

УДК 532.5.013, 534.2, 536.25

Е.С. Тюленева, Е.В. Варушкина, А.В. Перминов

ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В СЛАБОМ АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассматривается воздействие акустических вибраций на конвективное движение жидкости. Для замкнутой прямоугольной полости при числах Прандтля 0,01, в случае наклонных и вертикальных вибраций исследовано влияние интенсивности вибраций на структуру течений. Показано, что при поперечных акустических вибрациях плоского горизонтального слоя жидкости с продольным градиентом температуры в нем возникает плоскопараллельное конвективное течение. Исследована устойчивость такого течения по отношению к плоским возмущениям.

Ключевые слова: конвекция, вибрации, термоакустика, сжимаемость, конвективная устойчивость.

На сегодняшний день большое количество работ посвящено изучению конвективных движений жидкостей под воздействием разного рода вибраций. Как правило, авторы при описании термовибрационной конвекции используют уравнения Зеньковской–Симоненко, где принимаются неакустические приближения, т.е. жидкость считается несжимаемой [1]. Влияние акустических вибраций на конвективное движение жидкости является малоизученным. Впервые уравнения термоакустической конвекции были получены Д.В. Любимовым [2,3]. В данной работе исследуется влияние эффекта сжимаемости жидкости на конвективные течения при воздействии высокочастотных вибраций, для этого рассматривается две подзадачи: изучение влияния акустических вибраций на движение жидкости в полости прямоугольного сечения в условиях невесомости и изучение устойчивости адвективного течения в плоском слое.

1. Движение жидкости в полости прямоугольного сечения в условиях невесомости

Рассмотрим двумерную замкнутую прямоугольную полость высотой H и длиной L ($H > L$) со сжимаемой жидкостью. Границы $x = 0$ и $x = L$ поддерживаются при температурах $T = 0$, $T = \Theta$ соответственно, а границы $y = 0$ и $y = H$ теплоизолированы. Полость вместе с жидкостью совершает вибрации с частотой ω и амплитудой a под углом α к оси x . Поле тяжести отсутствует. В работе рассматривались слабые акустические эффекты, когда длина акустической волны, возбуждаемой в полости, полагалась больше ее линейных размеров, т.е. $k_H = \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2 \ll 1$,

где c – скорость звука в жидкости [2]. В силу этого условия амплитуду пульсационной скорости можно представить в виде линейной комбинации акустической и термовибрационной составляющих $\vec{V} = \vec{V}_a + \vec{V}_T$ [2, 4].

При указанных условиях нагрева и вибраций на фоне пульсационного движения в жидкости возбуждается осредненное конвективное течение. Безразмерные уравнения для осредненного поля скорости $\vec{u}$ и поля температуры T имеют вид

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} - \frac{1}{4} Gv_a V_a \nabla T - \frac{1}{2} Gv_T (\vec{j} \vec{V}_T) \nabla T = -\nabla p + \Delta \vec{u}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \nabla T = \frac{1}{Pr} \Delta T; \quad (2)$$

$$\text{div} \vec{u} = 0,$$

$$\text{div} \vec{V}_T = 0, \quad \text{rot} \vec{V}_T = \nabla T \times \vec{j}; \quad (3)$$

$$V_a = (B-1)(x(x-1)\cos^2 \alpha + y(y-l)\sin^2 \alpha) + B(2x-1)(2y-l)\sin 2\alpha, \quad (4)$$

где $\vec{j}$ – единичный вектор вдоль оси y ; τ – время, сравнимое с периодом вибраций. При обезразмеривании выбирались следующие характерные величины: координаты – $x = Lx'$, $y = Ly'$, времени – $t = L^2 t'/v$, скорости – $\vec{V} = v \vec{V}'/L$, температуры – $T = \Theta T'$, давления – $p = \rho_0 v^2 p'/L^2$. Граничные условия в безразмерных переменных для поля температуры:

$$T(t, 0, y) = 0, \quad T(t, 1, y) = 1, \quad y = 0, \quad y = l: \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad (5)$$

для поля скорости:

$$y = 0, y = l: \vec{V}_T = 0, \quad u_x = \frac{3}{16} Re_{pa} x(2x^2 - 3x + 1) \cos^2 \alpha, \quad u_y = 0, \quad (6)$$

$$x = 0, x = 1: \vec{V}_T = 0, \quad u_x = 0, \quad u_y = \frac{3}{16} Re_{pa} y(2y^2 - 3ly + l^2) \sin^2 \alpha.$$

