Санкт-Петербургский государственный университет
Русское общество истории и философии науки

Второй Международный Конгресс Русского общества истории и философии науки
«Наука как общественное благо»

Том 4

Сборник научных статей

Москва
Издательство РОИФН
2020

11. *Stjernfelt F.* Diagrammatology: An Investigation on the Borverlines of Phenomenology, Ontology, and Semiotics. Dordrecht: Springer, 2007.

12. *Peirce C. S.* Collected Papers. Vols. 1–8. Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press, 1931–1958 (цитируется как CP с последующим указанием через точку номера тома и номера параграфа)

ЛОГИКА ДЛЯ КРОСС-МИРОВОЙ ПРЕДИКАЦИИ

Е. В. Борисов

доктор философских наук, профессор,

кафедра истории философии и логики, Томский государственный университет;

ведущий научный сотрудник, Томский научный центр СО РАН

E-mail: borisov.evgeny@gmail.com

Некоторые предложения естественного языка, такие как «Джон мог бы быть богаче», приписывают объектам кросс-мировые отношения. В данном примере это отношение между Джоном, каков он в действительном мире, и Джоном, каков он в некотором возможном мире, отличном от действительного. Этот феномен представляет собой проблему для модальной логики, поскольку стандартные модальные логики не имеют средств для отображения кросс-мировых отношений. В докладе будет предложено решение этой проблемы: будет представлена семантика, основанная на кросс-мировой интерпретации предикатов, и табличное построение логики, корректной и полной относительно данной семантики. Представляемая логика является модальной логикой первого порядка с равенством.

Ключевые слова: семантика естественного языка, модальная логика, семантика возможных миров, кросс-мировая предикация.

A LOGIC FOR CROSS-WORLD PREDICATION

E.V. Borisov

Department of History of Philosophy and Logic, Tomsk State University;

Tomsk Scientific Center, SB RAS

E-mail: borisov.evgeny@gmail.com

In natural language, some sentences ascribe to objects cross-worlds relations. For instance, 'John might have been richer than he is' ascribes the relation of being richer to John as he is in a possible worlds, distinct from the actual one, and John as he actually is. This phenomenon is problematic for modal logic because standard modal logics have no means for reflecting cross-world relations. The presentation offers a solution to this problem, namely a semantics based on cross-world interpretation of predicates, and a tableau proof method that is sound and complete with respect to the semantics. The logic presented is a first order modal logic with equality.

Keywords: natural language semantics, modal logic, possible worlds semantics, cross-world predication.

Для адекватного анализа предложений, описывающих кросс-мировые отношения, необходима логика, основанная на кросс-мировой интерпретации предикатов. При кросс-мировой интерпретации предикатов n-местный предикат получает экстенсионал для каждой упорядоченной n-ки возможных миров — не для отдельных возможных миров, как в стандартной модальной логике. В литературе предложен ряд логик такого рода; из них для меня наиболее существенны темпоральная логика Баттерилда и Стерлинга [1] и кросс-мировая логика сослагательного наклонения Вемайера [2]. В докладе предлагается логика для кросс-мировой предикации (cross-world predication logic, CPL), развивающая подходы Баттерфилда—Стерлинга и Вемайера. Главное преимущество CPL перед указанными логиками состоит в том, что последние имеют довольно узкую сферу применения; например, они не позволяют адекватно анализировать предложение «Джон был богаче, чем когда-либо прежде»; CPL снимает такого рода ограничения. (Детальный анализ ограничений указанных логик выходит за рамки доклада.) Дополнительное преимущество CPL состоит в том, что она использует стандартный формальный язык, тогда как указанные авторы расширяют формальный язык специфическими символами и выражениями.

В докладе CPL представлена как версия алетической логики, но предлагаемый подход может быть распространен на модальную логику любого типа — эпистемическую, деонтическую, темпоральную и т. п. Ниже дается описание языка и семантики CPL и представляется табличный метод доказательства теорем CPL.

I. Язык и семантика CPL. CPL — это первопорядковая модальная логика с равенством. Язык CPL (***L***) имеет следующие особенности:

1) ***L*** содержит только 2 вида термов — переменные и константы (я не включаю в ***L*** функциональные термы ради простоты изложения). Множество переменных языка ***L*** является счетным.

