ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

**МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
«Перспективные материалы с иерархической структурой
для новых технологий и надежных конструкций»**

**X МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
«Химия нефти и газа»**

Томск

Издательский Дом ТГУ

2018

DOI: 10.17223/9785946217408/326

АЛГОРИТМ ИЗМЕРЕНИЯ J-ИНТЕГРАЛА ПО ДАННЫМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ПОТОКА ПРИ МЕХАНИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЯХ МАТЕРИАЛОВ

¹Титков В.В., ^{1,2}Панин С.В., ¹Ерёмин А.В., ³Козулин А.А., ¹Любутин П.С.

¹Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия

²Томский политехнический университет, Томск, Россия

³Томский государственный университет, Томск, Россия

Процедуру измерения величины J-интеграла, основанную на вычислении оптического потока (в рамках метода корреляции цифровых изображений) при механических испытаниях материалов, можно разделить на четыре этапа: 1. расчет полей перемещений, основанный на сопоставлении участков изображений, (достаточно подробно изучен и описан в работах [1, 2]); 2. постобработка полей перемещений; 3. расчёт компонент деформации; 4. вычисление J-интеграла и определение зоны пластичности на векторном поле.

Наличие шумов на изображении, искажение поверхности, неоднородность освещенности и прочие факторы обуславливают появление ошибок при оценке перемещений. Это, в свою очередь, приводит к значительным ошибкам оценки компонент деформации, вследствие использования процедуры численного дифференцирования. Частично, данная проблема может быть решена пост-корректировкой поля перемещений (например, пространственной фильтрацией и сглаживанием) [3, 4]. Однако в задаче расчета J-интеграла с помощью метода корреляции цифровых изображений использование только пространственного сглаживания вследствие ошибок определения перемещений вызывает ошибки определения искомой величины до нескольких порядков. Для решения этой проблемы предложено использовать временное сглаживание векторных полей:

$$U_{x_t} = F[U_{x_{t-N}}, U_{x_{t-N-1}}, \dots, U_{x_t}, \dots, U_{x_{t+N-1}}, U_{x_{t+N}}],$$
$$U_{y_t} = F[U_{y_{t-N}}, U_{y_{t-N-1}}, \dots, U_{y_t}, \dots, U_{y_{t+N-1}}, U_{y_{t+N}}],$$

где U_{x_t} , U_{y_t} – компоненты вектора перемещений участков изображения по осям x , y в момент времени t ; $F[\dots]$ – оператор постобработки массива компонент векторов перемещений, взятый в моменты времени от $t - N$ до $t + N$; N – апертура сглаживания.

Дифференцируя векторное поле можно вычислить компоненты деформации [5]. Выражения для продольной ε_{xx} , поперечной ε_{yy} и сдвиговой ε_{xy} компонент тензора дисторсии имеют вид [6]:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{dU_x}{dx}, \varepsilon_{yy} = \frac{dU_y}{dy}, \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{dU_x}{dy} + \frac{dU_y}{dx} \right),$$

где U_x , U_y – компоненты вектора перемещений участков изображения по осям x , y .

Выражение для интенсивности деформации сдвига γ_{xy} можно записать как [5, 7]

$$\gamma_{xy} = \sqrt{\frac{2}{3} \left((\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + \varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \frac{2}{3} \varepsilon_{xy}^2 \right)}.$$

Вычисление производных проводили с привлечением процедуры численного дифференцирования. Безразностная формула для его реализации имеет вид [8]:

$$y'(x_k) = \sum_{i=0}^n (-1)^{n+i} \frac{C_{ny}^i}{n!} \frac{d}{dt} \left[\frac{t(t-1)\dots(t-n)}{t-i} \right]_{t=k},$$

где k – номер отсчета функции; n – величина, определяющая уровень приближения; C_t^m – символ, введенный в выражение для сокращения записи:

$$C_t^m = \frac{t(t-1)\dots(t-m+1)}{m!},$$

где m – натуральное число и t – произвольное действительное число.

