

# **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ МЕТОДОМ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ВЗВЕШИВАНИЯ**

*Методические указания  
для проведения лабораторных работ*



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Физический факультет

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ  
МЕТОДОМ  
ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ВЗВЕШИВАНИЯ**

**Методические указания  
для проведения лабораторных работ**

Томск  
2019

РАССМОТРЕНО И УТВЕРЖДЕНО учебно-методической  
комиссией физического факультета ТГУ

Протокол № 06-19. от 27.06.2019 г. учебно-методической  
комиссии ФФ ТГУ

Председатель комиссии



М.А. Баньщикова

В методических указаниях к лабораторной работе рассмотрено определение плотности твердых тел методом гидростатического взвешивания. Детально рассмотрено вычисление ошибок данным методом.

Лабораторная работа предназначена для студентов физических и нефизических специальностей дневной и заочной формы обучения.

Методические указания разработаны для студентов физических и нефизических специальностей.

СОСТАВИТЕЛЬ: доцент *И.И. Клыков*

*Издание подготовлено в авторской редакции*

Отпечатано на участке цифровой печати  
Издательского Дома Томского государственного университета

Заказ № 3933 от «14» августа 2019 г. Тираж 50 экз.

**Цель работы:** Определение плотности тела методом гидростатического взвешивания.

## ТЕОРИЯ РАБОТЫ

Плотностью  $\rho$  тела называется масса единицы объема тела. Для однородного тела

$$\rho = m / V$$

где  $m$  и  $V$  масса и объем тела, соответственно. Непосредственное определение объема тела (при известной массе) дает невысокую точность измерений даже для тел правильной геометрической формы, поэтому для нахождения плотностей используются более тонкие методы. Метод гидростатического взвешивания является одним из наиболее точных для определения плотности тел. Этот метод основан на определении потери в весе исследуемого тела, которую оно испытывает при погружении в жидкость. Эта потеря веса равна по закону Архимеда весу жидкости в объеме тела. Обычно при этих измерениях пользуются чистой дистиллированной водой, зависимость плотности которой от температуры хорошо известна (см. Приложение 1).

Основным прибором в этом методе служат точные аналитические весы любого типа (двухчашечные, одночашечные с постоянной нагрузкой, электронные и др.).

При взвешивании тела в воздухе показания весов уменьшаются на потерю веса тела в воздухе и показания весов будут:

$$m_b g - \rho_g \frac{m_b}{\rho_b} g = N_1 \quad (1)$$

где  $\rho_g$  – плотность воздуха,  $m_b$  – масса тела,  $g$  – ускорение свободного падения,  $N_1$  – показания весов (кажущийся вес тела в воздухе),  $\rho_b$  – плотность тела.

При взвешивании тела в воде:

$$m_b g - \rho_H \frac{m_b}{\rho_b} g = N_2 \quad (2)'$$

где  $\rho_H$  – плотность воды,  $N_1$  – показания весов при взвешивании тела в воде.

Решая совместно (1) и (2), находим

$$\rho_b = \frac{N_1}{N_1 - N_2} (\rho_H - \rho_g) + \rho_g \quad (3)$$

## ОПИСАНИЕ ПРИБОРОВ И ПРИНАДЛЕЖНОСТЕЙ

В работе используются аналитические весы, стеклянный стаканчик с дистиллированной водой, П-образная подставка под стаканчик, проволочка для подвешивания исследуемого тела.

## МЕТОДИКА РАБОТЫ

Ознакомьтесь с конструкцией весов и методикой взвешивания на них. Перед измерениями проверяется настройка весов.

Прямое использование формулы (3) затруднительно, так как нужно учесть способ закрепления тела на весах.

Первым взвешивают тело в воздухе, положив его на чашку весов. Обозначим его вес, показываемый весами, через  $P_1$ .

При взвешивании тела в воде, оно подвешивается на тонкой проволочке к крючку чашки весов. Выталкивающей силой, действующей на проволочку в воде и воздухе, можно пренебречь, а массу (вес) проволочки следует учесть.

На втором этапе взвешивают тело в воздухе, подвешенное на проволочке. Показания весов при этом будут  $P_2$ .

На третьем этапе взвешивают тело в воде, подвешенное на проволочке. Показания весов при этом будут  $P_3$ .

При взвешивании следует принять некоторые предосторожности:

1) над чашкой весов помещают П-образную подставку, на которую ставят стеклянный стаканчик с водой; тело должно свободно висеть на проволочке внутри воды, не касаясь дна или стенок стаканчика;

2) на поверхности тела и проволочки не должно быть пузырьков воздуха;

3) через поверхность воды, для уменьшения капиллярного действия должна проходить тонкая, то есть не перекрученная часть проволочки.

