НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ И МЕХАНИКЕ

2 – 4 октября 2018 г.

Тезисы докладов

Издательский Дом Томского государственного университета

2018

2. Корытов И.В. Функция, представляющая функционал погрешности кубатурной формулы в пространстве Соболева // Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 323, № 2. – С. 21–25.

Функционалы с конечным носителем на 0-достаточных семействах функций

Лазарев В.Р.

Томский государственный университет

В данной работе понятие 0-достаточного семейства функций, введённое в [1], обобщается путём отказа от требования непрерывности функций. Полученное понятие включает в себя как частные случаи ряд известных объектов.

Предложение 1. (а) Пространства $\mathbb{R}^X$, $C_p(X)$, Σ- и Σ_*-произведения вещественных прямых являются 0-достаточными семействами в $\mathbb{R}^X$;

(б) Если Y замкнуто в X, то пространство сужений на $X \setminus Y$ функций из $C_p(X \mid Y)$ является 0-достаточным в $\mathbb{R}^{X \setminus Y}$.

Полезен также следующий факт.

Предложение 2. Если семейство функций $A \subset \mathbb{R}^X$ является 0-достаточным то его аддитивная оболочка всюду плотна в $\mathbb{R}^X$.

Определённые по-новому 0-достаточные семейства с прежним успехом могут служить областью определения для функционалов с конечным носителем (определение последних также см. в [1]). Поэтому можно выделить класс таких гомеоморфизмов $h: A \to B$, где A, B – 0-достаточные семейства в $\mathbb{R}^X$, $\mathbb{R}^Y$ соответственно, что образы $h^*(Y)$, $\left(h^{-1}\right)^*(X)$ состоят из функционалов с конечным носителем. Этот класс обозначается символом $\left(\hat{X}_A, \hat{Y}_B\right)$.

Теорема. Существуют тихоновские пространства X, Y такие, что пространства $C_p(X)$, $C_p(Y)$ не линейно гомеоморфны, но существует гомеоморфизм $h: C_p(X) \to C_p(Y)$ класса $\left(\hat{X}_{C_p(X)}, \hat{Y}_{C_p(Y)}\right)$.

Приведённая теорема даёт ответ на вопрос 5.3 из [1].

Список литературы

1. Lazarev V. Homeomorphisms of function spaces and topological dimension of domains // Serdica Math. J. 2017. № 43. P. 79–92

Построение элементов области сумм ряда на основе направлений расходимости

Лазарева Е.Г.

Томский государственный университет

Точка a на сфере $S=\{x\in X:\|x\|=1\}$ в банаховом пространстве X называется *направлением расходимости* ряда $\sum_{n=1}^{\infty}x_n$, если для каждой окрестности $U(a)\subset S$ точки a бесконечно множество $N_{U(a)}=\left\{n\in\mathbb{N}:\dfrac{x_n}{\|x_n\|}\in U(a)\right\}$ и ряд $\sum_{n\in N_{U(a)}}\|x_n\|$ расходится. [1]

Точка x принадлежит *области сумм* ряда $\sum_{n=1}^{\infty}x_n$ тогда и только тогда, когда существует биекция $\pi:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$: $\sum_{n=1}^{\infty}x_{\pi(n)}=x$. Следуя [2], обозначим область сумм ряда через $\mathrm{SR}\left(\sum_{n=1}^{\infty}x_n\right)$. Вопрос об описании области сумм произвольного ряда остается открытым.

Лемма. Пусть $\sum_{n=1}^{\infty}x_n=0$, a – направление расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}x_n$. Тогда для любых $n,l\in\mathbb{N},\varepsilon,\delta>0$ найдется множество $K=\{k_1,...,k_m\}\subset\mathbb{N}$ такое, что: $l<\min K$, $\|x_k\|\le\delta\ \forall k\in K$,

$$\frac{1}{n}\le\sum_{k\in K}\|x_k\|<\frac{1}{n}+\|x_{k_m}\|,\ \left\|\sum_{k\in K}x_k-\frac{a}{n}\right\|<\|x_{k_m}\|+\left(\frac{1}{n}+\|x_{k_m}\|\right)\cdot\varepsilon$$

Теорема. Если $a_i,i=1,...,k$ – направления расходимости $\sum_{n=1}^{\infty}x_n=0$, то $\left\{x=\sum_{i=1}^{k}\alpha_i\cdot a_i,\alpha_i\in\mathbb{R}\right\}\subset\mathrm{SR}\left(\sum_{n=1}^{\infty}x_n\right)$.

Следствие. Пусть $a_i,i=1,...,k$ – направления расходимости ряда, полученного из $\sum_{n=1}^{\infty}x_n$ группировкой членов. Тогда

$$\left\{x=\sum_{i=1}^{k}\alpha_i\cdot a_i,\alpha_i\in\mathbb{R}\right\}\subset\mathrm{SR}\left(\sum_{n=1}^{\infty}x_n\right).$$