МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ

Международной научной конференции

«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ, ТЕХНИЧЕСКИХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 28–30 мая 2020 г.

Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина

Томск
Издательство Томского государственного университета
2020

ББК 22.17–22.19
УДК 519.2, 519.7, 519.8
Т78

Т78 Труды Томского государственного университета. – Т. 305. Серия физико-математическая: Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем : материалы Международной научной конференции. Томск, 28–30 мая 2020 г. / под общ. ред. И.С. Шмырина. – Томск : Издательство Томского государственного университета, 2020. – 322 с.

ISBN 978-5-94621-970-9

Сборник содержит материалы Международной научной конференции «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем», проводившейся 28–30 мая 2020 г. на базе Института прикладной математики и компьютерных наук Томского государственного университета. Материалы сгруппированы в соответствии с работавшими на конференции секциями.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов.

УДК 539.3.004
ББК 22,25.22.251.22.62

ISBN 978-5-94621-970-9

1) ввести проверку комбинации ошибок (неверно посчитан определитель и потеряны знаки алгебраических дополнений, не транспонирована матрица и потеряны знаки алгебраических дополнений);
2) сделать версию для Linux;
3) добавить выбор языка (русский или английский);
4) добавить возможность посмотреть решение текущего примера, после нескольких неудачных попыток.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гефан Г.Д., Кузьмин О.В.* Методика построения контрольно-обучающих программ и их использование в преподавании математических дисциплин // Вестник Бурятского государственного университета. 2013. № 15. С. 23-28.

2. *Аязбаев Т.Л., Галагузова Т.А.* Технология создания компьютерных обучающих программ // Международный журнал экспериментального образования. 2015. – № 3 (часть 2) – С. 76-78.

3. *Афанасьев В.В., Тыщенко О.Б., Афанасьева И.В.* Анализ показателей эффективности обучающих программ // I Всероссийская научно-техническая конференция 'Компьютерные технологии в науке, проектировании и производстве'. Тезисы докладов, часть V, Нижний Новгород, 1999, 43с., стр. 15.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЖЕСТКИХ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ КИНЕТИКИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Трифонов С.А., Самохина С.И.
Томский государственный университет
stasta956@gmail.com, sv.sam.tsk@gmail.com

Введение

Изучение металлов, а именно такого явления как пластическая деформация, является сложной задачей для математического моделирования и экспериментального исследования. Пластическая деформация металлов – это сложный динамический процесс. Его сложность зависит от материала, который подвергается деформации, от его свойств, а также способов внешнего воздействия на него. Наиболее эффективным способом описания сложных систем на языке математики является математическое моделирование. С помощью достаточно полных математических моделей, отражающих процессы образования и аннигиляции деформационных дефектов, становится возможным проведение исследований явлений, трудно или невозможно осуществляемых в реальном физическом эксперименте.

1. Моделирование процессов образования и аннигиляции деформационных дефектов

В исследовательских работах, посвященных процессам пластической деформации применяются математические модели, базирующиеся на уравнениях баланса дефектов деформации. Данные модели разрабатывались в многочисленных работах [1–7]. В моделях рассматриваются разные наборы деформационных дефектов и механизмы их возникновения и исчезновения (аннигиляции). Одной из более поочередно и отчетливо продуманных моделей, основанных на балансных уравнениях деформационных дефектов, считается математическая модель пластической деформации скольжения [8]. В базе представленной модели лежит принцип упрочнения как процесса скопления деформационных дефектов и отдыха в результате термически активируемого залечивания дефектов деформации.

В основе математических моделей пластической деформации, базирующихся на уравнениях баланса дефектов деформации, лежат частные модели простейших механизмов и процессов пластичности. Именно выбор типов деформационных дефектов, определяющих закономерности пластической деформации, и механизмов их рождения, аннигиляции и взаимной трансформации определяет адекватность и возможности математической модели.