Здесь u_x и u_y соответственно x и y – компоненты средней скорости движения жидкости. В выражении (6) для компонент средней скорости на стенках ставится эффективное граничное условие, учитывающее погранслоный (шлихтинговский) механизм генерации среднего течения [2, 4]. Задача характеризуется пятью безразмерными параметрами: вибрационным и акустическим числами Грасгофа ($Gv_T = a^2 w^2 \beta^2 \Theta^2 L^2 / v^2$, $Gv_a = a^2 w^4 \beta \Theta L^4 / v^2 c^2$), геометрическим параметром $l = H/L$, числом Прандтля $Pr = v/\chi$ и акустическим числом Рейнольдса $Re_{pa} = a^2 w k^2 / v l^4$. Число Gv_a характеризует объемный механизм генерации осредненного течения, связанный с тем, что вследствие сжимаемости жидкости во всем объеме возникают неоднородности плотности. Акустическое число Рейнольдса Re_{pa} определяет механизм генерации осредненного течения, возникающий из-за неоднородностей плотности, имеющих место вблизи твердых границ полости. Число B – термодинамический параметр, определяемый уравнением состояния жидкости [2–4]. Как показывают оценки, для большинства жидкостей термодинамический параметр есть величина порядка единицы и $-1 \ll (B-1) \leq 0$. В случае продольных вибраций акустическая составляющая скорости имеет вид $V_a = (B-1)(x(x-1)\cos^2 \alpha + y(y-l)\sin^2 \alpha)$. Акустическое число Грасгофа в данном случае удобно представить в виде произведения $Gv'_a = Gv_a(B-1)$, являющегося величиной порядка единицы. При наклонных вибрациях порядок величины первого слагаемого в выражении (4) много меньше, чем второго, поэтому больший вклад в акустическую составляющую скорости вносит именно второе слагаемое. В этом случае акустическое число Грасгофа можно представить в виде

$Gv_a'' = BGv_a$. В дальнейшем штрихи у перемасштабированных акустических чисел Грасгофа будем опускать.

Решение проводилось численно двухполюсовым методом [5, 6]. Для этого переходим к новым переменным – вихрю скорости Ω , функциям тока пульсационного F и осредненного ψ движений:

$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad V_{Tx} = \frac{\partial F}{\partial y}, \quad V_{Ty} = -\frac{\partial F}{\partial x}, \quad \vec{\Omega} = \text{rot } \vec{V}.$$

Запишем систему уравнений и граничных условий в терминах вихря скорости, функций тока и температуры:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + D(\psi, \Omega) + \frac{1}{2} Gv_T D(V_T, T) + \frac{1}{4} Gv_a D(V_a, T) &= \Delta \Omega, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + D(\psi, T) &= \frac{1}{Pr} \Delta T, \quad \Omega = -\Delta \psi, \quad \Delta F = \frac{\partial T}{\partial y} \cos \alpha - \frac{\partial T}{\partial x} \sin \alpha, \\ V_T &= V_{Tx} \cos \alpha + V_{Ty} \sin \alpha, \quad V_{Tx} = \frac{\partial F}{\partial y}, \quad V_{Ty} = -\frac{\partial F}{\partial x}, \quad D(f, g) = \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial y}, \\ y = 0: \psi &= 0, \quad F = 0, \quad \Omega|_{\Gamma} = -\frac{2}{h_y^2} \psi|_{\Gamma-1} - \frac{2}{h_y} u_x, \\ y = l: \psi &= 0, \quad F = 0, \quad \Omega|_{\Gamma} = -\frac{2}{h_y^2} \psi|_{\Gamma-1} + \frac{2}{h_y} u_x, \\ x = 0: \psi &= 0, \quad F = 0, \quad \Omega|_{\Gamma} = -\frac{2}{h_x^2} \psi|_{\Gamma-1} - \frac{2}{h_x} u_y, \\ x = 1: \psi &= 0, \quad F = 0, \quad \Omega|_{\Gamma} = -\frac{2}{h_x^2} \psi|_{\Gamma-1} + \frac{2}{h_x} u_y. \end{aligned} \quad (8)$$

Краевая задача (5), (7), (8) решалась методом конечных разностей. При нахождении температуры и вихря скорости использовалась явная схема. Поля функций тока вычислялись методом последовательной верхней релаксации. Для вихря скорости на твердых границах ставилось условие Тома [5]. Наиболее детальные расчеты проведены для случая $Pr = 0,01$ (жидкий металл), $l = 5$ при углах α , равных 45° и 90° .

Перейдем к обсуждению результатов. При описанных условиях подогрева и вибрационного воздействия механическое равновесие в полости невозможно. Рассмотрим зависимость структуры и характеристик течения от вибрационного числа Грасгофа и акустического числа Рейнольдса. Для характеристики интенсивности движения введем расход жидкости по полутолщине слоя

$$Q = \int_0^{1/2} v(x) dx. \quad (9)$$

Переход от одного режима к другому, как правило, сопровождается изменением теплового потока через полость. Тепловой поток через продольное сечение полости будем характеризовать числом Нуссельта, которое задается выражением

$$N = \int_0^l \frac{\partial T}{\partial x} dy. \quad (10)$$

В случае наклонных вибраций ($\alpha = 45^\circ$) при малых акустических числах Грасгофа ($Gv_a = 2$) в полости формируется четырехвихревое течение (рис. 1, *a*). По мере увеличения термовибрационного числа Грасгофа два более интенсивных вихря, расположенных в противоположных углах полости, подавляют соседние. Тем самым образуется двухвихревое течение (рис. 1, *д*).

