ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

2008 Математика и механика № 3(4)

УДК 531.36; 62-50

П.Г. Яковенко

УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДНЫМИ ПРОЦЕССАМИ В СИСТЕМАХ С ОГРАНИЧЕНИЕМ КООРДИНАТ

Предложена методика синтеза управлений в линейных и нелинейных системах при ограничении координат, основанная на многократном численном решении уравнений, методах динамического программирования и имитационного моделирования, принципах «перемены цели» и «ведущего слабого звена». Оптимальный по быстродействию закон управления системой составляется из управлений, найденных для малых шагов.

Ключевые слова: *методика*, *синтез*, *управления*, *системы*, *ограничения координат*.

Синтез оптимальных по быстродействию управлений линейными и нелинейными системами с ограничением координат традиционными методами не всегда эффективен. Следует применять новые, нестандартные подходы, в которых требуется не столько искусство математика, сколько хорошее знание рассматриваемой технической задачи и понимание, какими факторами можно пренебречь и к каким последствиям это приведет.

Для технических систем характерна иерархия вышестоящего и нижестоящего уровней. Продвижение к глобальной цели, стоящей перед всей системой, обычно осуществляется за счет соответствующей координации деятельности подсистем. Глобальная цель развертывается в подцели, причем часто лишь после достижения подцели появляется возможность оценить целесообразность принятия того или иного закона управления. Такие действия следует выполнять путем предварительного прогнозирования поведения системы.

Для синтеза оптимальных управлений применим метод избыточных переменных. Следует использовать принципы «перемены цели» и «ведущего слабого звена». Оптимизация управления переходными процессами в реальном масштабе времени микропроцессорными средствами требует разработки простых алгоритмов.

Методика последовательного многошагового синтеза оптимальных управлений

Системный анализ позволяет создать методологию исследования и проектирования сложных систем. Во всяком действии легко увидеть его составные части, более мелкие действия. Они должны выполняться не в произвольном порядке, а в определенной последовательности. В сложных системах наблюдается иерархическая система противоречий, которую следует использовать для создания алгоритмов управления. Формы проявления единства и борьбы противоположностей неразрывно связаны со спецификой самих систем. Когда цели связаны с различием между состояниями, приходится отображать процессы изменения состояния с помощью динамических моделей. В настоящее время используется для анализа структур сложных процессов и систем имитационное моделирование, которое по-

зволяет постичь суть явления, не прибегая к экспериментам на реальном объекте. Обычно модель будущего состояния системы выполняется с учетом того, что происходит на промежуточных этапах. Приходится оценивать текущий результат предыдущих действий и выбирать следующий шаг из числа возможных. Необходимо сравнивать последствия возможных шагов, не выполняя их реально.

Системный анализ позволяет реализовать диалектический метод при рассмотрении прикладных задач. Он применим для синтеза оптимальных по быстродействию управлений как линейными, так и нелинейными системами с ограничением координат. Новые методики синтеза оптимальных управлений могут быть созданы на основе методов динамического программирования [1] и имитационного моделирования, принципов «перемены цели» и «ведущего слабого звена» [2]. На моделях возможен поиск оптимальных управлений путем исследования переходных процессов в системе, получаемых в результате приложения пробных воздействий.

Принцип «перемены цели» служит в качестве средства приспособления системы к изменению параметров, фазовых координат, ограничений и требований к переходным процессам. Принцип «ведущего слабого звена» подразумевает объединение слабых и сильных звеньев для достижения цели, причем сильные звенья, имеющие большие адаптационные возможности, подстраиваются под слабые звенья. В течение переходного процесса главными на разных этапах становятся разные ограничения и требования, причем некоторые ограничения могут и не стать главными для конкретного процесса и не участвовать в формировании оптимального управления. Все зависит от величины задания по главной координате и начального состояния системы. Наличие в любой момент времени переходного процесса одного «слабого звена» существенно упрощает синтез управления.