Математическая модель пластической деформации скольжения, базирующаяся на балансных уравнениях деформационных дефектов [8], разработана в трудах Л.Е. Попова с сотрудниками. В основу этой модели легла концепция упрочнения и отдыха. Данная концепция описывает весь процесс пластической деформации как совокупность двух противоположных процессов: упрочнения, связанного с возникновением искажений кристаллической решетки и отдыха, связанного с исчезновением этих искажений в зависимости от изменения температуры и времени [9]. Таким образом, упрочнение кристаллов в процессе пластической деформации происходит вследствие накопления дефектов деформации в кристаллической решетке, а разупрочнение связано с их исчезновением в результате образования термических процессов, происходящих во время деформации.

Изначально модель пластической деформации кристалла была сформулирована в виде:

$$\sigma = \Phi(\rho), \tag{1.1}$$

$$\varepsilon = \Psi(\rho), \tag{1.2}$$

где σ – напряжение, ε – деформация, ρ – плотность дислокаций.

Уравнения (1.1), (1.2) представляют в параметрической форме кривую деформации σ–ε. Данная формулировка модели кривой деформационного упрочнения не является удобной математически т.к. часто скрывает физическое содержание микроскопических процессов пластичности, однако именно с ней связаны первые успешные реализации модели.

Математическая модель кинетики пластической деформации скольжения в общем случае, содержит три типа уравнений, описывающих: 1) наружное влияние, которое является предпосылкой пластической деформации; 2) отклик деформируемого кристалла на деформирующее воздействие; он представляет уравнение или систему уравнений, связывающих сдвиговые, диффузионные и другие компоненты макроскопической деформации с переменными, характеризующими внешнее воздействие и деформационную дефектную среду; 3) кинетику деформационных дефектов в кристалле. Система уравнений кинетики деформационных дефектов описывает производство деформационных дефектов под внешним воздействием и их аннигиляцию в результате различных релаксационных процессов. Система уравнений, описывающая процесс пластической деформации, в общем виде в работах [8,10] была представлена как:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \frac{d\rho_i}{da}\dot{a} + \frac{d\rho_i}{dt}, \tag{1.3}$$

$$\frac{dc_k}{dt} = \frac{dc_k}{da}\dot{a} + \frac{dc_k}{dt}, \tag{1.4}$$

$$\dot{a} = f\left(\tau, \rho, c_k, T\right), \tag{1.5}$$

$$F\left(\tau, a, t\right) = 0 \tag{1.6}$$

Здесь ρ_i – плотность дислокаций i-го типа, c_k – концентрация точечных дефектов k-го типа. Первое слагаемое уравнений баланса деформационных дефектов (1.3), (1.4) описывает интенсивность их генерации, второе слагаемое – скорость аннигиляции.

Уравнение (1.6) описывает внешнее воздействие, которое вызывает деформацию. Характеристикой отклика твердого тела на приложение деформирующего напряжения является скорость деформации (1.5).

2. Жесткие дифференциальные уравнения. Основные понятия

Описанные выше математические модели упрочнения и разрушения деформационных дефектов при пластической деформации, представлены в виде систем дифференциальных уравнений первого порядка, в общем случае может быть записана как:

$$\frac{dy_i(x)}{dx} = f_i\left(y_1(x), \ldots, y_N(x), x\right), \; i = \overline{1, N}. \tag{2.1}$$

Известно, что система N дифференциальных уравнений вида (2.1) имеет множество решений, которые в общем случае зависят от N параметров. Чтобы определить значения этих параметров, необходимо наложить N дополнительных условий на функции, т.е. поставить задачу Коши. Для задачи Коши начальное условие будет задаваться в виде:

$$y_i(x_0) = y_{i,0}, \; i = \overline{1, N}. \tag{2.2}$$

Решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений (далее ОДУ) (2.1) является любая упорядоченная совокупность $y_1(x), \ldots, y_N(x)$ обращающая каждое уравнение (2.1) в тождество [11,12].

В ходе численного решения систем ОДУ математических моделей пластической деформации появляются вспомогательные трудности, связанные с тем, что процессы возникновения и аннигиляции дефектов деформации являются разными по скорости действия, кроме этого порядок переменных системы значительно различается. В этом случае, как правило, приходится иметь дело с жесткой системой ОДУ.