При известных смещения, деформациях и напряжениях, J-интеграл [9] может быть рассчитан по известной формуле [10]:

$$J = \int_{\Gamma} \left(w dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \right), \quad (1)$$

Секция 6. Методы и средства неразрушающего контроля материалов и конструкций с иерархической структурой

где w – плотность энергии деформации:

$$w = \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon,$$

$T = \sigma n$ – вектор нагрузок; Γ – контур произвольной формы, охватывающий вершину трещины; n – вектор нормали к Γ ; σ , ε , u – напряжения, деформации и поля перемещений, соответственно.

В рамках линейно-упругой механики и в условиях плосконапряжённого состояния тензор напряжения можно рассчитать из тензора деформации:

$$\sigma = D\varepsilon = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix},$$

где D – матрица жесткости при плосконапряженном состоянии, E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона. Таким образом, когда известны поля тензора напряжений и деформаций, J-интеграл можно оценить из уравнения (1) следующим образом [11]:

$$J = \int_{\Gamma} \frac{1}{2} (\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}\varepsilon_{yy} + 2\tau_{xy}\gamma_{xy}) dy - [\sigma_{xx}n_x + \tau_{xy}n_y, \tau_{xy}n_x + \sigma_{yy}n_y] \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} ds,$$

Γ – контур, охватывающий вершину трещины, обход по которому осуществляется против часов стрелки; n_x , n_y – компоненты вектора нормали к Γ ; u , v – компоненты вектора перемещения.

Благодарности. Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований государственных академий наук (2013–2020 гг.) по теме 23.1.3, грантов Президента РФ № МК-6762.2018.9, НШ-5875.2018.8, гранта РФФИ № 18-47-700006.

Литература

1. Панин, С. В. Выбор параметров алгоритма трехмерного рекурсивного поиска при построении векторов перемещений с использованием иерархического подхода / С. В. Панин, В. В. Титков, П. С. Любутин // Автометрия. – 2015. – Т. 51, № 2. – С. 27–37.
2. Панин, С. В. Инкрементальный подход к определению перемещений фрагментов изображений при построении векторных полей / С. В. Панин, В. В. Титков, П. С. Любутин // Автометрия. – 2014. – Т. 50, № 2. – С. 39–49.
3. Панин, С. В. Сглаживание векторных полей с использованием поверхности Безье при оценке деформации методом корреляции цифровых изображений / С. В. Панин, В. В. Титков, П. С. Любутин // Автометрия. – 2014. – Т. 50, № 1. – С. 74–81.
4. Панин, С. В. Исследование эффективности алгоритмов фильтрации векторных полей при оценке деформации материалов методом корреляции цифровых изображений / С. В. Панин, В. В. Титков, П. С. Любутин // Автометрия. – 2013. – Т. 49, № 2. – С. 57–67.
5. Любутин П. С., Панин С. В. Измерение деформации на мезоуровне путем анализа оптических изображений поверхности нагруженных твердых тел // Прикладная математика и техническая физика, 2006, Т.47, №6, с.158-164.
6. Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов / под ред. В. Е. Панина. – Новосибирск: Наука, 1995. – Т. 1. – 298 с., Т. 2. – 320 с.
7. Филин, А. П. Прикладная механика твердого деформированного тела / А. П. Филин. – М.: Наука, 1975. – Т. 1. – 832 с.
8. Вержбицкий, В. М. Численные методы (математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения): учебное пособие для вузов / В. М. Вержбицкий. – М.: Высш. шк., 2001. – 382 с.
9. G. P. Cherepanov, The propagation of cracks in a continuous medium, Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 31(3), 1967, pp. 503–512.
10. J. R. Rice, A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks, Journal of Applied Mechanics, 35, 1968, pp. 379–386.
11. D. Vavrik, I. Jandajsek, Experimental evaluation of contour J integral and energy dissipated in the fracture process zone, Engineering Fracture Mechanics, V. 129, 2014, pp. 14–25.