

УДК 532.542,532.135

СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ЗАПОЛНЕНИИ КАНАЛА

© 2018 г. Е. И. Борзенко^{1, *}, Г. Р. Шрагер^{1, **}

¹Томский государственный университет

*E-mail: borzenko@fif.tsu.ru

**E-mail: shg@fif.tsu.ru

Поступила в редакцию 26.07.2017 г.

Исследуется течение вязкопластичной жидкости, реализующееся при заполнении плоского вертикального канала. Сформулирована математическая постановка задачи на основе полных уравнений движения и естественных граничных условий на свободной поверхности, которая решается с использованием конечно-разностного метода. Для осуществления сквозного счета проводится регуляризация реологического уравнения Шведова–Бингама. Проведены параметрические исследования характеристик потока и поведения свободной границы в зависимости от основных параметров задачи. Продемонстрированы характерные структуры течения в зависимости от соотношения вязких, гравитационных и пластичных сил в потоке.

Ключевые слова: неньютоновская жидкость, модель Шведова–Бингама, заполнение канала, свободная поверхность, численное моделирование, структура течения, квазитвердые ядра

DOI: 10.1134/S0040357118040115

ВВЕДЕНИЕ

При формировании изделий из наполненных полимерных композиций методом литья под небольшим давлением осуществляется заполнение вертикально установленных пресс-форм жидкой средой, поступающей в нижнем сечении емкости [1]. Микроструктура изделия, его механические и теплофизические свойства существенно зависят от термомеханической истории процесса заполнения [2, 3]. Реологическое поведение материала в текучем состоянии оказывает влияние на характеристики течения при заполнении. Реология материалов в зависимости от условий переработки может меняться от ньютоновской до проявления свойств нелинейновязких и вязкоупругих жидкостей [4]. Некоторые из этих жидкостей, например, наполненные полимерные композиции, относятся к структурированным материалам, характерной особенностью которых является наличие предела текучести [5–7]. Предел текучести — одна из основных характеристик вязкопластичных жидкостей, которая до сих пор является предметом дискуссии в реологии [6]. Тем не менее предел текучести несомненно полезное понятие с точки зрения моделирования течений структурируемых жидкостей. В соответствии с определением предела текучести течение вязкопластичной жидкости можно разделить на характерные области. В частях потока, где уровень локальных сдвиговых напряже-

ний меньше предела текучести, жидкость ведет себя как твердое тело. Такие зоны течения называют квазитвердыми ядрами. Там, где уровень локальных напряжений превышает предел текучести, среда течет как жидкость с определенным значением эффективной вязкости. Эти зоны течения разделяются поверхностями, определяемыми как местоположение точек, в которых уровень напряжений равен пределу текучести. Наличие этих двух характерных областей течения является значимым с точки зрения формирования структуры потока и оказывает существенное влияние на физические характеристики формируемого изделия. Следует ожидать, что в квазитвердых ядрах свойства среды будут сохраняться и, отличаться от таковых в зонах вязкого течения.

За последние десятилетия выполнено большое количество исследований заполнения плоских и осесимметричных емкостей в приближении ньютоновского поведения жидкости. В работах [8–13] подробно обсуждается состояние проблемы вплоть до настоящего времени. При математическом моделировании используются приближенные и численные методы решения сформулированных задач. Отмечается, что при заполнении канала можно выделить две области — зоны одномерного течения на достаточном удалении от свободной поверхности и фонтанирующего течения в окрестности свободной поверхности. Фонтанирующим течением

принято называть движение среды в окрестности поверхности раздела двух несмешивающихся потоков, когда одна жидкость вытесняет другую [14]. Гидромеханика неньютоновских жидкостей также интенсивно развивается. Однако, несмотря на значительное количество работ по моделированию течений неньютоновских сред со свободной поверхностью, среди них небольшое число посвящено исследованию процесса заполнения емкостей [9, 15–22].

В работе [22] используется традиционная постановка задачи с использованием условий прилипания на линии трехфазного контакта. Предполагается, что движение контактной линии осуществляется по механизму накатывания фронта свободной границы на твердую стенку со значением краевого угла, равным π [23]. Представленные результаты в большей степени касаются описания заполнения, когда направление движения жидкости совпадает с направлением силы тяжести. Для заполнения против силы тяжести демонстрируется лишь структура потока для двух значений числа Бингама. В данной статье для устранения некорректности традиционной постановки задачи используется условие скольжения в окрестности линии контакта, описываются результаты исследования течения вязкопластичной жидкости, реализуемого при заполнении канала против силы тяжести. Приводятся зависимости характеристики свободной границы от значений определяющих безразмерных критериев, демонстрируется характер ее установления, представлены типичные структуры потока.

К настоящему времени в литературе имеются весьма скудные сведения о структуре потока, кинематике течений и эволюции свободной поверхности в зависимости от значений определяющих параметров для заполнения емкостей вязкопластичной жидкостью.

Использование современных вычислительных технологий позволяет реализовывать адекватные математические модели и более точно предсказывать эволюцию свободной поверхности и детали фонтанирующего течения. Численное моделирование нестационарных течений жидкости со свободной поверхностью усложняется необходимостью определения области решения и динамики линии трехфазного контакта газ–жидкость–твердое тело (ЛТК). Проблема динамики ЛТК и способы ее решения обсуждаются в [23–25]. Учет неньютоновского поведения жидкости требует дополнительных усилий для успешной реализации вычислительных технологий. С одной стороны, возникновение дополнительных нелинейных членов в основных уравнениях и граничных условиях, изменение величины эффективной вязкости в области решения существенно влияют на

условия и скорость сходимости вычислительных алгоритмов. С другой стороны, в задачах о течении вязкопластичной среды характерной особенностью является необходимость строить решения в областях с неизвестной границей квазитвердых ядер. Это обстоятельство создает большие трудности при построении эффективных численных методов. Основная сложность при численном моделировании течения вязкопластичной среды связана с сингулярностью реологических соотношений и невозможностью вычислить напряжения в тех областях, где скорость деформации равна нулю. Для решения этой проблемы широко используются методы регуляризации [26, 27]. Регуляризация заключается в аппроксимации недифференцируемых определяющих соотношений гладкой функцией для дальнейшего решения задачи о течении жидкости с нелинейной эффективной вязкостью. Для регуляризованных моделей не определено понятие квазитвердой зоны и ее наличие вводится условием малости скоростей деформаций или критерием Мизеса для напряжений. Границы квазитвердых ядер в потоке в этом случае определяются поверхностями уровня напряжений со значением равным величине предела текучести. Математические аспекты сходимости, оценки величины ошибок для различных способов регуляризации обсуждаются в [28].

