

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**МАТЕРИАЛЫ**  
**VII Международной молодежной**  
**научной конференции**  
**«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ**  
**И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**  
**ИНФОРМАЦИОННЫХ,**  
**ТЕХНИЧЕСКИХ**  
**И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

**Томск, 23–25 мая 2019 г.**

*Под общей редакцией*  
*кандидата технических наук И.С. Шмырина*

Томск  
Издательский Дом Томского государственного университета  
2019

государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2012. – № 4 (21). – С. 14–25.

10. Горцев А.М., Соловьёв А.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов потока физических событий при непродлеваемом мёртвом времени // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2014. – Т. 57. – № 7. – С. 103–111.

11. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежелская Л.А. Оценка максимального правдоподобия длительности мёртвого времени в обобщённом полусинхронном потоке // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2015. – № 1. – С. 27–37.

12. Горцев А.М., Климов И.С. Оценивание периода ненаблюдаемости и интенсивности пуассоновского потока событий // Радиотехника. – 1996. – № 2. – С. 8–11.

13. Горцев А.М., Паришина М.Е. Оценивание параметров альтернирующего потока событий в условиях «мёртвого времени» // Известия высших учебных заведений. Физика. – 1999. – № 4. – С. 8–13.

14. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Полусинхронный дважды стохастический поток событий при продлеваемом мёртвом времени // Вычислительные технологии. – 2008. – Т. 13. – № 1. – С. 31–41.

15. Бушланов И.В., Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценка параметров синхронного дважды стохастического потока событий // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 9. – С. 76–93.

16. Горцев А.М., Завгородняя М.Е. Оценивание параметра продлеваемого мёртвого времени случайной длительности в пуассоновском потоке событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика – 2017. – № 40. – С. 32–40.

17. Глухова Е.В., Терпугов А.Ф. Оценка интенсивности пуассоновского потока событий при наличии продлеваемого мёртвого времени // Известия высших учебных заведений. Физика. – 1995. – Т. 38. – № 3. – С. 22–31.

18. Лифшиц А.Л., Мальц Э.А. Статистическое моделирование систем массового обслуживания. – М.: Сов. Радио, 1978. – 248 с.

19. Шулепин В.П. Математическая статистика. Ч.1. Параметрическая статистика. – Томск: Изд-во НТЛ, 2012. – 540 с.

## **СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ НА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ПОТОКА СОБЫТИЙ ПРИ НЕПРОДЛЕВАЮЩЕМСЯ СЛУЧАЙНОМ МЕРТВОМ ВРЕМЕНИ**

**А.М. Горцев, А.В. Шманкеева**

*Томский государственный университет*

### **Введение**

Распространёнными математическими моделями физических явлений и процессов являются потоки событий. В частности, такие модели применяются при исследовании информационных потоков сообщений в телекоммуникационных системах, в спутниковых сетях связи и т.п. [1]. В связи с интенсивным развитием компьютерных сетей модель простейшего потока событий перестала быть адекватной реальным информационным потокам. Требования практики послужили стимулом к рассмотрению дважды стохастических потоков [2,3] в качестве математической модели реальных потоков событий в компьютерных сетях. В большинстве публикаций авторы рассматривают математические модели потоков событий, когда события потока доступны наблюдению. Однако на практике возникают ситуации, когда наступившее событие влечёт за собой ненаблюдаемость последующих событий. Причиной ненаблюдаемости, как правило, выступает мертвое время регистрирующих приборов [4], в течение которого зарегистрированное событие обрабатывается, другие же события, поступившие в этот период, теряются. Регистрирующие приборы при этом делятся на два вида: с непродлеваемым мертвым временем и продлеваемым. При этом длительность мертвого времени может быть, как детерминированной величиной, так и случайной. Задачи по оценке параметров и состояний потока событий в условиях мёртвого времени фиксированной длительности рассматривались в работах [5–12]. При этом в [5–10] получены результаты для непродлеваемого мёртвого времени, в [11,12] – для продлеваемого.

Однако достаточно открытым остается вопрос изучения потоков событий, когда мертвое время является случайной величиной с тем или иным законом распределения. Здесь отметим работу [13], в которой решается задача оценки параметра распределения непродлеваемого случайного мёртвого времени в пуассоновском потоке и работу [14], в которой находятся формулы для начальных моментов общего периода нена-

блюдательности в пуассоновском потоке событий при продлеваемом случайном мёртвом времени. В настоящей статье рассматривается асинхронный поток событий (ММРР-поток), функционирующий в условиях непродлеваемого случайного мертвого времени, приводятся результаты статистических экспериментов, реализованных на имитационной модели изучаемого потока.