Разработана методика синтеза оптимальных по быстродействию управлений линейными и нелинейными системами путем многократного численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Оптимальный закон управления системой составляется из управлений, найденных во время переходного процесса для малых интервалов. Расчет этих управлений осуществляется с учетом технологических требований, ограничений фазовых координат, принятого критерия оптимальности, заданного конечного состояния системы и начальных состояний системы на малых интервалах. Методика предполагает действия над разностными уравнениями, которыми описывается поведение системы. В общем случае она представляет собой методику составления программы для численного решения задачи на вычислительных машинах.

Поиск оптимальных управлений на малых интервалах ведется последовательно по шагам с учетом координат системы, полученных при оптимальном управлении на предыдущих шагах. Синтез оптимального управления системой сводится к последовательной оптимизации более простых процессов управления. Характерно, что каждый последующий участок управления усложняется, но формируется всегда путем определенной последовательности включения более простых участков управления.

На первом этапе методом динамического программирования с учетом принятых ограничений рассчитывается прогнозируемое оптимальное управление для очередного шага. Это управление в дальнейшем может быть скорректировано после проведения проверок на отсутствие нарушений ограничений координат во время переходного процесса. На втором этапе определяются координаты системы в результате выполнения пробного шага с найденным прогнозируемым оптималь-

ным управлением. Расчеты ведутся последовательно от входа к выходу системы. На третьем этапе методом имитационного моделирования выполняется перевод системы по оптимальному закону с учетом принятых ограничений из состояния, полученного в результате выполнения пробного шага, в равновесное состояние. Под равновесным состоянием понимается состояние системы, в котором она может оставаться длительное время без изменения координат. На четвертом этапе сравниваются значения координат системы при переводе ее по оптимальному закону в равновесное состояние с допустимыми значениями координат. Если нет нарушений принятых ограничений, то использованное на пробном шаге управление считается оптимальным и его можно использовать для расчета реальных координат системы на очередном шаге интегрирования. Эти координаты используются в качестве начальных условий для определения оптимального управления на следующем шаге. Если наблюдаются нарушения принятых ограничений, то использованное на пробном шаге управление не является оптимальным, его следует скорректировать и повторить расчеты по описанному циклу, начиная со второго этапа.

Перевод системы в равновесное состояние выполняется методом имитационного моделирования путем изменения в иерархической последовательности всех координат до установившихся значений. Под установившимся значением фазовой координаты подразумевается такое ее значение, которого она может достичь при изменении по оптимальным законам всех предшествующих фазовых координат до уровней, соответствующих прекращению дальнейшего изменения анализируемой координаты. При изменении координат до установившихся значений по оптимальным законам могут формироваться различные цели, отличные от использованной при расчете пробного шага цели, однако всегда используется принцип «ведущего слабого звена» и идет подстройка под самое «сильное» в данный момент ограничение. Сложность состоит в необходимости одновременного выхода на установившееся значение как анализируемой координаты, так и всех предшествующих координат. Задача усложняется с повышением порядка системы, приходится использовать большее количество пробных шагов, формируя различные цели. Все расчеты выполняются по циклическим алгоритмам, для одной и той же координаты могут формироваться цели выхода по оптимальным законам на разные заданные установившиеся значения. Изменение целей связано с необходимостью выполнения предъявляемых к системе противоречивых требований.

Особенностью предложенной методики, в отличие от других методов решения многошаговых задач, в которых приходится анализировать на каждом шаге все возможные варианты управления, является использование промежуточных критериев, позволяющих сразу отсечь заведомо неприемлемые управления и тем самым сократить объем вычислений. Вычисления выполняются по циклическим алгоритмам, обеспечивающим перевод координат в установившиеся состояния, поэтому для решения частных задач в процессе поиска оптимального управления можно использовать подпрограммы.

В некоторых случаях удается получить простые аналитические выражения для расчета процесса перевода координат системы в установившиеся состояния после выполнения пробного шага, что открывает широкие перспективы по разработке алгоритмов синтеза в реальном масштабе времени микропроцессорными средствами оптимальных управлений системами высоких порядков. Методика позволяет синтезировать оптимальные управления при переводе объекта в любое

требуемое состояние. При этом изменяется только понятие «установившегося значения фазовой координаты» и промежуточные критерии.

