

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ
VI Международной молодежной
научной конференции
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ,
ТЕХНИЧЕСКИХ
И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 24–26 мая 2018 г.

*Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина*

Томск
Издательский Дом Томского государственного университета
2018

6. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежелская Л.А. Оценка максимального правдоподобия длительности мёртвого времени в обобщённом полусинхронном потоке // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2015. – № 1. – С. 27–37.
7. Горцев А.М., Климов И.С. Оценивание периода ненаблюдаемости и интенсивности пуассоновского потока событий // Радиотехника. – 1996. – № 2. – С. 8–11.
8. Горцев А.М., Парицина М.Е. Оценивание параметров альтернирующего потока событий в условиях «мёртвого времени» // Известия высших учебных заведений. Физика. – 1999. – № 4. – С. 8–13.
9. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Полусинхронный дважды стохастический поток событий при продлеваемом мёртвом времени // Вычислительные технологии. – 2008. – Т. 13. – № 1. – С. 31–41.
10. Бушланов И.В., Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценка параметров синхронного дважды стохастического потока событий // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 9. – С. 76–93.
11. Горцев А.М., Завгородняя М.Е. Оценивание параметра продлевающегося мёртвого времени случайной длительности в пуассоновском потоке событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика – 2017. – № 40. – С. 32–40.
12. Глухова Е.В., Терпугов А.Ф. Оценка интенсивности пуассоновского потока событий при наличии продлевающегося мёртвого времени // Известия высших учебных заведений. Физика. – 1995. – Т. 38. – № 3. – С. 22–31.
13. Лифшиц А.Л., Мальц Э.А. Статистическое моделирование систем массового обслуживания. – М.: Сов. Радио, 1978. – 248 с.
14. Шуленин В.П. Математическая статистика. Ч.1. Параметрическая статистика. – Томск: Изд-во НТЛ, 2012. – 540 с.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ НА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ОБОБЩЁННОГО СИНХРОННОГО ПОТОКА СОБЫТИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С НЕПРОДЛЕВАЮЩИМСЯ МЁРТВЫМ ВРЕМЕНЕМ

Л.А. Нежелская, Е.Ф. Сидорова

Томский государственный университет
ludne@mail.ru, katusha_sidorova@mail.ru

Введение

Вследствие интенсивного развития компьютерной техники и применения инноваций в сфере информационных технологий возникли новые задачи, подобные тем, что были выдвинуты и исследованы А.К. Эрлангом в начале XX века. В то время как работы датского ученого были направлены на решение задач оптимизации обслуживания заявок, поступающих на телефонную станцию, задачи, которые остро ставятся на современном этапе, имеют место во многих сферах научных исследований: экономических и технических системах, системах связи и управления, процессах функционирования автоматизированных систем управления (АСУ) и т.д. При решении задач данного типа пользуются математическим аппаратом теории массового обслуживания (ТМО).

Наиболее сложные исследования случайных входящих потоков событий – основных элементов систем массового обслуживания (СМО) – характерны для АСУ и сетей связи [1,2]. Усложнение структуры телекоммуникационных систем, глобальных компьютерных сетей, спутниковых сетей связи и т.п., цифровых систем интегрального обслуживания (ЦСИО), разнообразие программного и аппаратного обеспечения, интеграция различных систем связи выявили необходимость построения новых математических моделей входящих потоков событий, достаточно адекватно описывающих информационные потоки, функционирующие в современных ЦСИО. Одними из первых работ в этом направлении были статьи [3–5]. В реальных ситуациях параметры, определяющие входящий поток событий, изменяются с течением времени, более того, изменения обычно носят случайный характер. Последнее приводит к рассмотрению дважды стохастических потоков событий [6–9]. Случайные входящие потоки с зависящей от времени интенсивностью, являющейся случайным процессом, можно разделить на два класса. Первый класс составляют потоки, интенсивность которых является непрерывным случайным процессом, второй – потоки с интенсивностью, представляющей собой кусочно-постоянный случайный процесс с конечным числом состояний. Потоки второго класса также носят название МС-потоков (Markov chain) либо МАР-потоков

(Markovian Arrival Process) [3,5] и являются наиболее характерными для реальных телекоммуникационных сетей. Обобщение МАР-потока событий приведено в [10], связь МС-потоков и МАР-потоков установлена в [11].

