

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ОПТИКИ АТМОСФЕРЫ СО РАН им. В.Е. ЗУЕВА



НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ИССЛЕДОВАНИИ СЛОЖНЫХ СТРУКТУР

**МАТЕРИАЛЫ
ДВЕНАДЦАТОЙ КОНФЕРЕНЦИИ С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ
4–8 июня 2018 г.**

*Мероприятие проведено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-07-20033)*

Томск
Издательский Дом Томского государственного университета
2018

Тогда байесовское решающее правило δ' , определяемое по невозмущенным распределениям $p_j(x)$, но применяемое к возмущенным распределениям $p'_j(x)$, удовлетворяет неравенству для вероятностей ошибочно отвергнуть правильную гипотезу:

$$\alpha(\delta') \leq \alpha(\delta) + \sum_{j=1}^m q_j \sum_{x \in \bar{X}(N^*)} p_j(x) + \varepsilon.$$

Теорема 1 применяется к стационарному дискретному марковскому процессу $y(t), t \geq 0$, с множеством состояний 1, 2 и интенсивностью γ_1 , перехода из состояния 1 в состояние 2 и интенсивностью γ_2 , перехода обратно. Случайный процесс $y(t), t \geq 0$, с вероятностью $q_1 = \gamma_2 / (\gamma_1 + \gamma_2)$ равен 1 и с вероятностью $q_2 = \gamma_1 / (\gamma_1 + \gamma_2)$ равен 2. Он разбивает временную полуось $t \geq 0$ на полуотрезки $0 = T_0 \leq t < T_1, T_1 \leq t < T_2, \dots$ таким образом, что на полуотрезках $[T_0, T_1), [T_2, T_3), \dots$ процесс $y(t)$ принимает значение $y(0)$ а на полуотрезках $[T_1, T_2), [T_3, T_4), \dots$ процесс $y(t)$ принимает значение $y(T_1)$. Полагая, что на полуотрезках $[T_i, T_{i+1}), i \geq 0$, заданы пуассоновские потоки точек интенсивности $\lambda_{y(T_i)}$. Тем самым определяется точечный поток Λ_T на полуинтервале $[0, T)$. По числу точек $n(T)$ потока Λ_T требуется построить процедуру оценки состояния $y(T)$ альтернирующего процесса. Здесь в качестве невозмущенного и возмущенного распределений берутся

$$p_j(x) = P(n(T) = x / y(0) = j, T_1 > T) = \exp(-\lambda_j T) \frac{(\lambda_j T)^x}{x!},$$

$$p'_j(x) = P(n(T) = x / y(T) = j), x = 0, 1, \dots,$$

Строятся оценки близости невозмущенного и возмущенного распределений $p_j(x)$ и $p'_j(x)$ и выводятся неравенства для оценки близости соответствующих этим распределениям вероятностей ошибочно отклонить правильную гипотезу. Приводятся численные примеры применения построенных приближенных байесовских решающих правил. Это предоставляет дополнительные возможности для проверки гипотез применительно к важной прикладной задаче, рассмотренной в работах [1], [2].

Литература

1. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оптимизация параметров адаптера при наблюдениях за МС-потокм // Стохастические и детерминированные модели сложных систем. Новосибирск : Изд-во ВЦ СО АН СССР, 1988. С. 20–32.
2. Горцев А.М., Нежелская Л.А., Шевченко Т.И. Оценивание состояний МС-потока событий при наличии ошибок измерений // Изв. вузов. Физика. 1993. Т. 36, № 12. С. 67–85.

УСЛОВНАЯ ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТИ ОБЩЕГО ПЕРИОДА НЕНАБЛЮДАЕМОСТИ В ПУАССОНОВСКОМ ПОТОКЕ СОБЫТИЙ ПРИ ПРОДЛЕВАЮЩЕМСЯ СЛУЧАЙНОМ МЕРТВОМ ВРЕМЕНИ

А.М. Горцев, М.Е. Завгородняя, А.А. Шитина

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия
ann.shitina@gmail.com

Рассматривается пуассоновский поток событий интенсивности λ . После каждого зарегистрированного в момент времени t_i события наступает период мёртвого времени случайной длительности, который порождается этим событием, так что другие события пуассоновского потока, наступившие в течение этого периода мёртвого времени (периода ненаблюдаемости), недоступны наблюдению. В то же время, хотя события и не наблюдаются в течение периода мёртвого времени случайной длительности, они вызывают продление периода ненаблюдаемости на некоторую величину случайной длительности, так что наблюдаться будет лишь то событие, которое наступило после окончания всех мёртвых времён, созданных зарегистрированным (наблюдаемым) событием и всеми ненаблюдаемыми событиями. В результате формируется общий период ненаблюдаемости событий случайной длительности. По окончании общего периода ненаблюдаемости первое наступившее событие снова создает период мертвого времени случайной длительности и т.д. Принимается, что случайная длительность мёртвого времени, порождаемая каждым событием пуассоновского потока, распределена по экспоненциальному закону с параметром α ($\alpha > 0$). Таким образом, моменты времени $t_1, t_2, \dots$ наступления наблюдаемых событий исходного пуассоновского потока образуют наблюдаемый поток.

