МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ОПТИКИ АТМОСФЕРЫ СО РАН им. В.Е. ЗУЕВА

НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ИССЛЕДОВАНИИ СЛОЖНЫХ СТРУКТУР

МАТЕРИАЛЫ
ДВЕНАДЦАТОЙ КОНФЕРЕНЦИИ С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ
4–8 июня 2018 г.

Мероприятие проведено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-07-20033)

Томск
Издательский Дом Томского государственного университета
2018

В работе рассматривается задача оценивания по случайной выборке $X_1,...,X_n$ нетто-премий и рент, задаваемых приведенными выше формулами, с использованием априорной информации. Например, часто нам может быть известно среднее время жизни EX или остаточное время жизни $ET(x)$. Синтез оценок, учитывающих такую априорную информацию, проводится по методике, приведенной в [10,11].

Доказаны асимптотические свойства предложенных оценок: несмещенность, состоятельность и нормальность. Результаты статистического моделирования (при объеме выборки, равном 210) показали, что точность оценивания с учетом информации об остаточном времени жизни увеличивается в 2,5 раза по сравнению с обычной оценкой, и вдвое – по сравнению с оценкой, использующей информацию о среднем времени жизни

Литература

1. *Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman J.C., Jones D.* Actuarial Mathematics. Itasca, Illinois: The Society of Actuaries, 1986. 624 p.
2. *Фалин Г.И., Фалин А.И.* Введение в актуарную математику. М. : МГУ, 1994. 86 с.
3. *Кошкин Г.М.* Введение в математику страхования жизни. Томск : ТГУ, 2004. 112 с.
4. *Кошкин Г.М., Лопухин Я.Н.* Оценивание нетто-премий в моделях долгосрочного страхования жизни // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2003. Т. 10, вып. 2. С. 315–329.
5. *Koshkin G.M., Lopukhin Ya.N.* Estimation of Net Premiums in Collective Models of Life Insurance // Proc. of the 11th Annual Intern. AFIR Colloquium. Vol. 2. Toronto, Ontario Canada: 2001. P. 447–457.
6. *Lopukhin Ya.N., Koshkin G.M.* On estimation of net premium in collective life insurance // The 5th Korea-Russian International Symposium on Science and Technology. Proceedings. Vol. 2. Tomsk : Tomsk Polytechnic University, 2001. P. 296–299.
7. *Губина О.В., Кошкин Г.М.* Оценивание актуарной современной стоимости полной непрерывной пожизненной ренты // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. 2015. № 1 (30). С. 38–43.
8. *Губина О.В., Кошкин Г.М.* Оценивание современной стоимости непрерывной n-летней временной пожизненной ренты // Изв. вузов. Физика. 2015. Т. 58, № 11/2. С. 235–241.
9. *Koshkin G.M., Gubina O.V.* Estimation of the Present Values of Life Annuities for the Different Actuarial Models // Proceedings. The Second International Symposium on Stochast ic Models, in Reliability Engineering, Life Science, and Operations Management. – Beer Sheva, Israel. Conference Publishing Services The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. 2016. P. 506–510.
10. *Дмитриев Ю.Г., Устинов Ю.К.* Статистическое оценивание распределений вероятностей с использованием дополнительной информации. Томск : ТГУ, 1988. 112 с.
11. *Dmitriev Yu.G., Koshkin G.M.* On Distribution Functionals Estimation with Auxiliary Information // Applied Methods of Statistical Analysis. Nonparametric Methods in Cybernetics and System Analysis. Krasnoyarsk, Russia. Proceedings of the International Workshop. Novosibirsk : NSTU publisher, 2017. P. 9–18.

ОБ УСЛОВНОЙ ОЦЕНКЕ ФУНКЦИОНАЛА ОТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ*

Ю.Г. Дмитриев, Г.М. Кошкин

Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск, Россия
dmit@mail.tsu.ru, kgm@mail.tsu.ru

В [1] рассматривалась задача оценивания функционала

$$\theta = \theta(H) = \int \varphi(\vec{x}_s)dH(\vec{x}_s) = \int ... \int \varphi(x_1,...,x_s)dF(x_1)...dF(x_s) \tag{1}$$

по выборке $X_1,...,X_N$ из $F(x)$, $x \in R^1$, $\varphi : R^s \to R^1$, $H(\vec{x}_s) = \prod_{r=1}^{s} F(x_r)$ при условии, что для m других функционалов $b_j = b_j(H) = \int \psi_j(\vec{x}_s)dH(\vec{x}_s)$, $\psi_j : R^s \to R^1, j = 1,...,m,$ выполняются равенства

$$\Delta_j(H) = \prod_{t}^{k_j} \left(\int \psi_j(\vec{x}_s)dH(\vec{x}_s) - \beta_{j,t} \right) = 0,\ j = 1,...,m, \tag{2}$$

где $\beta_{j,t}, t = 1,...,k_j \geq 1$ возможные значения функционала $b_j(H)$. Далее предполагается, что функции φ, ψ_j симметричны относительно перестановок своих аргументов. Использование $U-$статистик при оценивании (1) с учетом (2) приводит к чрезвычайно трудоемким вычислениям [1]. Здесь предлагается оценка с меньшим числом вычислительных операций, что позволяет применять ее на практике.