### 1. Математическая модель наблюдаемого потока

Рассматривается асинхронный дважды стохастический поток событий (далее – поток), сопровождающий процесс (интенсивность) которого есть кусочно-постоянный стационарный случайный процесс  $\lambda(t)$  с двумя состояниями  $S_1$  и  $S_2$ . Будем говорить, что имеет место первое состояние процесса (потока)  $S_1$ , если  $\lambda(t) = \lambda_1$ , и, наоборот, имеет место второе состояние процесса (потока)  $S_2$ , если  $\lambda(t) = \lambda_2$  ( $\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$ ). Если имеет место  $S_i$ -е,  $i = 1, 2$ , состояние процесса  $\lambda(t)$ , то в течение временного интервала, когда  $\lambda(t) = \lambda_i$ , наступает пуассоновский поток событий с интенсивностью  $\lambda_i$ . Переход из состояния  $S_1$  в состояние  $S_2$  и, наоборот, может осуществляться в произвольный момент времени, не связанный с моментом наступления события. При этом длительность пребывания процесса  $\lambda(t)$  в состоянии  $S_i$ ,  $i = 1, 2$ , есть случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону  $F_i(t) = 1 - e^{-\alpha_i t}$ ,  $t \geq 0$ , где  $\alpha_1$  – интенсивность смены состояния  $S_1$  на  $S_2$ ,  $\alpha_2$  – интенсивность смены состояния  $S_2$  на  $S_1$ . Т.к. переходы из состояния в состояние происходят в произвольный момент времени, т.е. не привязаны к моментам наступления событий, то поток называется асинхронным дважды стохастическим потоком событий. Матрицы инфинитезимальных коэффициентов процесса  $\lambda(t)$  при этом примут вид

$$D_0 = \begin{vmatrix} -(\lambda_1 + \alpha_1) & \alpha_1 \\ \alpha_2 & -(\lambda_1 + \alpha_2) \end{vmatrix}, \quad D_1 = \begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{vmatrix}.$$

Элементами матрицы  $D_1$  являются интенсивности переходов процесса  $\lambda(t)$  из состояния в состояние с наступлением события. Недиагональные элементы матрицы  $D_0$  – интенсивности переходов из состояния в состояние без наступления события. Диагональные элементы матрицы  $D_0$  – интенсивности выхода процесса из своих состояний, взятые с противоположным знаком. В сделанных предположениях  $\lambda(t)$  – скрытый марковский процесс ( $\lambda(t)$  – принципиально ненаблюдаемый процесс).

После каждого зарегистрированного в момент  $t_k$  события наступает период мёртвого времени случайной длительности, который порождается этим событием, так что другие события исходного потока, наступившие в течение этого периода мёртвого (периода ненаблюдаемости) недоступны наблюдению (теряются) и не вызывают его продления (непродлеваемое мёртвое время). Принимается, что случайная длительность мёртвого времени распределена по равномерному закону с плотностью вероятности  $p(T) = 1/T^*$ , где  $T$  – значение длительности мертвого времени,  $0 \leq T \leq T^*$ .

На рис. 1 приведен вариант возникающей ситуации, где  $S_1, S_2$  – состояния случайного процесса  $\lambda(t)$ ; временная ось  $(0, t)$  – ось наступления наблюдаемых событий в моменты времени  $t_1, t_2, \dots$ ; временная ось  $(0, t^{(1)})$  – ось наступления наблюдаемых событий в моменты времени  $t_1^{(1)}, t_2^{(1)}, \dots$  в первом ( $S_1$ ) состоянии процесса  $\lambda(t)$ , на которой также указаны значения длительностей  $T_1^{(1)}, T_2^{(1)}, \dots$  мертвых времён, порожденных наблюдаемыми событиями потока; аналогично для временной оси  $(0, t^{(2)})$ ; белыми кружками обозначены наблюдаемые события, черными – ненаблюдаемые, штриховкой

– значения периодов мертвого времени; траектория процесса  $\lambda(t)$  привязана к осям  $(0, t^{(1)})$  и  $(0, t^{(2)})$ .

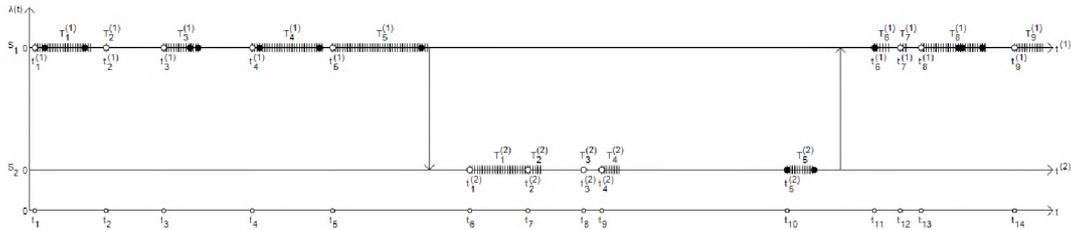


Рис.1. Асинхронный поток событий в условиях непродлевающегося случайного мертвого времени

Настоящая работа посвящена вопросу построения имитационной модели асинхронного потока событий, функционирующего в условиях непродлевающегося случайного мертвого времени, с целью проведения статистических экспериментов на этой модели для изучения содержательной информации о статистических характеристиках периода ненаблюдаемости и установления её работоспособности.