Целью данной работы является исследование влияния пластичных свойств жидкой среды на формирование структуры потока и кинематику течения при заполнении плоского канала на основе реологического уравнения Шведова–Бингама [29, 30].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается заполнение плоского вертикального канала несжимаемой жидкостью Шведова–Бингама, направление движения жидкости противоположно направлению силы тяжести. Течение описывается уравнениями движения и неразрывности, которые в безразмерных переменных имеют вид

$$\operatorname{Re} \frac{dv}{dt} = -\nabla p + \nabla(2BE) + \mathbf{W}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

Система уравнений (1), (2) замыкается реологическим уравнением Шведова–Бингама, для которого эффективная вязкость B и интенсивность тензора скоростей деформаций A связаны соотношением [29–31] $B = (Bn + A)/A$.

В начальный момент времени свободная поверхность Γ_1 имеет плоскую горизонтальную форму (рис. 1). Свободная поверхность расположена на достаточном расстоянии от входной гра-

ницы Γ_2 , чтобы исключить влияние свободной границы на течение во входном сечении. На границе Γ_2 задается профиль продольной скорости $V_1(x)$, характерный для установившегося течения неньютоновской жидкости в плоском канале, поперечная скорость равна нулю. На твердой стенке Γ_3 выполняется условие прилипания, на линии симметрии Γ_4 используются условия симметрии. На свободной поверхности формулируются условия равенства нулю касательного напряжения и равенство нормального напряжения внешнему давлению, которое без ограничения общности можно считать равным нулю. Силы поверхностного натяжения не учитываются. Течения полимерных композиций при наличии свободной границы в большинстве случаев характеризуются большими значениями капиллярного числа $Ca = \mu_0 V_0 / \sigma$, поэтому допущение об относительной малости сил поверхностного натяжения часто используется при решении задач такого типа [32, 33], а его справедливость подтверждается расчетами (см., например, [10]). Кроме того, свободная граница подчиняется кинематическому условию.

Таким образом, граничные условия записываются в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_1: \frac{\partial u_n}{\partial s} + \frac{\partial u_s}{\partial n} = 0, \quad p = 2B \frac{\partial u_n}{\partial n}, \\ \Gamma_2: U = 0, \quad V = V_1(x) \\ \Gamma_3: U = 0, \quad V = 0, \\ \Gamma_4: U = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial x} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Профиль скорости $V_1(x)$ является решением системы (1)–(2) в случае установившегося движения жидкости под действием постоянного безразмерного перепада давления на единицу длину δ в плоском бесконечном канале и определяется выражением

$$V_1(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2\delta}(-\delta - Bn)^2, & x \in [0, h], \\ \frac{1}{2\delta}[(-\delta x - Bn)2 - (-\delta - Bn)^2], & x \in (h, 1], \end{cases} \quad (4)$$

$$h = -Bn/\delta.$$

Безразмерный объемный расход жидкости в канале должен равняться двум. Приравняв интеграл функции $V_1(x)$ по полуширине канала единице, получим следующее уравнение:

$$2\delta^3 + 3(2 + Bn)\delta^2 - Bn^3 = 0.$$

Параметр δ является наименьшим корнем последнего уравнения, значение которого определяется выражением

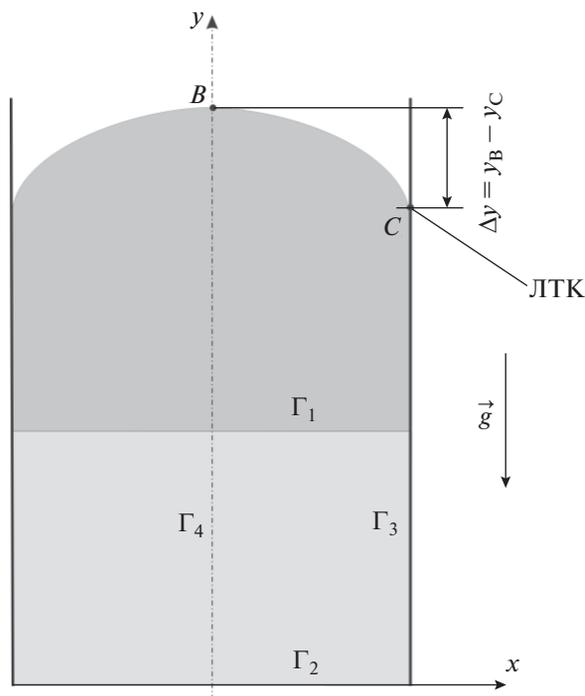


Рис. 1. Область решения.

$$\delta = -(Bn + 2) \times \left\{ \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(1 - 2 \left(\frac{Bn}{Bn + 2} \right)^3 \right) \right] + 0.5 \right\}.$$

Движение свободной границы Γ_1 подчиняется кинематическому условию, которое в лагранжевом представлении записываются в виде

$$\frac{dx}{dt} = U, \quad \frac{dy}{dt} = V. \quad (5)$$

Анализ классической математической модели динамики вязкой жидкости с использованием уравнений Навье–Стокса, естественных граничных условий на свободной поверхности, условий прилипания на движущейся линии контакта и значениях динамического краевого угла отличного от 0 и π показывает наличие особенностей в определении динамических характеристик течений, приводящих к бесконечному росту их значений по мере приближения к линии контакта [34, 35]. В связи с этим реализуется постановка задачи, в которой в точке контакта C (рис. 1) выполняется условие отсутствия касательного напряжения (3), а нормальная скорость равна нулю, причем в малой окрестности линии контакта касательная скорость на стенке асимптотически падает от значения в точке C до нуля

$$V(l, y) = V_C \left(\frac{\varepsilon}{V_C} \right)^{(y_C - y)/l}, \quad y_C - l \leq y \leq y_C,$$

Таблица 1. Влияние параметра регуляризации на характеристики течения

ϵ	0.1Bn	0.05Bn	0.025Bn	0.0125Bn
V_2/E_1	1.293/6.33	1.254/3.12	1.224/0.66	1.219/0.25
h/E_2	0.486/4.07	0.481/3	0.482/3.21	0.476/1.92

Таблица 2. Аппроксимационная сходимость

Шаг сетки	χ	h
1/10	0.449	0.804
1/25	0.472	0.79
1/50	0.482	0.786
1/75	0.481	0.782
1/100	0.484	0.775

где V_C – касательная скорость в точке контакта, l – безразмерная длина скольжения, ϵ – параметр релаксации. При этом предполагается, что режим течения и характер взаимодействия фаз на линии контакта таковы, что краевой угол равен π .

Использование таких граничных условий устраняет некорректность традиционной постановки задачи и в то же время слабо влияет на кинематические характеристики течения вне малой окрестности точки контакта [23].