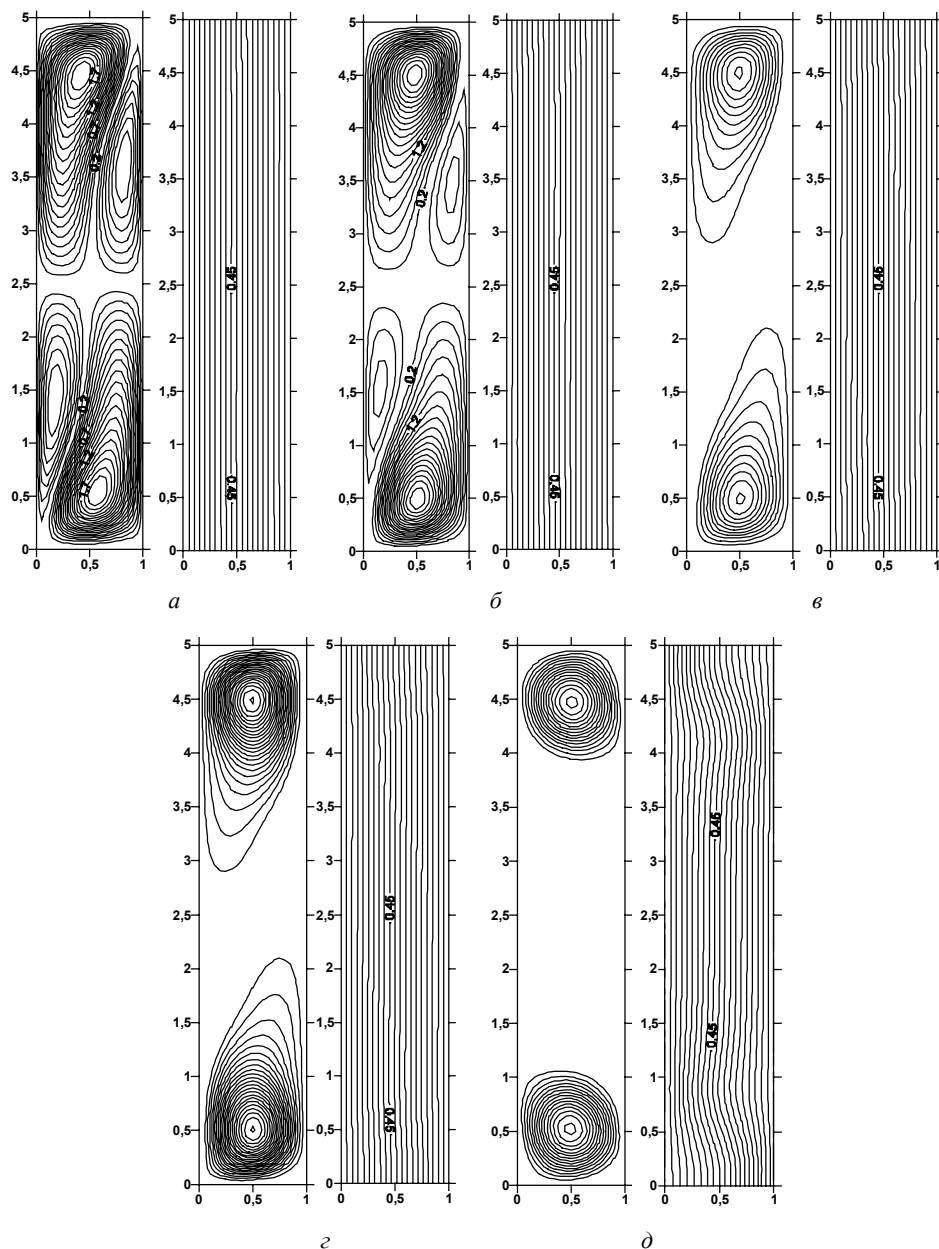


Рис. 1. Изолинии функции тока и температуры при $Pr = 0,01$, $\alpha = 45^\circ$, $Gv_a = 2$, $Re_{pa} = 10$; Gv_γ : *a* – 20000; *б* – 40000; *в* – 56000; *г* – 115000; *д* – 1000000

Зависимость расхода Q и молекулярного теплового потока N от Gv_T показана на рис. 2. Смену режимов можно проследить на кривой зависимости потока от термовибрационного числа Грасгофа $Q(Gv_T)$: перестройка четырехвихревого движения в двухвихревое происходит вблизи минимумов кривых, показанных на рис. 2, а. В режиме двухвихревого течения зависимость числа Нуссельта от термовибрационного числа Грасгофа становится линейной (рис. 2, б). Отметим, что увеличение акустических чисел Рейнольдса требует больших значений чисел Gv_T для такой перестройки.