## 2. Имитационная модель асинхронного потока событий при непродлевающемся случайном мертвом времени

Метод имитационного моделирования широко применяется на этапе проектирования сложных систем. Основным средством реализации имитационного моделирования служит компьютер, позволяющий осуществлять цифровое моделирование систем и процессов. При имитационном моделировании используемая математическая модель воспроизводит алгоритм функционирования исследуемой системы во времени при различных сочетаниях значений параметров системы.

Основные преимущества имитационного моделирования по сравнению с аналитическими методами [15] заключаются в следующем: 1) большая адекватность между сущностью физического явления (объекта) и математической моделью физического явления (объекта); 2) более широкий охват физических процессов и систем по сравнению с аналитическими методами; 3) имитационное моделирование функционирования процессов и систем при разнообразных законах распределения случайных величин как в установившихся, так и в переходных режимах; 4) получение в результате имитационного моделирования самых разнообразных статистических характеристик исследуемых процессов и систем.

На рис. 2 представлена блок-схема алгоритма имитационного моделирования асинхронного потока событий в условиях непродлевающегося случайного мертвого времени.

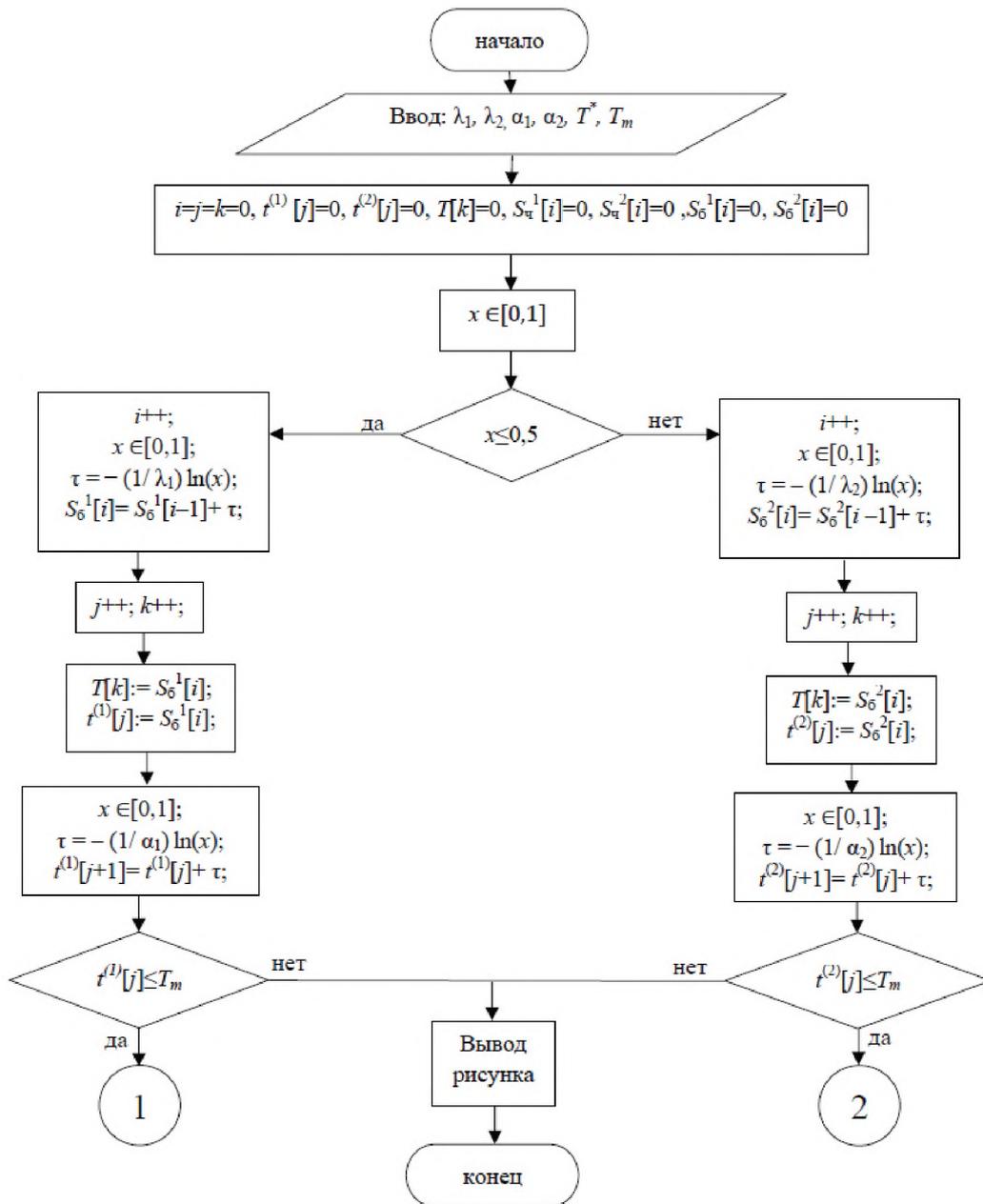


Рис. 2. Блок- схема алгоритма имитационного моделирования асинхронного потока событий в условиях непродлевающегося случайного мертвого времени (часть 1)

