МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ

Международной научной конференции

«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ, ТЕХНИЧЕСКИХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 28–30 мая 2020 г.

Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина

Томск
Издательство Томского государственного университета
2020

ББК 22.17–22.19
УДК 519.2, 519.7, 519.8
Т78

ЧЛЕНЫ КОЛЛЕГИИ, РУКОВОДИТЕЛИ НАУЧНЫХ РЕДАКЦИЙ
ПО НАПРАВЛЕНИЯМ:

д-р техн. наук, проф. **А.А. Глазунов** – научная редакция «Механика, математика»; д-р техн. наук, проф. **Э.Р. Шрагер** – научная редакция «Механика, математика»; д-р техн. наук, проф. **А.М. Горцев** – научная редакция «Информатика и кибернетика»; д-р техн. наук, проф. **С.П. Сущенко** – научная редакция «Информатика и кибернетика»; д-р физ.-мат. наук, проф. **В.Г. Багров** – научная редакция «Физика»; д-р физ.-мат. наук, проф. **А.И. Потекаев** – научная редакция «Физика»; д-р биол. наук, проф. **С.П. Кулижский** – научная редакция «Биология»; д-р геол.-минер. наук, проф. **В.П. Парначев** – научная редакция «Науки о Земле, химия»; канд. хим. наук, доц. **Ю.Г. Слижов** – научная редакция «Науки о Земле, химия»; д-р филол. наук, проф. **Т.А. Демешкина** – научная редакция «История, филология»; д-р ист. наук, проф. **В.П. Зиновьев** – научная редакция «История, филология»; д-р экон. наук, проф. **В.И. Канов** – научная редакция «Юридические и экономические науки»; д-р юрид. наук, проф. **В.А. Уткин** – научная редакция «Юридические и экономические науки»; д-р ист. наук, проф. **Э.И. Черняк** – научная редакция «Философия, социология, психология, педагогика, искусствознание»; д-р психол. наук, проф. **Э.В. Галажинский** – научная редакция «Философия, социология, психология, педагогика, искусствознание»

НАУЧНАЯ РЕДАКЦИЯ ТОМА:

д-р техн. наук, проф. **А.М. Горцев**, д-р техн. наук, проф. **С.П. Сущенко**, д-р физ.-мат. наук, доц. **Ю.Г. Дмитриев**, д-р физ.-мат. наук, доц. **С.П. Моисеева**, д-р физ.-мат. наук, проф. **В.В. Конев**, д-р техн. наук, проф. **А.Ю. Матросова**, д-р техн. наук, проф. **А.А. Назаров**, д-р техн. наук, проф. **К.И. Лившиц**, канд. техн. наук **С.А. Останин**, канд. физ.-мат. наук **А.С. Морозова**, канд. техн. наук **А.С. Шкуркин**, канд. техн. наук **И.С. Шмырин**.

Т78 Труды Томского государственного университета. – Т. 305. Серия физико-математическая: Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем : материалы Международной научной конференции. Томск, 28–30 мая 2020 г. / под общ. ред. И.С. Шмырина. – Томск : Издательство Томского государственного университета, 2020. – 322 с.

ISBN 978-5-94621-970-9

Сборник содержит материалы Международной научной конференции «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем», проводившейся 28–30 мая 2020 г. на базе Института прикладной математики и компьютерных наук Томского государственного университета. Материалы сгруппированы в соответствии с работавшими на конференции секциями.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов.

УДК 539.3.004
ББК 22,25.22.251.22.62

ISBN 978-5-94621-970-9
© Томский государственный университет, 2020

11. *Лопухова С.В.* Асимптотические и численные методы исследования специальных потоков однородных событий : дис. . . . канд. наук / С. В. Лопухова. – Том. гос. ун-та, 2008. – 167 с.
12. *Назаров А.А.* Исследование системы массового обслуживания с "прогулками" прибора, управляемой Т-стратегией // Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения : материалы Международной научной конференции, посвященной 80-летию профессора, доктора физико-математических наук Геннадия Алексеевича Медведева, Минск, 23-26 февраля 2015 г. / А. А. Назаров, С. В. Пауль. – Минск, 2015. – 202-207 с.

МОДЕЛИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ СВЯЗИ В ВИДЕ СИСТЕМ С ПОВТОРНЫМИ ВЫЗОВАМИ И ВЫЗЫВАЕМЫМИ ЗАЯВКАМИ

Морозова М.А., Пауль С.В., Назаров А.А.
Томский государственный университет
morozova_maria_a@mail.ru, paulsv82@mail.ru, anazarov@fpmk.tsu.ru

Введение

В настоящее время теория массового обслуживания является обширной областью для проведения исследований. Она очень востребована во многих областях науки и продолжает стремительно развиваться.

Чтобы получить представление о случайных процессах, протекающих в системах массового обслуживания, прибегают к их моделированию. Особой популярностью обладают модели call-центров с повторными звонками. Повторные звонки – это повторные обращения к оператору. Системы с повторными звонками называются системами с орбитой (RQ-системы) [1].

Однако call-центры занимаются не только приемом входящих звонков от клиентов, но и производят исходящие вызовы с целью рекламы, проведения опросов или анкетирования (вызываемые заявки). RQ-системы с вызываемыми заявками впервые упомянул Фалин [2]. Такие модели очень популярны в виду их гибкости.

Немало работ посвящено исследованию RQ-систем с вызываемыми заявками: в работе [3] разрабатывают рекуррентный алгоритм для нахождения распределения вероятностей числа заявок на орбите, в [4] исследование проводится методом векторно-матричной алгебры.

В данной статье рассматриваются RQ-системы с вызываемыми заявками вида M|M|1|1. Исследование проводится с помощью метода асимптотического анализа [5] при условии большой задержки заявок на орбите, который позволяет найти характеристики системы.

1. Описание математической модели и постановка задачи

Рассмотрим систему с повторными вызовами (RQ-систему) с одним обслуживающим прибором, на вход которой поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ (рис. 1). Если прибор свободен, то поступившая заявка встает на прибор и обслуживается в течение экспоненциально-распределенного времени с параметром μ_1. Если заявка застает прибор занятым, она мгновенно отправляется на орбиту, где после случайной экспоненциально-распределенной задержки с параметром σ снова пытается встать на прибор. Когда прибор свободен, он может вызывать заявки извне с интенсивностью α, которые обслуживаются в течение времени, распределенного по экспоненциальному закону с параметром μ_2.

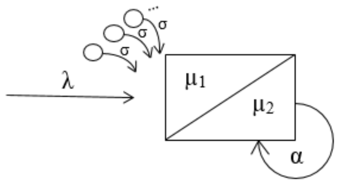

Рис. 1. RQ-система M|M|1|1 с вызываемыми заявками

Введем следующие обозначения: процесс $k(t)$ – состояние прибора в момент времени t: 0, если прибор свободен; 1, если прибор занят обслуживанием заявки входящего потока; 2, если прибор обслуживает вызываемую заявку; процесс $i(t)$ – число заявок, находящихся на орбите в момент времени t.

Ставится задача нахождения распределения вероятностей числа заявок $i(t)$ на орбите.

2. Система дифференциальных уравнений Колмогорова

Обозначим вероятности $P_k(i,t) = P\{k(t) = k, i(t) = i\}$, $k = \overline{0,2}$. Случайный процесс $\{k(t), i(t)\}$, $k = \overline{0,2}$ является марковским, поэтому для распределения вероятностей составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\frac{\partial P_0(i,t)}{\partial t} = -(\lambda + i\sigma + \alpha)P_0(i,t) + \mu_1 P_1(i,t) + \mu_2 P_2(i,t),$$

$$\frac{\partial P_1(i,t)}{\partial t} = \lambda P_0(i,t) + (i+1)\sigma P_0(i+1,t) - (\mu_1 + \lambda) P_1(i,t) + \lambda P_1(i-1,t),$$

$$\frac{\partial P_2(i,t)}{\partial t} = \alpha P_0(i,t) - (\mu_2 + \lambda) P_2(i,t) + \lambda P_2(i-1,t).$$