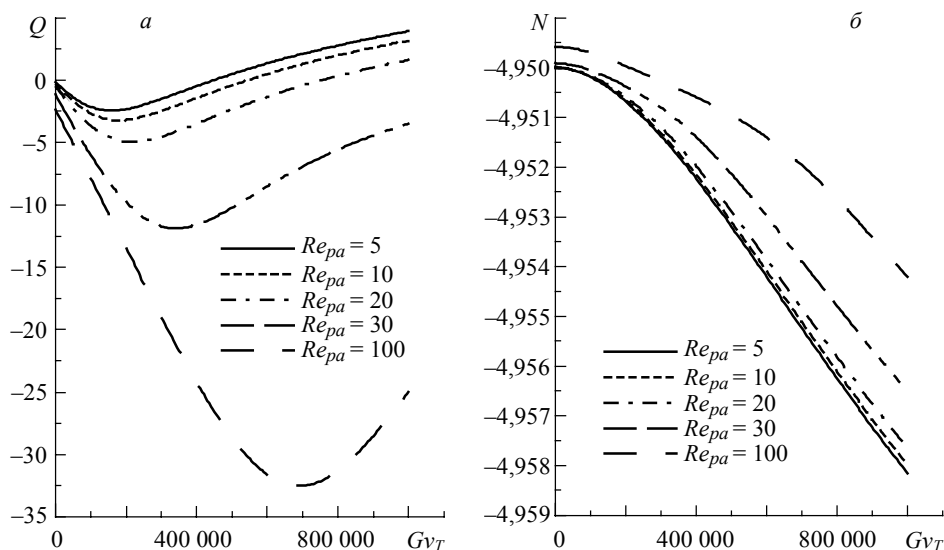


Рис. 2. Зависимость а – расхода жидкости, б – молекулярного потока от Gv_T при $Pr = 0,01$, $\alpha = 45^\circ$, $Gv_a = 2$ при различных значениях Re_{pa}

При вибрациях, направленных вдоль полости, основным является погранслоный механизм формирования конвективного течения жидкости. При малых акустических числах Рейнольдса из исходного четырехвихревого течения образуется восьмивихревое (рис. 3). Расход жидкости и молекулярный поток при этом претерпевают незначительные изменения, поэтому изменение структуры течения оказывается удобным характеризовать изменением интенсивности течения, которая определяет максимум функции тока (рис. 4). При малых акустических числах Рейнольдса ($Re_{pa} \leq 10$) интенсивность течения уменьшается, что свидетельствует о борьбе двух механизмов – термоакустического и термовибрационного. С ростом термовибрационного числа Грасгофа течение перестраивается, возникают малые вихри в торцах полости, на генерацию и рост которых затрачивается внутренняя энергия системы. Перестройка течения заканчивается в точке излома, вихри в торцах полости сформировались, и их интенсивность растет при дальнейшем увеличении Gv_T . При $Re_{pa} \geq 20$ максимум функции тока уменьшается. Главную роль в формировании течения играет погранслоный механизм. Увеличение вибраций ведет к росту интенсивности вихрей, но перестройка не происходит. При достаточно больших Gv_T в торцах полости формируются малые вихри, но их интенсивность остается малой.