2) ***L*** содержит λ-оператор. Пусть x — переменная, a — терм, ϕ — формула; тогда $(\lambda x.\phi)$ — предикат, $(\lambda x.\phi)(a)$ — формула. Чтобы облегчить формулы для визуального восприятия, я пишу $(\lambda x.\phi)(a)$ как $(a/x)\phi$.

3) В формулах ***L*** индивидные константы комбинируются с предикатами только посредством λ-операторов. Если a — константа, то «Pa» — не формула. Утверждение, что денотат a (a — константа) имеет свойство P, записывается как $(a/x)Px$ [т. е. $(\lambda x.Px)(a)$]. Поэтому в атомарных формулах ***L*** в качестве термов могут фигурировать только переменные. Это обусловлено тем, что модели для ***L*** суть модели с переменным доменом (см. ниже).

Модель M для ***L*** представляет собой упорядоченную четверку $\langle \mathrm{G}, \mathrm{R}, \mathrm{D}, \mathrm{I}\rangle$, где G — непустое множество возможных миров; R — бинарное отношение на G (отношение достижимости); D — доменная функция, назначающая каждому возможному миру непустой класс объектов; I — интерпретация индивидных констант и предикатов. I определяется следующим образом:

1) Пусть a — индивидная константа, тогда $\mathrm{I}(a)$ — это функция $\mathrm{G} \to \mathrm{D(M)}$, где $\mathrm{D(M)}$ — это домен модели M, т. е. объединение доменов всех возможных миров в G.
2) Пусть R — n-местный предикат, тогда $\mathrm{I(R)}$ — это функция $\mathrm{G}^n \to \boldsymbol{P}(\mathrm{D(M)}^n)$, где $\boldsymbol{P}(\mathrm{X})$ — булеан X. Т. е. $\mathrm{I(R)}$ задает экстенсионал R не для отдельных возможных миров, как в стандартной модальной логике, а для *упорядоченных n-ок возможных миров*. В этом состоит *кросс-мировая интерпретация предикатов*.
3) Для любых миров w и w', $\mathrm{I}(=)(w, w')$ — это отношение тождества на $\mathrm{D(M)}$.

Отмечу, что в моделях для ***L*** один и тот же индивид может входить в несколько доменов, и что модели для ***L*** суть модели с переменным доменом.

Главная семантическая новация CPL состоит в следующем. В стандартной семантике формулы оцениваются на истинность с учетом модели, возможного мира и валюации переменных (валюация переменных – это функция от переменных к объектам домена модели). В предлагаемой семантике кроме перечисленных факторов учитывается дополнительный фактор — VP-функция. VP-функция — это *частичная* функция от переменных к возможным мирам.

Ниже используется следующая нотация: $\mathrm{M}, w, f \vDash_v \phi$ означает, что формула ϕ истинна в модели M в мире w при валюации переменных v относительно VP-функции f. (В дальнейшем я опускаю «M».) $w \vDash_v \phi =_{df} w, \emptyset \vDash_v \phi$. Пусть v — валюация переменных, $e \in \mathrm{D(X)}$; тогда $v[e/x]$ — это x-вариант v, такой что $v[e/x](x = e)$. Если t — терм, w — возможный мир, то $v\mathrm{I}(t)$ — это функция $\mathrm{G} \to \mathrm{D(M)}$, такая, что: $v\mathrm{I}(t)(w) = v(t)$; $v\mathrm{I}(t)(w) = \mathrm{I}(t)(w)$, если t — константа. Пусть f — VP-функция, x — переменная, w — возможный мир; тогда $f + \langle x, w\rangle =_{df} (f - (\{x\} \times \mathrm{G})) \cup \{\langle x, w\rangle\}$; $f^*w =_{df} f \cup ((\mathrm{Var} - \mathrm{Dom}(f)) \times \{w\})$, где Var — множество переменных

$\boldsymbol{L}$, $\mathrm{Dom}(f)$ — f.