МЕТОД РАСЧЕТА

Для решения поставленной задачи используется конечно-разностный метод. Область решения покрывается разнесенной разностной сеткой, во внутренних узлах которой для расчета искомым переменных используется алгоритм SIMPLE [36]. В окрестности свободной границы возникают нерегулярные узлы, значения искомым переменных в которых находятся линейной интерполяцией данных со свободной поверхности и из регулярных узлов. Свободная граница представляется в виде набора частиц-маркеров, равномерно распределенных вдоль нее, при этом первый маркер лежит на линии симметрии, а последний – на ЛТК.

Расчет составляющих скорости выполняется с помощью метода инвариантов [37]. В его основе лежит совместная запись условия отсутствия касательных напряжений и уравнения неразрывности в точках свободной границы, в которых находятся соответствующие маркеры в данный момент времени. Движение маркеров свободной поверхности, за исключением последнего, осуществляется в соответствии с разностными аналогами кинематического условия (5). Движение контактной точки реализуется с учетом скольжения и значения динамического краевого угла равного π [23].

Модель Шведова–Бингама имеет особенность “бесконечной” эффективной вязкости при $A \rightarrow 0$. При использовании метода сквозного счета течения вязкопластичной среды без выделения квазитвердых ядер для обеспечения устойчивости и точности расчетов в областях малых значений A требуется дополнительная регуляризация реологической модели [26–28]. В настоящей работе используется модифицированная реологическая модель, в которой эффективная вязкость определяется выражением

$$B = \frac{Bn + (A^2 + \epsilon^2)^{1/2}}{(A^2 + \epsilon^2)^{1/2}}.$$

Предлагаемая модификация допускает предельный переход при $\epsilon \rightarrow 0$ к исходной модели [26]. Процедура регуляризации является оправданной как физически, так и с точки зрения вычислительной гидродинамики. С одной стороны, регуляризация обеспечивает высокое, но конечное значение эффективной вязкости в области малых значений сдвига, что соответствует физическому содержанию понятия вязкости. С другой стороны, модификация выражения для эффективной вязкости способствует сходимости вычислительного алгоритма. Для проверки справедливости сформулированных утверждений относительно используемой методики регуляризации проведены дополнительные расчеты. В качестве условия выделения зон квазитвердого движения используется неравенство $BA \leq Bn$, которое является безразмерным аналогом условия выделения областей течения с уровнем напряжений меньшим предела текучести.

В табл. 1 представлены значения скорости на линии симметрии V_2 и полуширины зоны квазитвердого движения h в области одномерного течения при $Re = 0.01$, $W = 8$, $Bn = 4$ вычисленные при различных значениях параметра регуляризации и относительные ошибки E_1 , E_2 , определяемые выражениями

$$E_1 = \frac{|V_2 - \bar{V}_2|}{\bar{V}_2} \times 100\%, \quad E_2 = \frac{|h - \bar{h}|}{\bar{h}} \times 100\%,$$

где значения $\bar{V}_2 = 1.216$ и $\bar{h} = 0.467$ соответствуют установившемуся течению в бесконечной канале. Во всех дальнейших расчетах использовалось зависимость $\epsilon = 0.025Bn$.

Для проверки аппроксимационной сходимости предлагаемого алгоритма проведена серия расчетов на последовательности квадратных сеток в случае $Re = 0.01$, $W = 8$, $Bn = 4$. В качестве характеристики течения выбирались параметр χ и полуширина квазитвердого ядра в области одномерного течения h . Результаты расчетов, пред-

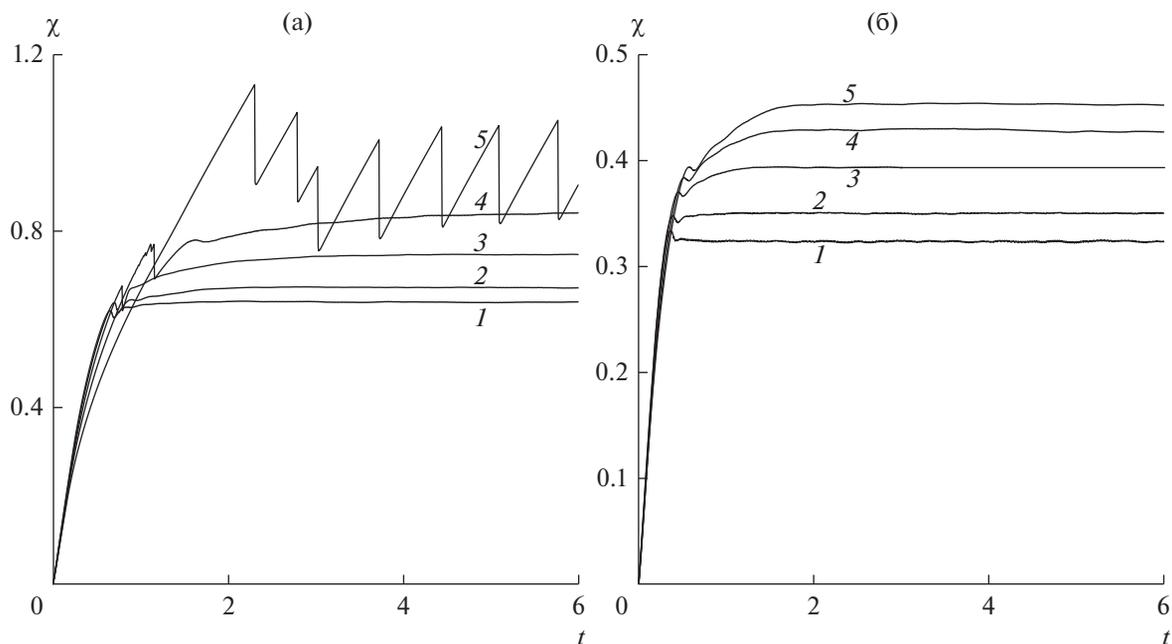


Рис. 2. Изменение параметра χ с течением времени: (а) $W = 5$: 1–5 – $Bn = 0.5, 1, 2, 4, 8$; (б) $W = 60$: 1–5 – $Bn = 1, 2, 4, 6, 8$.

ставленные в табл. 2, демонстрируют сходимость. Все дальнейшие расчеты проводились на квадратной сетке с шагом $1/50$.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Во многих случаях течения вязкопластичной среды, в частности, высоконаполненной полимерной композиции, характеризуются высокой вязкостью и относительно малыми скоростями движения так, что число Рейнольдса $Re < 1$. В дальнейшем будем считать, что картина заполнения определяется действием вязких и гравитационных сил, а также наличием предела текучести. Анализ размерностей показывает, что в этом случае определяющими безразмерными критериями являются числа W и Bn . Представленные ниже результаты расчетов получены при $Re = 0.01$.

