

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ
Международной научной конференции
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ,
ТЕХНИЧЕСКИХ
И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 28–30 мая 2020 г.

Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина

Томск
Издательство Томского государственного университета
2020

ББК 22.17–22.19
УДК 519.2, 519.7, 519.8
T78

**ЧЛЕНЫ КОЛЛЕГИИ, РУКОВОДИТЕЛИ НАУЧНЫХ РЕДАКЦИЙ
ПО НАПРАВЛЕНИЯМ:**

д-р техн. наук, проф. **А.А. Глазунов** – научная редакция «Механика, математика»; д-р техн. наук, проф. **Э.Р. Шрагер** – научная редакция «Механика, математика»; д-р техн. наук, проф. **А.М. Горцев** – научная редакция «Информатика и кибернетика»; д-р техн. наук, проф. **С.П. Сущенко** – научная редакция «Информатика и кибернетика»; д-р физ.-мат. наук, проф. **В.Г. Багров** – научная редакция «Физика»; д-р физ.-мат. наук, проф. **А.И. Потекаев** – научная редакция «Физика»; д-р биол. наук, проф. **С.П. Кулижский** – научная редакция «Биология»; д-р геол.-минер. наук, проф. **В.П. Парначев** – научная редакция «Науки о Земле, химия»; канд. хим. наук, доц. **Ю.Г. Слижов** – научная редакция «Науки о Земле, химия»; д-р филол. наук, проф. **Т.А. Демешкина** – научная редакция «История, филология»; д-р ист. наук, проф. **В.П. Зиновьев** – научная редакция «История, филология»; д-р экон. наук, проф. **В.И. Канов** – научная редакция «Юридические и экономические науки»; д-р юрид. наук, проф. **В.А. Уткин** – научная редакция «Юридические и экономические науки»; д-р ист. наук, проф. **Э.И. Черняк** – научная редакция «Философия, социология, психология, педагогика, искусствознание»; д-р психол. наук, проф. **Э.В. Галажинский** – научная редакция «Философия, социология, психология, педагогика, искусствознание»

НАУЧНАЯ РЕДАКЦИЯ ТОМА:

д-р техн. наук, проф. **А.М. Горцев**, д-р техн. наук, проф. **С.П. Сущенко**, д-р физ.-мат. наук, доц. **Ю.Г. Дмитриев**, д-р физ.-мат. наук, доц. **С.П. Моисеева**, д-р физ.-мат. наук, проф. **В.В. Конев**, д-р техн. наук, проф. **А.Ю. Матросова**, д-р техн. наук, проф. **А.А. Назаров**, д-р техн. наук, проф. **К.И. Лившиц**, канд. техн. наук **С.А. Останин**, канд. физ.-мат. наук **А.С. Морозова**, канд. техн. наук **А.С. Шкуркин**, канд. техн. наук **И.С. Шмырин**.

T78 Труды Томского государственного университета. – Т. 305. Серия физико-математическая: Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем : материалы Международной научной конференции. Томск, 28–30 мая 2020 г. / под общ. ред. И.С. Шмырина. – Томск : Издательство Томского государственного университета, 2020. – 322 с.

ISBN 978-5-94621-970-9

Сборник содержит материалы Международной научной конференции «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем», проводившейся 28–30 мая 2020 г. на базе Института прикладной математики и компьютерных наук Томского государственного университета. Материалы сгруппированы в соответствии с работавшими на конференции секциями.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов.

УДК 539.3.004
ББК 22,25.22.251.22.62

ISBN 978-5-94621-970-9

© Томский государственный университет, 2020

6. Численные результаты

Рассмотрим систему с параметрами $\mu_1 = 7$, $\mu_2 = 1$, $\gamma_1 = 0.03$, $\gamma_2 = 0.03$, $\lambda = 3$, $\sigma = 1$. В табл. 1 приведены результаты вычисления математического ожидания числа заявок на орбите для различных значений σ . Для каждого значения σ показаны точное значение $M\{i(t)\}$, асимптотическое значение математического ожидания G_1/σ и относительная погрешность $\Delta = \frac{|M\{i(t)\} - \frac{G_1}{\sigma}|}{M\{i(t)\}}$.

$$\Delta = \frac{|M\{i(t)\} - \frac{G_1}{\sigma}|}{M\{i(t)\}}$$

Таблица 1

Сравнение асимптотических и аналитических значений математического ожидания

σ	1	0,1	0,01	0,001
$M\{i(t)\}$	3,074	26,075	256,086	2556,197
G_1/σ	2,556	25,557	255,568	2555,678
Δ	0,169	0,020	0,002	0,0002

Отсюда видно, что асимптотический метод можно применять для нахождения среднего числа заявок на орбите при большом времени ожидания на орбите, т.е. при $\sigma < 0,01$.