Семантика CPL задается следующей дефиницией истины:

(1) Если P — n-местный предикат, $x_1, \ldots, x_n$ — переменные, то $w, f \ \vDash_v \ Px_1 \ldots x_n$ тттк $\langle v(x_1), \ldots, v(x_n)\rangle \in \mathrm{I(R)}(\langle f * w(x_1), \ldots, f * w(x_n)\rangle)$

(2) $w, f \vDash_v x_1 = x_2$ тттк $v(x_1) = v(x_2)$

(3) $w, f \vDash_v \sim\phi$ тттк $w, f \nvDash_v \phi$

(4) $w, f \vDash \phi \,\&\, \psi$ тттк $w, f \vDash_v \phi$ и $w, f \vDash_v \psi$. Аналогично для других бинарных связок.

(5) $w, f \vDash_v (\exists x)\phi$ тттк $(\exists e \in \mathrm{D}(w))w, f + \langle x, w\rangle \vDash_{v[e,x]} \phi$. Аналогично для $(\forall x)$.

(6) $w, f \vDash_v (a/x)\phi$ тттк $w, f + \langle x, w\rangle \vDash_{v[v\mathrm{I}(a)(w)/x]} \phi$.

(7) $w, f \vDash_v \Diamond\phi$ тттк $(\exists w')w\mathrm{R}w'$ и $w', f \vDash_v \phi$. Аналогично для $\Box$.

Пример применения данной семантики. Предложение «Джон мог бы быть богаче» формализуется как $(j/x)\Diamond(x/y)P(y,x)$. Согласно приведенной дефиниции истины, данная формула истинна в w тогда и только тогда, когда существует мир w', достижимый из w, такой, что Джон в w' богаче, чем Джон в w, что соответствует интуитивному пониманию данного предложения.

Табличное доказательство в CPL. Ниже используется нотация Фиттинга и Мендельсона [3]. В табличных доказательствах используется вспомогательный язык $\boldsymbol{L}'$, отличающийся от $\boldsymbol{L}$ в двух пунктах: 1) в $\boldsymbol{L}'$ формулы имеют префиксы, семантически соответствующие возможным мирам; 2) в $\boldsymbol{L}'$ используются параметры двух видов: определенные (образованные от индивидных констант) и неопределенные (образованные от переменных). *Определенные параметры* записываются как индивидные константы, к которым в качестве субскрипта добавляются префиксы формул: a_1, $a_{1.1}$, $b_{1.2.7}$ и т. п. По своему семантическому смыслу a_σ — это переменная с фиксированным значением: ее значением является денотат a в мире σ. *Неопределенные параметры* обозначаются буквами $p, q, r, \ldots$, к которым в качестве субскрипта добавляются префиксы формул: $p_1, p_{1.1}, q_{1.2.7}$ и т. п. Семантический смысл p_σ: это переменная, пробегающая по домену мира σ.

В атомарных (и только в атомарных) формулах параметры обоих видов имеют *второй субскрипт*, отделенный от первого косой чертой: $a_{1/1}, a_{1/1.2}, p_{1.3/1.2.5}$ и т. п. В качестве второго субскрипта тоже используются префиксы формул. Семантический смысл вторых субскриптов состоит в том, что они задают кортеж возможных миров, на которых оценивается атомарная формула: вторые субскрипты соответствуют VT-функциям. Например, формула $\mathrm{R}(p_{1/1.2}, b_{1.1/1.7.3})$ репрезентирует тот факт, что пара объектов $\langle$значение p_1, денотат b в мире $1.1\rangle$ принадлежат экстенсионалу предиката R для пары миров $\langle 1.2, 1.7.3\rangle$.

При построении табличного доказательства одной из стандартных операций является замена переменных параметрами в формуле. В CPL такого рода замена всегда осуществляется относительно некоторого префикса. Пусть t_σ — параметр любого вида, — переменная, $\Phi(x)$ — формула. Результат замены свободных вхождений вхождениями t_σ относительно префикса τ обозначим как $\Phi(t_{\sigma/\tau})$. $\Phi(t_{\sigma/\tau})$ получается из $\Phi(x)$ в результате: 1) замены всех свободных вхождений x в атомарных подформулах $\Phi(x)$ вхождениями $t_{\sigma/\tau}$; 2) замены всех свободных вхождений x в операторах формы (x/z) вхождениями t_σ. Например, пусть $\Phi(x) = (x/y)\mathrm{R}(x,y)$; тогда $\Phi(t_{\sigma/\tau}) = (t_\sigma/y)\mathrm{R}(t_{\sigma/\tau}, y)$.