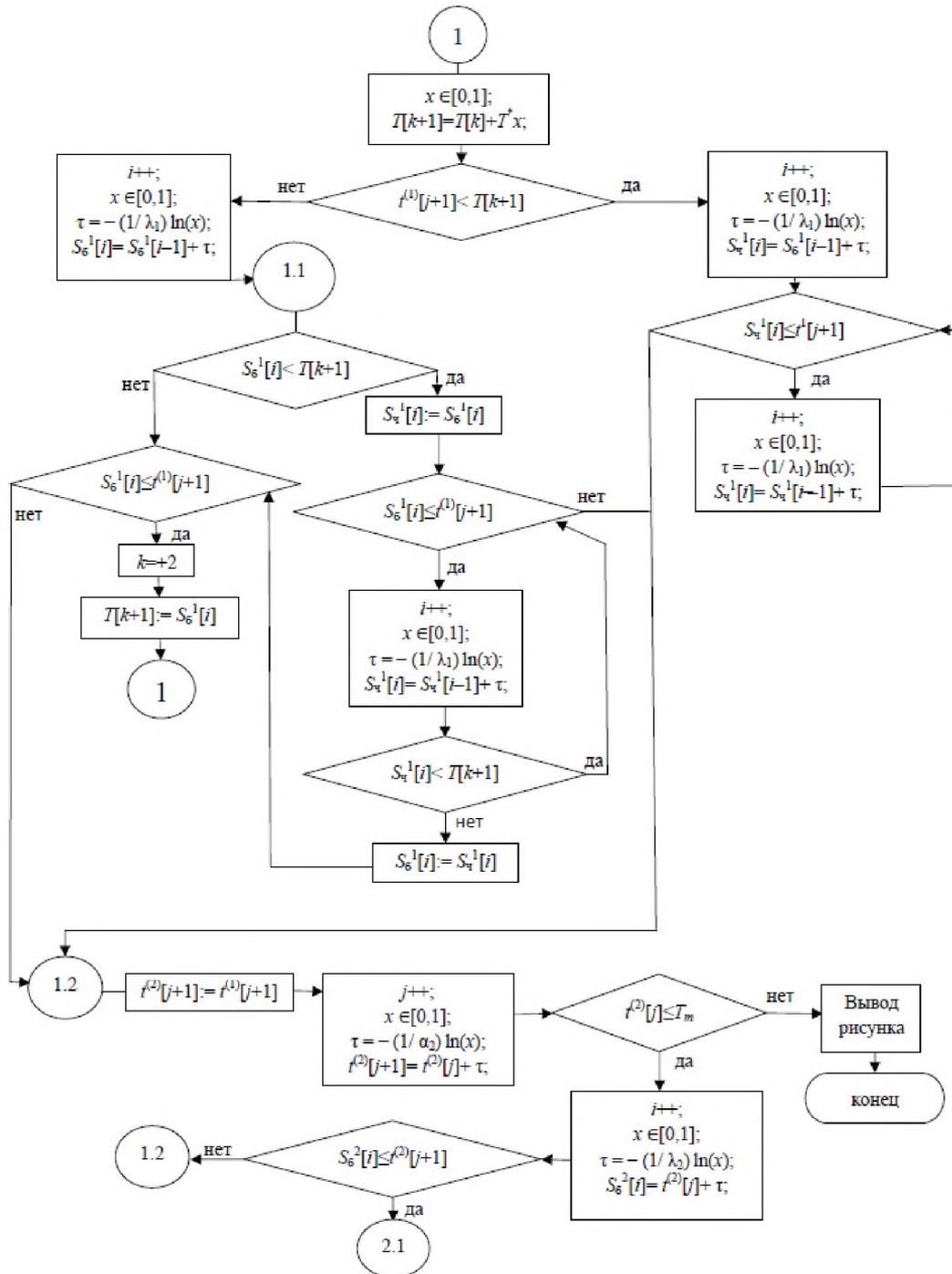


Рис. 2. Блок-схема алгоритма имитационного моделирования асинхронного потока событий в условиях непродлевающегося случайного мертвого времени (часть 2)