Основная часть литературы по СМО посвящена нахождению вероятностных характеристик систем, функционирующих в стационарном режиме, в условиях доступности наблюдению всех событий входящего потока. Однако на практике наступившее событие может создать период мёртвого времени, в течение которого другие события потока становятся недоступными для наблюдения или, другими словами, теряются. В этом случае мёртвое время, порождаемое зарегистрированным событием, можно рассматривать как искажающий фактор [12], т.к. его эффект влечёт за собой потери событий потока, что отрицательно сказывается на оценивании как состояний, так и параметров потока. Чтобы оценить потери событий потока необходимо оценить значение длительности мёртвого времени, при этом период ненаблюдаемости (недоступности наблюдению) потока событий может продолжаться некоторое фиксированное время, но также может быть и случайным. Отметим, что работы [13–15] являются одними из первых по оценке параметров случайных потоков событий, функционирующих в условиях неполной наблюдаемости.

В настоящей статье проводится исследование обобщённого синхронного потока событий второго порядка, которое является непосредственным развитием работ [16,17]. Для рассматриваемого потока построена имитационная модель, учитывающая наличие неполной его наблюдаемости. Кроме того, проведен ряд экспериментов с целью получения корректных и непротиворечивых численных результатов, подтверждающих работоспособность разработанной модели.

1. Постановка задачи

Рассматривается обобщённый синхронный поток событий второго порядка (поток), сопровождающий случайный процесс которого $\lambda(t)$ является кусочно-постоянным с двумя состояниями S_1 и S_2 . Далее по тексту под i -м состоянием процесса $\lambda(t)$ понимается состояние S_i , $i = 1, 2$.

Длительность интервала между событиями потока в i -м состоянии определяется случайной величиной $\eta_i = \min(\xi_i^{(1)}, \xi_i^{(2)})$, где случайная величина $\xi_i^{(1)}$ распределена по закону $F_i^{(1)}(t) = 1 - e^{-\lambda_i t}$, случайная величина $\xi_i^{(2)}$ распределена по закону $F_i^{(2)}(t) = 1 - e^{-\alpha_i t}$; $\xi_i^{(1)}$ и $\xi_i^{(2)}$ – независимые случайные величины, $i = 1, 2$. В момент наступления события потока процесс $\lambda(t)$ переходит из i -го состояния в j -е либо с вероятностью $P_1^{(1)}(\lambda_j | \lambda_i)$, либо с вероятностью $P_1^{(2)}(\lambda_j | \lambda_i)$ в зависимости от того, какое значение приняла случайная величина η_i , $i, j = 1, 2$, $i \neq j$. В момент наступления события потока процесс $\lambda(t)$ остается в i -м состоянии либо с вероятностью $P_1^{(1)}(\lambda_i | \lambda_i)$, либо с вероятностью $P_1^{(2)}(\lambda_i | \lambda_i)$ в зависимости от того, какое значение приняла случайная величина η_i , $i = 1, 2$. При этом $P_1^{(1)}(\lambda_j | \lambda_i) + P_1^{(1)}(\lambda_i | \lambda_i) = 1$, $P_1^{(2)}(\lambda_j | \lambda_i) + P_1^{(2)}(\lambda_i | \lambda_i) = 1$, $i, j = 1, 2$, $i \neq j$. Таким образом, длительность интервала между событиями потока в i -м состоянии процесса $\lambda(t)$ есть случайная величина с функцией распределения $F_i(t) = 1 - e^{-(\lambda_i + \alpha_i)t}$, $i = 1, 2$.

В дальнейшем изложении принимается, что имеет место состояние S_1 (первое состояние) процесса $\lambda(t)$, если $\lambda(t) = \lambda_1$, и состояние S_2 (второе состояние) процесса $\lambda(t)$, если $\lambda(t) = \lambda_2$ ($\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$).

Очевидно, что в сделанных предположениях для рассматриваемого потока событий кусочно-постоянный случайный процесс $\lambda(t)$ является марковским.

Матрицы инфинитезимальных характеристик процесса $\lambda(t)$ имеют вид

$$D_0 = \begin{vmatrix} -(\lambda_1 + \alpha_1) & 0 \\ 0 & -(\lambda_2 + \alpha_2) \end{vmatrix},$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} \lambda_1 P_1^{(1)}(\lambda_1 | \lambda_1) + \alpha_1 P_1^{(2)}(\lambda_1 | \lambda_1) & \lambda_1 P_1^{(1)}(\lambda_2 | \lambda_1) + \alpha_1 P_1^{(2)}(\lambda_2 | \lambda_1) \\ \lambda_2 P_1^{(1)}(\lambda_1 | \lambda_2) + \alpha_2 P_1^{(2)}(\lambda_1 | \lambda_2) & \lambda_2 P_1^{(1)}(\lambda_2 | \lambda_2) + \alpha_2 P_1^{(2)}(\lambda_2 | \lambda_2) \end{vmatrix}.$$

Диагональными элементами матрицы D_0 являются интенсивности выхода процесса $\lambda(t)$ из своих состояний, взятые с противоположным знаком; элементами, лежащими вне главной диагонали – интенсивности переходов из состояния в состояние без наступления события. Элементы матрицы D_1 – это интенсивности переходов из состояния в состояние процесса $\lambda(t)$ при наступлении события потока.