Заключение

В работе исследована M/M/1 RQ-система с ненадежным прибором. Система уравнений Колмогорова решена методом производящей функции. Получено стационарное распределение вероятностей числа заявок на орбите.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Artalejo J.R.* Accessible Bibliography on Retrial Queues // Progress in 2000–2009 Mathematical and Computer Modeling. – 2010. – Vol. 51. – P. 1071 – 1081.
2. *Дудин А.Н., Дудин С.А.* Краткий обзор работ в области исследования систем массового обслуживания с ненадежными обслуживающими приборами // В сборнике: Международный конгресс по информатике: информационные системы и технологии, материалы международного научного конгресса. С. В. Абламейко (гл. редактор). 2016. С. 612-616.
3. *Bin Sun, Moon Ho Lee, Sergey A. Dudin, Alexander N. Dudin* Analysis of multiserver queueing system with opportunistic occupation and reservation of servers // Mathematical Problems in Engineering. 2014. ID 178108. P. 1–13.

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ RQ-СИСТЕМЫ С ВЫЗЫВАЕМЫМИ ЗАЯВКАМИ И НЕНАДЕЖНЫМ ПРИБОРОМ

Шульгина К.С., Пауль С.В.

Томский государственный университет
shulgina19991999@mail.ru, paulsv82@mail.ru

Введение

RQ-системы – это системы массового обслуживания с повторными вызовами [1,2]. Они характеризуются тем, что поступившая в систему заявка в случае занятости сервера обслуживанием другой заявки, отправляется на орбиту и после случайной задержки пытается вновь встать на прибор. Примером таких систем являются системы обслуживания, как call-центры, моделированию которых посвящены следующие работы [3,4,5].

Мы рассматриваем в качестве математических моделей call-центров, где операторы не только получают вызовы, но и выполняют исходящие вызовы во время простоя прибора – RQ-системы с вызываемыми заявками [6,7,8].

Наряду с этим, рассматриваются RQ-системы с ненадежным прибором, т.е. обслуживающее устройство может выходить из строя и восстанавливаться в течение случай-

ного времени [9,10]. Анализу RQ-систем с ненадежным прибором посвящены статьи [11,12,13].

В данной работе основным методом исследования является метод асимптотического анализа [14,15], который позволяет получить характеристики предложенной системы при выполнении некоторого асимптотического условия.

1. Постановка задачи

Рассмотрим RQ-систему, на вход которой поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Поступая в систему, заявка входящего потока обнаруживает прибор свободным, занимает его, а прибор начинает обслуживание в течение экспоненциально-распределенного времени с параметром μ_1 . Если же заявка, поступая в систему, обнаруживает прибор занятым, она мгновенно уходит на орбиту и осуществляет там случайную задержку в течение экспоненциально-распределенного времени с параметром σ .

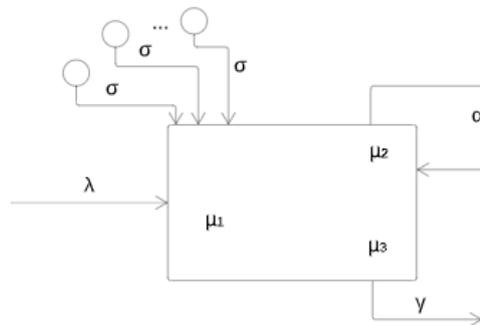


Рис. 1. RQ-система M|M|1 с вызываемыми заявками и ненадежным прибором

Когда прибор не занят обслуживанием (свободен), он вызывает заявку извне с интенсивностью α . Вызываемая заявка встает на прибор и обслуживается в течение экспоненциально-распределенного времени с параметром μ_2 .

Будем рассматривать систему с ненадежным прибором, в которой прибор может выходить из строя, когда он свободен или занят обслуживанием заявки входящего потока. Прибор будет находится в состоянии восстановления в течение случайного времени с экспоненциальной функцией распределения с интенсивностью γ выхода из строя прибора, если он находится в k -м состоянии, $k = 0, 1$. Это означает, что если прибор свободен или занят обслуживанием заявки входящего потока, он выходит из строя с интенсивностью γ . В момент поломки (выхода из строя) прибора обслуживаемая заявка переходит на орбиту.