Многочисленные исследования кинематики заполнения плоских и осесимметричных каналов вязкой жидкостью с заданным расходом на входе показывают, что к некоторому моменту времени форма свободной поверхности устанавливается и далее фронт потока движется со среднерасходной скоростью [8–13]. В качестве характеристики формы свободной границы используется безразмерный параметр $\chi = \Delta y/L$, показывающий местоположение точки B на линии трехфазного контакта (рис. 1). Наличие квазистационарного решения подтверждается и для заполнения канала вязкопластичной жидкостью [21]. На рис. 2 показана эволюция характеристики формы свободной гра-

ницы в процессе квазиустановления для различных значений определяющих параметров. Время установления растет с увеличением значения Bn при постоянном W и с уменьшением значения W при постоянном Bn . Характер влияния параметра пластичности Bn на зависимость $\chi(W)$ показан на рис. 3а, пунктирная линия – результаты расчетов для ньютоновской жидкости из [10]. Зависимости $\chi(Bn)$ при заданных значениях W представлены на рис. 3б, пунктирная линия – данные [21]. В [10, 21] методом конечных элементов находится решение стационарной задачи в подвижной системе координат, движущейся со среднерасходной скоростью. Стационарная форма свободной границы находится методом последовательных приближений, начальное приближение представляется полуокружностью. В данной работе рассматривается нестационарное течение, а стационарные формы свободной границы получаются в результате установления по времени. Сопоставление полученных зависимостей с данными [10, 21] показывает согласование результатов и дает теоретическую основу используемого в работах [10, 21] подхода для определения стационарной формы свободной границы.

Характерной особенностью течения вязкопластичной жидкости является наличие квазитвердых ядер в потоке. В основу модели Шведова–Бингама положено представление о наличии у покоящейся жидкости пространственной структуры, достаточно жесткой, чтобы сопротивляться любому напряжению, меньшему τ_0 . За этим пре-

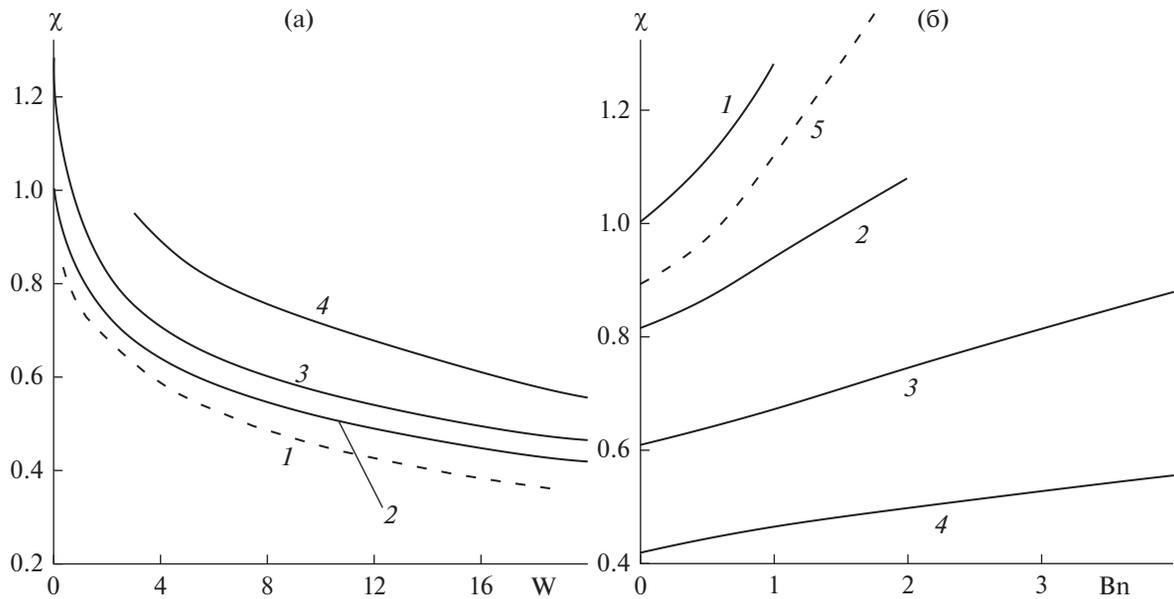


Рис. 3. Зависимость параметра χ от определяющих параметров: (а) 1 – результаты [10], $Bn = 0$; 2–4 – $Bn = 0, 1, 4$; (б) 1–4 – $W = 0, 1, 5, 20$; 5 – результаты [21], $W = 0$.

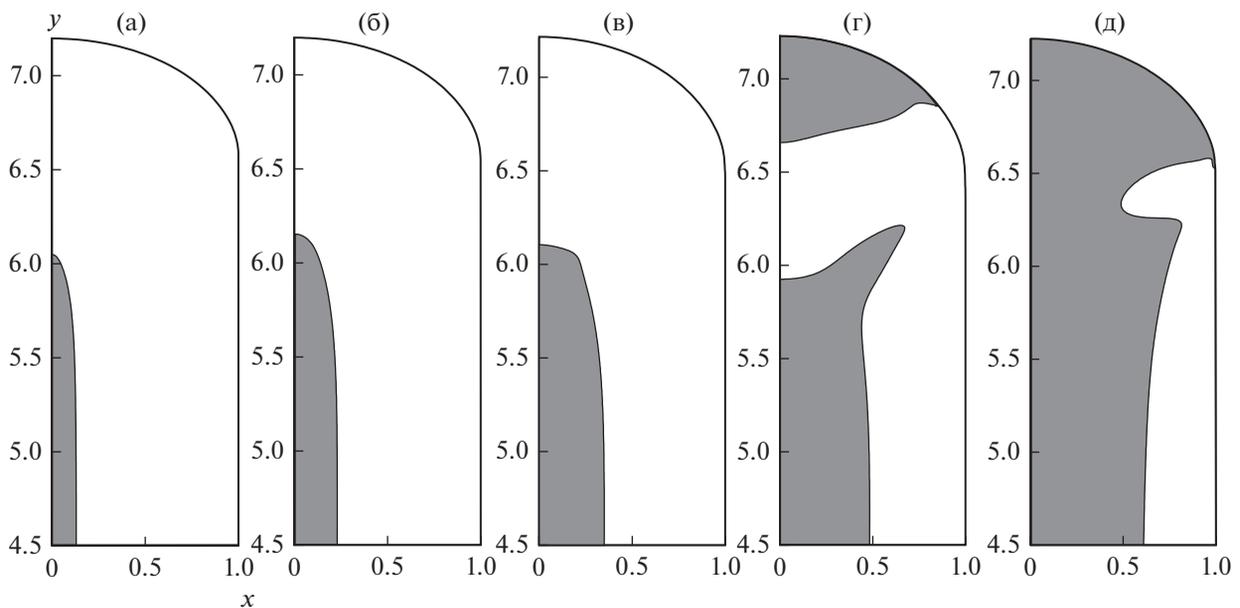


Рис. 4. Структура потока при $W = 5$: (а)–(д) – $Bn = 0.5, 1, 2, 4, 8$.