Рассматривается ситуация, при которой не все события доступны наблюдению. После каждого зарегистрированного в момент времени t_k события наступает время фиксированной длительности T (мёртвое время), в течение которого другие события исследуемого потока теряются. При этом события, наступившие в течение мёртвого времени, не вызывают продления его периода, т.е. имеет место непродлевающееся мёртвое время. По окончании мёртвого времени первое наступившее событие снова порождает период ненаблюдаемости длительности T и т.д.

Пример описанной ситуации приведен на рис. 1, где S_1, S_2 – состояния ненаблюдаемого случайного процесса $\lambda(t)$, $t_1, t_2, \dots$ – моменты наступления событий в наблюдаемом потоке, штриховкой обозначены периоды мёртвого времени фиксированной длительности T ; белыми кружками обозначены наблюдаемые события, черными – события, недоступные наблюдению.

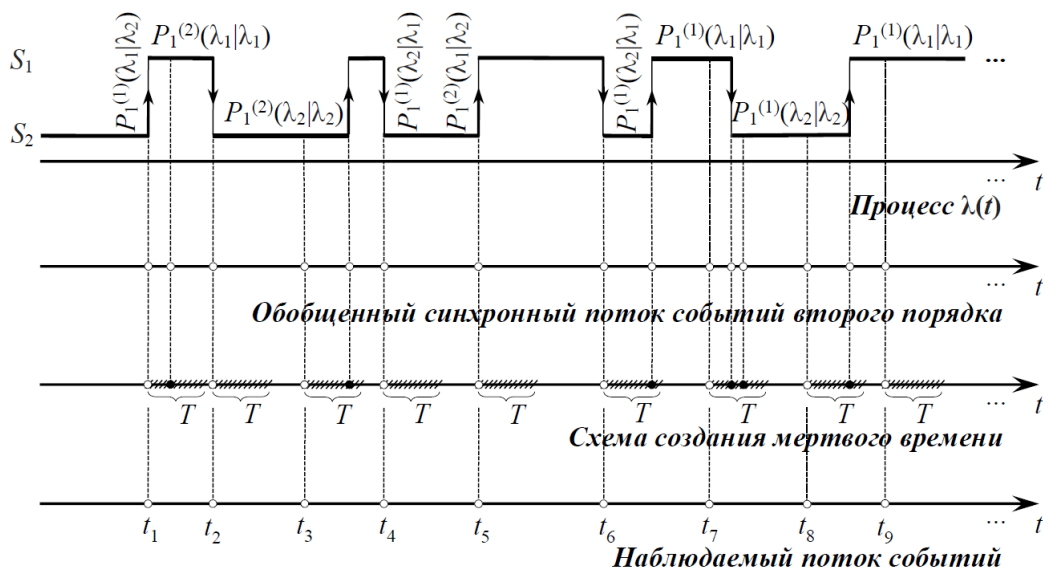


Рис. 1. Формирование наблюдаемого потока событий

В данной работе ставится цель построения имитационной модели обобщённого синхронного потока событий второго порядка, являющегося дважды стохастическим потоком событий и представляющим собой актуальную математическую модель реального информационного потока в телекоммуникационных системах, при этом функционирование потока рассматривается в условиях непродлевающегося мёртвого времени.

2. Имитационная модель потока

Имитационная модель обобщённого синхронного потока второго порядка с непродлевающимся мертвым временем разработана в виде программного кода на языке программирования C# в среде Microsoft Visual Studio 2013 по формулам, полученным методом обратных функций [18], согласно которому формула моделирования длительностей интервалов между соседними событиями в исследуемом потоке имеет вид:

$\tau = -\frac{1}{\beta_i} \ln(1 - \gamma)$, $\beta_i \in \{\lambda_i, \alpha_i\}$, где γ – равномерно распределенная на $(0,1)$ случайная величина, λ_i – параметр экспоненциального распределения случайной величины $\xi_i^{(1)}$, α_i – параметр экспоненциального распределения случайной величины $\xi_i^{(2)}$, $i = 1, 2$.