Исследования жестких систем начались в начале XX-го века в сфере радиотехники. Затем в середине 50-х годов XX века новая волна интереса возникла при исследовании химической кинетики, в которых находились как очень медленно, так и очень быстро протекающие химические процессы. В этот момент выяснилось, что считавшиеся самыми надежными методы типа Рунге – Кутты перестали корректно работать в этих условиях, а именно стали давать сбой в расчетах этих задач.

В 1970-х годах исследователи Шампайн и Гир (Shampine L.F., Gear W.C.) проводили большое количество вычислительных экспериментов с системами уравнений с разнопорядковыми величинами. При помощи этих экспериментов исследователи дали свое определение жесткой системы: исходная задача для системы (2.1) считается жесткой, в случае если хотя бы у одного из собственных чисел якобиана

$$J_{i,j} = {\partial f_i}/{\partial y_j}, \; i, j = \overline{1, N}$$

вещественная часть меньше нуля и велика, а решение на большей части отрезка интегрирования изменяется медленно [13].

Для удобства систему уравнений (2.1) и начальное условие (2.2) можно представить в компактной векторной форме, которая будет иметь вид:

$$\begin{cases} Y' \equiv \dfrac{dY}{dx} = F\left(Y(x), x\right), \\ Y(x_0) = Y_0, \end{cases} \tag{2.3}$$

где Y, Y_0, Y' и F это вектора размерности $N \geq 1$, x – это независимая переменная.

Еще одним определением жесткой системы является следующее: система ОДУ вида $Y' = A \cdot F(Y)$ называется жесткой, когда вещественные части всех собственных значений матрицы A меньше нуля и отношение $s = \dfrac{\max\left\{\left|\mathrm{Re}(\lambda_i)\right|, \; 1 \leq i \leq N\right\}}{\min\left\{\left|\mathrm{Re}(\lambda_i)\right|, \; 1 \leq i \leq N\right\}}$ велико.

Число s является числом жесткости системы. Единственная проблема данного определения жесткой системы в том, что не понятно в какой момент можно считать, что число s велико, т.е. не указана явно граница.

3. Методы численного решения жестких систем ОДУ

При численном решении задачи Коши (2.3) происходит вычисление значений $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ в некоторой последовательности точек $x_1, x_2, ..., x_n$. Существует большое множество способов вычисления, можно привести основные подходы их построения.

Наиболее простым способом нахождения решения в точке x_{n+1}, если оно известно в x_n, является способ, который основан на разложении функции в ряд Тейлора

$$Y\left(x_{n+1}\right) = Y\left(x_n\right) + hF\left(Y_n, x_n, h\right), \qquad (3.1)$$

где $F\left(Y, x, h\right) = Y'\left(x\right) + \frac{h}{2}Y''\left(x\right) + \frac{h^2}{3!}Y'''\left(x\right) + \ldots$.

Если данный ряд прервать затем заменить $Y\left(x_n\right)$ приближенным значением Y_n, то получим приближенную формулу, которая является вычислительной схемой явного метода Эйлера [11,12]: $Y_{n+1} = Y_n + hF\left(Y_n, x_n\right)$.

Однако применение формулы (3.1) ограничивается задачами, в которых вычисление производных высших порядков не затруднительно, а зачастую это не так.

В начале XX века исследователи Рунге, Хойн и Кутта предложили подход, основанный на построении формулы для Y_{n+1} вида

$$Y\left(x_{n+1}\right) = Y\left(x_n\right) + h\Phi\left(Y_n, x_n, h\right), \qquad (3.2)$$

в которой функция Ф близка к F, однако отличается отсутствием производных от функций правой части уравнения. Таким образом были получены явные и неявные методы, требующие s-кратного вычисления функции правой части на каждом шаге интегрирования. Эти методы отлично подходят для практических расчетов: они дают возможность просто заменять шаг интегрирования, считаются одношаговыми. Наиболее известная формула четырехэтапного метода Рунге – Кутты четвертого порядка.

