Всероссийская молодежная научная конференция «Все грани математики и механики»

(24–28 апреля 2018 г.)

Сборник тезисов докладов

Задача о рюкзаке

Лаевский В. М., Зюзьков В. М.

ТГУ, Томск
e-mail: vladimirml95@gmail.com

Задача о рюкзаке (или задача о ранце) — NP-полная задача комбинаторной оптимизации. Суть задачи заключается в том, чтобы уложить как можно большее число ценных вещей в рюкзак при условии, что вместимость рюкзака ограничена.

Имеется n грузов. Для каждого i-го груза определён вес $w_i > 0$ и ценность $v_j > 0, i = 1, ..., n$. Ограничение суммарного веса предметов в рюкзаке задаётся грузоподъёмностью W. Необходимо максимизировать $\sum_{i=1}^{n} v_i x_i$ с ограничениями $\sum_{i=1}^{n} w_i x_i < W$.

Метод динамического программирования состоит в следующем: исходная задача включается в семейство «подзадач» разного размера, и они решаются одна за другой в правильном порядке. Считаем подзадачи вершинами воображаемого ориентированного ациклического графа (ребро из A в B означает, что для решения B надо сначала решить A); тогда порядок решения подзадач должен быть линеаризацией этого графа. [1]

Реализованы алгоритмы, решающие задачи о рюкзаке с повторениями и без повторений.

Динамическое программирование позволяет решить обе задачи (в случае целых весов) за время $O(nW)$, которое вполне допустимо для малых W, но всё же не является полиномиальным, так как размер входа пропорционален $\log W$, а не W. [1]

Задача о рюкзаке нашла применение в разных областях знаний: в математике, информатике, в криптографии. В одной из работ по вычислительной лингвистике предложена формулировка задачи автоматического реферирования текстов. На основе задачи о ранце был создан первый алгоритм асимметричного шифрования. Также задача о рюкзаке может служить моделью для большого числа промышленных задач: размещение грузов на складе минимальной площади, раскройка ткани — из имеющегося куска материала получить максимальное число выкроек определённой формы, расчет оптимальных капиталовложений.

Литература

1. Дасгупта С. Алгоритмы / С. Дасгупта, Х. Пападимитриу, У. Вазирани: пер. с англ. под ред. А. Шеня. – М.: МЦНМО, 2014. – 320 с.