Перепишем данную систему в стационарном виде

$$-(\lambda + i\sigma + \alpha)P_0(i) + \mu_1 P_1(i) + \mu_2 P_2(i) = 0,$$

$$\lambda P_0(i) + (i+1)\sigma P_0(i+1) - (\lambda + \mu_1) P_1(i) + \lambda P_1(i-1) = 0,$$

$$\alpha P_0(i) - (\lambda + \mu_2) P_2(i) + \lambda P_2(i-1) = 0.$$

Чтобы решить систему, перейдем к частичным характеристическим функциям вида $H_k(u) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{jui} P_k(i)$, $k = \overline{0,2}$. Имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
&-(\lambda + \alpha)H_0(u) + j\sigma \frac{dH_0(u)}{du} + \mu_1 H_1(u) + \mu_2 H_2(u) = 0,\\
&\lambda H_0(u) - j\sigma e^{-ju} \frac{dH_0(u)}{du} + \left(\lambda\left(e^{ju} - 1\right) - \mu_1\right) H_1(u) = 0,\\
&\alpha H_0(u) - \left(\lambda\left(1 - e^{ju}\right) + \mu_2\right) H_2(u) = 0,\\
&j\sigma e^{-ju} \frac{dH_0(u)}{du} + \lambda H_1(u) + \lambda H_2(u) = 0.
\end{aligned} \tag{1}$$

Основным содержанием работы является решение системы (1) методом асимптотического анализа в предельном условии большой задержки на орбите, когда $\sigma \to 0$. Характеристическая функция $H(u)$ числа заявок на орбите и распределение вероятностей состояний прибора r_k достаточно просто выражаются через частичные характеристические функции $H_k(u)$ следующими равенствами: $H(u)=Me^{jui(t)}=H_0(u)+H_1(u)+H_2(u)$, $r_k=H_k(0)$, $k=\overline{0,2}$.

3. Метод асимптотического анализа

Систему уравнений (1) будем решать методом асимптотического анализа в условии большой задержки, когда среднее значение времени задержки требования на орбите неограниченно возрастает.

Обозначим $\sigma=\varepsilon u=\varepsilon w$, $H_k(u)=F_k(w,\varepsilon)$, $k=\overline{0,2}$, перепишем (1) с учетом введенных обозначений

$$-(\lambda+\alpha)F_0(w,\varepsilon)+j\varepsilon\frac{\partial F_0(w,\varepsilon)}{\partial w}+\mu_1F_1(w,\varepsilon)+\mu_2F_2(w,\varepsilon)=0,$$

$$\lambda F_0(w,\varepsilon)-j\varepsilon e^{-jw\varepsilon}\frac{\partial F_0(w,\varepsilon)}{\partial w}+\left(\lambda\left(e^{jw\varepsilon}-1\right)-\mu_1\right)F_1(w,\varepsilon)=0,$$

$$\alpha F_0(w,\varepsilon)+\left(\lambda\left(e^{jw\varepsilon}-1\right)-\mu_2\right)F_2(w,\varepsilon)=0,$$

$$j\varepsilon e^{-jw\varepsilon}\frac{\partial F_0(w,\varepsilon)}{\partial w}+\lambda F_1(w,\varepsilon)+\lambda F_2(w,\varepsilon)=0.$$

Выполним в данной системе уравнений предельный переход при $\varepsilon\to 0$ и получим систему для функций $F_k(w)$

$$\begin{aligned}
&-(\lambda+\alpha)F_0(w)+j\frac{dF_0(w)}{dw}+\mu_1F_1(w)+\mu_2F_2(w)=0,\\
&\lambda F_0(w)-j\frac{dF_0(w)}{dw}-\mu_1F_1(w)=0,\\
&\alpha F_0(w)-\mu_2F_2(w)=0,\\
&j\frac{dF_0(w)}{dw}+\lambda F_1(w)+\lambda F_2(w)=0,
\end{aligned}\tag{2}$$

решение которой будем искать в виде

$$F_k(w)=r_k\Phi(w),\ k=\overline{0,2},\tag{3}$$

где r_k – вероятности состояний прибора, для которых выполняется равенство $\sum_{k=0}^{2}r_k=1$.