Наиболее главной проблемой в использовании методов Рунге – Кутты и других явных методов является выбор величины шага интегрирования h, которая обеспечивает устойчивость вычислительной схемы [11,12].

С помощью усовершенствования данных формул был выведен класс неявных методов, у которых обозначенная проблема преимущественно снята. Неявные методы представляются алгебраическими нелинейными уравнениями относительно значений Y_{n+1}. К примеру, неявный метод Эйлера

$$Y\left(x_{n+1}\right) = Y\left(x_n\right) + hF\left(Y_{n+1}, x_{n+1}\right).$$

Вычислив приближение к решению в точках $x_1, x_2, ..., x_n$ можно использовать их для нахождения решения в точке x_{n+1}. Данная идея приводит к классу многошаговых методов, например, к методам Адамса. Формулы неявных методов Адамса-Мултона имеют вид [11,12]:

$$Y_{n+1} = Y_n + h\sum_{i=1}^{q}\beta_i F_{n-i+1}. \qquad (3.3)$$

Создание многошаговых методов основано на применении полинома степени q. Приближенное значение решения $Y\left(x\right)$ в точке x_{n+1} представляется в виде линейной комбинации нескольких приближенных значений решения и его производной в данной и предыдущих q точках. Внедрение многошаговых формул ставит задачу вычисления q

штук исходных значений $Y_1, Y_2, ..., Y_q$, точность задания которых обязана быть не меньше точности соответствующей формулы. В общем виде полином, можно представить

$$Y_{n+1} - \sum_{j=1}^{q} \alpha_j Y_{i+1-j} - h \sum_{j=0}^{q} \beta_j F\left(x_{i+1-j}, Y_{i+1-j}\right) = 0 . \tag{3.4}$$

В отличие от одношаговых методов, определенных выражением (3.2), многошаговые методы, определенные выражением (3.4), не являются самоначинающимися. В работе [12] показано, что существуют многошаговые методы, с помощью которых можно начинать интегрировать систему ОДУ без использования в начале одношаговых методов в качестве разгона. Такие методы называются методами переменного порядка.

Описанная ранее сложность выбора шага интегрирования *h*, обеспечивающего численную устойчивость метода, делает неявные методы предпочтительнее для практического использования.

Существуют неявные методы Рунге – Кутты, основанные на формуле (3.3). Простейшим неявным методом Рунге – Кутты является модифицированный метод Эйлера. Он задается формулой:

$$y_{n+1} = y_n + h \frac{f\left(x_n, y_n\right) + f\left(x_{n+1}, y_{n+1}\right)}{2} . \tag{3.5}$$

Для реализации данного метода используются два вычисления функции на каждом шаге, прогноз и коррекция:

$$\tilde{y}_{n+1} = y_n + hf\left(x_n, y_n\right), \; y_{n+1} = y_n + h \frac{f\left(x_n, y_n\right) + f\left(x_{n+1}, \tilde{y}_{n+1}\right)}{2} .$$

Для увеличения точности итерации коррекции нужно сделать несколько раз. Улучшенный метод Эйлера имеет второй порядок точности. Преимуществом неявных методов Рунге – Кутты считается их большая устойчивость, что очень важно при решении жестких уравнений.

Еще одно семейство неявных методов, которое хорошо подходит для решения жестких задач, это семейство (m,k)-методов [17].