делом наступает полное мгновенное обратимое разрушение структуры и среда течет как обычная ньютоновская жидкость. Когда действующие в жидкости напряжения сдвига становятся меньше τ_0 , структура снова восстанавливается. В тех местах потока, где касательные напряжения ниже предела текучести, образуются “кваситвердые” ядра [30].

Типичные картины структуры потока при заполнении канала представлены на рис. 4 и 5 как последовательности “кадров” с ростом значений

Bn при фиксированных W . Кваситвердые ядра выделены серым цветом, неокрашенные области течения показывают зоны вязкого течения. Представленные картины подтверждает разделение потока на зону двумерного течения в окрестности свободной границы и одномерного течения вдали от нее. В области одномерного течения реализуется профиль продольной скорости, характерный для установившегося одномерного течения жидкости в плоской щели, в центральной части пото-

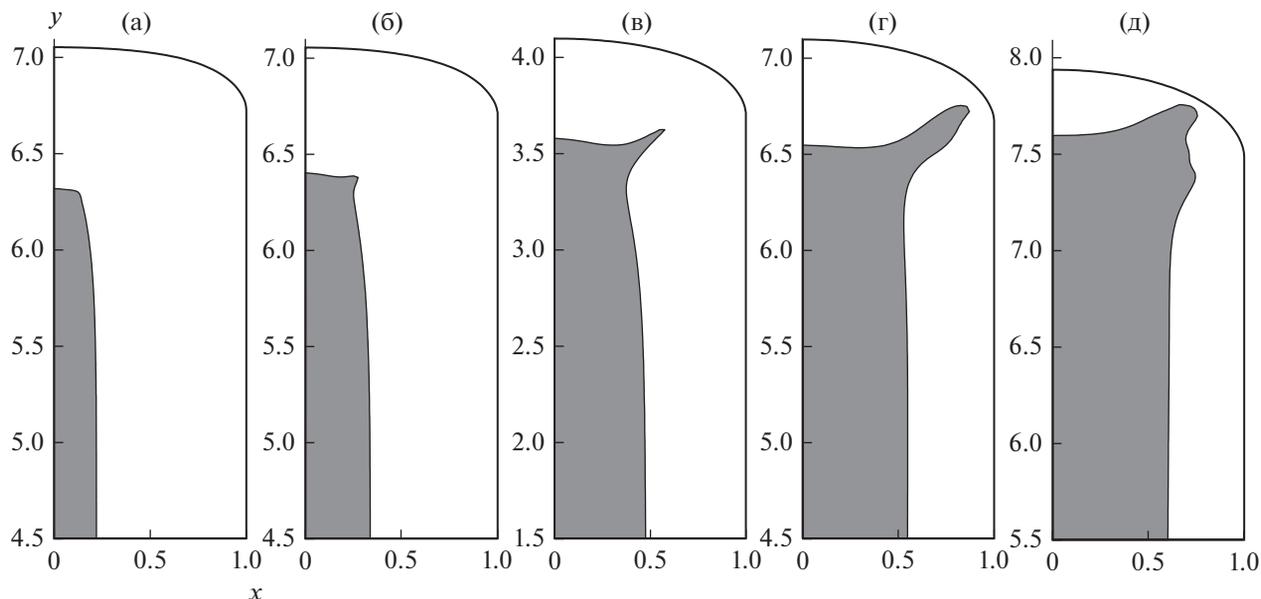


Рис. 5. Структура потока при $W = 60$: (а)–(д) – $Bn = 1, 2, 4, 6, 8$.

ка формируется квазитвердое ядро. Зависимость ширины зоны квазитвердого движения от Bn в области одномерного течения представлена на рис. 6. Расчетные данные хорошо согласуются с аналитической зависимостью для установившегося течения жидкости Шведова–Бингама между параллельными плоскостями. Количественное согласование данных демонстрируется в табл. 3. Среди представленных структур потока можно выделить случаи, характеризующиеся определенным признаком. Это структура с одним квазитвердым ядром в центральной части потока и зоной вязкого течения в окрестности свободной границы, например, рис. 4а–4в. Рис. 4г демонстрирует поток с двумя квазитвердыми ядрами, в котором одно ядро образуется в центральной части на достаточном удалении от свободной границы, второе ядро формируется на свободной поверхности. Слияние этих ядер образует другую типичную структуру потока (рис. 4д). Определенный набор значений параметров обуславливает формирование структуры с одним квазитвердым ядром с выходом на свободную поверхность и зоной вязкого течения в вершине потока (рис. 5д). В работе [21] представлены структуры потока с одним и двумя ядрами. Рис. 7 демонстрирует согласование результатов расчетов с данными [21]. Все структуры потока на рис. 4 и 5, за исключением случая на рис. 4д устанавливаются с течением времени и характер установления формы свободной границы соответствует кривым на рис. 2. Структура потока на рис. 4д, в которой квазитвердое ядро полностью захватывает свободную границу, приводит к нестабильному заполнению.

Эволюция характеристики $\chi(t)$ в этом случае демонстрируется на рис. 2 (кривая 5). Характерной особенностью данной структуры является наличие квазитвердой “пробки”, практически полностью перекрывающей сечение канала. Несовместимость “пробкового” режима течения с условиями прилипания на твердой стенке вне малой окрестности линии трехфазного контакта может являться причиной наблюдаемой нестабильно-

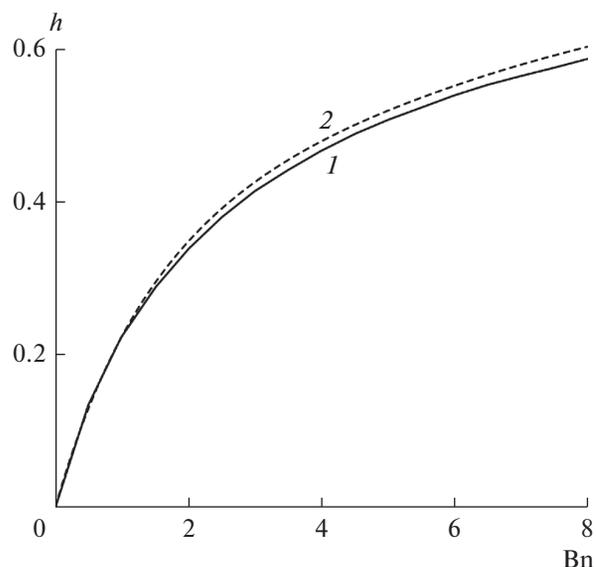


Рис. 6. Ширина ядра в области установившегося движения: 1 – аналитическая зависимость (4), 2 – расчетные данные.