Правила табличного вывода в CPL включают в себя стандартные правила пропозициональной логики K для логических союзов и модальных операторов [3, с. 48–49] и специфические правила CPL. Последние представлены в таблице:

I. Правила для экзистенциальной квантификации

$$\frac{\sigma\ \exists x\Phi(x)}{\sigma\ \Phi(p_{\sigma/\sigma})} \qquad\qquad \frac{\sigma\ \sim\forall x\Phi(x)}{\sigma\ \sim\Phi(p_{\sigma/\sigma})}$$

p_σ — новый для данной ветки неопределенный параметр.

II. Правила для универсальной квантификации

$$\frac{\sigma\ \forall x\Phi(x)}{\sigma\Phi(p_{\sigma/\sigma}} \qquad \frac{\sigma \sim\exists x\Phi(x)}{\sigma \sim\Phi(p_{\sigma/\sigma})}$$

p_σ — любой неопределенный параметр.

III. Правила для λ-операторов с индивидными константами

$$\frac{\sigma\ (a/x)\Phi(x)}{\sigma\ \Phi(a_{\sigma/\sigma}} \qquad \frac{\sigma\ (a/x)\Phi(x)}{\sigma\ \Phi(a_{\sigma/\sigma})}$$

a — индивидная константа; a_σ — определенный параметр.

IV. Правила для λ-операторов с параметрами

$$\frac{\sigma\ (t_\tau/x)\Phi(x)}{\sigma\ \Phi(t_{\tau/\sigma})} \qquad \frac{\sigma \sim(t_\tau/x)\Phi(x)}{\sigma \sim\Phi(t_{\tau/\sigma}}$$

t_τ — параметр любого вида.

V. Правило рефлексивности

Если префиксы $\sigma, \alpha, \beta, \gamma$ и параметр t_α уже присутствуют на ветке, то к ветке можно добавить: $\sigma\ t_{\alpha/\beta} = t_{\alpha/\gamma}$.

VI. Правило замены равных параметров

$$\frac{\begin{array}{c}\sigma\ t_{\alpha/\beta}\\ \tau\ \Phi(t_{\alpha/\ldots}\end{array}}{\tau\ \Phi(u_{\gamma/=})}$$

t_α, u_γ — параметры. «$/\ldots$» означает, что t_α может иметь в $\Phi(t_{\alpha/\ldots})$ вхождения без второго субскрипта и вхождения с любым вторым субскриптом. «$/\ =$» означает: 1) если t_α в некотором вхождении в $\Phi(t_{\alpha/\ldots})$ не имеет второго субсткипта, то и u_γ в соответствующем вхождении в $\Phi(u_{\gamma/=})$ не имеет второго субскрипта; 2) если t_α в некотором вхождении в $\Phi(t_{\alpha/\ldots})$ имеет второй субскрипт, то u_γ в соответствующем вхождении в $\Phi(u_{\gamma/=})$ имеет тот же второй субскрипт.

Представленные правила задают метод доказательства, корректный и полный относительно описанного выше класса моделей для замкнутых формул. (Доказательство данного тезиса выходит за рамки доклада.) Пример доказательства. Теорема: $\forall x\Diamond(x/y)\mathrm{R}(x,y) \supset ((a/y)\exists x(x = y) \supset (a/z)\Diamond(z/w)\mathrm{R}(z,w))$. Доказательство:

1	$\sim[\forall x\Diamond(x/y)\mathrm{R}(x,y) \supset ((a/y)\exists x(x = y) \supset (a/z)\Diamond(z/w)\mathrm{R}(z,w))]$	1
1	$\forall x\Diamond(x/y)\mathrm{R}(x,y)$	2(1)
1	$\sim[(a/y)\exists x(x = y) \supset (a/z)\Diamond(z/w)\mathrm{R}(z,w)]$	3(1)
1	$(a/y)\exists x(x = y)$	4(3)
1	$\sim(a/z)\Diamond(z/w)\mathrm{R}(z,w)$	5(3)
1	$\exists x(x = a_{1/1})$	6(4)
1	$p_{1/1} = a_{1/1}$	7(6)
1	$\sim\Diamond(a_1/w)\mathrm{R}(a_{1/1},w)$	8(5)
1	$\sim\Diamond(p_1/w)\mathrm{R}(p_{1/1},w)$	9(7, 8)
1	$\Diamond(p_1/y)\mathrm{R}(p_{1/1},y)$	10(2)
1.1	$(p_1/y)\mathrm{R}(p_{1/1},y)$	11(10)

$1.1\ \sim(p_1/w)\mathrm{R}(p_{1/1}, w)$ 12(9)

$1.1\ \mathrm{R}(p_{1/1}, p_{1/1.1})$ 13(11)

$1.1\ \sim\mathrm{R}(p_{1/1}, p_{1/1.1})$ 14(12)

Противоречие: 13, 14.

Литература

1. *Butterfield J., Stirling C.* Predicate Modifiers in Tense Logic // Logique et Analyse. 1987. Vol. 30, no. 117/118. P. 31–50.
2. *Wehmeier K.* Subjunctivity and Cross-World Predication // Philosophical Studies: An International Journal for Philosophy in the Analytic Tradition. 2012. Vol. 159. P. 107–122.
3. *Fitting M., Mendelsohn R. L.* First-Order Modal Logic. Dordrecht: Springer, 1998. 287 p.

ЛОЖНОЕ ЗНАНИЕ И ФЕЙКОВАЯ АГЕНТНОСТЬ*

В. Л. Васюков
доктор философских наук, зав. кафедрой, Институт философии РАН (Москва)
E-mail: vasyukov4@gmail.com

Интуиционистское отрицание не является отрицанием в подлинном смысле этого слова (оно даже не является примитивной связкой), ввиду чего интуиционистское понимание ложности выражается с помощью так называемой анти-интуиционистской, или дуальной, интуиционистской (брауэровой) логики, язык которой содержит дуальные связки: ко-импликацию $\leftarrow$ вместо импликации $\rightarrow$ и ко-отрицание $\sim$ вместо отрицания $\neg$. Анти-интуиционистская логика может рассматриваться как логика ложности (фальсифицируемости) или опровергаемости, в отличие от интуиционистской логики как логики истинности (верифицируемости). Расширяя эту логику до эпистемической логики (ложного) знания и вводя понятие фейковой агентности, когда знание агента представляет собой ложное знание, можно затем построить систему логики знания, которая конструктивно описывает ситуацию как с ложным знанием и фиктивной информируемостью агентов, так и с истинным знанием и правильной информируемостью. Фейковость агентности означает не то, что мы имеем дело с ложными (фиктивными) агентами, но что агенты используют ложное знание, как это имеет место в реальных ситуациях.

Ключевые слова: дуальность, анти-интуиционистская логика, ложное знание, фальсифицируемость, фейковая агентность, би-интуиционистская логика.

FALSE KNOWLEDGE AND FAKE AGENCY

V.L. Vasyukov
Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences (Moscow)
E-mail: vasyukov4@gmail.com

Intuitionistic negation cannot be considered as the negation in the true sense of the word (it is not even the primitive connective) and thus an intuitionistic comprehension of falsity displays itself in introducing so-called anti-intuitionistic or dual intuitionistic (Brouwerian) logic. Its language includes dual connectives: a co-implication $\leftarrow$ instead of the implication $\rightarrow$ and a co-negation $\sim$ instead of the negation $\neg$. Anti-intuitionistic logic should count as a logic of falsity (falsification) or refutability unlike the intuitionistic logic as the logic of truth (verifiability). Extending this logic to the epistemic logic of (false) knowledge and introducing the concept of fake agency in case where an agent's knowledge is false knowledge we then should yield the system of logic of knowledge which constructively describes the situation with the false knowledge and fictitious informativity as well as with the true knowledge and righteous

*Исследование поддержано грантом РФФИ 19-011-00799.