Обозначим $Z_i = (X_{(i-1)s+1},...,X_{is}), i = 1,...,n,\ n = [N/s]$- целая часть. Каждое Z_i имеет функцию распределения $H(\vec{x}_s)$. Рассмотрим оценку

* Работа написана в рамках научного проекта (№ 8.1.37.2018), выполненного при поддержке Программы повышения конкурентоспособности ТГУ.

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \hat{\lambda}\,\hat{\Delta}^T, \tag{3}$$

где $\hat{\theta} = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\varphi(Z_i),\ \hat{\Delta} = (\hat{\Delta}_1,\ldots,\hat{\Delta}_m)^T,\ \hat{\Delta}_j = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\psi_j(Z_i),\ \hat{\lambda} = \hat{V}^{-1}\hat{C}^T,\ \hat{V}^{-1}$ – матрица, обратная к $\hat{V} = \left\|\hat{\Delta}_j\hat{\Delta}_l\right\|_{j,l=\overline{1,m}},\ \hat{C} = \left\|\hat{c}_j\right\|_{j=\overline{1,m}},\ \hat{c}_j = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\varphi(Z_i)\psi_j(Z_i) - \hat{\theta}\,\hat{\Delta}_j$. Заметим, что общая идеология статистического оценивания распределений вероятностей с использованием априорной информации, приводящая к оценкам типа (3), рассматривалась в [2].

Теорема. Пусть $E_H\varphi^2(Z_1) < \infty,\ E_H\psi_j^4(Z_1) < \infty, j = 1,\ldots,m,\ det V \neq 0$. Тогда при $N \to \infty$

$$L(\sqrt{N}(\tilde{\theta} - \theta)) \to N(0, s\sigma^2),$$

где

$$\sigma^2 = D_H\varphi(Z_1) - \bar{C}^T\bar{V}^{-1}\bar{C} > 0,\ \bar{C} = \left\|\ \mathrm{cov}_H(\varphi(Z_1),\psi_j(Z_1))\ \right\|_{j=\overline{1,m}},$$

$$\bar{V} = \left\|\ \mathrm{cov}_H(\psi_j(Z_1),\psi_l(Z_1))\ \right\|_{j,l=\overline{1,m}}.$$

В работе также доказана сходимость в среднеквадратическом предложенных оценок с использованием методов и результатов из [3-5].

Литература

1. *Dmitriev Yu.G., Koshkin G.M.* On Distribution Functionals Estimation with Auxiliary Information // Applied Methods of Statistical Analysis. Nonparametric Methods in Cybernetics and System Analysis. Krasnoyarsk, Russia Proceedings of the International Workshop. Novosibirsk : NSTU publisher, 2017. P. 9–18.
2. *Дмитриев Ю.Г., Устинов Ю.К.* Статистическое оценивание распределений вероятностей с использованием дополнительной информации. Томск : ТГУ, 1988. 112 с.
3. *Dobrovidov A.V., Koshkin G.M., Vasiliev V.A.* Non-parametric State Space Models. Heber City, UT 84032, USA : Kendrick Press, 2012. 501 p.
4. *Koshkin G.M.* Stable Estimation of Ratios of Random Functions from Experimental Data // Russian Physics Journal. 1993. Vol. 36. P. 1008–1015.
5. *Koshkin G.M.* Deviation Moments of the Substitution Estimator and of its Piecewise-Smooth Approximations // Siberian Mathematical Journal. 1999. Vol. 40. P. 515–527.

IDENTIFICATION AND PREDICTION FOR COMPOUND MODELS*

Yu.G. Dmitriev, G.M. Koshkin, V.Yu. Lukov

National Research Tomsk State University, Tomsk, Russia
dmit@mail.tsu.ru, kgm@mail.tsu.ru, lukov_vadim@rambler.ru

In many applied problems, it is required to construct a mathematical model of the dependence of output variables on input variables of the stochastic object. To solve this problem, both parametric and nonparametric approaches are used. Each of these approaches has advantages and disadvantages. In the paper, we consider combined algorithms for the identification of stochastic objects using jointly nonparametric and parametric estimators of regression.

Suppose that a stochastic object is described by a regression function $r(\vec{x}) = E\left(Y \mid \vec{X} = \vec{x}\right) = \int y\cdot p(y\mid\vec{x})dy = \dfrac{\int y\cdot p(x,y)dy}{p(x)}$, where $\left(\vec{X},Y\right) = \left(X^{\langle 1\rangle},\ldots,X^{\langle p\rangle},Y\right)$ is a (p+1)-dimensional vector of p object’s inputs and output [1-5].

Usually the researcher has some information about the nature of the dependence of the output of the object from the inputs. Suppose that he can express this knowledge in the form of a given function $\varphi\left(\vec{x},\vec{\theta}\right)$, where $\vec{\theta} = \left(\theta^{(1)},\ldots,\theta^{(s)}\right)$ is the vector of the known or unknown parameters. This type of information we call as a prior guess.

In this paper, we consider the task of sharing the nonparametric estimation of regression and a prior guess. The approach using combinations of different estimators was studied, for example, in [6-10].

* This research was supported by “The Tomsk State University competitiveness improvement programme” under grant No 8.1.37.2018.