Оптимальное управление системой третьего порядка

Управляемый линейный объект описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dX_1}{dt} = X_2, \\ \dfrac{dX_2}{dt} = X_3, \\ \dfrac{dX_3}{dt} = U, \end{cases} \tag{1}$$

где X_1, X_2, X_3 – координаты системы. На управляющее воздействие U и главную координату X_1 наложены ограничения

$$| U(t) | \le U_{\text{M}}, \tag{2}$$

$$| X_1(t) | \le X_{\text{M}} . \tag{3}$$

Определим оптимальное управление $U(t)$, обеспечивающее минимальное время T перевода объекта из исходного состояния $X_1(0) = 0$; $X_2(0) = 0$; $X_3(0) = 0$, в заданное состояние $X_1(T) = X_{\text{M}}$; $X_2(T) = 0$; $X_3(T) = 0$ с помощью методики последовательного многошагового синтеза.

Решение задачи по предложенной методике предполагает, что речь идет о системе с квантованием координат по уровню и по времени. О текущем времени можно судить по номеру шага интегрирования, равного периоду квантования. При этом объект описывается системой разностных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta X_1}{\Delta t} = X_2, \\ \dfrac{\Delta X_2}{\Delta t} = X_3, \\ \dfrac{\Delta X_3}{\Delta t} = U, \end{cases} \tag{4}$$

где ΔX_1, ΔX_2, ΔX_3 – приращения координат системы за шаг интегрирования Δt. Задача заключается в определении управления U в виде последовательности значений U_0, U_1, ... U_C, обеспечивающих перевод объекта в заданное состояние за минимальное время T.

Для устранения противоречий между быстродействием и выполнением ограничения в методике последовательного многошагового синтеза оптимальных управлений используются принципы «перемены цели» и «ведущего слабого звена». Они позволяют формировать управление, меняя задачи на отдельных интервалах времени. Сложная задача синтеза оптимального управления в этом случае заменяется набором более простых задач.

Для исходного состояния системы на n-м шаге интегрирования $X_{1(n)}$, $X_{2(n)}$, $X_{3(n)}$ первоначально рассчитывается прогнозируемое оптимальное управление $U_{(n+1)}$ для очередного шага и определяются координаты системы в результате выполнения первого пробного шага $X_{1(n+1)}$, $X_{2(n+1)}$, $X_{3(n+1)}$. Затем осуществляется перевод системы в равновесное состояние.

Ставится задача изменения координаты X_2 с предельными возможностями до уровня $X_2 = 0$ (с одновременным выходом координаты X_3 на уровень $X_3 = 0$). Для этого находится оптимальное управление $U_{(n+2)}$ и рассчитываются значения координат системы $X_{1(n+2)}$, $X_{2(n+2)}$, $X_{3(n+2)}$ в результате выполнения второго пробного шага. Затем по циклическому алгоритму решается задача изменения координаты X_3 с предельными возможностями до уровня $X_{3(k)} = 0$. Определяются координаты системы $X_{1(\kappa)}$ и $X_{2(\kappa)}$ при $X_{3(\kappa)} = 0$. Производится оценка значения координаты $X_{2(\kappa)}$. Если оно не равно нулю, то рассчитывается еще один пробный шаг по скорейшему достижению координатой X_2 нулевого значения, причем в качестве начальных условий используются координаты системы $X_{1(n+1)}$, $X_{2(n+1)}$, $X_{3(n+1)}$ с предыдущего второго пробного шага. По циклическому алгоритму изменяется координата X_3 с предельными возможностями до нулевого значения, оценивается значение координаты X_2 и далее по описанному циклу. Таким способом удается достичь значений $X_{2(\text{р})} = 0$ и $X_{3(p)} = 0$, соответствующих равновесному состоянию системы. Оценивается значение главной координаты системы $X_{1(p)}$. Если оно не превышает заданного значения $X_{\text{М}}$, то использованное на первом пробном шаге управление считается оптимальным. В рассматриваемом примере управление $U_{(n+1)}$ может быть использовано для расчета реальных координат системы на $(n+1)$ шаге интегрирования. В случае нарушения ограничения ($X_{1(p)} > X_{\text{М}}$) следует изменить прогнозируемое оптимальное управление $U_{(n+1)}$ и повторить расчеты по описанному циклу, начиная со второго этапа. Синтез оптимального управления для одного шага выполняется по методике, которая применима и для других шагов.