Тогда уравнение (3) принимает вид:

$$\rho_b = \frac{P_1}{P_2 - P_3} (\rho_H - \rho_g) + \rho_g \quad (4)$$

Учитывая пропорциональность веса и массы, видно, что ускорение свободного падения не играет роли и вместо веса можно брать массу тела.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

При измерениях весов  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  присутствуют как случайные, так и систематические ошибки. Результирующая ошибка определяется по формуле:

$$\Delta\rho_b = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho_b}{\partial P_1}\right)^2 (\Delta P_1)^2 + \left(\frac{\partial\rho_b}{\partial P_2}\right)^2 (\Delta P_2)^2 + \left(\frac{\partial\rho_b}{\partial P_3}\right)^2 (\Delta P_3)^2 + \left(\frac{\partial\rho_b}{\partial \rho_H}\right)^2 (\Delta\rho_H)^2 + \left(\frac{\partial\rho_b}{\partial \rho_g}\right)^2 (\Delta\rho_g)^2}, \quad (5)$$

где  $\Delta P_r$  – случайная ошибка определения веса,  $\Delta P_s$  – систематическая ошибка определения веса,  $t_{\alpha, n-1}$  – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности  $\alpha$  и  $n-1$  числа степеней свободы ( $n$  – число измерений). В силу независимости этих двух типов ошибок, результирующая ошибка вычисляется по теореме Пифагора.

$$\Delta P = \sqrt{(\Delta P_r)^2 + (\Delta P_s)^2} \quad (6)$$

Систематическая ошибка  $\Delta P_s$  весов обусловлена конструкцией весов и точностью гирь.

Случайная ошибка  $\Delta P_r$  обусловлена неконтролируемыми внешними влияниями (поток воздуха, изменение температуры и др.).

$$\Delta P_r = t_{\alpha, n-1} \sqrt{\frac{\sum_i (\Delta P_i)^2}{n(n-1)}} \quad (7)$$

Ошибка определения плотностей воды и воздуха обусловлены прежде всего ошибкой определения температуры воды, воздуха и влажности воздуха.

С учетом значений производных плотности тела по весам

$$\frac{\partial \rho_b}{\partial P_1} = \frac{\rho_H - \rho_g}{P_2 - P_3}, \quad \frac{\partial \rho_b}{\partial P_2} = -\frac{\partial \rho_b}{\partial P_3} = \frac{P_1 (\rho_H - \rho_g)}{(P_2 - P_3)^2},$$

считая пока плотности воды и воздуха неизменными, получим выражение для ошибки плотности тела:

$$\Delta\rho_b = \frac{\rho_H - \rho_g}{P_2 - P_3} \sqrt{(\Delta P_1)^2 + \left(\frac{P_1}{P_2 - P_3}\right)^2 \left((\Delta P_2)^2 + (\Delta P_3)^2\right)}. \quad (8)$$

Вполне естественно, что абсолютные ошибки определения весов  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ , незначительно отличающихся друг от друга, можно считать одинаковыми:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = \Delta P \quad (9)$$

С учетом этого обстоятельства и принимая во внимание (4), абсолютная ошибка плотности запишется так:

$$\Delta\rho_b = \frac{\rho_H - \rho_g}{P_2 - P_3} \Delta P \sqrt{1 + 2\left(\frac{P_1}{P_2 - P_3}\right)^2} = \left(\frac{P_1}{P_2 - P_3}\right) \frac{\Delta P}{P_1} (\rho_H - \rho_g) \sqrt{1 + 2\left(\frac{P_1}{P_2 - P_3}\right)^2}. \quad (10)$$

Для оценки ошибки  $\rho_b$ , (случайные ошибки обычно определяются с относительной точностью порядка 10%) пренебрегая плотностью газа по сравнению с плотностью воды, которая примерно в 800 раз плотнее воздуха при комнатной температуре, получим соотношение, следующее из (4):

$$\frac{\rho_b}{\rho_H} \approx \left(\frac{P_1}{P_2 - P_3}\right)$$

В уравнении (10) под корнем можно пренебречь единицей, так как даже для алюминия  $2\left(P_1/(P_2 - P_3)\right)^2 \approx 14.6$ . Таким образом, абсолютная и относительная ошибки, обусловленные неточностью взвешивания, определяются следующими соотношениями:

$$\Delta\rho_b \approx \sqrt{2}\rho_b \frac{\Delta P}{P_1} \frac{\rho_b}{\rho_H} \quad (11)$$

$$\frac{\Delta\rho_b}{\rho_b} \approx \sqrt{2} \frac{\rho_b}{\rho_H} \frac{\Delta P}{P_1} \quad (12)$$

Для учета влияния температуры следует заметить, что плотности воды и воздуха уменьшаются с ростом температуры (при комнатном диапазоне температур). Так как эти две ошибки имеют одинаковые знаки, то складывать следует из значения, а не их квадраты. Из таблицы плотностей воды и влажного воздуха для диапазона (15 – 30)°С в линейном приближении

$$\begin{aligned} \Delta\rho_H &\approx -0,2304 \cdot \Delta t^\circ\text{C}, & \Delta\rho_g &\approx -0,0042 \cdot \Delta t^\circ\text{C} \\ \Delta\rho_{H,g} &\equiv \Delta\rho_H + \Delta\rho_g = -0,2346\Delta t^\circ\text{C} \end{aligned} \quad (13)$$

В уравнениях (13) плотность в кг/м<sup>3</sup>, температура в градусах Цельсия.