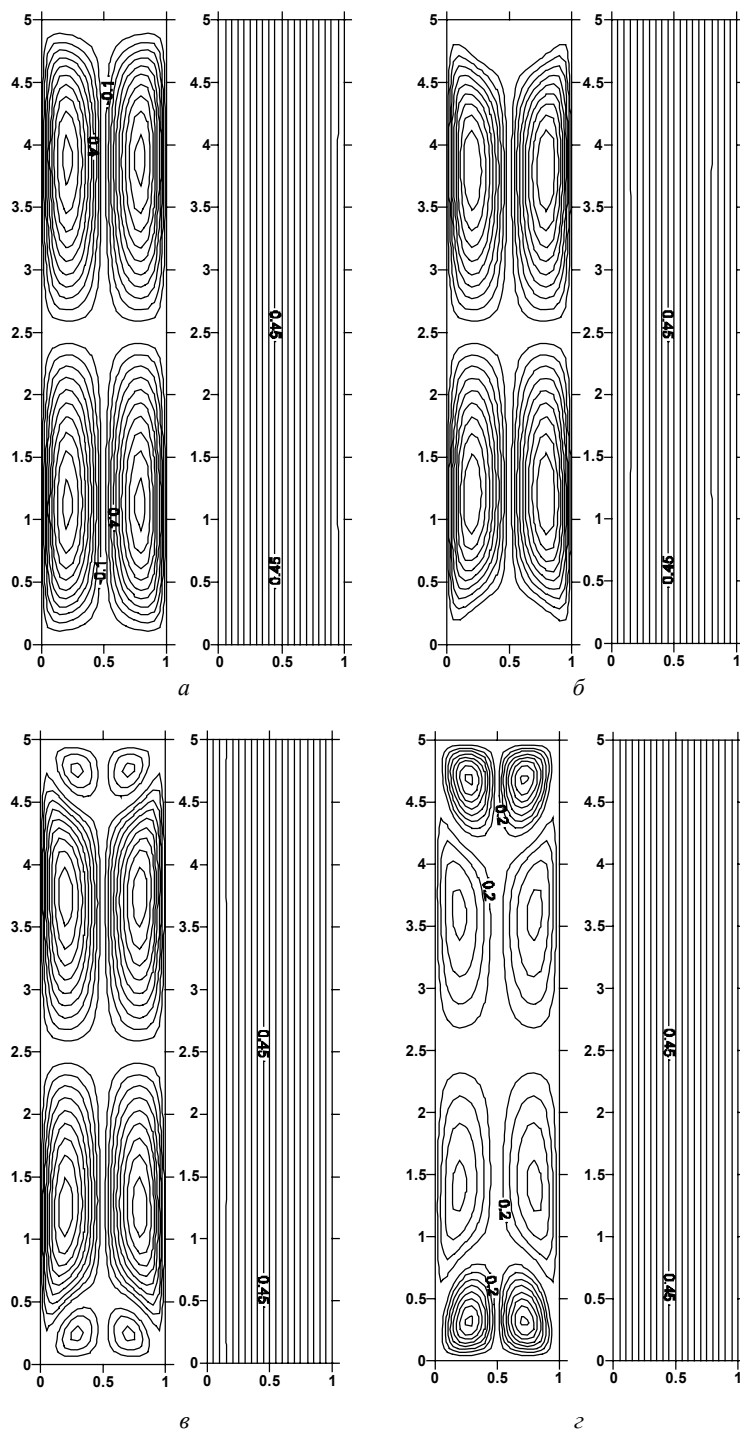


Рис. 3. Изолинии функции тока и температуры при $Pr = 0,01$, $\alpha = 90^\circ$, $Gv_a = -2$, $Re_{pa} = 5$; Gr_T : *a* – 2000; *б* – 11000; *в* – 22000; *г* – 65000

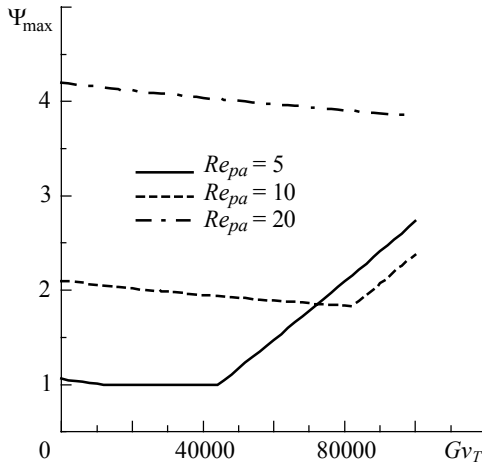


Рис. 4. Зависимость максимума функции тока от Gv_T при $Pr = 0,01$, $\alpha = 90^\circ$, $Gv_a = -2$

ся дополнительные вихри, интенсивность которых растет с увеличением Gv_T . Симметрия течения не нарушается.

При наклонных вибрациях наряду с погранслоиным механизмом заметную роль играет объемный механизм генерации конвекции. Для $Pr = 0,01$ по мере усиления вибраций исходное четырехвихревое течение теряет свою устойчивость и через ряд состояний трансформируется в двухвихревое, вихри которого локализованы в торцах полости. В центре полости возникает застойная зона. При вибрациях, направленных поперек градиента температуры, структура течения определяется в основном погранслоиным механизмом. В жидкости возникает четырехвихревое симметричное конвективное течение. С увеличением частоты вибраций при $Pr = 0,01$ в углах полости зарождаются

2. Устойчивость адвективного течения в плоском слое

Бесконечный слой сжимаемой жидкости толщиной H между двумя горизонтальными пластинами находится в поле тяжести. Слой вместе с жидкостью совершает вертикальные вибрации с частотой w и амплитудой a . Пластины считаются идеально теплопроводными. Вдоль слоя поддерживается постоянный градиент температуры Θ . Рассматривается двумерная постановка, ось x находится в горизонтальной плоскости и сонаправлена градиенту температуры, ось z направлена вертикально вверх. Аналогично предыдущему случаю задача решается в приближении слабой акустики.

При указанных условиях нагрева и вибраций на фоне пульсационного движения в жидкости возбуждается осредненное конвективное течение. Безразмерные уравнения для осредненного поля скорости $\bar{u}$ и поля температуры T имеют вид

$$\begin{aligned} \bar{u}_t + (\bar{u} \nabla) \bar{u} + \frac{1}{4} Gv_a z(z-1) \nabla T - \frac{1}{2} Gv_T (\bar{n} \cdot \bar{V}_T) \nabla T &= -\nabla p + \Delta \bar{u} + GrT \bar{j}, \\ T_t + \bar{u} \cdot \nabla T &= \frac{1}{Pr} \Delta T, \\ \operatorname{div} \bar{u} &= 0, \quad \operatorname{div} \bar{V}_T = 0, \quad \operatorname{rot} \bar{V}_T = \nabla T \times \bar{n}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\bar{n}$ – единичный вектор направленный вдоль оси вибрации; $\bar{j}$ – единичный вектор для подъемной силы; $\bar{u}$, $\bar{V}_T$ – скорости осредненного и пульсационного движения жидкости соответственно; p – давление. В данной постановке задача характеризуется четырьмя безразмерными параметрами: акустическим, термовибрационным и гравитационным числами Грасгофа $Gr = g\beta\Theta H^3/\nu^2$, $Gv_T = b^2 w^2 \beta^2 \Theta^2 H^2/\nu^2$, $Gv_a = b^2 w^4 \beta \Theta H^4(1-B)/\nu^2 c^2$ и числом Прандтля $Pr = \nu/\chi$.