Определение оптимального управления для $(n + 1)$ шага интегрирования выполняется в следующей последовательности. Методом динамического программирования рассчитывается управление, обеспечивающее максимальное приращение координаты X_1 на $(n+1)$ шаге интегрирования.

Определяется требуемое приращение по координате X_1

$$\Delta X_{1(n+1)} = X_{\text{М}} - X_{1(n)}, \tag{5}$$

затем вычисляется значение координаты X_2, способное обеспечить это приращение

$$X_{2(n+1)} = \Delta X_{1(n+1)} / \Delta t. \tag{6}$$

Определяется требуемое приращение по координате X_2:

$$\Delta X_{2(n+1)} = X_{2(n+1)} - X_{2(n)} \tag{7}$$

и значение координаты X_3, способное обеспечить это приращение:

$$X_{3(n+1)} = \Delta X_{2(n+1)} / \Delta t. \tag{8}$$

Вычисляется требуемое приращение по координате X_3:

$$\Delta X_{3(n+1)} = X_{3(n+1)} - X_{3(n)} \tag{9}$$

и обеспечивающее его управление

$$U_{(n+1)} = \Delta X_{3(n+1)} / \Delta t. \tag{10}$$

Это управление ограничивается, при необходимости, на уровне $U_{\text{М}}$ с соответствующим знаком. Рассчитываются координаты объекта после выполнения первого пробного шага ($X_{11(n+1)}$, $X_{21(n+1)}$, $X_{31(n+1)}$) с найденным управлением

$$X_{31(n+1)} = X_{3(n)} + U_{(n+1)} \Delta t; \tag{11}$$

$$X_{21(n+1)} = X_{2(n)} + X_{31(n+1)} \Delta t; \tag{12}$$

$$X_{11(n+1)} = X_{1(n)} + X_{21(n+1)} \Delta t. \tag{13}$$

Они используются в качестве начальных условий для перевода объекта в равновесное состояние. Это необходимо сделать для проверки выполнения требования к координате X_1, которая не должна превышать значения $X_М$.

Перевод объекта в равновесное состояние начинается с расчета второго пробного шага (n+2), выполняемого с целью скорейшего достижения координатой X_2 значения $X_2 = 0$. В качестве начальных условий используются координаты системы $X_{11(n+1)}$, $X_{21(n+1)}$, $X_{31(n+1)}$, полученные в результате расчета первого пробного шага. Расчет ведется методом динамического программирования, аналогично первому пробному шагу, только теперь изменена цель управления. По аналогичной методике определяются координаты системы в результате выполнения второго пробного шага $X_{12(n+2)}$, $X_{22(n+2)}$, $X_{32(n+2)}$. В качестве «ведущего слабого звена» вновь выступает ограниченное управление.

Новые координаты объекта $X_{32(n+2)}$, $X_{22(n+2)}$, $X_{12(n+2)}$ используются в качестве начальных условий в циклическом алгоритме, обеспечивающем изменение координаты X_3 до значения $X_3 = 0$, соответствующего установившемуся значению координаты X_2. Расчеты выполняются методом динамического программирования.

После достижения координатой X_3 значения $X_3 = 0$ оценивается значение координаты X_2. Если оно оказывается больше $X_2(T)$, то рассчитывается новый пробный шаг по скорейшему достижению координатой X_2 значения $X_2(T)$, только в качестве начальных условий используются координаты объекта $X_{32(n+2)}$, $X_{22(n+2)}$, $X_{12(n+2)}$, полученные в результате выполнения предыдущего второго пробного шага. Вновь используется циклический алгоритм, обеспечивающий изменение координаты X_3 до значения $X_3 = 0$, и оценивается значение координаты X_2.