Применение математического аппарата имитационного моделирования для исследования сложных систем, изучаемых в рамках ТМО, позволяет проводить желаемое число экспериментов и испытаний с различными входными параметрами и оценивать характеристики системы в определённые моменты времени. При этом для имитационного моделирования как вида компьютерного моделирования характерно воспроизведение (имитация) на ЭВМ процесса функционирования исследуемых систем с наглядным (визуальным) представлением результатов.

3. Статистические эксперименты на имитационной модели

Первый эксперимент заключается в проверке адекватности результатов, получаемых посредством работы имитационной модели в условиях полной наблюдаемости исследуемого потока событий (отсутствия мёртвого времени), т.е. $T = 0$.

Фиксируются значение времени моделирования (времени наблюдения за потоком) $T_m = 100$ и исходные данные, приведенные в табл. 1. Результаты первого эксперимента приведены в табл. 2.

Исходные данные для эксперимента

$\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 2$	$P_1^{(1)}(\lambda_1 \lambda_1) = 0,2$	$P_1^{(1)}(\lambda_2 \lambda_2) = 0,4$	$P_1^{(2)}(\lambda_1 \lambda_1) = 0,7$	$P_1^{(2)}(\lambda_2 \lambda_2) = 0,9$
$\alpha_1 = 2, \alpha_2 = 1$	$P_1^{(1)}(\lambda_2 \lambda_1) = 0,8$	$P_1^{(1)}(\lambda_1 \lambda_2) = 0,6$	$P_1^{(2)}(\lambda_2 \lambda_1) = 0,3$	$P_1^{(2)}(\lambda_1 \lambda_2) = 0,1$

Таблица 1

Результаты первого эксперимента

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	...	t_{327}
t_{flow}	0,0587	0,1506	0,3252	0,7289	1,0930	1,2034	1,2867	1,7695	1,8594	...	99,6587
S	S_1	S_2	S_2	S_1	S_2	S_2	S_1	S_1	S_2	...	S_1
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	...	t_{327}
t	0,0587	0,1506	0,3252	0,7289	1,0930	1,2034	1,2867	1,7695	1,8594	...	99,6587

Таблица 2

Здесь и далее t_{flow} – значения моментов времени наступления событий в обобщённом синхронном потоке второго порядка, S – состояние случайного процесса $\lambda(t)$, в которое процесс переходит (или в котором остается) в момент наступления очередного события потока, t – значения моментов времени наступления событий в наблюдаемом потоке событий.

В данном эксперименте моменты времени наступления событий в наблюдаемом потоке полностью совпадают с моментами наступления событий в рассматриваемом обобщённом синхронном потоке событий второго порядка, т.е. ни одно из событий исходного потока не теряется, что не противоречит результатам, полученным в [16].

Приведенные в табл. 3 результаты *второго эксперимента*, проделанного для исходных данных табл. 1, $T_m = 100$, $T = 0,5$, позволяют отметить существенное сокращение числа событий в наблюдаемом потоке (в сравнении с первым экспериментом) за счёт введения мёртвого времени. В табл. 3 и далее в табл. 5 тёмной диагональной штриховкой отмечены события исходного потока, потерянные в соответствующие моменты времени. Табл. 5 содержит результаты, полученные для исходных данных, представленных в табл. 4. В совокупности данные табл. 3 и 5 отражают зависимость между параметрами потока ($\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2$ и вероятностями $P_1^{(l)}(\lambda_j | \lambda_i)$, $i, j, l = 1, 2$) и количеством событий в исходном потоке, наступающих в процессе реализации испытания модели, а также количеством событий в наблюдаемом потоке событий.

Таблица 3

Результаты второго эксперимента

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	...	t_{329}
t_{flow}	0,1192	0,2187	0,5474	0,7168	0,9811	1,5483	1,7438	2,3463	2,4658	...	99,5303
S	S_2	S_2	S_2	S_2	S_1	S_2	S_1	S_1	S_1	...	S_2
	t_1			t_2		t_3		t_4		...	t_{128}
t	0,1192			0,7168		1,5483		2,3463		...	99,5303

Таблица 4

Исходные данные для эксперимента

$\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 3$	$P_1^{(1)}(\lambda_1 \lambda_1) = 0,2$	$P_1^{(1)}(\lambda_2 \lambda_2) = 0,4$	$P_1^{(2)}(\lambda_1 \lambda_1) = 0,3$	$P_1^{(2)}(\lambda_2 \lambda_2) = 0,1$
$\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 2$	$P_1^{(1)}(\lambda_2 \lambda_1) = 0,8$	$P_1^{(1)}(\lambda_1 \lambda_2) = 0,6$	$P_1^{(2)}(\lambda_2 \lambda_1) = 0,7$	$P_1^{(2)}(\lambda_1 \lambda_2) = 0,9$

