

**Всероссийская молодежная
научная конференция
«Все грани математики и
механики»**

(24–28 апреля 2018 г.)

Сборник тезисов докладов

Нахождение и доказательства тождеств с числами Фибоначчи и Каталана с помощью производящих функций

Пчёлкина Д. Е., Зюзьков В. М.

ТГУ, Томск

e-mail: pchyolkina1993@mail.ru

Производящие функции [1] - это формальные степенные ряды.

Определение 1. Назовем формальным степенным рядом (от одной переменной) формальное выражение вида

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots,$$

где коэффициенты a_k принадлежат числовому кольцу или полю R . Переменная x является формальной, и нас не будет интересовать сходимость такого ряда.

Формальные степенные ряды с операциями сложения и умножения образуют алгебраическую структуру коммутативного кольца с единицей [2].

Используя аппарат производящих функций, развитый в языке Wolfram [3], исследуем и находим тождества для чисел Каталана и Фибоначчи. Наиболее интересными тождествами являются следующие:

$$\begin{aligned}(F_{n+1})^3 - (F_{n-1})^3 - 4(F_n)^3 &= 3(-1)^n F_n; \\ F_{k+n-1} F_{n-k} + F_{-k+n+1} F_{k+n} &= F_{2n}.\end{aligned}$$

Литература

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика: Пер. с англ. - М.: Мир, 1998. - 703с.
2. Ландо С. К. Лекции о производящих функциях. - 3-е изд., испр. - М.: МЦНМО, 2007. - 144с.
3. Wolfram Mathematica [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.wolfram.com/mathematica> (дата обращения 10.04.2018)