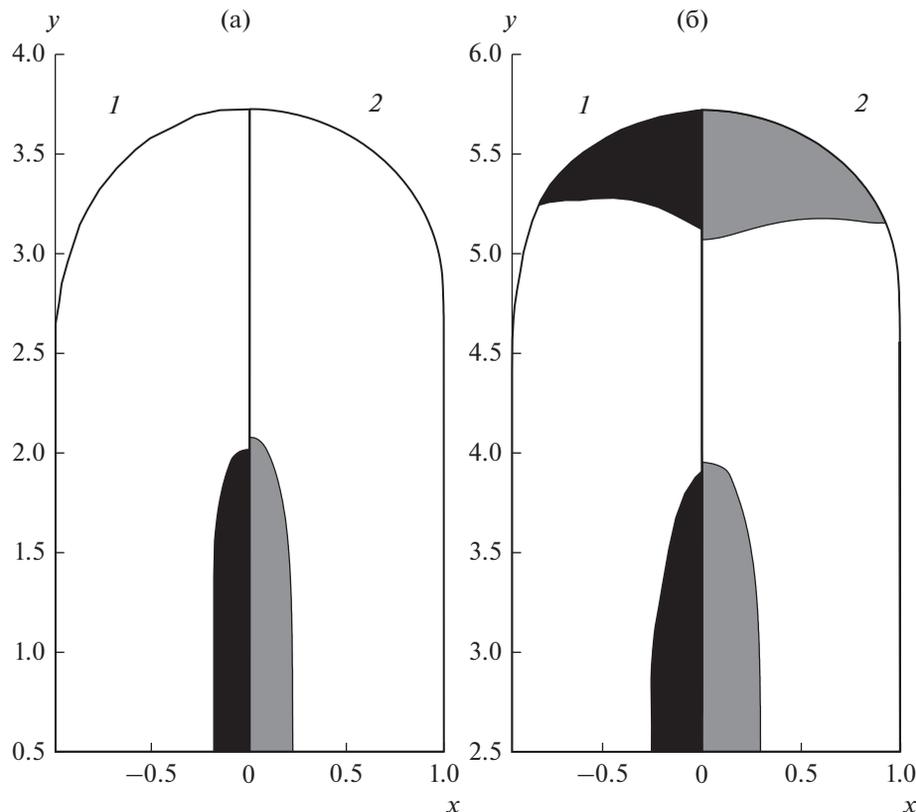
Таблица 3. Ширина зоны квазитвердого движения в зависимости от Bn

Bn	h (аналитика)	h (расчет)	Ошибка, %
0.5	0.133	0.13	2.62
1	0.223	0.226	1.14
1.5	0.289	0.295	2.02
2	0.340	0.35	2.98
3	0.414	0.426	2.85
3.5	0.443	0.45	1.66
4	0.467	0.482	3.19
5	0.507	0.516	1.72
5.5	0.524	0.537	2.47
6	0.539	0.55	2.01
7	0.565	0.575	1.70
8	0.587	0.603	2.66

сти. Обсуждаемые выше признаки структур потока непосредственно связаны с относительным влиянием гравитационных и вязких сил в потоке и наличием предела текучести, определяемым значениями чисел W и Bn или чисел W/Bn и Bn .

Значение числа W/Bn характеризует относительный вклад силы тяжести и пластичности в формирование структуры потока. Следуя методике представления результатов [38], изобразим топографию полученных структур потока. Рис. 8 демонстрирует топограмму выделенных структур потоков, где идентификация случаев заполнения занимает определенные области. Область выше кривой 1 соответствует структуре потока с одним ядром, область, ограниченная линиями $1, 2$ при $Bn \leq 5.75$ — структура потока с двумя ядрами. В области параметров между линиями $1, 2$ при $Bn > 5.75$ реализуется заполнение с объединенным ядром. Зона нестабильного заполнения определяется приблизительно следующим диапазоном изменения определяющих параметров: $Bn > 5$; $W/Bn \leq 1$. Закрашенными значками показаны результаты [21].

В процессе заполнения может происходить изменение свойств жидкости, обуславливающее разброс физико-механических характеристик формируемого изделия. В связи с этим для прогнозирования свойств изделия необходимо знать топограмму распределения порций жидкости, поступающих в канал в разные моменты времени. Для решения задачи построения топограмм в данный момент вре-

**Рис. 7.** Структура потока: (а) — $W = 0$, $Bn = 1$; (б) — $W = 0$, $Bn = 1.5$; 1 — результаты [21]; 2 — результаты настоящей работы.

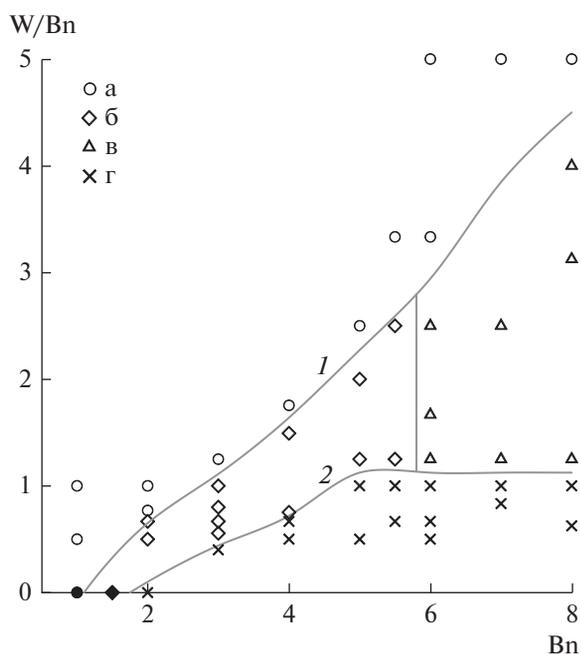


Рис. 8. Распределение структур потока: (а) — одно ядро, (б) — два ядра, (в) — объединенное ядро, (г) — неустойчивое заполнение.

мени во входном сечении размещается слой частиц-маркеров. Эти частицы не обладают массой и переносятся со скоростью жидкости. Совокупность частиц образует в потоке некоторую реперную поверхность, которая разделяет соседние порции жидкости, в предположении, что они не смешиваются. В конечном итоге местоположение всех реперных поверхностей в момент времени, соответствующий окончанию процесса заполнения, дает топограмму распределения выделенных порций жидкости. Уравнения движения частиц имеют вид

$$\frac{dx_q^p}{dt} = U_q^p, \quad \frac{dy_q^p}{dt} = V_q^p, \quad p = 1 \dots M, \quad q = 1 \dots M_R, \quad (6)$$

где M — число частиц в одном репере, M_R — количество реперов. Координаты частиц в протоке определяются численным интегрированием системы (6). Топограммы массораспределения порций жидкостей для различных значений Bn , представленные на рис. 9, демонстрируют влияние пластических свойств среды на картины массораспределения и, как следствие, на морфологию формуемого изделия [39].