Так как ось вибраций совпадает с осью z , то $(\bar{n} \ \bar{V}_T) = V_{Tz}$.

Граничные условия имеют вид

$$z = 0, \ 1: \ \bar{u} = 0, \ V_{Tz} = 0, \ T = x.$$

Кроме того, справедливо условие замкнутости течения вдоль оси x :

$$\int_0^1 V_{Tx} dz = 0, \ \int_0^1 u_x dz = 0.$$

Для случая несжимаемой жидкости в плоском слое при указанных условиях подогрева и направлении вибраций возможно квазиравновесное состояние жидкости. Это такое состояние, при котором в жидкости существует только пульсационное движение. Глобальных конвективных течений, приводящих к тепло- и массопереносу не генерируется. Было показано, что при учете сжимаемости квазиравновесное состояние в слое невозможно, т.е. высокочастотные вибрации приводят к генерации осредненного конвективного движения. Рассмотрим установившееся течение. Задача (11) допускает решение, соответствующее плоскопараллельному течению $\bar{u} = \{u_x(z), 0, 0\}$ и линейному вдоль координаты x распределению температуры $T = x + \vartheta(z)$.

Для данной постановки с использованием уравнений (11) было получено следующее решение:

$$\begin{aligned} u_x &= Gv_a \left(\frac{z^4}{48} - \frac{z^3}{24} + \frac{z^2}{40} - \frac{z}{240} \right) + Gr \left(\frac{z^3}{6} - \frac{z^2}{4} + \frac{z}{12} \right), \\ T &= x + Pr \left(Gv_a \left(\frac{z^6}{1440} - \frac{z^5}{480} + \frac{z^4}{480} - \frac{z^3}{1440} \right) + Gr \left(\frac{z^5}{120} - \frac{z^4}{48} + \frac{z^3}{72} - \frac{z}{720} \right) \right), \quad (12) \\ V_{Tx} &= z - \frac{1}{2}, \ V_{Tz} = 0. \end{aligned}$$

Для наглядности приведем несколько профилей u_x и T . Наибольший интерес представляет исследование влияния акустической составляющей скорости на течение жидкости, поэтому ограничимся малым параметром Gr . Рассматривается случай $Pr = 1$ (газ). Профиль температуры строится при $x = 0$.

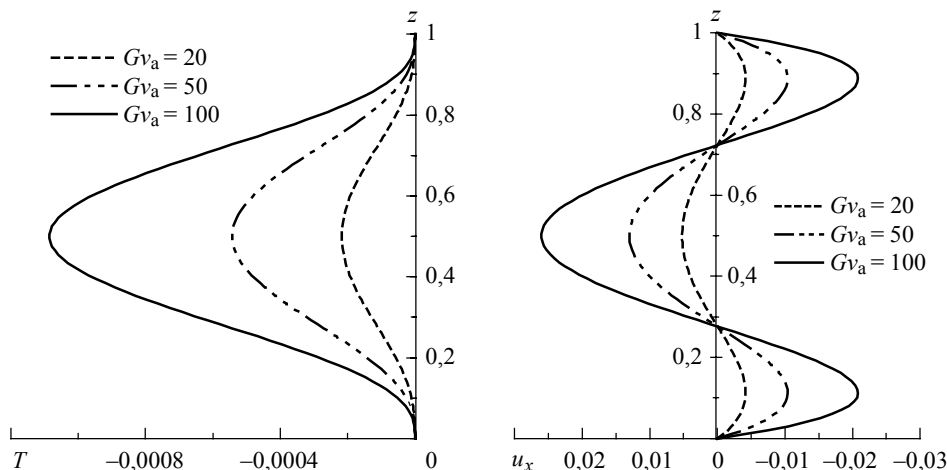
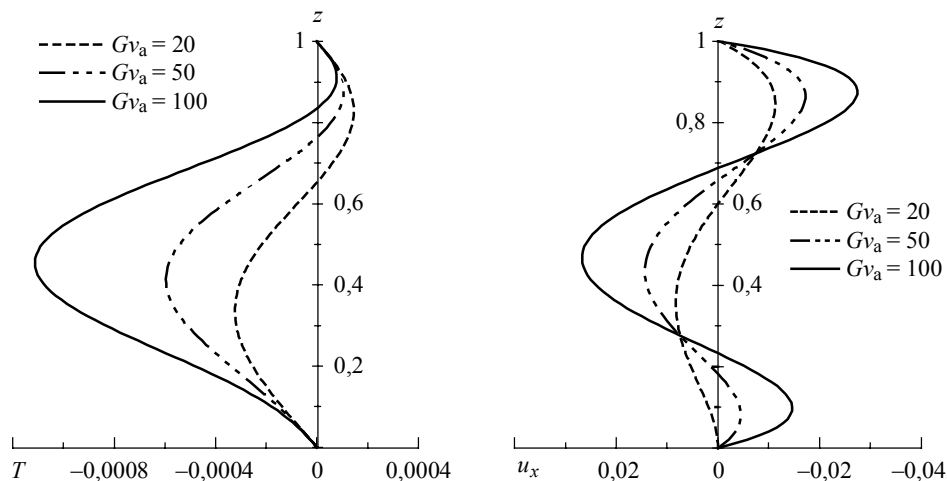
В случае отсутствия гравитационного поля в полости под действием акустических вибраций в центральной части слоя возникает течение, направленное вдоль градиента температуры. Вблизи границ слоя имеет место возвратное течение. Интенсивность течения по мере роста Gv_a возрастает (рис. 5). Профили скорости и температуры являются четными функциями.