Когда прибор обслуживает вызываемую заявку или прибор находится в состоянии восстановления, заявки входящего потока уходят на орбиту.

Обозначим процесс $k(t)$ – состояние прибора в момент времени t . Этот процесс может принимать следующие значения:

$$k(t) = \begin{cases} 0, & \text{прибор свободен;} \\ 1, & \text{прибор занят обслуживанием заявки входящего потока;} \\ 2, & \text{прибор занят обслуживанием вызываемой заявки;} \\ 3, & \text{прибор находится в состоянии восстановления;} \end{cases}$$

μ_3 – интенсивность восстановления, $i(t)$ – число заявок на орбите в момент времени t .

2. Система дифференциальных уравнений Колмогорова

Ставится задача нахождения стационарного распределения числа заявок на орбите. Рассмотрим двумерный марковский процесс $\{k(t), i(t)\}$. Для распределения вероятностей $P\{k(t) = k, i(t) = i\} = P_k(i, t)$, $k = \overline{0, 3}$ составим систему уравнений Колмогорова:

$$\begin{aligned} -(\lambda + \alpha + i\sigma + \gamma)P_0(i) + \mu_1 P_1(i) + \mu_2 P_2(i) + \mu_3 P_3(i) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_1 + \gamma)P_1(i) + \lambda P_0(i) + \sigma(i+1)P_0(i+1) + \lambda P_1(i-1) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_2)P_2(i) + \lambda P_2(i-1) + \alpha P_0(i) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_3)P_3(i) + \lambda P_3(i-1) + \gamma P_0(i) + \gamma P_1(i-1) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

3. Метод характеристических функций.

Введем частичные характеристические функции, обозначив $j = \sqrt{-1}$: $H_k(u) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{ju} P_k(i)$, $k = \overline{0, 3}$. Перепишем систему (1) для характеристических функций в виде

$$\begin{aligned} -(\lambda + \alpha + \gamma)H_0(u) + j\sigma H_0'(u) + \mu_1 H_1(u) + \mu_2 H_2(u) + \mu_3 H_3(u) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_1 + \gamma)H_1(u) + \lambda H_0(u) - j\sigma e^{-ju} H_0'(u) + \lambda e^{ju} H_1(u) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_2)H_2(u) + \lambda e^{ju} H_2(u) + \alpha H_0(u) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_3)H_3(u) + \lambda e^{ju} H_3(u) + \gamma H_0(u) + \gamma e^{ju} H_1(u) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Просуммируем уравнения системы (2):

$$j\sigma e^{-ju} H_0'(u) + \lambda(H_1(u) + H_2(u) + H_3(u)) + \gamma H_1(u) = 0.$$

Таким образом, получаем систему из пяти уравнений

$$\begin{aligned} -(\lambda + \alpha + \gamma)H_0(u) + j\sigma H_0'(u) + \mu_1 H_1(u) + \mu_2 H_2(u) + \mu_3 H_3(u) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_1 + \gamma)H_1(u) + \lambda H_0(u) - j\sigma e^{-ju} H_0'(u) + \lambda e^{ju} H_1(u) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_2)H_2(u) + \lambda e^{ju} H_2(u) + \alpha H_0(u) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_3)H_3(u) + \lambda e^{ju} H_3(u) + \gamma H_0(u) + \gamma e^{ju} H_1(u) &= 0, \\ j\sigma e^{-ju} H_0'(u) + \lambda(H_1(u) + H_2(u) + H_3(u)) + \gamma H_1(u) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Систему (3) будем решать методом асимптотического анализа в предельном условии $\sigma \rightarrow 0$.

4. Асимптотика первого порядка

Обозначим $\sigma = \varepsilon$, сделаем замены: $u = \varepsilon w$, $H_k(u) = F_k(w, \varepsilon)$. Устремим $\varepsilon \rightarrow 0$, получим:

$$\begin{aligned} -(\lambda + \alpha + \gamma)F_0(w) + jF_0'(w) + \mu_1 F_1(w) + \mu_2 F_2(w) + \mu_3 F_3(w) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_1 + \gamma)F_1(w) + \lambda F_0(w) - jF_0'(w) + \lambda F_1(w) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_2)F_2(w) + \lambda F_2(w) + \alpha F_0(w) &= 0, \\ -(\lambda + \mu_3)F_3(w) + \lambda F_3(w) + \gamma F_0(w) + \gamma F_1(w) &= 0, \\ jF_0'(w, \varepsilon) + \lambda(F_1(w) + F_2(w) + F_3(w)) + \gamma F_1(w) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Решение системы (4) будем искать в виде $F_k(w) = r_k \Phi(w)$, $k = \overline{0, 3}$. Получим