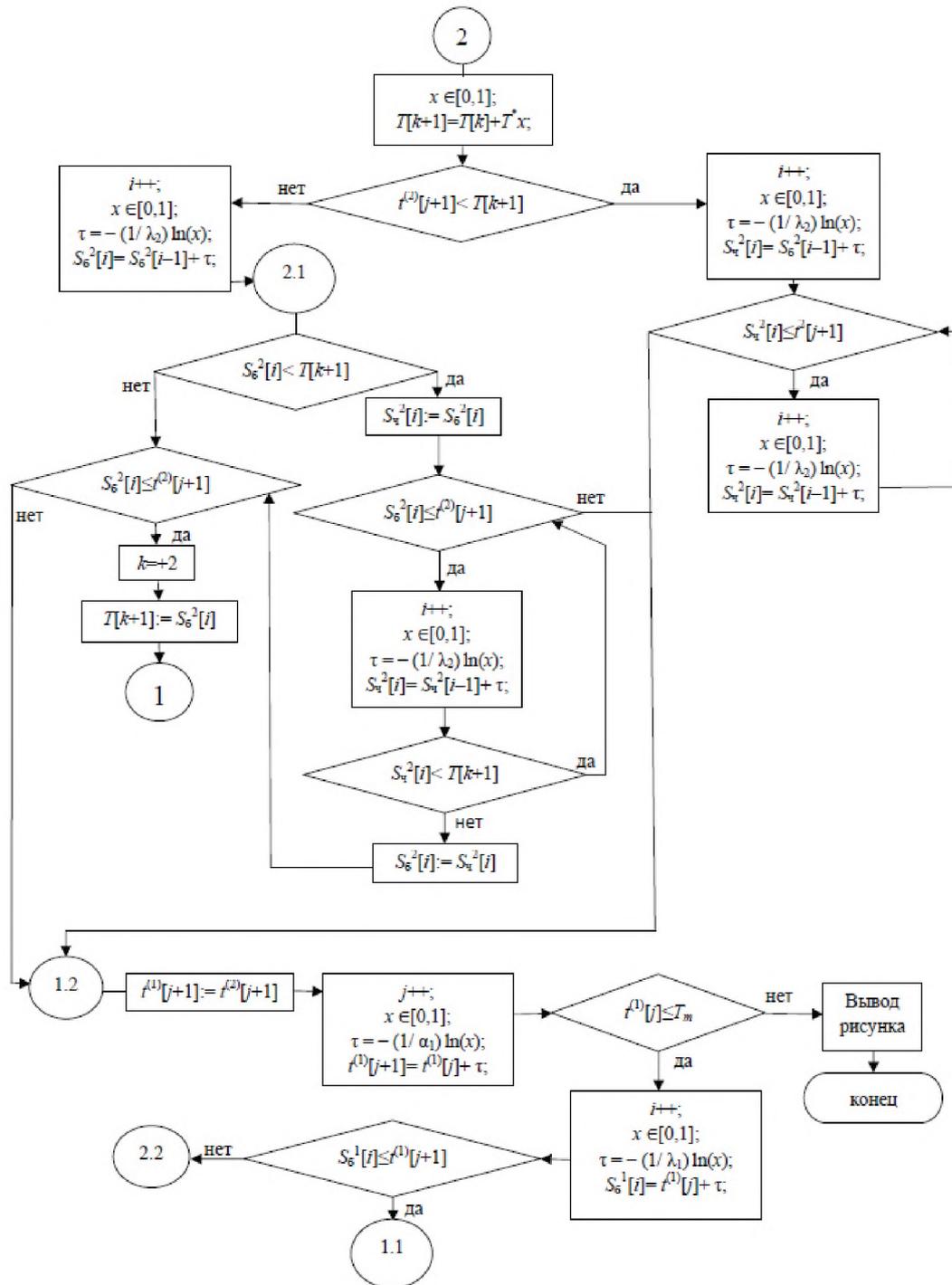


Рис. 2. Блок- схема алгоритма имитационного моделирования асинхронного потока событий в условиях непродлевающегося случайного мертвого времени (часть 3)

На рис. 2 введены следующие обозначения:  $T_m$  – время моделирования;  $T$  – значение длительности мертвого времени;  $x$  – равномерно распределённая на отрезке  $[0,1]$  случайная величина;  $\tau$  – либо интервал времени между соседними событиями потока, либо интервал пребывания процесса  $\lambda(t)$  в состоянии  $S_1$  или в состоянии  $S_2$ ;  $t^{(l)}$  – теку-

щее время в состоянии  $S_1$ ;  $t^{(2)}$  – текущее время в состоянии  $S_2$ ;  $S_6^1$  и  $S_6^2$  – наблюдаемые события;  $S_v^1$  и  $S_v^2$  – ненаблюдаемые события.

Для получения численных результатов разработана (в соответствии с приведенной на рис. 2 блок-схемой) программа, реализованная на языке программирования C# в среде Microsoft Visual Studio C#. Первый этап расчета предполагает имитационное моделирование асинхронного потока событий, схемы создания непродлевающегося случайного мертвого времени и наблюдаемого потока событий.

Результатом работы имитационной модели является последовательность значений длительности периодов ненаблюдаемости событий асинхронного потока, а также последовательность значений длительности интервалов между соседними событиями наблюдаемого потока.

### 3. Статистические эксперименты и численные результаты

С целью установления работоспособности имитационной модели асинхронного потока, функционирующего в условиях непродлевающегося случайного мертвого времени, поставлены следующие статистические эксперименты.

**Первый статистический эксперимент:** 1) При заданных значениях параметров  $\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2, T^*$  и заданном времени моделирования  $T_m$  осуществляется имитационное моделирование наблюдаемого потока; выходом имитационной модели является последовательность значений  $T_1, T_2, \dots, T_N$  периодов мертвого времени, где  $T_i$  – значение периода ненаблюдаемости, порожденного  $i$ -ым наблюдаемым событием; значение  $N$  – зависит от заданных значений  $\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2, T_m, T^*$  и конкретной реализации наблюдаемого потока; 2) в рамках конкретной реализации наблюдаемого потока вычисляется статистическая характеристика  $\hat{M}(T) = (1/N) \sum_{i=1}^N T_i$  – оценка математического ожидания периода ненаблюдаемости  $M(T)$ .