Итоговая ошибка определения плотности твердого тела с учетом выражений (11) и (13) запишется так:

$$(\Delta\rho_b)^2 \approx 2\left(\rho_b \frac{\Delta P}{P_1} \frac{\rho_b}{\rho_H}\right)^2 + (0,2346\Delta t^\circ\text{C})^2 = 2\left(\rho_b \frac{\Delta P}{P_1} \frac{\rho_b}{\rho_H}\right)^2 + 0,055(\Delta t^\circ\text{C})^2. \quad (14)$$

При давлении отличного от стандартного (P<sub>0</sub> = 101325 Па) можно воспользоваться уравнением состояния идеального газа для нахождения плотности воздуха (как сухого, так и влажного) при другом давлении:

$$\rho = \rho_0 \frac{P}{P_0} \quad (15)$$

Итоговый результат после обработки данных и вычисления ошибок следует представить в виде:

$$\rho = \bar{\rho} \pm \Delta\rho$$

где  $\bar{\rho}$  – среднее значение плотности из пяти измерений,  $\Delta\rho$  – суммарная ошибка измерений.

### Вопросы

1. Как влияют силы поверхностного натяжения на точность определения плотности тела?

2. Оценить ошибку при пренебрежении архимедовой силой, действующей на проволочку в воде.

3. Можно ли определить плотность неизвестной жидкости методом гидростатического взвешивания?

4. Как влияет зависимость ускорения свободного падения от широты на точность определения плотности?

5. Можно ли использовать метод гидростатического взвешивания для определения плотности тел, меньшей плотности воды?

6. Влияет ли сжимаемость жидкости на точность измерений?

7. Как влияют тепловое расширение жидкости, стаканчика, исследуемого тела на точность измерений методом гидростатического взвешивания?

8. Консервативна ли сила Архимеда?

9. Какие методы определения плотности жидкостей и твердых тел можно применить в невесомости?

10. Для определения плотности жидкости можно использовать ареометр Никольсона с постоянным объемом. Он представляет из себя продолговатое тело массы  $m$ , опускаемое в жидкость вертикально, так что над поверхностью воды возвышается платформа. Вначале ареометр погружается в воду и на платформу кладутся гирька массой  $m_1$ , при которых

ареометр погружается в воду до риски на его шейке. Когда ареометр переносится в исследуемую жидкость, то для погружения до риски требуется положить грузики  $m_2$ .

Как из этих данных определить плотность исследуемой жидкости?

11. Какие методы определения плотности газов Вы можете предложить? \*

12. Какие методы определения плотности жидкостей Вы можете предложить?

13. На чашке весов лежит спущенный воздушный шарик. Как изменится равновесие, если шарик надуть воздухом?

14. В сосуде с водой плавает кусок льда. Как изменится уровень воды в сосуде, когда лёд растает? Рассмотреть три случая:

- а) лед однородный;
- б) в лед вморожен камешек;
- в) в лед вморожена пробка.

15. В бассейне плавает лодка, в которой лежит камень. Этот камень выброшен за борт лодки в бассейн. Как изменится уровень воды в бассейне?

16. Какова плотность тела, если при погружении его в воду

- а) оно теряет пятую часть своего веса;
- б) оно становится в пять раз легче)
- в) теряет в весе 5 Н?

17. Неравноплечий деревянный рычаг уравновешен латунными гириями. Как изменится равновесие при погружении рычага в воду?

18. Зависит ли точность измерений от того, какая часть проволоки погружена в воду?

19. Какая из ошибок вносит больший вклад: ошибка плотности воды или воздуха (см. Таблицу 1)?

20. Почему плотность сухого воздуха больше плотности влажного?

## Литература

1. Гаузнер С.И., Кивилис С.С., Осокина А.П., Павловский А.Н. Измерение массы, объема и плотности. М.:, Издательство стандартов, 1972. 623 с.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: в 5 т. М.: Физматлит, 2017. Т.1: Механика. 560 с.

## Приложение 1

Таблица 1

Плотности воды и воздуха (кг/м<sup>3</sup>)

t, °C	Вода	Воздух сухой	Воздух влажный
10	999,7	1,247	1,244
15	999,1	1,226	1,222
18	998,6	1,214	1,209
20	998,2	1,205	1,200
22	997,8	1,197	1,192
24	997,3	1,189	1,183
26	996,8	1,181	1,175
28	996,2	1,173	1,167
30	995,7	1,166	1,159
32	995,0	1,158	1,151
34	994,4	1,150	1,144
36	993,7	1,143	1,136
38	993,0	1,135	1,129
40	992,2	1,128	1,121
50	988,0	1,093	1,086
60	983,2	1,060	1,054
Давление 101,325 кПа Влажность воздуха 50%, содержание CO <sub>2</sub> 0,04%			