Пусть заданы целые положительные числа *m* и *k*, $k \le m$. Обозначим через M_m множество целых чисел *i*, удовлетворяющих условию $1 \le i \le m$, а через M_k и J_i – подмножества из M_m следующего вида:

$$M_k = \left\{ m_i \in M_m \,|\, 1 = m_1 < m_2 < ... < m_k \le m \right\},$$

$$J_i = \left\{ m_{j-1} \in M_m \,|\, j > 1, m_j \in M_k, m_j \le i \right\}, \; 2 \le i \le m.$$

Тогда семейство (m,k)-методов записывается в виде:

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^{m} p_i k_i, \; D_n = E - \alpha \tau f'_n,$$

$$D_n k_i = \tau f\left(y_n + \sum_{j=1}^{i-1} \beta_{ij} k_j \right) + \sum_{j \in J_i} a_{ij} k_j, \; i \in M_k, \; D_n k_i = k_{i-1} + \sum_{j \in J_i} a_{ij} k_j, \; i \in M_m \setminus M_k,$$

где τ – шаг интегрирования решаемой задачи; y_n –приближенное решение при $t = t_n$; *E* – единичная матрица размерности *n*; $f'_n = \dfrac{\partial f\left(y_n\right)}{\partial y}$ – матрица Якоби векторной функции $f\left(y\right)$; *a*, p_i, α_{ij} и β_{ij} – вещественные коэффициенты, определяющие свойства точности и устойчивости (m,k)-метода. Рассмотрим конкретный метод из этого семейства, а именно (4,2) – метод четвертого порядка точности. Он выглядит следующим образом:

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^{4} p_i k_i,\ D_n = E - \alpha\tau f'_n,$$

$$D_n k_1 = \tau f\left(y_n\right),\ D_n k_2 = k_1,\ D_n k_3 = \tau f\left(y_n + \beta_{31}k_1 + \beta_{32}k_2\right) + \alpha_{32}k_2,\ D_n k_4 = k_3 + \alpha_{42}k_2,$$

а числовые коэффициенты имеют следующие значения:

$$a = 0.57281606248213,\ p_1 = 1.27836939012447,$$
$$p_2 = -1.00738680980438,\ p_3 = 0.92655391093950,$$
$$p_4 = -0.33396131834691,\ \beta_{31} = 1.00900469029922,$$
$$\beta_{32} = -0.25900469029921,\ \alpha_{32} = -0.49552206416578,$$
$$\alpha_{42} = -1.28777648233922.$$

Именно при таких значениях числовых коэффициентов схема обладает 4-м порядком точности.

Осуществление неявных вычислительных методов не является единственно возможной. Для поиска решений нелинейных уравнений используется метод Ньютона. При этом трудность нахождения начального приближения и общая мысль метода прогноз-коррекции остается без изменений. Переход к неявным методам в значимой степени убрал проблему выбора величины шага интегрирования h как фактора-стабильности метода. С другой стороны, это привело к проблемам выбора начального приближения и величины шага h, которые обеспечивают сходимость итерационного процесса решения нелинейных алгебраических уравнений. Понятно, что для линейных задач таких проблем нет и использование неявных вычислительных методов для них существенно проще и надежней.

Однако и у неявных схем есть свой недостаток. На каждом шаге итерации приходится решать приведенную систему нелинейных алгебраических уравнений, а это не всегда является возможным.

Розенброком был предложен класс неявных методов, в котором не решается система нелинейных уравнений. Рассмотрим основные идеи этого популярного алгоритма [18], основанного на приведении жестких дифференциальных уравнений к разностной форме типа:

$$\left(I - \alpha\Delta A - \beta\Delta^2 A^2\right)\frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta} = f\left(y_i + \gamma\Delta f\left(y_i\right)\right) \tag{3.6}$$

Здесь Δ – шаг интегрирования, α, β, γ – некоторые параметры, а $A = \dfrac{\partial f\left(y_i\right)}{\partial y}$.

Если рассматривать не одно уравнение, а систему N уравнений, то A является матрицей размера NxN, составленной из частных производных (матрица Якоби). Конкретные значения параметров α, β, γ можно вычислить после разложения решения в ряд Тейлора в точке y_i, затем подставить его в (3.5). От значений этих параметров зависит максимально возможный порядок точности. Например, для схемы третьего порядка точности значения этих параметров будет следующим: $\alpha = 1.077$, $\beta = -0.372$, $\gamma = -0.577$.