В табл. 1–3 приведены результаты первого статистического эксперимента. В первой строке табл. 1–3 указано время моделирования  $T_m$  (время наблюдения за потоком) ( $T_m = 50, 100, 150, \dots, 1000$  ед. времени), во второй строке указана оценка математического ожидания  $\hat{M}(T)$  случайной величины  $T$  – длительности мертвого времени. Значения параметров  $\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2, T^*$ , при которых осуществляется имитационное моделирование, приведены в заголовках таблиц.

Таблица 1

Оценка математического ожидания периода ненаблюдаемости при  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \alpha_1 = 0.1, \alpha_2 = 0.2, T^* = 1$

|              |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $T_m$        | 50        | 100       | 150       | 200       | 250       | 300       | 350       | 400       | 450       | 500       |
| $\hat{M}(T)$ | 0.60<br>1 | 0.50<br>5 | 0.54<br>4 | 0.52<br>5 | 0.50<br>6 | 0.50<br>9 | 0.49<br>0 | 0.51<br>0 | 0.48<br>1 | 0.81<br>0 |
| $T_m$        | 550       | 600       | 650       | 700       | 750       | 800       | 850       | 900       | 950       | 1000      |
| $\hat{M}(T)$ | 0.49<br>7 | 0.48<br>0 | 0.50<br>0 | 0.51<br>6 | 0.51<br>2 | 0.48<br>8 | 0.50<br>1 | 0.50<br>3 | 0.49<br>9 | 0.49<br>4 |

Таблица 2

Оценка математического ожидания периода ненаблюдаемости при  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \alpha_1 = 0.1, \alpha_2 = 0.2, T^* = 2$

|              |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $T_m$        | 50        | 100       | 150       | 200       | 250       | 300       | 350       | 400       | 450       | 500       |
| $\hat{M}(T)$ | 1.07<br>0 | 1.05<br>0 | 1.01<br>0 | 1.11<br>0 | 0.95<br>0 | 0.99<br>0 | 0.93<br>0 | 1.03<br>0 | 1.01<br>4 | 1.01<br>6 |
| $T_m$        | 550       | 600       | 650       | 700       | 750       | 800       | 850       | 900       | 950       | 1000      |
| $\hat{M}(T)$ | 0.98<br>8 | 0.96<br>0 | 0.98<br>8 | 1.02<br>0 | 1.00<br>0 | 1.03<br>0 | 0.98<br>0 | 0.97<br>0 | 0.98<br>0 | 0.99<br>0 |

Оценка математического ожидания периода ненаблюдаемости  
при  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \alpha_1 = 0.1, \alpha_2 = 0.2, T^* = 3$

| $T_m$        | 50    | 100   | 150   | 200   | 250   | 300   | 350   | 400   | 450   | 500   |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\hat{M}(T)$ | 1.490 | 1.720 | 1.580 | 1.630 | 1.360 | 1.490 | 1.501 | 1.470 | 1.570 | 1.505 |
| $T_m$        | 550   | 600   | 650   | 700   | 750   | 800   | 850   | 900   | 950   | 1000  |
| $\hat{M}(T)$ | 1.479 | 1.550 | 1.440 | 1.464 | 1.508 | 1.480 | 1.490 | 1.470 | 1.511 | 1.512 |

Для наглядности на рис. 3 приведены графики зависимости  $\hat{M}(T)$  от времени моделирования  $T_m$ , построенные по данным табл. 1–3.

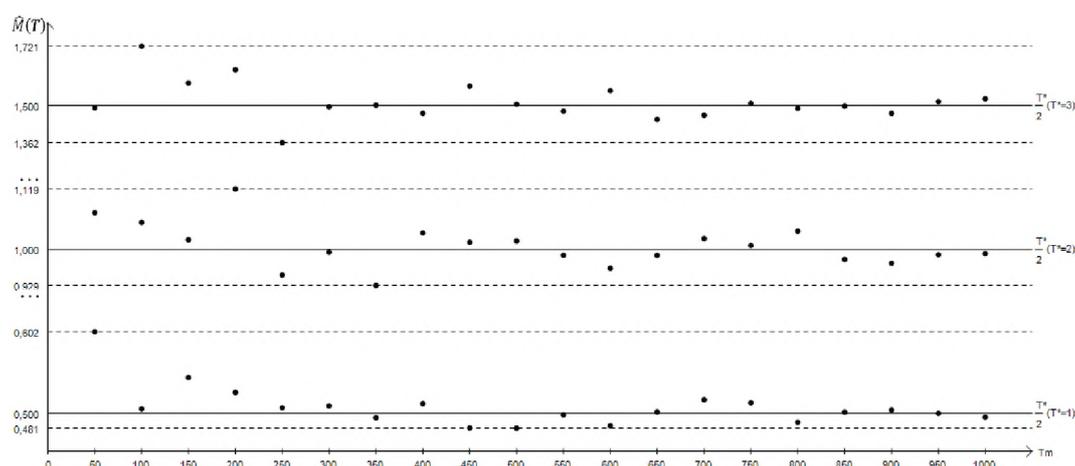


Рис. 3. График зависимости  $\hat{M}(T)$  от значений  $T_m$

Из анализа результатов табл. 1–3 и графиков, построенных по данным табл. 1–3, следует, что стационарный режим устанавливается при  $T_m > 800$ , т.е. оценка математического ожидания  $\hat{M}(T)$  при увеличении  $T_m$  стремится к теоретическому значению  $M(T) = T^*/2$ .