Расчеты по такому циклу продолжаются до тех пор, пока координата X_2 не достигнет значения $X_2 = 0$. Иногда для одновременного достижения координатами значений $X_2 = 0$ и $X_3 = 0$ приходится использовать метод последовательных приближений. Полученные значения $X_2 = 0$ и $X_3 = 0$ соответствуют установившемуся состоянию объекта, оценивается значение координаты X_1. Если оно не превышает значение $X_М$, то найденное на первом пробном шаге управление $U_{(n+1)}$ считается оптимальным. В противном случае управление на (n+1) шаге определяется методом последовательных приближений из диапазона ($-U_М \div +U_М$).

В отдельных случаях могут быть получены аналитические выражения, позволяющие упростить расчеты по переводу объекта в установившееся состояние, однако упрощений чаще всего не удается добиться в системах с нелинейностями и многими ограничениями. Поиск оптимального управления на любом шаге интегрирования выполняется по одному алгоритму, даже при наличии нелинейных ограничений.

Синтез оптимального управления глубиной погружения подводного аппарата

Необходимо синтезировать закон изменения управляющего воздействия, обеспечивающего оптимальный по быстродействию переход с ограниченной скоростью без перерегулирования по положению подводного аппарата на заданную глубину.

Модель объекта представляется обыкновенным дифференциальным уравнением [3]

$$m\frac{dV}{dt} = F - \xi V|V|, \qquad (14)$$

где F – сила, действующая на подводный аппарат; m – масса аппарата; V – скорость движения аппарата; ξ – коэффициент сопротивления.

Полагаем, что силовые воздействия на аппарат F_1 и F_2 имеют форму прямоугольных импульсов, воздействия внешней среды от изменения плотности и солености воды и сжатия корпуса незначительны, а коэффициент сопротивления не меняется во время переходного процесса. Импульс, создаваемый силой F_1, разгоняет аппарат на погружение или всплытие, а импульс, создаваемый силой F_2, тормозит движение аппарата, стабилизируя его на определенной глубине. Знаки F_1 и F_2 определяют направление перемещения аппарата.

Рассмотрим алгоритм синтеза оптимального по быстродействию управления U подводным аппаратом при перемещении по глубине. Для поиска управления воспользуемся расчетом пробных шагов, выполняемых с предельными динамическими возможностями в сторону увеличения скорости аппарата и последующими переводами его в равновесные состояния. Анализ текущих значений скоростей и положений аппарата на модели позволит использовать рассчитанные для пробных шагов управления на реальном объекте.

Аппарат перемещается из исходного положения L в заданное положение L_z при ограничении скорости движения на уровне V_m. Начальное значение пути торможения $L_т$ аппарата до останова после его разгона принимается равным нулю. Расчет управления U на очередном шаге Δt начинается с определения знака силового воздействия F_1, которое задает направление перемещения аппарата. При погружении аппарата начальное значение U принимает отрицательное значение F_1. Выполняется расчет пробного шага с целью получения максимального приращения скорости аппарата на очередном шаге. По имитационной модели подводного аппарата (14) определяется прогнозируемое значение скорости $V_п$ после выполнения пробного шага с предельным управляющим воздействием:

$$V_п = V + \frac{U - \xi V|V|}{m}\Delta t\,. \qquad (15)$$

Эта скорость сравнивается с допустимой скоростью движения аппарата V_m. В случае нарушения ограничения выполняется повторный расчет пробного шага по выражению (15) с управляющим воздействием $U = 0$. Таким способом реализуется ограничение по скорости.

Определяется прогнозируемое перемещение аппарата $L_п$ с начала движения при учете выполнения пробного шага с найденной скоростью $V_п$:

$$L_п = L + |V_п|\Delta t\,. \qquad (16)$$

Рассчитывается прогнозируемый путь торможения аппарата $L_{т.п}$ со скорости $V_п$ до останова после выполнения пробного шага

$$L_{т.п} = L_т + V_п \frac{U - \xi V|V|}{F_2 - \xi V_п|V_п|}\Delta t\,. \qquad (17)$$