Таблица 5

Результаты второго эксперимента

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	...	t_{511}
t_{flow}	0,1259	0,6695	0,7668	0,9543	1,1119	1,2198	1,7522	1,8425	1,9982	...	99,1119
S	S_2	S_2	S_1	S_2	S_1	S_2	S_1	S_2	S_1	...	S_1
	t_1	t_2				t_3	t_4			...	t_{150}
t	0,1259	0,6695				1,2198	1,7522			...	98,8273

Полученные в табл. 3 и 5 численные результаты свидетельствуют о том, что в связи с увеличением значений параметров потока λ_i и α_i , $i = 1, 2$, отмечается увеличение количества наступивших в потоке событий, однако в наблюдаемом потоке количество событий в относительном отношении сократилось ($128 / 329 > 150 / 511$) ввиду наличия мёртвого времени.

Оценка значения длительности интервала между событиями в потоке при наличии мёртвого времени определяется в *третьем эксперименте* следующим образом. При фиксированных значениях параметров потока, времени моделирования $T_m = 100$ и количестве повторений эксперимента $N = 100$ для k -й реализации определяется оценка (выборочное среднее) значения длительности интервала между соседними событиями в

наблюдаемом потоке $\hat{\tau}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{r=1}^{n_k} \tau_r^{(k)}$, где $k = \overline{1, N}$, $\tau_r^{(k)}$ – значение длительности r -го интервала между событиями в k -й реализации потока, n_k – количество интервалов за

время T_m . На основании полученного набора $\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \dots, \hat{\tau}_N$ вычисляется оценка среднего значения длительности интервала между событиями в обобщённом синхронном потоке второго порядка при неполной его наблюдаемости $\hat{\tau} = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \hat{\tau}_r$.

Результаты эксперимента, полученные для заданных в табл. 6 значений параметров потока, приведены в табл. 7. На рис. 2 представлен график зависимости отношения $\hat{\tau} / T$ от значения мёртвого времени T , построенный по данным табл. 7.

Таблица 6

Исходные данные для эксперимента				
$\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 3$	$P_1^{(1)}(\lambda_1 \lambda_1) = 0,5$	$P_1^{(1)}(\lambda_2 \lambda_2) = 0,4$	$P_1^{(2)}(\lambda_1 \lambda_1) = 0,6$	$P_1^{(2)}(\lambda_2 \lambda_2) = 0,5$
$\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 2$	$P_1^{(1)}(\lambda_2 \lambda_1) = 0,5$	$P_1^{(1)}(\lambda_1 \lambda_2) = 0,6$	$P_1^{(2)}(\lambda_2 \lambda_1) = 0,4$	$P_1^{(2)}(\lambda_1 \lambda_2) = 0,5$

Таблица 7

Результаты третьего эксперимента													
T	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
$\hat{\tau}$	0,2577	0,3630	0,4641	0,5656	0,6687	0,7689	0,8663	0,9683	1,0646	1,1645	1,2634	1,3614	1,4627
$\hat{\tau} / T$	2,5770	1,8150	1,5470	1,4140	1,3374	1,2815	1,2376	1,2104	1,1829	1,1645	1,1485	1,1345	1,1252

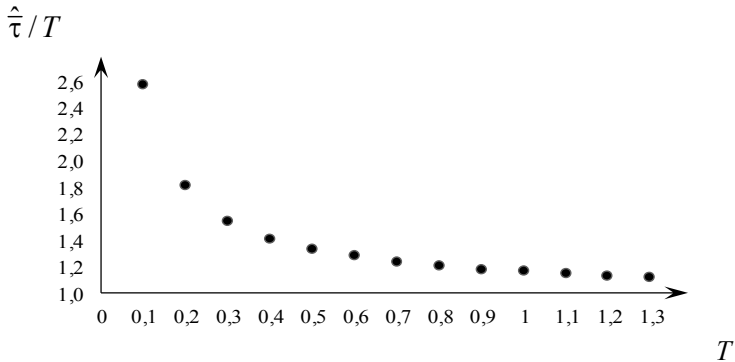


Рис. 2. График зависимости $\hat{\tau} / T$ от значения T

Оценка среднего значения длительности интервала между событиями в наблюдаемом потоке $\hat{\tau}$ при заданном наборе параметров прямо пропорциональна значению мёртвого времени T , чему полностью соответствуют результаты работы имитационной модели (табл. 7). Отметим, что при увеличении T значение отношения $\hat{\tau} / T$ уменьшается и стремится к некоторой константе (рис. 2).