**Второй статистический эксперимент:** 1) При заданных значениях параметров  $\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2, T^*$  и заданном времени моделирования  $T_m$  осуществляется имитационное моделирование наблюдаемого потока; выходом имитационной модели является последовательность значений  $\tau_i, i = \overline{1, N}$ ; значение  $N$  зависит от заданных значений  $\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2, T^*, T_m$  и конкретной реализации наблюдаемого потока; 2) в рамках конкретной реализации наблюдаемого потока вычисляется статистическая характеристика  $\hat{M}(\tau) = (1/N) \sum_{i=1}^N \tau_i$  – оценка математического ожидания длительности интервала между соседними наблюдаемым событиям наблюдаемого потока, где  $\tau_i = t_{i+1} - t_i$ .

В табл. 4–6 приведены результаты второго статистического эксперимента. Структура табл. 4–6 аналогична структуре табл. 1–3.

Таблица 4

Оценка математического ожидания периода между наблюдаемыми событиями  
при  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \alpha_1 = 0.1, \alpha_2 = 0.2, T^* = 1$

|                 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $T_m$           | 50    | 100   | 150   | 200   | 250   | 300   | 350   | 400   | 450   | 500   |
| $\hat{M}(\tau)$ | 0.930 | 1.090 | 1.160 | 1.130 | 1.070 | 1.110 | 1.080 | 1.140 | 1.080 | 1.124 |
| $T_m$           | 550   | 600   | 650   | 700   | 750   | 800   | 850   | 900   | 950   | 1000  |
| $\hat{M}(\tau)$ | 1.510 | 1.154 | 1.164 | 1.134 | 1.202 | 1.102 | 1.103 | 1.110 | 1.101 | 1.070 |

Таблица 5

Оценка математического ожидания периода между наблюдаемыми событиями  
при  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \alpha_1 = 0.1, \alpha_2 = 0.2, T^* = 2$

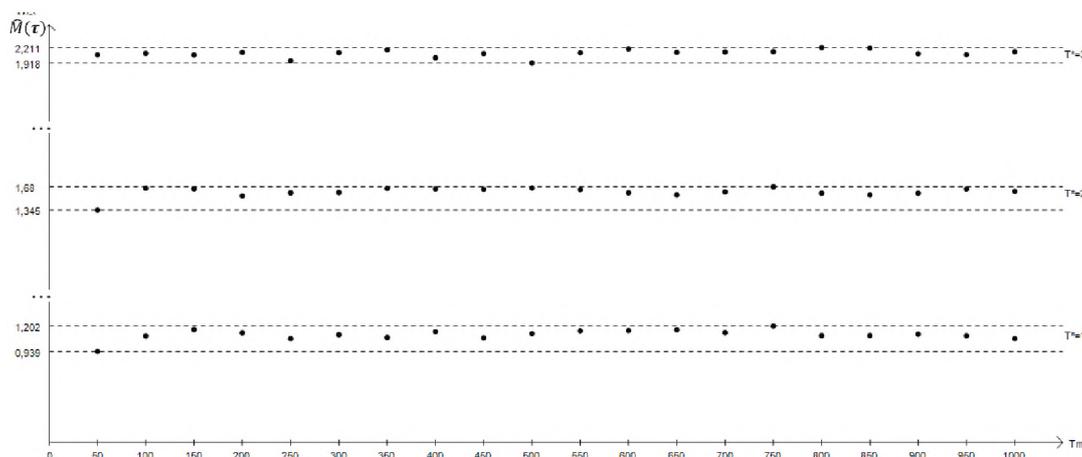
|                 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $T_m$           | 50    | 100   | 150   | 200   | 250   | 300   | 350   | 400   | 450   | 500   |
| $\hat{M}(\tau)$ | 1.340 | 1.659 | 1.650 | 1.540 | 1.593 | 1.599 | 1.657 | 1.643 | 1.663 | 1.639 |
| $T_m$           | 550   | 600   | 650   | 700   | 750   | 800   | 850   | 900   | 950   | 1000  |
| $\hat{M}(\tau)$ | 1.594 | 1.600 | 1.560 | 0.516 | 1.600 | 1.580 | 1.560 | 1.580 | 1.640 | 1.610 |

Таблица 6

Оценка математического ожидания периода между наблюдаемыми событиями  
при  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \alpha_1 = 0.1, \alpha_2 = 0.2, T^* = 3$

|                 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $T_m$           | 50    | 100   | 150   | 200   | 250   | 300   | 350   | 400   | 450   | 500   |
| $\hat{M}(\tau)$ | 2.070 | 2.100 | 2.070 | 2.120 | 1.950 | 2.110 | 2.160 | 2.017 | 2.096 | 1.910 |
| $T_m$           | 550   | 600   | 650   | 700   | 750   | 800   | 850   | 900   | 950   | 1000  |
| $\hat{M}(\tau)$ | 2.110 | 2.186 | 2.121 | 2.128 | 2.130 | 2.210 | 2.202 | 2.090 | 2.070 | 2.130 |

Для наглядности на рис. 4 приведены графики зависимости  $\hat{M}(\tau)$  от времени моделирования  $T_m$ , построенные по данным табл. 4–6.