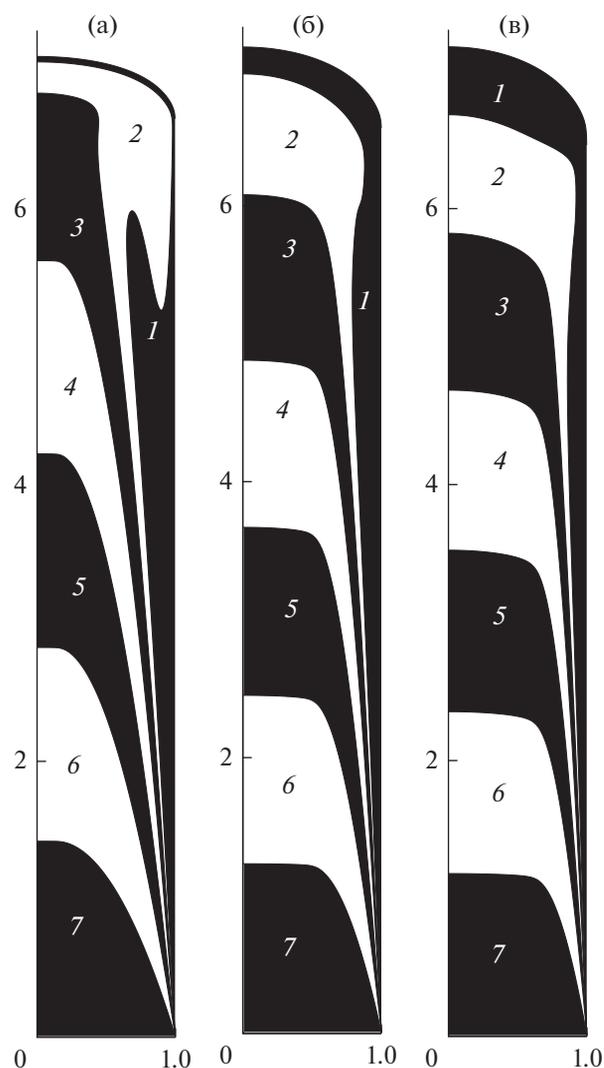


Рис. 9. Топограммы распределения порций жидкости при $W = 5$: (а)–(в) — $Bn = 0.5, 4, 8$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены параметрические исследования процесса заполнения плоского канала жидкостью Шведова–Бингама при изменении параметров Bn в диапазоне 0–8, W в диапазоне 0–60. Продемонстрированы характерные структуры течения: с одним квазитвердым ядром на достаточном удалении от свободной поверхности, двумя ядрами в окрестности свободной границы и вдали от нее, объединенным ядром. Построены топограммы этих режимов в зависимости от соотношения сил вязкости, тяжести и пластичности в потоке жидкости. Показаны случаи стабильного и нестабильного заполнения в зависимости от значений определяющих параметров. Построены топограммы массораспределения порций жидкости, поступающих в канал в различные моменты времени для различных значений параметра Bn .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-08-03935а).

ОБОЗНАЧЕНИЯ

$A = (2e_{ij}e_{ji})^{0.5}$	безразмерная интенсивность тензора скоростей деформаций
B	безразмерная эффективная вязкость
E	безразмерный тензор скоростей деформаций с компонентами e_{ij}
g	ускорение силы тяжести, m/c^2
h	безразмерная полуширина квазитвердого ядра
L	полуширина канала, м
p	безразмерное давление
t	безразмерное время
U, V	проекции вектора v на оси декартовой системы координат
u_n, u_s	нормальная и касательная составляющие v на свободной границе
V_0	среднерасходная скорость во входном сечении, м/с
v	вектор безразмерной скорости
$W = (0, -W)$	безразмерный вектор
μ_0	параметр реологического закона, Па с
ρ	плотность жидкости, kg/m^3
τ_0	параметр реологического закона, Па
$Bn = (\tau_0 L)/(\mu_0 V_0)$	параметр вязкопластичности
$Re = \rho L V_0 / \mu_0$	число Рейнольдса
$W = (\rho L^2 g)/(\mu_0 V_0)$	параметр, характеризующий соотношение гравитационных и вязких сил в потоке