При $Gr = 1$ профили u_x и T теряют четную симметрию и можно наблюдать борьбу гравитационного и термоакустического механизмов генерации конвективного течения (рис. 6). При $Gr \geq 100$ гравитационный механизм генерации течения сводит к минимуму эффекты, обусловленные сжимаемостью жидкости. Профили скорости и температуры приобретают классический нечетный вид [1, 7].

Исследуем устойчивость основного стационарного адвективного течения, определенного выражениями (12). Для этого внесем малые возмущения в поля скорости, температуры и давления:

$$\bar{u} = \bar{u}_0 + \bar{u}', \ \bar{V}_T = \bar{V}_0 + \bar{V}', \ T = T_0 + T', \ p = p_0 + p',$$

где штрих означает некоторое возмущение исходного решения.

Рис. 5. Профили температуры и скорости аналитического решения при $Gr = 0$ Рис. 6. Профили температуры и скорости аналитического решения при $Gr = 1$

Подставим данные выражения в исходную задачу, оставляя только линейные по возмущениям члены:

$$\bar{u}'_t + (\bar{u}_0 \nabla) \bar{u}' + (\bar{u}' \nabla) \bar{u}_0 + \frac{1}{4} Gv_a z(z-1) \nabla T' - \frac{1}{2} Gv_T \bar{V}_z' \nabla T_0 = -\nabla p' + \Delta \bar{u}' + Gr T' \bar{j},$$

$$T'_t + \bar{u}' \cdot \nabla T_0 + \bar{u}_0 \cdot \nabla T' = \frac{1}{Pr} \Delta T',$$

$$\operatorname{div} \bar{u}' = 0, \operatorname{div} \bar{V}' = 0, \operatorname{rot} \bar{V}' = \nabla T' \times \bar{n},$$

Граничные условия для возмущений возьмем в виде

$$z = 0, 1: \bar{u}' = 0, \bar{V}' = 0, T' = 0.$$

Рассмотрим устойчивость адвективного течения относительно плоских возмущений, т.е. возмущений в виде валов с осями, перпендикулярными вектору

скорости основного потока:

$$(\bar{u}', \bar{V}', p', T') = (\bar{u}, \bar{V}, p, T)(z) e^{-ikx + \lambda t}.$$

Теперь задачу можно свести к уравнениям относительно амплитуд возмущений:

$$\begin{aligned} \varphi^{IV} &= (\lambda + 2k^2 - iku_0) \varphi'' + (u_0'' + k^2 u_0 - k^2 \lambda - k^4) \varphi - \\ &- ik \left(\frac{1}{4} Gv_a (2z - 1) + Gr \right) T - \frac{1}{2} Gv_T (V_z' + ikV_z' \vartheta_0'), \\ T'' &= (k^2 + Pr(\lambda - iku_0)) T + Pr \varphi' + ik Pr \varphi \vartheta_0', \\ V_z'' &= k^2 V_z - k^2 T, \end{aligned}$$

где функция тока (точнее, здесь записана ее амплитуда) вводится следующим образом:

$$u_x = \varphi', \quad u_z = ik\varphi.$$

Граничные условия для амплитуд переписутся в виде

$$z = 0, 1: \quad \varphi = \varphi' = 0, \quad V_z = 0, \quad T = 0.$$

Данная задача решалась численно с помощью метода дифференциальной прогонки с процедурой стыковки в промежуточной точке $z = 0,5$.

Перейдем к обсуждению результатов решения данной задачи. Исследования проводились для большого класса жидкостей с числами Прандтля от 0,01 (жидкие металлы) до 6,7 (вода). Приведены графики зависимости критических чисел Грасгофа от числа Прандтля. Под критическими здесь понимаются минимизированные по волновому числу значения.

На рис. 7–9 представлены результаты расчетов для несжимаемой жидкости ($Gv_a = 0$). Нижний график повторяет известный результат из [7], на рис. 7, 8 представлена так называемая гидродинамическая мода, на рис. 9–10 – тепловая (рэлеевская) мода. Видно, что при увеличении термовибрационного числа Грасгофа порог устойчивости по отношению к плоским возмущениям повышается.