$$\begin{aligned}
-(\lambda + \alpha + \gamma)r_0 + jr_0 \frac{\Phi'(w)}{\Phi(w)} + \mu_1 r_1 + \mu_2 r_2 + \mu_3 r_3 &= 0, & -(\mu_1 + \gamma)r_1 + \lambda r_0 - jr_0 \frac{\Phi'(w)}{\Phi(w)} &= 0, \\
-\mu_2 r_2 + \alpha r_0 &= 0, & -\mu_3 r_3 + \gamma r_0 + \gamma r_1 &= 0, & jr_0 \frac{\Phi'(w)}{\Phi(w)} + \lambda(r_1 + r_2 + r_3) + \gamma r_1 &= 0.
\end{aligned}$$

Т.к. отношение $j \frac{\Phi'(w)}{\Phi(w)}$ не зависит от w , то функция $\Phi(w)$ имеет вид

$$\Phi(w) = \exp\{jw\kappa_1\}. \text{ Здесь } j \frac{\Phi'(w)}{\Phi(w)} = -\kappa_1.$$

Добавим к системе уравнение $r_0 + r_1 + r_2 + r_3 = 1$, получим

$$\begin{aligned}
-(\lambda + \alpha + \gamma + \kappa_1)r_0 + \mu_1 r_1 + \mu_2 r_2 + \mu_3 r_3 &= 0, \\
-(\mu_1 + \gamma)r_1 + (\lambda + \kappa_1)r_0 &= 0, \\
-\mu_2 r_2 + \alpha r_0 &= 0, \\
-\mu_3 r_3 + \gamma r_0 + \gamma r_1 &= 0, \\
-\kappa_1 r_0 + \lambda(r_1 + r_2 + r_3) + \gamma r_1 &= 0, \\
r_0 + r_1 + r_2 + r_3 &= 1.
\end{aligned} \tag{5}$$

Имеем

$$\begin{aligned}
r_0 &= \frac{\mu_1 \mu_3 - \lambda \mu_3 - \lambda \gamma}{\mu_1} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_2 \mu_3 + \gamma \mu_2 + \alpha \mu_3}, & r_1 &= \frac{\lambda}{\mu_1}, \\
r_2 &= \frac{\mu_1 \mu_3 - \lambda \mu_3 - \lambda \gamma}{\mu_1} \cdot \frac{\alpha}{\mu_2 \mu_3 + \gamma \mu_2 + \alpha \mu_3}, & r_3 &= \frac{\gamma}{\mu_3} \left(r_0 + \frac{\lambda}{\mu_1} \right).
\end{aligned}$$

Тогда из уравнения $\kappa_1 r_0 = \lambda(1 - r_0) + \gamma r_1$ получим выражение для величины κ_1

$$\kappa_1 = \frac{\lambda}{\mu_2} \cdot \frac{\mu_2(\lambda + \gamma)(\mu_3 + \gamma) + \alpha \mu_3(\mu_1 + \gamma) + \mu_1 \mu_2 \gamma}{\mu_1 \mu_3 - \lambda \mu_3 - \lambda \gamma}.$$

Величина κ_1 определяет асимптотическое среднее значение κ_1/σ числа заявок на орбите в системе с ненадежным прибором и вызываемыми заявками. Для нахождения распределения вероятностей числа $i(t)$ заявок на орбите рассмотрим асимптотику второго порядка.

5. Асимптотика второго порядка

В системе уравнений (3) сделаем замены $H_k(u) = \exp\left(ju \frac{\kappa_1}{\sigma}\right) H_k^{(2)}(u)$, $k = \overline{0,3}$, и в полученной системе сделаем замены $\sigma = \varepsilon^2$, $u = \varepsilon w$, $H_k^{(2)}(u) = F_k^{(2)}(w, \varepsilon)$, $k = \overline{0,3}$, тогда получим систему