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушков И.А., Милехин Ю.М., Меркулов В.М., Банзула Ю.Б. Моделирование формирования изделий из свободной литьевых композиций. М.: Архитектура-С, 2007.
2. Tadmor Z. Molecular orientation in injection molding // J. App. Polym. Sci. 1974. V. 18. № 6. P. 1753.
3. Schmidt R.L. A special mold and tracer technique for studying shear and extensional flows in a mold cavity during injection molding // Polym. Eng. Sci. 1974. V. 14. № 11. P. 797.
4. Malkin A.Ya. The state of the art in the rheology of polymers: Achievements and challenges // Polymer Science. Series A. 2009. V. 51. № 1. P. 80. [Малкин А.Я. Современное состояние реологии полимеров: достижения и проблемы // Высокомолекулярные соединения. Серия А. 2009. Т. 51. № 1. С. 106.]
5. Bird R.B., Dai G.C., Yarusso B.J. The rheology and flow of viscoplastic material // Rev. Chem. Eng. 1983. V. 1. № 1. P. 1.
6. Barnes H. The yield stress — a review 'panta roi' — everything flows? // J. Non-Newtonian Fluid Mech. 1999. V. 81. № 1–2. P. 133.
7. Mitsoulis E. Flow viscoplastic materials: model and computations // Rheology Reviews. 2007. P. 135.
8. Coyle D.J., Blake J.W., Macosco C.W. The kinematics of fountain flow in mold-filling // AIChE J. 1987. V. 33. № 7. P. 1168.
9. Kamal M.R., Coyal S.K., Chu E. Simulation of injection mold filling of viscoelastic polymer with fountain flow // AIChE J. 1988. V. 34. № 1. P. 94.
10. Mitsoulis E. Fountain flow revisited: The effect of various fluid mechanics parameters // AIChE J. 2010. V. 56. № 5. P. 1147.
11. Borzenko E.I., Frolov O.Yu., Shrager G.R. Fountain viscous fluid flow during filling a channel when taking dissipative warming into account // Fluid Dyn. 2014. V. 49. № 1. P. 37. [Борзенко Е.И., Фролов О.Ю., Шрагер Г.Р. Фонтанирующее течение вязкой жидкости при заполнении канала с учетом диссипативного разогрева // Изв. АН. Механика жидкости и газа. 2014. № 1. С. 45.]
12. Borzenko E.I., Shrager G.R. Effect of viscous dissipation on temperature, viscosity, and flow parameters while filling a channel // Thermophys. Aeromech. 2014. V. 21. № 2. P. 221. [Борзенко Е.И., Шрагер Г.Р. Влияние вязкой диссипации на температуру, вязкость и характеристики течения при заполнении канала // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21. № 2. С. 221.]
13. Borzenko E.I., Frolov O.Yu., Shrager G.R. Fountain nonisothermal flow of a viscous liquid during the filling of a circular tube // Theor. Found. Chem. Eng. 2014. V. 48. № 6. P. 824. [Борзенко Е.И., Фролов О.Ю., Шрагер Г.Р. Фонтанирующее неизотермическое течение вязкой жидкости при заполнении круглой трубы // Теорет. основы хим. технологии. 2014. Т. 48. № 6. С. 677.]
14. Rose W. Fluid–Fluid Interfaces in Steady Motion // Nature. 1961. V. 191. P. 242.
15. El Otmani R., Zinet M., Boutaous M., Chantrenne P., Benhadid H. Numerical simulation of the filling phase in the polymer injection moulding process with conservative level set method // Int. J. Mater. Form. 2008. V. 1. № 1. P. 731.
16. Bulgakov V.K., Lipanov A.M., Chekonin K.A. Filling the region between vertical coaxial cylinders of an anomalously viscous fluid under nonisothermal conditions // J. Eng. Phys. 1989. V. 57. № 4. P. 1169. [Булгаков В.К., Липанов А.М., Чехонин К.А. Заполнение области между вертикальными коаксиальными цилиндрами anomalously-вязкой жидкостью в неизотермических условиях // Инж.-физ. журн. 1989. № 4. С. 577.]
17. Альес М.Ю., Константинов Ю.Н., Липанов А.М. Численное моделирование ползущих течений неньютоновских жидкостей со свободной поверхностью // Мат. моделирование. 1993. Т. 5. № 7. С. 3.

18. *Borzenko E.I., Shrager G.R., Yakutenok V.A.* Filling of channels with a non-Newtonian fluid in the gravity field // *Fluid Dyn.* 2009. V. 44. № 6. P. 830. [*Борзенко Е.И., Шрагер Г.Р., Якутенко В.А.* Заполнение каналов неньютоновской жидкостью в поле силы тяжести // *Изв. АН. Механика жидкости и газа.* 2009. № 6. С. 40.]
19. *Mavridis H., Hrymak A.N., Vlachopoulos J.* Finite element simulation of fountain flow in injection molding // *Pol. Eng. Sci.* 1986. V. 26. № 7. P. 449.
20. *Costas G. Gogos, Chien-Fong Huang.* The process of cavity filling including the fountain flow in injection molding // *Pol. Eng. Sci.* 1986. V. 26. № 20. P. 1457.
21. *Mitsoulis E.* Fountain flow of pseudoplastic and viscoplastic fluids // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 2010. V. 165. № 1–2. P. 45.
22. *Borzenko E.I., Shrager G.R., Yakutenok V.A.* Simulation of the process of the filling of planar channels with viscoplastic fluid // *Theor. Found. Chem. Eng.* 2011. V. 45. № 2. P. 173. [*Борзенко Е.И., Шрагер Г.Р., Якутенко В.А.* Моделирование процесса заполнения плоских каналов вязкопластичной жидкостью // *Теорет. основы хим. технологии.* 2011. Т. 45. № 2. С. 187.]
23. *Borzenko E.I., Shrager G.R.* Effect of the type of boundary conditions on the three-phase contact line on the flow characteristics during filling of the channel // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2015. V. 56. № 2. P. 167. [*Борзенко Е.И., Шрагер Г.Р.* Влияние вида граничных условий на линии трехфазного контакта на характеристики течения при заполнении канала // *Прикладная механика и техническая физика.* 2015. Т. 56. № 2. С. 3.]
24. *Shikhmurzaev Y.D.* Some dry facts about dynamic wetting // *Eur. Phys. J. Special Topics.* 2011. V. 197. № 1. P. 47.
25. *Blake T.D.* Discussion notes: A more collaborative approach to the moving contact-line problem? // *Eur. Phys. J. Special Topics.* 2011. V. 197. № 1. P. 343.
26. *Bercovier M., Engelman M.* A finite-element method for incompressible non-Newtonian flows // *J. Comp. Phys.* 1980. V. 36. № 3. P. 313.
27. *Papanastasiou T.C.* Flows of material with yield // *J. Rheol.* 1987. V. 31. № 5. P. 385.
28. *Frigaard I.A., Nouar C.* On the usage of viscosity regularization methods for visco-plastic fluid flow computation // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 2005. V. 127. № 1. P. 1.
29. *Schwedoff Th.* Recherches experimentales sur la cohesion des liquids // *J. de Phys.* 1889. V. 9. P. 34.
30. *Bingham T.C.* Fluidity and Plasticity. New York: McGraw-Hill, 1922.
31. *Шульман З.П.* Конвективный теплоперенос реологически сложных жидкостей. М.: Энергия, 1975.
32. *Mavridis H., Hrymak A.N., Vlachopoulos J.* Mathematical modeling of injection mold filling: A Review // *Advances of Polymer Technology.* 1986. V. 6. № 4. P. 457.
33. *Li C.S., Hung C.F., Shen Y.K.* Computer simulation and analysis of fountain flow and filling process in injection molding // *J. Polym. Res.* 1994. V. 1. № 2. P. 163.
34. *Huh C., Scriven L.E.* Hydrodynamic model of steady movement of a solid/liquid/fluid contact line // *J. Colloid Interface Sci.* 1971. V. 35. № 1. P. 85.
35. *Pukhnachev V.V., Solonnikov V.A.* On the problem of dynamic contact angle // *J. Appl. Math. Mech.* 1982. V. 46. № 6. P. 771.
36. *Patankar S.* Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. New York: Taylor & Francis, 1980.
37. *Васенин И.М., Сидонский О.Б., Шрагер Г.Р.* Численное решение задачи о движении вязкой жидкости со свободной поверхностью // *Доклады АН СССР.* 1974. Т. 217. № 2. С. 295.
38. *Alexandrou A.N., Duc E., Entov V.* Inertial, viscous and yield stress effects in Bingham fluid filling of a 2-D cavity // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 2001. V. 96. P. 383.
39. *Tadmor Z.* Molecular orientation in injection molding // *J. Appl. Polym. Sci.* 1974. V. 18. № 6. P. 1753.