Подчеркнем, что вопросам функционирования потоков событий в условиях детерминированного мёртвого времени посвящено большое количество работ, приведем одну из них [1]. Однако достаточно открытым остаётся вопрос изучения потоков событий, когда мёртвое время является случайной величиной. Здесь отметим работу [2], в которой решается задача оценки параметра распределения непродлевающегося мёртвого времени случайной длительности в пуассоновском потоке событий, и работу [3], в которой находятся приближённые формулы для начальных моментов общего периода ненаблюдаемости в пуассоновском потоке событий при наличии продлевающегося случайного мёртвого времени.

Рассматривается ситуация, когда общий период ненаблюдаемости ξ порождается i ($i=1,2,\dots$) последовательными событиями исходного пуассоновского потока, что является $(i-1)$ -кратным продлением случайного мертвого времени. Выводится явная формула плотности вероятности $p_i(\xi)$ общего периода ненаблюдаемости, порожденного i событиями исходного потока:

$$p_1(\xi) = \alpha e^{-\alpha\xi}, \quad \xi \geq 0;$$

$$p_i(\xi) = \frac{i\alpha\lambda^{i-1}}{(i-2)!} e^{-\lambda\xi} \int_0^\xi (\xi-x)^{i-2} e^{(\lambda-\alpha)x} (1-e^{-\alpha x})^{i-1} dx, \quad \xi \geq 0, i=2, 3, \dots$$

При этом условное математическое ожидание $M(\xi|i)$ определяется формулой:

$$M(\xi|i) = \int_0^\infty \xi p_i(\xi) d\xi = \frac{1}{\alpha} \sum_{k=1}^i \frac{1}{k} + \frac{i-1}{\lambda}, \quad i=1, 2, \dots$$

Литература

1. Горцев А.М., Соловьёв А.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов потока физических событий при непродлевающемся мёртвом времени // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57, № 7. С. 103–111.
2. Горцев А.М., Завгородняя М.Е. Оценивание параметра непродлевающегося мёртвого времени случайной длительности в пуассоновском потоке событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2017. № 40. С. 32–40.
3. Глухова Е.В., Терпугов А.Ф. Оценка интенсивности пуассоновского потока событий при наличии продлевающегося мёртвого времени // Известия высших учебных заведений. Физика. 1995. Т. 38, № 3. С. 22–31.

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ РАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ ДЛЯ МОДЕЛИ КРАМЕРА-ЛУНДБЕРГА С ММР-ПОТОКОМ СТРАХОВЫХ ВЫПЛАТ

К.И. Ливиниц

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия
kim47@mail.ru

Стандартной задачей актуарной математики является задача вычисления вероятности разорения страховой компании, т.е. вероятности ситуации, когда страховая компания не может исполнять свои финансовые обязательства ввиду отсутствия денежных средств при различных предположениях о потоках, поступающих в компанию страховых премий и страховых выплат, производимых страховой компанией.

Сложность состоит, как правило, в нахождении явных решений соответствующих интегро-дифференциальных уравнений, определяющих вероятность разорения. Поэтому представляет интерес нахождение оценок для вероятности разорения, для построения которых не нужно решать соответствующие уравнения. В настоящей работе предлагается и исследуется оценка вероятности разорения страховой компании для модели Крамера-Лундберга с ММР-потоком страховых выплат [1, 2].

Модель Крамера-Лундберга с ММР-потоком страховых выплат строится при следующих предположениях [1,2]: процесс поступления страховых премий в компанию считается детерминированным, за время t приращение капитала равно Ct , где C – количество средств, поступивших в компанию в единицу времени, страховые выплаты – независимые, одинаково распределенные случайные величины с плотностью распределения $\Psi(x)$ и моментами $M\{x^k\} = a_k$, $k=1,2,\dots$, моменты наступления страховых выплат образуют ММР-поток с интенсивностью $\lambda(t)$. Интенсивность $\lambda(t)$ является однородной цепью Маркова с непрерывным временем и m состояниями $\lambda(t) = \lambda_i$. Пусть $S(t)$ – капитал компании (процесс риска) в момент времени t . Определим $T = \inf\{t: S(t) < 0\}$ и $T = \infty$, если $S(t) \geq 0 \forall t$. Случайная величина T есть момент разорения, а $P(S) = \Pr\{T < \infty | S(0) = S\}$ – вероятность разорения страховой компании. Для рассматриваемой модели процесс