$$\begin{aligned}
-(\lambda + \alpha + \gamma + \kappa_1)F_0^{(2)}(w, \varepsilon) + j\varepsilon F_0^{(2)'}(w, \varepsilon) + \mu_1 F_1^{(2)}(w, \varepsilon) + \mu_2 F_2^{(2)}(w, \varepsilon) + \mu_3 F_3^{(2)}(w, \varepsilon) &= 0, \\
-\left(\lambda(1 - e^{j\varepsilon w}) + \mu_1 + \gamma\right)F_1^{(2)}(w, \varepsilon) + \lambda F_0^{(2)}(w, \varepsilon) + \kappa_1 e^{-j\varepsilon w} F_0^{(2)}(w, \varepsilon) - j\varepsilon e^{-j\varepsilon w} F_0^{(2)'}(w, \varepsilon) &= 0, \\
-\left(\lambda(1 - e^{j\varepsilon w}) + \mu_2\right)F_2^{(2)}(w, \varepsilon) + \alpha F_0^{(2)}(w, \varepsilon) &= 0, \\
-\left(\lambda(1 - e^{j\varepsilon w}) + \mu_3\right)F_3^{(2)}(w, \varepsilon) + \gamma F_0^{(2)}(w, \varepsilon) + \gamma e^{j\varepsilon w} F_1^{(2)}(w, \varepsilon) &= 0, \\
-\kappa_1 e^{-j\varepsilon w} F_0^{(2)}(w, \varepsilon) + j\varepsilon e^{-j\varepsilon w} F_0^{(2)'}(w, \varepsilon) + & \\
+\lambda\left(F_1^{(2)}(w, \varepsilon) + F_2^{(2)}(w, \varepsilon) + F_3^{(2)}(w, \varepsilon)\right) + \gamma F_1^{(2)}(w, \varepsilon) &= 0.
\end{aligned}$$

В последнюю систему подставим разложение $F_k^{(2)}(w, \varepsilon) = \Phi_2(w) \{r_k + j\varepsilon w f_k\} + O(\varepsilon^2)$. Заметим, что скалярная функция $\Phi_2(w)$ определяется в виде $\Phi_2(w) = \exp\left\{\frac{(jw)^2}{2} \kappa_2\right\}$, $\frac{\Phi_2'(w)}{w\Phi_2(w)} = -\kappa_2$. Тогда

$$\begin{aligned} -f_0(\lambda + \alpha + \gamma + \kappa_1) + \mu_1 f_1 + \mu_2 f_2 + \mu_3 f_3 &= \kappa_2 r_0, \\ (\lambda + \kappa_1) f_0 - f_1(\mu_1 + \gamma) &= \kappa_1 r_0 - \lambda r_1 - \kappa_2 r_0, \\ \alpha f_0 - \mu_2 f_2 &= -\lambda r_2, \\ \gamma f_0 + \gamma f_1 - \mu_3 f_3 &= -\lambda r_3 - \gamma r_1, \\ -\kappa_1 f_0 + \lambda(f_1 + f_2 + f_3) + \gamma f_1 &= \kappa_2 r_0 - \kappa_1 r_0. \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотрим отдельно уравнения системы (6)

$$\begin{aligned} -f_0(\lambda + \alpha + \gamma + \kappa_1) + \mu_1 f_1 + \mu_2 f_2 + \mu_3 f_3 &= \kappa_2 r_0, \\ (\lambda + \kappa_1) f_0 - f_1(\mu_1 + \gamma) &= \kappa_1 r_0 - \lambda r_1 - \kappa_2 r_0, \\ \alpha f_0 - \mu_2 f_2 &= -\lambda r_2, \\ \gamma f_0 + \gamma f_1 - \mu_3 f_3 &= -\lambda r_3 - \gamma r_1. \end{aligned} \quad (7)$$

Система (7) – неоднородная система линейных алгебраических уравнений для f_k , $k = \overline{0, 3}$. Определитель матрицы коэффициентов системы равен 0 (сумма строк матрицы равна нулю), при этом ранг расширенной матрицы равен рангу матрицы коэффициентов, т.е. система совместна и имеет множество решений.

Рассмотрим однородную систему уравнений (5) и неоднородную систему (7). Сравнивая эти системы, можно увидеть, что система (5) является однородной системой для неоднородной системы (7). Тогда решение системы (7) можно записать в виде $f_k(\kappa_2) = Cr_k + g_k(\kappa_2)$, $k = \overline{0, 3}$. Здесь C – константа, вероятности r_k определены выше, а величины $g_k(\kappa_2)$ являются частными решениями неоднородной системы (7), удовлетворяющими условию $\sum_{k=0}^3 g_k(\kappa_2) = 0$, т.е.