Подставим выражение (3) в систему (2), получим

$$-(\lambda+\alpha)r_0+jr_0\frac{\Phi'(w)}{\Phi(w)}+\mu_1r_1+\mu_2r_2=0,$$

$$\lambda r_0-jr_0\frac{\Phi'(w)}{\Phi(w)}-\mu_1r_1=0,$$

$$\alpha r_0-\mu_2r_2=0,$$

$$jr_0\frac{\Phi'(w)}{\Phi(w)}+\lambda r_1+\lambda r_2=0.$$

Т.к. отношение $\dfrac{\Phi'(w)}{\Phi(w)}$ не зависит от *w*, то скалярная функция $\Phi(w)$ имеет вид $\Phi(w)=\exp\{jw\kappa_1\}$. Тогда $j\dfrac{\Phi'(w)}{\Phi(w)}=-\kappa_1$. Подставим это значение в систему:

$$
\begin{aligned}
&-(\lambda+\alpha)r_0-\kappa_1 r_0+\mu_1 r_1+\mu_2 r_2=0,\\
&\lambda r_0+\kappa_1 r_0-\mu_1 r_1=0,\\
&\alpha r_0-\mu_2 r_2=0,\\
&-\kappa_1 r_0+\lambda r_1+\lambda r_2=0.
\end{aligned} \tag{4}
$$

Решим следующую систему, заменив первое уравнение, являющееся суммой второго и третьего уравнений, условием нормировки $r_0+r_1+r_2=1$:

$$
r_0=\frac{\mu_2(\mu_1-\lambda)}{\mu_1(\mu_2+\alpha)},\ r_1=\frac{\lambda}{\mu_1},\ r_2=\frac{\alpha(\mu_1-\lambda)}{\mu_1(\mu_2+\alpha)},\ \kappa_1=\frac{\lambda(\lambda\mu_2+\alpha\mu_1)}{\mu_2(\mu_1-\lambda)}.
$$

Таким образом, мы получили асимптотическое среднее значения числа заявок на орбите κ_1/σ в допредельной ситуации ненулевых значений σ. Для более детального исследования числа $i(t)$ заявок на орбите рассмотрим асимптотику второго порядка.

В систему (1) подставим следующее выражение: $H_k(u)=\exp\left(j\frac{u}{\sigma}\kappa_1\right)H_k^{(2)}(u)$, $k=\overline{0,2}$, после обозначим $\sigma=\varepsilon^2$, $u=\varepsilon w$, $H_k^{(2)}(u)=F_k^{(2)}(w,\varepsilon)$, $k=\overline{0,2}$, и получим систему

$$
-(\lambda+\alpha+\kappa_1)F_0^{(2)}(w,\varepsilon)+j\varepsilon\frac{\partial F_0^{(2)}(w,\varepsilon)}{\partial w}+\mu_1F_1^{(2)}(w,\varepsilon)+\mu_2F_2^{(2)}(w,\varepsilon)=0,
$$

$$
\lambda F_0^{(2)}(w,\varepsilon)+\kappa_1 e^{-j\varepsilon w}F_0^{(2)}(w,\varepsilon)-j\varepsilon e^{-j\varepsilon w}\frac{\partial F_0^{(2)}(w,\varepsilon)}{\partial w}+\left(\lambda\left(e^{j\varepsilon w}-1\right)-\mu_1\right)F_1^{(2)}(w,\varepsilon)=0,
$$