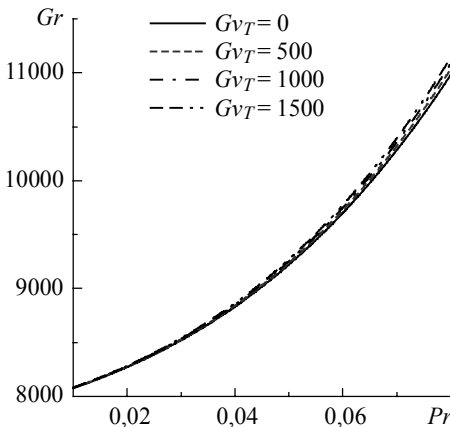


Рис. 7. Зависимость критического числа Грасгофа от Прандтля. Гидродинамическая мода

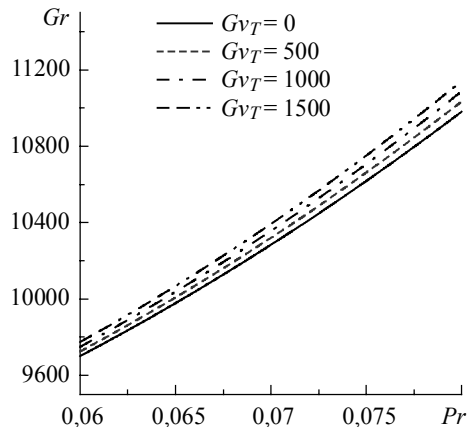


Рис. 8. Зависимость критического числа Грасгофа от Прандтля. Гидродинамическая мода

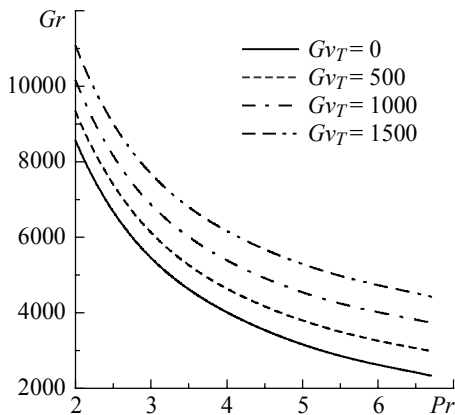


Рис. 9. Зависимость критического числа Грасгофа от Прандтля. Тепловая мода

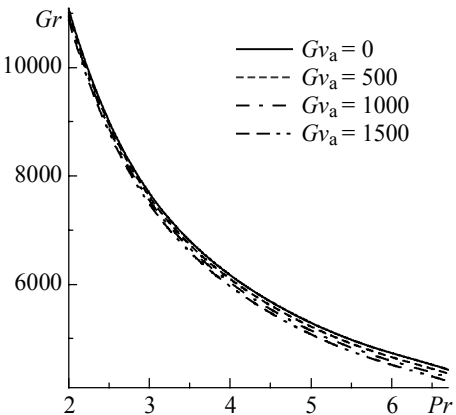


Рис. 10. Зависимость критического числа Грасгофа от Прандтля. Тепловая мода

Исследование влияния сжимаемости на устойчивость плоскопараллельного адвективного течения было проведено для $Gv_T = 1500$ (верхние кривые на рис. 7 – 9). Для обеих рассматриваемых мод наблюдается слабая дестабилизация течения по мере роста Gv_a (рис. 10, табл. 1). Таким образом, учет сжимаемости в данной задаче приводит к некоторой коррекции решения.

Таблица 1

Gr		Pr							
		0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
Gv _a	0	8081,11	8281,06	8538,04	8862,78	9269,05	9773,37	10393,33	11142,73
	500	8081,09	8281,04	8538,01	8862,76	9269,03	9773,35	10393,32	11142,81
	1000	8081,01	8280,97	8537,95	8862,70	9268,98	9773,31	10393,29	11142,78
	1500	8080,89	8280,85	8537,84	8862,60	9268,89	9773,23	10393,23	11142,74

Полученные результаты показывают, что учет сжимаемости жидкости при сильном гравитационном поле нецелесообразен. Также показано, что в слабом гравитационном поле сжимаемостью жидкости нельзя пренебрегать, так как она оказывает существенное влияние на вид течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная неустойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Любимов Д.В. Тепловая конвекция в акустическом поле // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 2. С. 28 – 36.
3. Lyubimov D.V. Thermal vibrational convection in an acoustic field. First International Symposium on Microgravity Research & Applications in Physical Sciences and Biotechnology, 10 – 15 September 2000, Sorrento, Italy. Abstracts. P. 252.
4. Любимов Д.В., Перминов А.В. Влияние акустических вибраций на конвективный пограничный слой // Гидродинамика: Межвуз. сб. науч. трудов. Пермь: Перм. гос. ун-т., 2002. Вып. 13. С. 141 – 152.
5. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. 228 с.

6. *Цаплин А.И.* Численное решение задач конвективного теплообмена. Пермь: Перм. политехн. ин-т, 1985. 85 с.
7. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А.* Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989. 320 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

ВАРУШКИНА Евгения Владимировна, магистр кафедры математического моделирования систем процессов Пермского государственного технического университета. E-mail: wargane@inbox.ru

ТЮЛЕНЕВА Елена Сергеевна, магистр кафедры математического моделирования систем процессов Пермского государственного технического университета. E-mail: Elena-pstu@mail.ru

ПЕРМИНОВ Анатолий Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Пермского государственного технического университета. E-mail: perminov@do.pstu.ru

Статья принята в печать 29.01.2009 г.