



Национальный
исследовательский

**Томский
государственный
университет**



**Радиофизический
факультет**



8-я Международная научно-практическая конференция

**Актуальные проблемы радиофизики
АПР 2019**

Сборник трудов конференции



**РОССИЙСКИЙ ФОНД
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

**1-4 октября 2019 года
г. Томск**

Геометрические аспекты отрицательного преломления

Фисанов Василий Васильевич

Томский государственный университет

E-mail: fisanov@mail.tsu.ru

С использованием теоремы и неравенства Птолемея показано соответствие закона отрицательного преломления оптического луча на поверхности раздела обычной изотропной среды и электромагнитного метаматериала с двумя отрицательными проницаемостями принципу наименьшего времени Ферма. Проведено сопоставление оптической длины пути луча между двумя корреспондирующими точками при положительном и при отрицательном преломлении.

Ключевые слова: изотропные «правые» и «левые» среды, метаматериалы, прямые и обратные волны, показатель преломления, отрицательное преломление, принцип Ферма, теорема Птолемея.

Проявившийся в начале 2000-х годов интерес к метаматериалам – искусственным электромагнитным веществам со значениями материальных параметров, не свойственными природным материалам и средам, актуализировал интерес к малоизвестному явлению «отрицательного» преломления [1]. При отрицательном преломлении на гладкой поверхности раздела двух сред преломлённый луч расположен по ту же сторону относительно нормали к границе сред, что и падающий луч. Необычное отклонение луча, как впервые показал Л.И. Мандельштам [2], объясняется тем, что падающая и преломлённая волны различаются по типу переноса энергии: у одной из них направление потока энергии волны совпадает с направлением фазовой скорости (прямая волна), тогда как у другой является прямо противоположным (обратная волна). В макроскопически изотропных и прозрачных электромагнитных метаматериалах обратные нормальные волны существуют, если эффективные материальные параметры (диэлектрическая и магнитная проницаемости) одновременно являются отрицательными величинами. Как оказалось, скалярная форма закона Снеллиуса подходит и для случая отрицательного преломления, если показатель преломления «левой» среды с обратной волной считать отрицательной величиной [3]. Такое допущение, однако, не согласуется с определением показателя преломления как модуля вектора рефракции [4] и может явиться причиной недоразумений.

В частности, отрицательный показатель преломления требует пересмотра принципа наименьшего времени Ферма [5], однако это положение в дальнейшем не получило подтверждения [6, 7]. В настоящей работе предлагается ещё один вариант доказательства соответствия отрицательного преломления принципу Ферма, который базируется на теореме и неравенстве Птолемея для вписанного в окружность четырёхугольника. Проведённое на этой основе изящное геометрическое доказательство закона положительного преломления было впервые опубликовано свыше пятидесяти лет назад [8] и в дальнейшем неоднократно воспроизводилось [9, 10].

Векторная форма законов Снеллиуса – Декарта выводится применительно к волновым векторам (или векторам рефракции) плоских волн, взаимодействующих с поверхностью раздела сред, но не к их векторам Умова – Пойнтинга [4]. При отрицательном преломлении вектор рефракции преломлённой волны, как и вектор рефракции отражённой волны, направлен от границы в ту же среду, в которой распространяется падающая волна [11], и скалярная форма закона преломления имеет вид

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin(\pi - \theta_t), \quad (1)$$

где n_i и n_t – показатели преломления среды с падающей волной и среды с преломлённой волной, соответственно. Противоположно направленный поток энергии волны (преломлённый геометрикооптический луч), как очевидно, образует с направлением нормали к границе отрицательный угол $-\theta_t$. Показатель преломления n и фазовая скорость волны V связаны соотношением $n = c/V$, где c – скорость света в пустоте. Поэтому формулу (1) можно переписать как $v_t \sin \theta_i = v_i \sin \theta_t = K = \text{const}$. На рис. 1 показана траектория векторов рефракции P_1QP_2 , причём точка преломления лучей Q расположена на линии раздела сред так, что угол падения θ_i и угол преломления θ_t находятся в согласии с формулой (1). Через три концевые точки лучевой траектории можно провести окружность, которая пересекается с линией нормали к границе сред в точке A . В результате построения образуется вписанный в окружность радиуса r четырёхугольник P_1QP_2A , для которого справедлива теорема Птолемея. Теорема гласит, что произведение диагоналей четырёхугольника равно сумме произведений противоположных сторон:

$$AQ \cdot P_1P_2 = P_1Q \cdot AP_2 + P_2Q \cdot AP_1. \quad (2)$$

Пусть l_i (L_i) – геометрическая длина участка P_1O_+ (P_1O_-) трассы положительного (отрицательного) преломления для падающего луча. Аналогично, l_t (L_t) – геометрическая длина участка O_+P_2 (O_-P_2) трассы положительного (отрицательного) преломления для преломлённого луча. Относительный показатель преломления n связан с углами падения и преломления соотношением

$$n = \frac{n_t}{n_i} = \frac{\sin \varphi_i}{\sin \varphi_t} = -\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t}. \quad (5)$$

При рассмотрении $\triangle P_1O_-O_+$ и $\triangle P_2O_-O_+$ с учётом (5) находим:

$$L_i = l_i \frac{\cos \varphi_i}{\cos \theta_i}, \quad L_t = l_t \frac{\cos \varphi_t}{\cos \theta_t}. \quad (6)$$

Из Рис. 2 следует, что $\varphi_i < \theta_i$ и $\varphi_t < \theta_t$, поэтому не только $L_i > l_i$, $L_t > l_t$, но и вообще $L_i + nL_t > l_i + nl_t$ – оптическая длина пути при отрицательном преломлении оказывается больше, чем при положительном преломлении. В частности, для значения $n=1$, что соответствует отрицательному преломлению на границе вакуума и «антивакуума», имеем $L_i + L_t = l \operatorname{ctg} \varphi$ (здесь l – расстояние P_1CP_2 , φ – угол наклона линии P_1CP_2).

Список публикаций:

- [1] Schuster A. *An introduction to the theory of optics*. London: Edward Arnold, 1904. 340 p.
- [2] Мандельштам Л. И. *Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике*. М.: Наука, 1972. 438 с.
- [3] Веселаго В. Г. // ФТТ. 1966. Т. 8. № 12. – С. 3571.
- [4] Фёдоров Ф. И. *Оптика анизотропных сред*. Минск: Изд-во АН БССР, 1958. 384 с.
- [5] Веселаго В. Г. // УФН. 2002. Т. 172. № 10. С. 1215.
- [6] Фисанов В. В. // Изв. вузов. Физика. 2015. Т. 58. № 8/2. С. 24.
- [7] Фисанов В. В. // Изв. вузов. Физика. 2017. Т. 60. № 12/2. С. 8.
- [8] Pedoe D. // *The American Mathematical Monthly*. 1964. V. 71. No. 5. P. 543.
- [9] Pedoe D. *A Course of Geometry for Colleges and Universities*. Cambridge: Cambridge University Press, 1970. 464 p.
- [10] Glassner A. // *IEEE Computer Graphics and Applications*. 1998. V. 18. No. 2. P. 104.
- [11] Фисанов В. В. // Изв. вузов. Физика. 2014. Т. 57. № 5. С. 111.