Предметом исследования следующих двух экспериментов являются оценки значений длительностей пребывания процесса $\lambda(t)$ в i -м состоянии, $i = 1, 2$. Для k -й реализации обобщённого синхронного потока второго порядка находятся $\hat{T}_i^{(k)}, i = 1, 2, k = \overline{1, N}$, – суммы значений длительностей всех интервалов, в течение которых имеют место состояния S_i процесса $\lambda(t), i = 1, 2$. С использованием полученной выборки $\hat{T}_i^{(1)}, \hat{T}_i^{(2)}, \dots, \hat{T}_i^{(N)}$ вышеуказанные оценки определяются как $\hat{T}_i = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \hat{T}_i^{(r)}, i = 1, 2$. В четвёртом и пятом экспериментах устанавливается зависимость оценок $\hat{T}_i, i = 1, 2$, от количества реализаций N и значений вероятностей $P_1^{(l)}(\lambda_j | \lambda_i), i, j, l = 1, 2$, соответственно; расчёты производились при значении времени моделирования $T_m = 100$.

В качестве исходных данных для проведения четвертого эксперимента взяты данные табл. 8; отметим, что в данном случае рассматривается частный случай задания вероятностей $P_1^{(l)}(\lambda_j | \lambda_i)$, $i, j, l = 1, 2$, согласно которому имеют место переходы процесса $\lambda(t)$ из первого состояния во второе, либо наоборот, в каждый момент наступления события потока. Результаты имитационного моделирования потока в рамках описанного эксперимента представлены в табл. 9.

Таблица 8

Исходные данные для эксперимента				
$\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1$	$P_1^{(1)}(\lambda_1 \lambda_1) = 0$	$P_1^{(1)}(\lambda_2 \lambda_2) = 0$	$P_1^{(2)}(\lambda_1 \lambda_1) = 0$	$P_1^{(2)}(\lambda_2 \lambda_2) = 0$
$\alpha_1 = 0,8, \alpha_2 = 0,6$	$P_1^{(1)}(\lambda_2 \lambda_1) = 1$	$P_1^{(1)}(\lambda_1 \lambda_2) = 1$	$P_1^{(2)}(\lambda_2 \lambda_1) = 1$	$P_1^{(2)}(\lambda_1 \lambda_2) = 1$

Таблица 9

Результаты четвертого эксперимента											
N	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100
$\hat{T}_1$	37,2548	36,5535	36,9937	36,9760	37,1792	37,2124	36,9136	37,1121	37,0087	37,0662	37,0407
$\hat{T}_2$	62,2352	62,9068	62,4192	62,4939	62,2719	62,2993	62,5643	62,5034	62,5825	62,4177	62,5272

Рис. 3 и 4 иллюстрируют графики исследуемых зависимостей, построенные по данным табл. 9.