$$\begin{aligned} -g_0(\kappa_2)(\lambda + \alpha + \gamma + \kappa_1) + \mu_1 g_1(\kappa_2) + \mu_2 g_2(\kappa_2) + \mu_3 g_3(\kappa_2) &= \kappa_2 r_0, \\ (\lambda + \kappa_1) g_0(\kappa_2) - g_1(\kappa_2)(\mu_1 + \gamma) &= \kappa_1 r_0 - \lambda r_1 - \kappa_2 r_0, \\ -\mu_2 g_2(\kappa_2) + \alpha g_0(\kappa_2) &= -\lambda r_2, \quad -\mu_3 g_3(\kappa_2) + \gamma g_0(\kappa_2) + \gamma g_1(\kappa_2) = -\lambda r_3 - \gamma r_1, \\ \sum_{k=0}^3 g_k(\kappa_2) &= 0. \end{aligned}$$

Решив последнюю систему, полученные величины $g_k(\kappa_2)$ подставим в выражения для $f_k(\kappa_2)$, а затем в уравнение для нахождения величины κ_2 :

$$-\kappa_1 f_0 + \lambda(f_1 + f_2 + f_3) + \gamma f_1 = \kappa_2 r_0 - \kappa_1 r_0.$$

Таким образом, найденная асимптотика второго порядка показывает, что асимптотическое распределение вероятностей числа $i(t)$ заявок на орбите в рассматриваемой системе с ненадежным прибором является гауссовским с асимптотическим средним κ_1/σ и дисперсией κ_2/σ .

Заключение

В предложенной работе была рассмотрена RQ-система M|M|1 с вызываемыми заявками и ненадежным прибором. Для исследования предложенной модели была по-

строена система дифференциальных уравнений Колмогорова, решая которую в асимптотическом условии большой задержки заявок на орбите, были найдены среднее и дисперсия числа заявок на орбите. Определив гауссовскую плотность распределения вероятностей с такими параметрами, мы получим распределение вероятностей числа заявок на орбите в RQ-системе с вызываемыми заявками и ненадежным прибором в асимптотическом условии большой задержки заявок на орбите.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Artalejo J.R.* Retrial queueing systems / J. R. Artalejo, A. Gómez-Corral // *Mathematical and Computer Modelling*. — 1999. — Vol. 30.
2. *Falin G.* Retrial queues / G. Falin, J. G. C. Templeton. — Chapman and Hall, 1997. — Vol. 75.
3. *Koole Ger* Queueing models of call centers: An introduction / Koole Ger, Mandelbaum Avishai // *Annals of Operations Research*. — 2002. — Vol. 113, no. 1-4. — P. 41–59.
4. *Deslauriers A.* Markov chain models of a telephone call center with call blending / A. Deslauriers, P. L'Ecuyer, J. Pichitlamken // *Computers and operations research*. — 2007. — Vol. 34, no. 6. — P. 1616–1645.
5. *Stolletz R.* Performance analysis and optimization of inbound call centers / R. Stolletz // *Springer Science and Business Media*. — 2003.
6. *Artalejo J.R.* Markovian retrial queues with two way communication / J. R. Artalejo, T. Phung-Duc // *Journal of industrial and management optimization*. — 2012. — Vol. 8, no. 4. — P. 781–806.
7. *Artalejo J.R.* Single server retrial queues with two way communication / J. R. Artalejo, T. Phung-Duc // *Applied Mathematical Modelling*. — 2013. — Vol. 37, no. 4. — P. 1811–1822.
8. *Phung-Duc T.* Two-way communication retrial queues with balanced call blending / T. Phung-Duc, W. Rogiest // *International Conference on Analytical and Stochastic Modeling Techniques and Applications*. — 2012. — P. 16–31.
9. *Nazarov A.* Queueing Theory and Applications / A. Nazarov, J. Sztrik, A. Kvach. — 2017. — Vol. 800. — P. 97–110.
10. *Berczes T.* Information Technologies and Mathematical Modelling / T. Berczes, J. Sztrik, A. Toth, A. Nazarov // *Queueing Theory and Applications*. — 2017. — Vol. 800. — P. 248–258.
11. *Paul S.* Retrial Queueing Model with Two-Way Communication, Unreliable Server and Resume of Interrupted Call for Cognitive Radio Networks / S. Paul, T. Phung-Duc // *Information Technologies and Mathematical Modelling. Queueing Theory and Applications*. — Springer, 2018. — P. 213–224.
12. *Nazarov A.* Unreliable Single-Server Queue with TwoWay Communication and Retrials of Blocked and Interrupted Calls for Cognitive Radio Networks / A. Nazarov, T. Phung-Duc, S. Paul // *International Conference on Distributed Computer and Communication Networks* — Springer, 2018. — P. 276–287.
13. *Muthukrishna S.K.* Performance analysis of an unreliable M/G/1 retrial queue with two-way communication / S. K. Muthukrishnan, D. Aresh, K. Kiseon // *Operational Research*. — 2018. — P. 1–14.
14. *Nazarov A.* Asymptotic analysis of Markovian retrial queue with two-way communication under low rate of retrials condition / A. Nazarov, S. Paul, I. Gudkova — 2017.
15. *Nazarov A.* Heavy Outgoing Call Asymptotics for MMPP/M/1/1 Retrial Queue with Two-Way Communication / A. Nazarov, T. Phung-Duc, S. Paul // *International Conference on Information Technologies and Mathematical Modelling*. — Springer, 2017. — P. 28–41.