Если L_z превышает сумму прогнозируемого перемещения аппарата $L_п$ с начала движения при учете выполнения пробного шага с найденной скоростью $V_п$ и прогнозируемого пути торможения аппарата $L_{т.п}$ со скорости $V_п$ до останова после выполнения пробного шага, то ранее полученное значение U используется для управления подводным аппаратом. После выполнения этого шага переменным аппарата V, L и $L_т$ присваиваются соответственно ранее найденные значения $V_п$, $L_п$ и $L_{т.п}$. По описанной методике, начиная с выражения (15), рассчитываются управле-

ния для следующих шагов. Действия по такому циклу (15) – (17) продолжаются до тех пор, пока не будет выполнено условие начала торможения аппарата:

$$L_z \le (L_{\text{п}} + L_{\text{т.п}}). \tag{18}$$

В этом случае на подводный аппарат подается управление U, равное F_2, и определяются значения скорости V и перемещения L после выполнения очередного шага:

$$V = V + \frac{U - \xi V|V|}{m}\Delta t; \tag{19}$$

$$L = L + |V|\Delta t. \tag{20}$$

Оценивается скорость перемещения аппарата V. Если продолжается движение, то на него подается управление U, равное F_2, значения скорости и перемещения после выполнения очередного шага определяются по выражениям (19) и (20). После прекращения движения расчет скорости и перемещения аппарата ведется по выражениям (19) и (20) с управляющим воздействием $U = 0$. Таким способом исключается перерегулирование по положению.

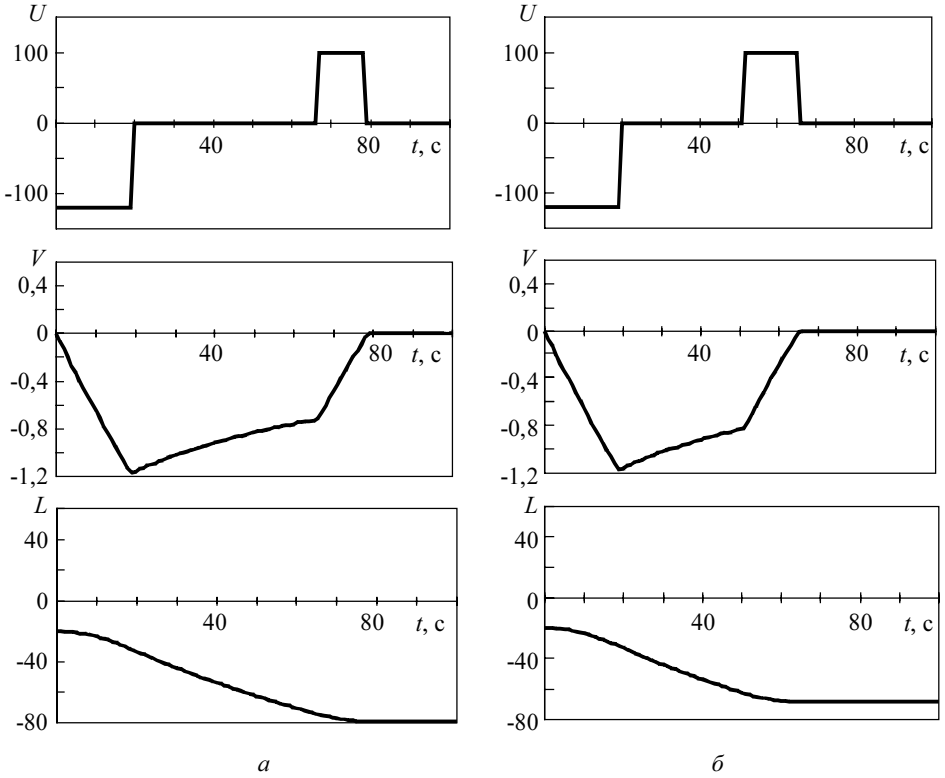

Рис. 1. Переходные процессы при перемещении подводного аппарата с глубины 20 м на глубину: *а* – 80 м; *б* – 70 м

После выхода на заданную глубину силовое воздействие к аппарату не прикладывается. Алгоритм позволяет определять для любого перемещения длительность приложения силового воздействия F_1, момент приложения силового воздей-

ствия F_2 и начала торможения, момент снятия управляющего воздействия с подводного аппарата. После окончания действия первого импульса F_1 скорость погружения аппарата снижается за счет сил сопротивления движению, а после окончания второго импульса F_2 движение аппарата прекращается и он стабилизируется на глубине. Машинными экспериментами доказана работоспособность предложенного алгоритма управления подводным аппаратом с параметрами $m = 1800$, $F_1 = -120$, $F_2 = 100$ и $\xi = 20$ при различных глубинах погружения и ограничениях скорости.