Алгоритм Розенброка основывается на следующих действиях, которые выполняются на каждом i-м шаге интегрирования:

1. Вычисляется матрица производных в точке y_i.
2. Следующая точка y_{i+1} находится из матричного уравнения (3.6) с данными коэффициентами.

Метод Розенброка является одношаговым и явным. Впрочем, как видно из формулы метода, пересчет каждого шага требует: во-первых, численного определения производных функции f_y, и во-вторых, решения системы линейных уравнений.

Класс методов Розенброка является очень распространенным и востребованным, потому что имеет очень высокие вычислительные качества, которые позволяют найти решение за довольно быстрое время и с достаточно высокой точностью.

Подведем итоги по рассмотренным методам. Так, для решения задач с малым числом жесткости подойдут простейшие неявные методы: Эйлера, трапеций, прямоугольников. Лучший результат показывает (4,2)-метод т.к. он обладает четвертым порядком точности.

Для решения задач умеренной жесткости подойдут неявные методы Рунге – Кутты, а именно – неявный метод второго порядка.

Для решения задач высокой жесткости, если допустимо использование малых шагов интегрирования, предпочтительнее выбрать (4,2)-метод. При необходимости использования более крупных шагов следует применять комплексную схему Розенброка.

Заключение

В данной работе был описан процесс моделирования кинетики пластической деформации, основанный на процессах образования и аннигиляции точечных дефектов. Были представлены модели кинетики упрочнения и разрушения дальнего атомного порядка в случае сверхдислокационных источников и источников, испускающих одиночные дислокации. Эти модели представляют собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Исходя из определений жесткой системы был сделан вывод что данные системы являются жесткими. Для нахождения численного решения жестких систем ОДУ были сформулированы два класса методов: явные и неявные. Наиболее предпочтительными в решении жестких систем являются неявные методы. В данной работе были рассмотрены наиболее востребованные семейства неявных методов, были представлены рекомендации по их выбору.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Акулов Н.С.* Дислокации и пластичность.– Минск: Издательство АН БССР, 1961.– 109 с.

2. *Гилман Дж.* Микродинамическая теория пластичности // Микропластичность.–1972.– С. 18–37.

3. *Orlov A.K.* Kinetics of dislocations // Theory of crystals defects.– Prague: Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, 1966.– 317–338 pp.

4. *Lagneborg R.* Dislocation mechanisms in creep // Intern. Metals. Rev.– 1972.– Pp. 130–146.

5. *Ханнанов Ш.Х.* Кинетика дислокаций и неоднородная деформация кристаллов при одиночном скольжении // Математические модели пластичности.– Томск: Издательство ТПУ, 1991.– С. 11–16.

6. *Bergstrom J.* A dislocation model for the stress strain behaviour of polycrystalline
-Fe with special emphasis on the variation of the densities of mobile and immobile dislocations // Mater. Sci. and Eng.– 1970.– no. 4.– Pp. 193–200.

7. *Essmann V., Mughrabi H.* Annihilation of dislocations during tensile and cyclic deformation and limits of dislocation densities // Phil. Mag. (a).– 1979.– no. 6.– Pp. 731–756.

8. *Попов Л.Е., Кобытев В.С., Ковалевская Т.А.* Концепция упрочнения и динамического возврата в теории пластической деформации // Известия вузов. Физика.– 1982.– № 6.– С. 56–82.

9. *Большанина М.А., Большанина Н.А., Горелов И.К.* Влияние скорости деформации на механические свойства олова // ЖЭТФ.– 1934.– С. 1084–1089.

10. Математическое моделирование пластической деформации / Л. Е. Попов, Л. Я. Пудан, С. Н. Колупаева и др.– Томск: Издательство Томского университета, 1990.– 185 с.

11. *Вержбицкий В.М.* Численные методы (математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения): Учеб. пособие для вузов.– М.: Высшая школа, 2001.–382 с.

12. *Ракитский Ю.В., Устинов С.М., Черноруцкий И.Г.* Численные методы решения жестких систем.– М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1979.– 208 с.