СОДЕРЖАНИЕ

I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА, ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА И ВИЗУАЛИЗАЦИИ БОЛЬШИХ ДАННЫХ, МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ И СИСТЕМ СЕМАНТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ	3
Головчинер М.Н., Рогожин А.С. Построение параметризованного человеческого манекена на основе швейных мерок	3
Гольшев В.К., Семенова Д.В. Методы и алгоритмы решения задачи поиска формальных понятий для бинарных и нечётких контекстов	11
Гузев И.В., Кабанова Т.В. GMDH сети с обратной связью	18
Дарибаева Н.Т. Прогнозирование объемов потребительского кредитования в коммерческом банке	26
Дубровин М.Г. Алгоритм отбора информативных параметров производительности для проактивного мониторинга сервера базы данных	29
Евсюткин И.В., Марков Н.Г. Прогноз значений дебитов скважин с использованием искусственных нейронных сетей	34
Ибрагимова Э.И., Семенова Д.В. Задачи исследования знаковых графов	40
Игольников Н.А., Марков Н.Г. Сверточные нейронные сети для семантической сегментации изображений в реальном времени	46
Кочетков Д.М., Бирюков А.А., Ермолаева А.М. Сравнительный анализ различных показателей цитирования для оценки и ранжирования конференций	52
Павлюченко М.В., Кабанова Т.В. Анализ ошибок бинарного классификатора текстов с применением мета-признаков	57
Седун Д.А., Гончарова Н.А. Формирование цифрового двойника города при участии горожан на примере интеллектуальных систем видеонаблюдения	66
Якимук Н.А., Головчинер М.Н. Распознавание нот в вокальном исполнении с резким изменением частот основного тона	71
II. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИХ ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ	80
Багдалов П.Д., Пахомова Е.Г. Создание обучающей программы для формирования навыка определения характеристик кривых второго порядка и их построения	80
Безходарнов Н.И., Самохина С.И. Двухкомпонентное разложение кардиологической кривой	86
Дмитренко А.Г., Балашова О.М. Алгоритм и программа расчета электромагнитного рассеяния на тонких ортогональных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах	90
Киреев Д.А., Литвинова Н.И., Попов Н.С., Морозова А.С., Шкуркин А.С. UX в новых каналах взаимодействия с приложением: голосовое управление и управление через чат	98
Лихоманов Т.Д., Безходарнов Н.И., Буторина Н.Б. Разработка графического кроссплатформенного приложения «Unigame»	101
Прилепова И.Д., Пахомова Е.Г. Создание обучающей программы по теме «Решение СЛАУ методом Гаусса»	107
Славянова Я.И., Лагерев Д.Г. Проектирование и разработка аналитической подсистемы для программного комплекса поддержки работы преподавателя вуза	112
Стародубцева М.О., Буторина Н.Б. Создание обучающей программы по дискретной математике "Различные представления булевой функции"	117