На рис. 1 приведены переходные процессы при перемещении подводного аппарата с глубины 20 м на глубину 80 м и 70 м при ограничении максимальной скорости на уровне 1,2 м/с. Алгоритм позволяет определять время погружения подводного аппарата при любых коэффициентах сопротивления, изменять во время переходных процессов ограничение на скорость перемещения и задания на глубину погружения. Он обеспечивает синтез оптимальных управляющих воздействий за малый интервал времени микропроцессорными средствами с учетом ограничения скорости и требования выхода подводного аппарата на заданную глубину без перерегулирования по положению.

Оптимальное управление электродвигателем постоянного тока

В большинстве электромеханических устройств легко прослеживается взаимосвязанность составных частей, структурированность и подчиненность отдельных координат. Процессы протекают не в произвольном порядке, а в определенной последовательности, наблюдается строгая взаимозависимость координат. Синтезируем оптимальное по быстродействию управление двигателем постоянного тока независимого возбуждения по методике последовательного многошагового синтеза. Электродвигатель описывается уравнениями

$$U = i\,R + C\,\omega + L\frac{di}{dt}; \tag{21}$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = C(i - i_c), \tag{22}$$

где R, L – активное сопротивление и индуктивность якорной цепи двигателя; J, C – момент инерции и конструктивный коэффициент двигателя; ω – частота вращения; U, i – напряжение и ток якоря; i_c – ток статической нагрузки; t – время.

Параметры двигателя считаются постоянными, а момент статической нагрузки – реактивным, т.е. вращение двигателя из заторможенного состояния может начаться только после превышения током якорной цепи статического тока. В качестве управляющего воздействия используется напряжение на якоре двигателя. Численным методом определяется управление $U(t)$, обеспечивающее минимум времени перевода двигателя из исходного состояния с координатами $U(0)$, $i(0)$ и $\omega(0)$ в новое состояние с координатами $U(T)$, $i(T) = i_c$ и $\omega(T) = \omega_m$. При этом значения частоты вращения $\omega(t)$, тока $i(T)$, напряжения $U(T)$ и скорости изменения напряжения $\dfrac{dU(t)}{dt}$ не должны превышать соответственно предельных значений ω_m, i_m, U_m и $\left(\dfrac{dU(t)}{dt}\right)_m$.

Составлен алгоритм синтеза оптимального по быстродействию управления двигателем с учетом принятых ограничений. На начальном этапе определяется управление, необходимое для перевода объекта за один шаг из исходного состояния в заданное. При необходимости управление ограничивается на максимальном уровне. Определяются координаты объекта после выполнения пробного шага с найденным управлением. Затем выполняется расчет процесса изменения управления с целью выхода на установившееся значение тока. Производится проверка выполнения ограничения по току. В случае нарушения ограничения по току управление на пробном шаге корректируется. Рассчитывается процесс изменения с предельными возможностями тока двигателя до статического тока без перерегулирования. Таким способом объект переводится в равновесное состояние после выполнения пробного шага. Сравнивается полученное значение частоты вращения двигателя в равновесном состоянии с заданной частотой ω_m. Нарушение ограничения по частоте вращения указывает на недопустимость использования управления пробного шага на реальном объекте. Его следует скорректировать и повторить расчеты по описанному циклу. Если отсутствует нарушение ограничения по частоте вращения, то найденное на пробном шаге управление считается оптимальным и используется на реальном объекте. На следующих шагах синтез управления выполняется по аналогичной методике. Алгоритм позволяет отрабатывать с предельным быстродействием возмущения, вводить ограничения на ускорение, учитывать изменения момента инерции и нагрузки.