$$
\alpha F_0^{(2)}(w,\varepsilon)-\left(\lambda\left(1-e^{j\varepsilon w}\right)+\mu_2\right)F_2^{(2)}(w,\varepsilon)=0,
$$

$$
-\kappa_1 e^{-j\varepsilon w}F_0^{(2)}(w,\varepsilon)+j\varepsilon e^{-j\varepsilon w}\frac{\partial F_0^{(2)}(w,\varepsilon)}{\partial w}+\lambda F_1^{(2)}(w,\varepsilon)+\lambda F_2^{(2)}(w,\varepsilon)=0.
$$

Подставим в нее следующее разложение: $F_k^{(2)}(w,\varepsilon)=\Phi_2(w)\{r_k+j\varepsilon wf_k\}+O(\varepsilon^2)$, и перепишем систему, учитывая систему алгебраических уравнений (4):

$$
-(\lambda+\alpha+\kappa_1)f_0+f_1\mu_1+f_2\mu_2+\frac{\Phi_2'(w)}{w\Phi_2(w)}r_0=0,
$$

$$
f_0(\lambda+\kappa_1)-\mu_1 f_1-\kappa_1 r_0+\lambda r_1-\frac{\Phi_2'(w)}{w\Phi_2(w)}r_0=0,
$$

$$
f_0\alpha-\mu_2 f_2=-\lambda r_2,
$$

$$
-\kappa_1 f_0+\lambda f_1+\lambda f_2=-\frac{\Phi_2'(w)}{w\Phi_2(w)}r_0-\kappa_1 r_0.
$$

Т.к. отношение $\dfrac{d\Phi_2(w)/dw}{w\Phi_2(w)}$ не зависит от *w*, то скалярная функция $\Phi_2(w)$ имеет вид $\Phi_2(w)=\exp\left\{\dfrac{(jw)^2}{2}\kappa_2\right\}$, тогда $\dfrac{\Phi_2'(w)}{w\Phi_2(w)}=-\kappa_2$. Подставим это значение в систему:

$$
-(\lambda+\alpha+\kappa_1)f_0+f_1\mu_1+f_2\mu_2=\kappa_2 r_0,
$$

$$
f_0(\lambda+\kappa_1)-\mu_1 f_1=\kappa_1 r_0-\lambda r_1-\kappa_2 r_0,
$$

$$
f_0\alpha-\mu_2 f_2=-\lambda r_2,
$$

$$
-\kappa_1 f_0+\lambda f_1+\lambda f_2=\kappa_2 r_0-\kappa_1 r_0.
$$

Решим ее и получим: $\kappa_2=\dfrac{\lambda^3\mu_2^2+\lambda^3\mu_2\alpha+\lambda^2\alpha\mu_1^2-\lambda^3\alpha\mu_1}{\mu_2^2(\mu_1-\lambda)^2}+\kappa_1$.

Асимптотика второго порядка показывает, что асимптотическое распределение вероятностей числа $i(t)$ заявок на орбите является гауссовским с асимптотическим средним κ_1/σ и дисперсией κ_2/σ, что позволяет для допредельного распределения построить аппроксимацию.

4. Численные реализации

Рассмотрим два случая построения аппроксимаций. В частности, построим аппроксимацию $P^{(1)}(i)$ вида

$$P^{(1)}(i) = \big(L(i+0.5) - L(i-0.5)\big)\big(1 - L(-0.5)\big)^{-1}, \tag{5}$$

где $L(x)$ – функция нормального распределения с параметрами κ_1/σ и κ_2/σ.

