, на боковую поверхность цилиндра действует сила трения, равная $\eta |dv/dr| 2\pi rl$, которая направлена против движения жидкости. Таким образом условие стационарности течения примет вид

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = \eta |dv/dr| 2\pi rl . \tag{1}$$

Учитывая, что $|dv/dr| = -dv/dr$, так как скорость уменьшается с возрастанием радиуса, разделив переменные и проинтегрировав, получим

$$v = -\frac{p_1 - p_2}{4\eta l} r^2 + C . \tag{2}$$

Константу находим из условия, что скорость на стенке равна нулю:

$$C = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2 . \tag{3}$$

Подставляя найденную константу в уравнение (2), получим

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}\left(R^2 - r^2\right) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \qquad (4)$$

Значение скорости на оси трубы

$$v_0 = v(0) = \frac{p_1 - p_0}{4\eta l} R^2 \,. \qquad (5)$$

С учетом этого окончательный закон распределения будет выглядеть так:

$$v(r) = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \qquad (6)$$

Таким образом, при ламинарном течении скорость изменяется с расстоянием от оси трубы по параболическому закону (рис. 3).

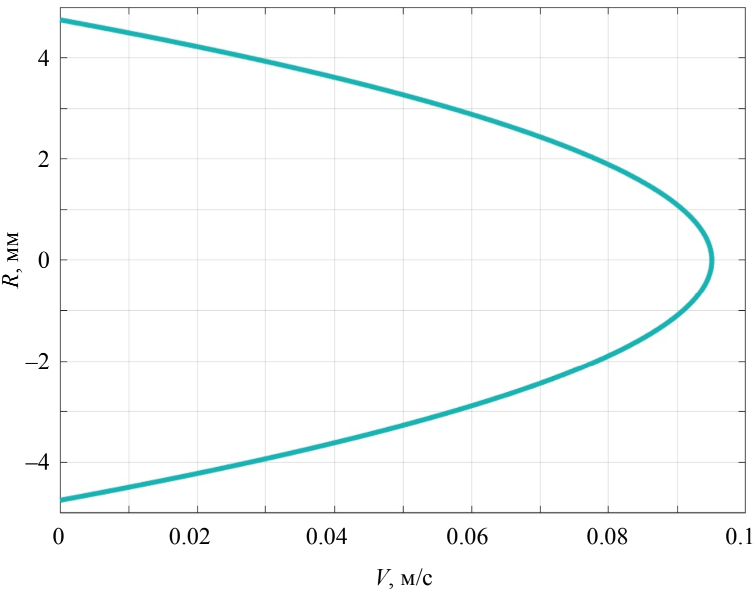

Рис. 3. Параболический профиль течения Пуазейля, полученный в ходе аналитического решения

Численное решение

Для построения численного решения эквивалентной задачи предполагается использовать итерационно разностную технологию решения уравнений гидродинамики. Она базируется на решении уравнений Навье – Стокса методом, схожим с технологией Патанкара [4], но расчеты будут выполняться на совмещенных сетках. При аппроксимации конвективных членов уравнения использованы разности против потока, а диффузионные члены заменены симметричными разностями. Технология состоит в том, что дискретизация происходит на простых, а не разнесенных сетках, а также в решении алгебраических уравнений способом, основанном на процедуре Зейделя [5].

Данная модель, реализованная руководителем на языке программирования C#, в данный момент рассчитывает ламинарные течения в круглой цилиндрической трубе, результаты данных расчетов вы можете видеть на рис. 4.

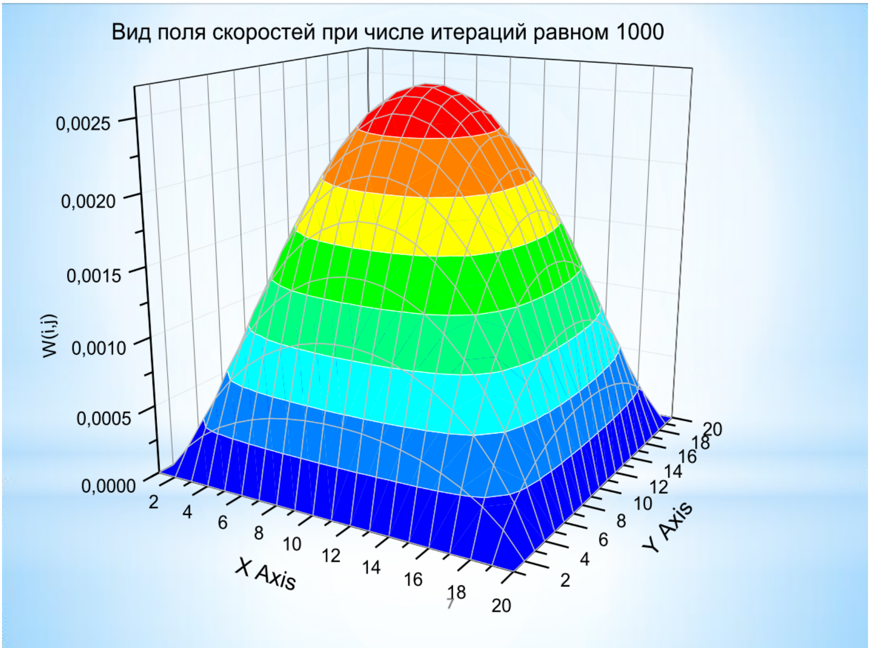

Рис. 4. Профиль течения, полученный в ходе численной реализации математической модели движения жидкости в трубе квадратного сечения

Выводы и дальнейшие планы работы

В ходе работы с реализованной вычислительной схемой были получены результаты, хорошо согласующиеся с известными в литературе и с полученными автором результатами аналитического решения данной задачи. В дальнейшем планируется улучшение и развитие вычислительной модели и программного комплекса для учета более сложных явлений, таких, как турбулентность, а также построение решения для объектов более сложной геометрии. В перспективе планируется рассмотрение трехмерных задач и переход к созданию моделей тепломассопереноса для сложной системы охлаждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Самарский А.А.* Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971.
2. *Емельянов В.Н.* Численные методы: введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 2018.
3. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 618 с.
4. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
5. *Тарасов Е.А., Бубенчиков М.А.* Итерационно-разностная технология решения уравнений гидродинамики // Научная конференция студентов и школьников, посвященная 65-летию механико-математического факультета. Томск, 22–25 апреля 2013 г. Томск, 2013. С. 29–30.

Хильчук Мария Денисовна, студентка ММФ ТГУ; ma6a70@gmail.com

Тарасов Егор Александрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры теоретической механики ММФ ТГУ; diomedis@mail.ru