Сыч М.Б., Пахомова Е.Г. Создание обучающей программы для формирования навыка вычисления обратной матрицы.....	124
Трифонов С.А., Самохина С.И. Численные методы решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений при моделировании кинетики пластической деформации.....	129
Хамуев В.В., Буторина Н.Б. Разработка программного комплекса для одновременной (параллельной) доставки видео-контента в несколько сетей с поддержкой адаптивного битрейта	136
Чалых Е.П., Самохина С.И. Парсер для языка программирования RhineStone	142
Alimbaeva E.A., Balashova O.M., Keba A.V. Research of the Convergence of the Flexible Tolerance Method depending on the Parameters Values	146
III. ТЕСТИРОВАНИЕ И КОНТРОЛЕПРИГОДНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ ВЫСОКОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ И ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ	155
Бизяев Д.К. Обнаружение утечек ресурсов в списочных структурах произвольной вложенности и связности	155
Генрих В.В., Тренькаев В.Н. Обеспечение конфиденциальности «облачных» данных в защищенных СУБД	165
Матросова А.Ю., Чернышов С.В. Алгоритмы построения последовательности, доставляющей тестовые пары для робастно тестируемых PDFs с использованием операций над ROBDD-графами	169
Провкин В.А. Синтез вентильных схем, маскирующих неисправности, с использованием SAT-решателей.....	178
Сампилов А.А., Андреева В.В. Построение минимизированного проверяющего теста для системы безыбыточных ДНФ , ориентированное на сокращение расстояния по Хеммингу между соседними тестовыми наборами	188
Тычинский В.З., Андреева В.В. Получение тестовых пар для робастно тестируемых неисправностей задержек путей с использованием SAT-решателей	194
IV. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	201
Вилкина И.Ю., Дмитриев Ю.Г., Кошкин Г.М. Алгоритмы идентификации и прогнозирования для комбинированных моделей	201
Дмитриев Ю.Г., Ерёмкина Н.Л., Тарасенко В.Ф. Детерминационный анализ опросов по тестам Реддина	206
Змеев Д.О., Дмитриев Ю.Г. Применение статистических оценок в управлении проектами по разработке программного обеспечения.....	211
Иштуганов Р.А. Классификация современных портфельных теорий	216
Кодочигов А.В., Тарасенко В.Ф. Технология прикладного системного анализа решения проблем на предприятии в условиях ограничительных мер для населения	224
Пупков А.В. Численное сравнение процедур оценивания параметра авторегрессии с аддитивным шумом.....	229
Скрипин С.В., Дмитриев Ю.Г. Комбинированная оценка в классификации кардиограмм	233
Тюменцева Л.С., Зенкова Ж.Н. Анализ продаж товара с учетом аномального спроса	242

V. ПРИКЛАДНАЯ ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ, КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.....	249
Бурцева С.А., Хакимов А.А., Григорьева Т.В., Власкина А.В., Кочеткова И.А. Имитационная модель управляемого занятия ресурсов системы облачных вычислений из двух групп виртуальных машин	249
Гуркова В.М., Осипов О.А. Исследование split-merge системы с двумя классами требований и потерями	254
Даммер Д.Д., Федерягина П.В. Исследование дополнительно формируемого потока в системе с экспоненциальным обслуживанием и неограниченным числом приборов методом Марковского суммирования	260
Заварзин А.С., Осипов О.А. Разработка фреймворка дискретно-событийного моделирования.....	265
Ключникова П.Н., Пауль С.В. Исследование циклической системы с повторными вызовами	270
Морозова М.А., Пауль С.В., Назаров А.А. Модели телекоммуникационных систем связи в виде систем с повторными вызовами и вызываемыми заявками	277
Назаров А.А., Рожкова С.В., Титаренко Е.Ю. Исследование RQ-системы с обратной связью и неординарным пуассоновским входящим потоком	284
Рачис В.А. Реализация автоматизированной информационной платформы интернета вещей «Migran IoT».....	288
Удодова А.Э., Бесчастный В.А., Острикова Д.Ю. Модель обслуживания трафика одноадресных соединений в беспроводной сети на базе технологии "Новое Радио"	296
Федорова Е.А., Рожкова С.В., Воронина Н.М. Асимптотический анализ RQ-системы M/M/1 с ненадежным прибором	304
Шульгина К.С., Пауль С.В. Асимптотический анализ RQ-системы с вызываемыми заявками и ненадежным прибором	309
АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ	315

Научное издание

**МАТЕРИАЛЫ
Международной научной конференции
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ, ТЕХНИЧЕСКИХ
И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

Томск, 28–30 мая 2020 г.

*Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина*

Издание подготовлено в авторской редакции

Подписано в печать 29.12.2020 г. Формат 70×108 1/16
Печ. л. 20; усл. печ. л. 28.
Тираж 500 экз. Заказ № 4574.

Отпечатано на оборудовании
Издательства Томского государственного университета
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36
Тел. 8+(382-2) 52-98-49
Сайт: <http://publish.tsu.ru>; e-mail: rio.tsu@mail.ru

ISBN 978-5-94621-970-9