Второй случай получения аппроксимации основан на обратном преобразовании Фурье от характеристической функции $H(u)$ числа заявок на орбите, которая выражаются через частичные характеристические функции $H_k(u)$ следующими равенствами: $H(u) = Me^{jui(t)} = H_0(u) + H_1(u) + H_2(u)$. Тогда распределение вероятностей числа заявок на орбите является обратным преобразованием Фурье по переменной u от характеристической функции и имеет вид

$$P^{(2)}(i) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-jui} H(u)du\,. \tag{6}$$

Аппроксимации сравним с полученной ранее допредельной характеристической функций числа заявок на орбите к предложенной системе [6].

$$H(u) = \frac{1-\rho\left(e^{ju}-1\right)}{1+\nu_1}\left(\left(1+\nu_1\left(\frac{1-p}{1-pe^{ju}}\right)^{-1}\right)\left(\frac{1-\rho}{1-\rho e^{ju}}\right)^{\frac{\lambda}{\sigma}(1+\nu_2)+1}\left(\frac{1-p}{1-pe^{ju}}\right)^{\frac{\alpha(\theta-\lambda)}{\sigma\theta}}\right),$$

где $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu_1}$, $p = \dfrac{\lambda}{\mu_2+\lambda}$, $\theta = \lambda + \mu_2 - \mu_1$, $\nu_1 = \dfrac{\alpha}{\mu_2}$, $\nu_2 = \dfrac{\alpha}{\theta}$. Ее так же преобразуем с помощью обратного преобразования Фурье. Точность полученных аппроксимаций определим расстоянием Колмогорова $\Delta_l = \max\limits_{0\le i\le\infty}\left|\sum\limits_{v=0}^{i}\left(P(v) - P^{(l)}(v)\right)\right|$, $l = 1,2$ между распределениями $P(i)$ и $P^{(l)}(i)$, где распределение $P(i)$ определяется реализацией численного алгоритма, а аппроксимации $P^{(l)}(i)$ построены на основе второй асимптотики. $P^{(1)}(i)$ – гауссовская аппроксимация на основе формулы (5), а $P^{(2)}(i)$ получена с помощью обратного преобразования Фурье (6).

В табл. 1 приведены значения этих расстояний Δ_1 и Δ_2 для различных параметров σ и $\rho = \lambda/\mu_1$ (загрузка системы). В табл. 1 полагаем $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 2$ и $\alpha = 1$.

Таблица 1

Расстояние Колмогорова

σ	ρ = 0.5	ρ = 0.6	ρ = 0.7	ρ = 0.8	ρ = 0.9	
1	0.137	0.089	0.110	0.131	0.157	Δ_1
	0.170	0.136	0.134	0.128	0.112	Δ_2
0.5	0.084	0.067	0.081	0.098	0.118	Δ_1
	0.115	0.086	0.074	0.062	0.076	Δ_2
0.1	0.028	0.033	0.040	0.048	0.057	Δ_1

σ	ρ = 0.5	ρ = 0.6	ρ = 0.7	ρ = 0.8	ρ = 0.9	
	0.025	0.031	0.039	0.047	0.057	Δ_2
0.05	0.022	0.024	0.028	0.034	0.040	Δ_1
	0.022	0.024	0.028	0.034	0.040	Δ_2

Табл. 1 содержит значения величин Δ_1 и Δ_2 в зависимости от загрузки системы ρ и интенсивности повторных вызовов σ. Из таблицы видно, что точность аппроксимаций растет с уменьшением параметров ρ и σ. Обе аппроксимации применимы для значений $\sigma < 0.05$, когда относительная погрешность, в виде расстояния Колмогорова, не превышает 0.05.

Кроме того, из таблицы видно, что аппроксимация, полученная с помощью обратного преобразования Фурье, при значениях $0.05 \le \sigma < 0.1$ дает более точные результаты, чем гауссовская аппроксимация. При $\sigma \le 0.05$ расстояния Колмогорова для аппроксимаций становятся равны между собой, поэтому при условии большой задержки на орбите обе аппроксимации применимы.

На рисунках сплошной линией показано допредельное распределение числа заявок на орбите, точками – аппроксимация $P^{(1)}(i)$ и пунктиром – аппроксимация $P^{(2)}(i)$, полученная с помощью обратного преобразования Фурье. Значения параметров: $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 2$, $\alpha = 1$.