13. *Shampine L.F., Gear C.W.* A User's View of Solving Stiff Ordinary Differential Equations // SIAM Review.– 1979.–Jan.– Vol. 21, no. 1.– Pp. 1–17.

14. *Каханер Д., Моулер К., Нэш С.* Численные методы и программное обеспечение.– М.: Мир, 1998.– 320 с.

15. *Семенов М.Е.* Математическая модель и комплекс программ для исследования пластической деформации скольжения в материалах с гранецентрированной кубической структурой: дис. … канд. физ. –мат. наук. – Том. гос. архит.-строит. ун-т, Томск, 2005.

16. Математическое моделирование от междислокационных взаимодействий до макроскопической деформации [Текст] : монография / под ред. В.А. Старенченко. – Томск : Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2015. – 540 с.

17. *Галанин М.П., Ходжаева С.Р.* Методы решения жестких обыкновенных дифференциальных уравнений. Результаты тестовых расчетов // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 98. 29 с.
18. *Кирьянов Д.В., Кирьянова Е.Н.* Вычислительная физика – М.: Полибук Мультимедиа, 2006. – 352 с

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ ОДНОВРЕМЕННОЙ (ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ) ДОСТАВКИ ВИДЕО-КОНТЕНТА В НЕСКОЛЬКО СЕТЕЙ С ПОДДЕРЖКОЙ АДАПТИВНОГО БИТРЕЙТА

Хамуев В.В., Буторина Н.Б.
Томский государственный университет
manyaioan@mail.ru, nnatta07@mail.ru

Введение

Видеоконтент уже давно доминирует в общем объеме передаваемых данных в сети Интернет. По прогнозам компании Cisco, к 2021 г. общий объём интернет-трафика составит 3,3 зеттабайта, из которых 82% будет составлять передача видео (по сравнению с 73% сегодня).

Производителей живого видеоконтента можно разделить на следующие группы:

1. Пользователи, для которых создание и распространение видеоконтента – профильный род деятельности (телеканалы, интернет-порталы, видеоблогеры и т.п).

2. Пользователи, для которых создание и распространение видеоконтента – непрофильный род деятельности (организаторы спортивных и образовательных мероприятий, вебинаров и т.п).

Общей проблемой для этих групп является фрагментированность аудитории между разными социальными сетями. Инструментов для решения такой проблемы немного, в то же время они не адаптированы для "мобильного" использования.

1. Проведение аналитики

Программные комплексы, позволяющие вещать видеоконтент в социальные сети, и другие сервисы доставки видео контента по протоколу RTMP можно разделить на три основных сегмента. Ниже будут рассмотрены каждый сегмент с изучением его самого популярного представителя.

1. Бесплатное ПО с открытым исходным кодом.

Пример: Open Broadcast Project. Программный продукт для организации онлайн-вещания, поддерживающее передачу видео по протоколу RTMP. Большая часть трансляций с персональных компьютеров сегодня осуществляется через это приложение. **Плюсы:** бесплатность, наличие базового функционала, открытый исходный код. **Минусы:** отсутствие поддержки, долгий процесс внедрения нового функционала.

2. Коммерческое “коробочное ПО”.

2.1 Без явной целевой аудитории (**пример** – Telestream Wirecast). ПО для организации онлайн-вещания, поддерживающее передачу видео по протоколу RTMP. Лидер рынка, предоставляющий максимальную функциональность для решения разных задач вещания. Стоимость: от $495 до $2269. **Плюсы:** большое число поддерживаемых сервисов, наличие большого числа функций. **Минусы:** высокая стоимость, отсутствие гибкого ценообразования, перегруженный и неинтуитивный интерфейс.

2.2 ПО с четко выраженной целевой аудиторией (**пример** – XSplit). Это приложения, ориентированные на одну категорию создателей контента. Свои приложения есть для игровых трансляций, видеоподкастов. Стоимость: от 2,5 до 8 долларов в месяц. **Плюсы:** функционал, наиболее востребованный для той аудитории, для которой создано ПО, гибкая ценовая политика. **Минусы:** не подходят для универсального применения.