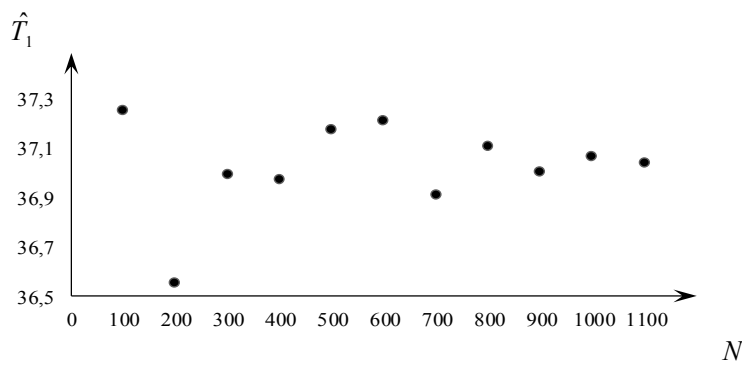


Рис. 3. График зависимости $\hat{T}_1$ от значения N

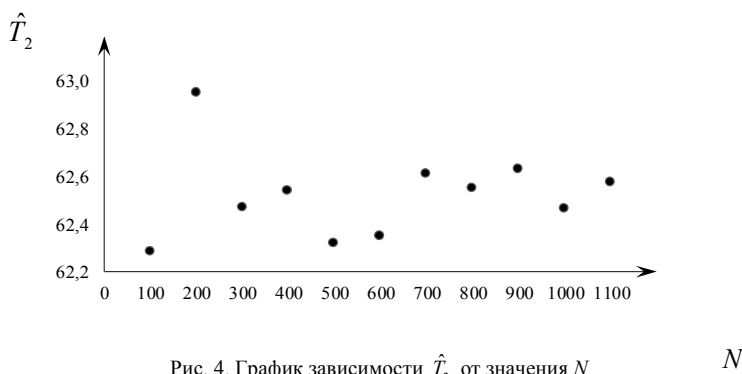


Рис. 4. График зависимости $\hat{T}_2$ от значения N

Анализируя численные результаты, отражённые в табл. 9, и их графическое представление (рис. 3 и 4), отмечаем колебательное поведение оценок $\hat{T}_1$ и $\hat{T}_2$, однако, при существенном увеличении количества реализаций каждая из оценок устанавливается в

пределах своего стационарного значения, соответствующего входным параметрам потока (табл. 8).

Полученные при исходных данных табл. 10 результаты пятого эксперимента приведены в табл. 11, в первой строке которой указаны значения вероятностей $P_1^{(1)}(\lambda_1 | \lambda_1) = P_1^{(2)}(\lambda_1 | \lambda_1) = P$, $0 \leq P \leq 1$. В настоящем эксперименте количество реализаций фиксировано, $N = 100$.

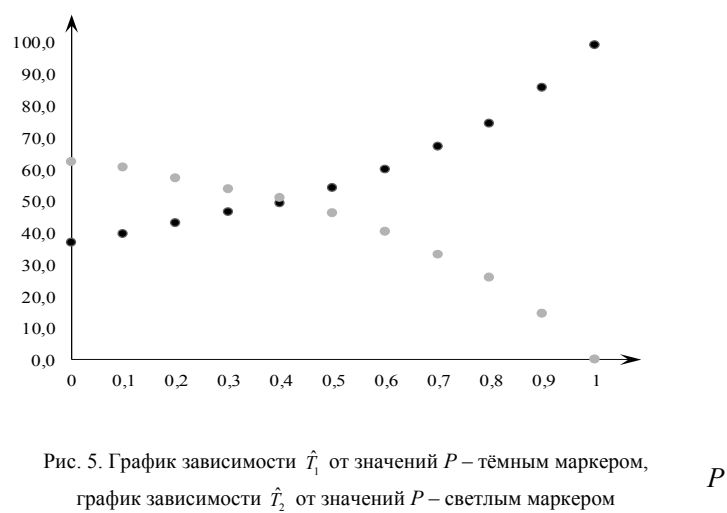
Таблица 10

Исходные данные для эксперимента		
$\lambda_1 = 2$	$P_1^{(1)}(\lambda_1 \lambda_1) = 0, 0, 1, \dots, 1$	$P_1^{(1)}(\lambda_2 \lambda_2) = 0$
$\lambda_2 = 1$	$P_1^{(1)}(\lambda_2 \lambda_1) = 1 - P_1^{(1)}(\lambda_1 \lambda_1)$	$P_1^{(1)}(\lambda_1 \lambda_2) = 1$
$\alpha_1 = 0,8$	$P_1^{(2)}(\lambda_1 \lambda_1) = 0, 0, 1, \dots, 1$	$P_1^{(2)}(\lambda_2 \lambda_2) = 0$
$\alpha_2 = 0,6$	$P_1^{(2)}(\lambda_2 \lambda_1) = 1 - P_1^{(2)}(\lambda_1 \lambda_1)$	$P_1^{(2)}(\lambda_1 \lambda_2) = 1$

Таблица 11

Результаты пятого эксперимента											
P	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\hat{T}_1$	37,0357	39,8866	43,0757	46,6970	49,5492	54,2339	60,1916	67,2245	74,4207	85,8957	99,3231
$\hat{T}_2$	62,4241	60,6946	57,4286	53,8189	51,0073	46,2506	40,3793	33,2874	26,1034	14,7441	0,3131

Построенный по данным табл. 11 график зависимостей оценок $\hat{T}_1$ и $\hat{T}_2$ от значений вероятностей P представлен на рис. 5.