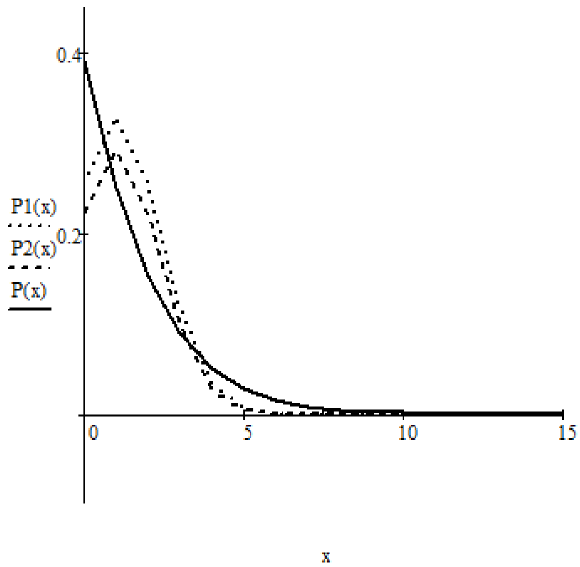

Рис. 2. Распределение вероятностей числа заявок на орбите σ = 1, ρ = 0.5

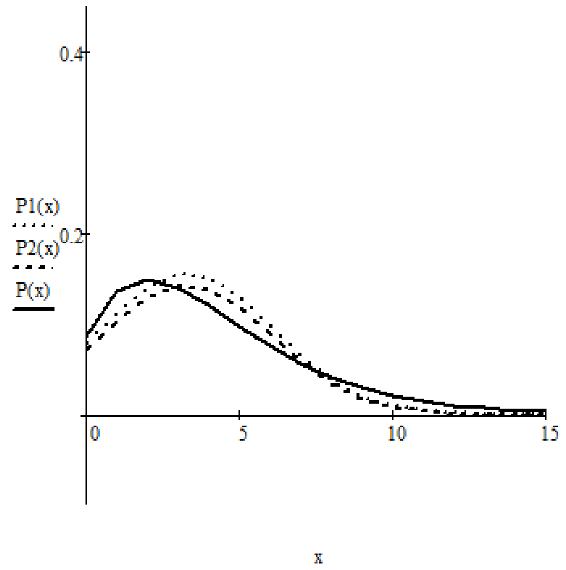

Рис. 3. Распределение вероятностей числа заявок на орбите $\sigma = 0.5$, $\rho = 0.6$

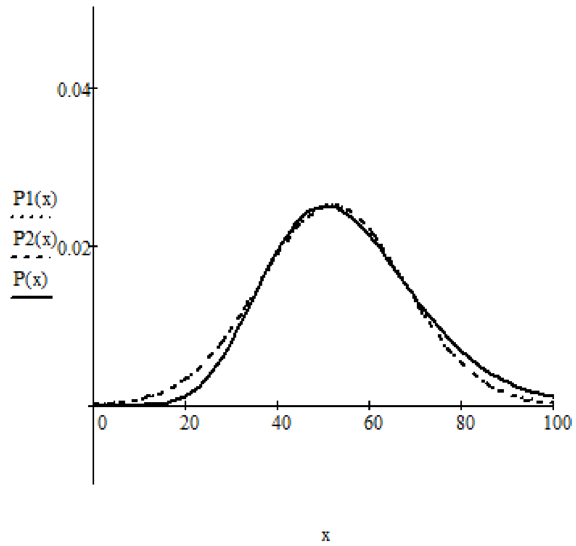

Рис. 4. Распределение вероятностей числа заявок на орбите $\sigma = 0.1$, $\rho = 0.8$

Заключение

В данной курсовой работе мы рассмотрели RQ-систему M|M|1 с вызываемыми заявками. Были найдены асимптотики первого и второго порядков числа заявок на орбите в асимптотическом условии низкой интенсивности повторного вызова заявок с орбиты. На основе полученных асимптотик были построены гауссовские аппроксимации распределения вероятностей числа заявок на орбите двумя способами. При сравнении с допредельным распределением показано, что точность аппроксимаций растет с уменьшением параметров σ и загрузки системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Deslauriers A., L'Ecuyer P., Pichitlamken J. ,Ingolfsson A., Avramidis A.N.* Markov chain models of a telephone call center with call blending // Computers and Operations Research. 2007. V. 34. P. 1616-1645.