На рис. 3 представлен оптимальный по быстродействию процесс разгона электродвигателя с учетом принятых ограничений до частоты вращения 100 рад/с. Параметры системы: $R = 1{,}5$ Ом; $L = 0{,}09$ Гн; $J = 0{,}0522$ кг·м^2; $C = 1{,}28$ В·с/рад; $i_с = 10$ А; $i_м = 40$ А; $U_м$=150 В; $\left(\frac{dU(t)}{dt}\right)_m = 10000$ В/с.

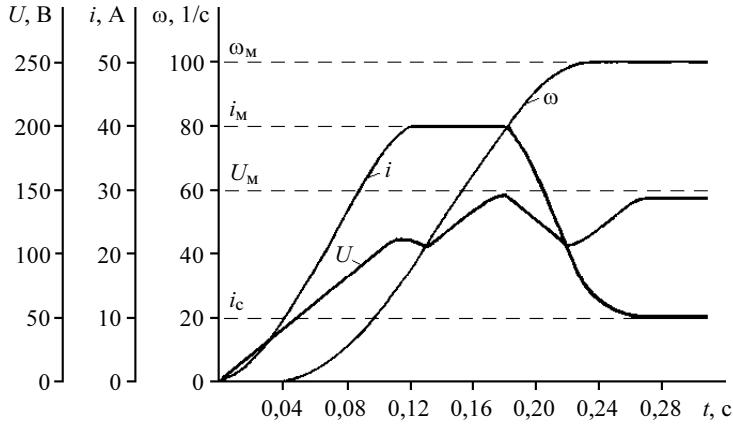

Рис. 3. Переходные процессы при разгоне электродвигателя

Изменение в ходе переходного процесса ограничений, параметров объекта или возмущающего воздействия просто учитываются при синтезе оптимального управления предложенным методом, так как поиск управления на каждом шаге ведется с использованием имитационного моделирования.

Разработан алгоритм синтеза оптимального по быстродействию управления электродвигателем постоянного тока независимого возбуждения при разгоне без перерегулирования до заданной частоты вращения и питании его от реверсивного вентильного преобразователя с раздельным управлением и ограничением тока двигателя. Исследованы его возможности по воспроизведению заданных траекторий движения с ограничениями рывка и ускорения.

Заключение

Представленная методика формирования оптимальных законов управления применима в сложных нелинейных динамических системах с большим количеством ограничений. Использование дополнительных критериев позволяет выбирать управление на очередном шаге вычисления из ограниченного диапазона, увеличение числа нелинейностей и ограничений координат системы существенно не влияет на сложность алгоритма управления. Повышение порядка системы приводит к увеличению объема вычислений по циклическим алгоритмам, но не вызывает принципиальных трудностей. Для линейных систем с ограничением координат составлены простые алгоритмы, позволяющие переводить системы с предельным быстродействием в равновесное состояние и создавать на их основе системы супервизорного управления электромеханическими устройствами и технологическими процессами. Методика позволяет реализовывать предельные динамические возможности систем с учетом технологических требований и ограничений координат, автоматизировать сложные производственные процессы. Разработаны простые алгоритмы синтеза в реальном масштабе времени микропроцессорными средствами оптимальных по быстродействию управлений позиционными и следящими электроприводами с ограничением рывка, ускорения и скорости. Методика последовательного многошагового синтеза оптимальных управлений позволяет разрабатывать алгоритмы синтеза управлений электромеханическими устройствами, энергетическими системами и высокоскоростными подвижными объектами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Беллман Р.* Динамическое программирование. М.: ИЛ, 1960. 400 с.
2. *Мясников В.А.*, *Игнатьев М.Б.*, *Покровский А.М.* Программное управление оборудованием. Л.: Машиностроение, 1974. 243 с.
3. *Дорри М.Х.* Импульсное управление глубиной погружения подводного аппарата // Сб. трудов XXXIV Всерос. конф. «Управление движением морскими судами и специальными аппаратами». М.: ИПУ РАН, 2007. С. 20 – 25.

Статья принята в печать 20.10.2008 г.