Полученные численные результаты пятого статистического эксперимента на имитационной модели обобщённого синхронного потока событий второго порядка свидетельствуют о сильной чувствительности оценок значений длительностей пребывания процесса $\lambda(t)$ в i -м состоянии, $i=1,2$, к изменениям значений вероятностей $P_1^{(l)}(\lambda_2 | \lambda_1)$ и $P_1^{(l)}(\lambda_1 | \lambda_1)$, $l=1,2$, согласно которым процесс $\lambda(t)$ либо переходит из первого состояния во второе, либо остается в первом состоянии (в зависимости от значений случайных величин $\xi_i^{(l)}$, $l=1,2$). Рассмотренный эксперимент может быть продолан в условиях, аналогичных приведенным, при измененных значениях параметров

потока λ_i , α_i , $i = 1, 2$, и $P_1^{(1)}(\lambda_2 | \lambda_2) = P_1^{(2)}(\lambda_2 | \lambda_2) = P$, $0 \leq P \leq 1$, в результате чего будет иметь место аналогичная ситуация, а именно сильная зависимость оценок $\hat{T}_1$ и $\hat{T}_2$ от значений вероятностей $P_1^{(l)}(\lambda_1 | \lambda_2)$ и $P_1^{(l)}(\lambda_2 | \lambda_2)$, $l = 1, 2$. Этот факт позволяет обобщить результат и сделать вывод о сильной чувствительности оценок $\hat{T}_1$ и $\hat{T}_2$ к вариациям значений вероятностей $P_1^{(l)}(\lambda_j | \lambda_i)$, $i, j, l = 1, 2$.

Заключение

В данной работе рассмотрен обобщённый синхронный поток событий второго порядка с непродлевающимся мёртвым временем, для которого построена имитационная модель в виде проекта приложения Windows Forms средствами объектно-ориентированного языка программирования C#. Анализ корректности и непротиворечивости результатов экспериментов, проведённых на имитационной модели потока, позволяет утверждать, что получена работоспособная модель, непротиворечащая входным данным и отвечающая им.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дудин А.Н., Клименок В.И. Системы массового обслуживания с коррелированными потоками. – Минск: Изд-во Белорусского государственного университета, 2000. – 175 с.
2. Basharin G. P., Gaidamaka Yu. V., Samouylov K. E. Mathematical theory of teletraffic and its application to the analysis of multiservice communication of next generation networks // Automatic Control and Computer Sciences. – 2013. – Vol. 47. – No. 2. – P. 62–69.
3. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1979. – № 6. – С. 92–99.
4. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1980. – № 1. – С. 55–61.
5. Neuts M.F. A versatile Markov point process // Journal of Applied Probability. – 1979. – Vol. 16. – P. 764–779.
6. Горцев А.М., Леонова М.А., Нежелская Л.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов обобщённого асинхронного потока событий при непродлеваемом мёртвом времени // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2012. – № 4 (21). – С. 14–25.
7. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежелская Л.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов обобщённого полусинхронного потока событий при непродлеваемом мёртвом времени // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2014. – № 2 (27). – С. 19–29.
8. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A., Shevchenko T.I. Estimation of the states of an MC-stream of events in the presence of measurement errors // Russian Physics Journal. – 1993. – Vol. 36. – Is. 12. – P. 1153–1167.
9. Горцев А.М., Леонова М.А., Нежелская Л.А. Сравнение МП- и ММ-оценок длительности мёртвого времени в обобщённом асинхронном потоке событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2013. – № 4 (25). – С. 32–42.
10. Нежелская Л.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов модулированного МАР-потока событий и условия рекуррентности потока // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2015. – № 1. – С. 57–67.
11. Горцев А.М., Нежелская Л.А. О связи МС-потоков и МАР-потоков событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2011. – № 1 (14). – С. 13–21.
12. Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф. Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте. – Минск: Изд-во «Университетское», 1988. – 254 с.
13. Горцев А.М., Климов И.С. Оценка интенсивности пуассоновского потока событий в условиях частичной его ненаблюдаемости // Радиотехника. – 1991. – № 12. – С. 3–7.
14. Горцев А.М., Климов И.С. Оценивание параметров знакопеременного пуассоновского потока событий // Радиотехника. – 1994. – № 8. – С. 3–9.
15. Горцев А.М., Климов И.С. Оценивание периода ненаблюдаемости и интенсивности пуассоновского потока событий // Радиотехника. – 1996. – № 2. – С. 8–11.
16. Нежелская Л.А., Сидорова Е.Ф. Имитационное моделирование обобщённого синхронного потока второго порядка // Труды Томского государственного университета. Серия физико-математическая. Томск: Издательский Дом ТГУ, 2016. – Т. 299. – С. 104–109.
17. Нежелская Л.А., Сидорова Е.Ф. Алгоритм оптимального оценивания состояний обобщённого синхронного потока событий второго порядка // Труды Томского государственного университета. Серия физико-математическая. Томск: Издательский Дом ТГУ, 2017. – Т. 301. – С. 105–113.
18. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. – 312 с.