Рис. 4. График зависимости  $\hat{M}(\tau)$  от значений  $T_m$ 

Из анализа результатов табл. 4–6 и графиков, построенных по данным табл. 4–6, следует, что стационарный режим устанавливается при  $T_m > 800$ , т.е. оценка математического ожидания  $\hat{M}(\tau)$  стремится к некоторому постоянному значению.

### Заключение

В настоящей статье разработана имитационная модель асинхронного дважды стохастического потока событий, функционирующего в условиях непродлевающегося случайного мертвого времени, которая является инструментом для задач оценивания

параметров исходного асинхронного потока  $\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2$  и параметра равномерного распределения длительности мертвого времени  $T^*$ . Проведенные статистические эксперименты, а также другие многочисленные испытания имитационной модели подтверждают ее работоспособность.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дудин А.Н., Клименок В.И. Системы массового обслуживания с коррелированными потоками. – Минск: Изд-во БГУ, 2000. – 175 с.
2. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчёта фрагментов сетей связи. Ч. 1 // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1979. – № 6. – С. 92–99.
3. Neuts M.F. A versatile Markovian point process // Journal of Applied Probability. – 1979. – 16. – P. 764–779.
4. Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф. Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте. – Минск: Университетское, 1988. – 256 с.
5. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежелская Л.А. Оценка максимального правдоподобия длительности мертвого времени в обобщенном полусинхронном потоке // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2015. – № 1(30). – С. 27–37.
6. Горцев А.М., Леонова М.А., Нежелская Л.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов обобщенного асинхронного потока событий при непродлеваемом мертвом времени // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2012. – № 4 (21). – С. 14–25.
7. Горцев А.М., Соловьёв А.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов потока физических событий при непродлеваемом мертвом времени // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2014. – Т. 57. – № 7. – С. 103–111.
9. Горцев А.М., Василевская Т.П., Нежелская Л.А. Оценивание длительности мертвого времени и параметров синхронного альтернирующего потока с проявлением либо непроявлением событий // Вестник Томского государственного университета. – 2004. – № S9-2. – С. 129–138.
10. Nezhel'skaya L.A. Optimal state estimation in modulated MAP event flows with unextendable dead time // Communications in Computer and Information Sciences. – 2014. – 487. – P. 342–350.
11. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Полусинхронный дважды стохастический поток событий при продлеваемом мертвом времени // Вычислительные технологии. – 2008. – Т. 13. – № 1. – С. 31–41.
12. Горцев А.М., Климов И.С. Оценивание периода ненаблюдаемости и интенсивности пуассоновского потока событий // Радиотехника. – 1996. – № 2. – С. 8–11.
13. Горцев А.М., Завгородняя М.Е. Оценивание параметра непродлеваемого мертвого времени случайной длительности в пуассоновском потоке событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2017. – № 40. – С. 32–40.
14. Глухова Е.В., Терпугов А.Ф. Оценка интенсивности пуассоновского потока событий при наличии продлеваемого мертвого времени // Известия высших учебных заведений. Физика. – 1995. – Т. 38. – № 3. – С. 22–31.
15. Лифшиц А.Л., Мальц Э.А. Статистическое моделирование систем массового обслуживания. – М.: Советское радио, 1978. – 248 с.

## ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПРОСТЕЙШЕГО ПОТОКА СОБЫТИЙ И МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ, РАСПРЕДЕЛЕННОГО ПО ЗАКОНУ РЭЛЕЯ, МЕТОДОМ МОМЕНТОВ

М.Е. Завгородняя, Ю.Е. Табольжина

*Томский государственный университет*

### Введение

Потоки однородных событий являются распространенными математическими моделями многих реальных физических процессов. Часто на практике возникают ситуации, когда наступившее событие может повлечь за собой ненаблюдаемость последующих событий. Одним из искажающих факторов при оценке параметров потока событий выступает мертвое время регистрирующих приборов, которое порождается зарегистрированным событием. Другие же события, наступившие в течение периода мертвого времени, недоступны наблюдению. Все устройства регистрации делятся на две группы. Первую группу составляют устройства с непродлеваемым мертвым временем, вторую – устройства с продлеваемым мертвым временем. Отметим, что подобные задачи по оценке параметров случайных потоков событий, функционирующих в условиях непродлеваемого мертвого времени, рассматриваются в работах [1–10].