2. *Falin G.I., Artalejo J.R., Martin M.* On the single server retrial queue with priority customers // Queueing Systems. 1993. V. 14. P. 439-455.

3. *Artalejo J.R., Phung-Duc T.* Markovian retrial queues with two way communication // Journal of Industrial & Management Optimization. – 2012. – Vol. 8, no. 4. – P. 781–806.

4. *Phung-Duc Tuan, Rogiest Wouter.* Two way communication retrial queues with balanced call blending // International Conference on Analytical and Stochastic Modeling Techniques and Applications / Springer. – 2012. – P. 16–31.

5. *Назаров А.А., Моисеева С.П.* Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ. 2006. – 117 с.

6. *Nazarov A., Paul S., Lizyura O.* Heavy outgoing call asymptotics for retrial queue with two way communication and multiple types of outgoing calls //Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science. 2019. Vol. 27, № 1. P. 5-20.

ИССЛЕДОВАНИЕ RQ-СИСТЕМЫ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ И НЕОРДИНАРНЫМ ПУАССОНОВСКИМ ВХОДЯЩИМ ПОТОКОМ

Назаров А.А.[1], Рожкова С.В.[1,2], Титаренко Е.Ю.[1,2]

[1]*Томский государственный университет*

[2]*Томский политехнический университет*

nazarov.tsu@gmail.com, rozhkova@tpu.ru, teu@tpu.ru

Введение

Системы массового обслуживания с повторными вызовами (RQ-системы) широко используются в различных областях. В таких системах запрос, поступивший в систему и заставший прибор занятым, покидает систему на некоторое случайное время (уходит на орбиту), а затем повторяет попытку попасть на обслуживание [1,2].

На практике довольно часто встречаются СМО, в которых уже получившая обслуживание заявка требует повторного сервиса в зависимости от качества полученного обслуживания, внешних факторов и т.д. Подобные ситуации имеют место в мультиагентных системах, где получившая удовлетворительное обслуживание заявка требует повторного сервиса у этого же агента. Функционирование таких систем достаточно точно описывается СМО с обратной связью [3,4]. Среди моделей обратной связи выделяют два типа: мгновенная и отсроченная. В первом случае некоторые заявки после первичного обслуживания мгновенно возвращаются на повторное, во втором случае заявки, прежде чем поступить на повторное обслуживание, ожидают на орбите.

В данной работе исследуется одноканальная RQ-система массового обслуживания с экспоненциальным обслуживанием, неординарным пуассоновским входящим потоком, с мгновенной и отсроченной обратной связью.

1. Постановка задачи

Рассмотрим RQ-систему массового обслуживания $M^n/M/1$ (рис. 1), на вход которой поступает пуассоновский неординарный поток заявок с параметром λ и заданными вероятностями q_v появления v заявок в группе, при этом $\nu > 1$, $q_0 = 0$, $\sum_{\nu=1}^{\infty} q_\nu = 1$. Если обслуживающий прибор свободен, то одна заявка из группы поступает на обслуживание, остальные переходят на орбиту, туда же попадают заявки, поступившие в момент, когда прибор занят. Продолжительность обслуживания заявки имеет экспоненциальное распределение с параметром μ.

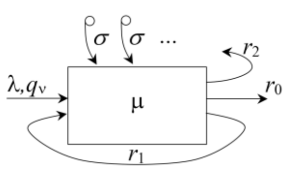

Рис. 1. Система массового обслуживания $M^n/M/1$ с обратной связью