

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Национальный исследовательский Томский государственный университет
Томский государственный архитектурно-строительный университет
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
Томский национальный исследовательский медицинский центр РАН

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Том 3. Математика

Сборник научных трудов
XV Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

24–27 апреля 2018 г.

PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT

Volume 3. Mathematics

XV International Conference of students, graduate students
and young scientists

April 24–27, 2018

Томск 2018

**ТЕРМОГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ПОРИСТОЙ КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ ПРИ
НАЛИЧИИ ИСТОЧНИКА ЭНЕРГИИ**

М.С. Астанина

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: astanina.marina@bk.ru

**THERMOGRAVITATIONAL CONVECTION IN A POROUS SQUARE CAVITY
HAVING AN ENERGY SOURCE**

M.S. Astanina

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: astanina.marina@bk.ru

***Abstract.** Numerical analysis of natural convection inside a partially porous cavity filled with a fluid of variable viscosity is carried out in the presence of a heat-conducting energy source. It is assumed that the liquid temperature is not equal to the temperature of the porous matrix, therefore the local thermal non-equilibrium model (LTNE) is used for modeling. Governing equations formulated in the dimensionless stream function, vorticity and temperature were solved by the finite difference method. The obtained results showed an opportunity to improve the passive cooling system using the porous insertions.*

Введение. Изучение систем охлаждения элементов электронной техники и приборов является одной из важнейших задач, определяющих развитие современной промышленности. К настоящему времени проведено много исследований в данной области. Отдельным классом стоят задачи, в которых свойства среды (жидкости) зависят от внешних параметров (температура, давление и т.п.).

В настоящей работе моделируется процесс конвективного теплопереноса в замкнутой пористой полости при наличии теплогенерирующего теплопроводного источника. Полость заполнена ньютоновской жидкостью, вязкость которой является экспоненциальной функцией температуры [1].

Постановка задачи и методы решения. Физическая постановка задачи показана на рис. 1. Предполагается, что рабочая среда удовлетворяет приближению Буссинеска, а режим течения и теплопереноса является ламинарным. Горизонтальные стенки области теплоизолированы, а боковые поверхности поддерживаются при постоянной температуре. На нижней стенке расположен теплопроводный источник с постоянным объемным тепловыделением Q . Внутренняя часть полости разделена на пористый слой высоты h и слой чистой жидкости высоты $L-h$. Считается, что температура жидкости отлична от температуры твердого скелета пористого материала, и для моделирования используется модель, описывающая процесс теплопереноса в локально-неравновесных условиях [2]. Считается, что пористый слой проницаем для жидкости и изотропен. Для описания теплопереноса внутри пористой среды используется модель Дарси–Бринкмана. Дифференциальные уравнения в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность – температура» имеют следующий вид:

- для чистой среды используется модель, предложенная в работе [3].
- для пористой среды

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} &= -\omega \\ \varepsilon \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} &= \varepsilon \sqrt{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 (\mu \omega)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\mu \omega)}{\partial y^2} - \varepsilon \frac{\mu \omega}{\text{Da}} \right) + \varepsilon^2 \frac{\partial \theta_f}{\partial x} + \\ &+ 2\varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{\varepsilon u}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial y} - \frac{\varepsilon v}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] \\ \varepsilon \frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta_f}{\partial x} + v \frac{\partial \theta_f}{\partial y} &= \frac{\varepsilon}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial y^2} \right) + \frac{\xi}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} (\theta_s - \theta_f) \\ (1-\varepsilon) \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} &= \frac{(1-\varepsilon) \Lambda \gamma}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial y^2} \right) + \frac{\xi \gamma}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} (\theta_f - \theta_s) \end{aligned}$$

- для источника энергии

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\alpha_m / \alpha_f}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + Os \right)$$

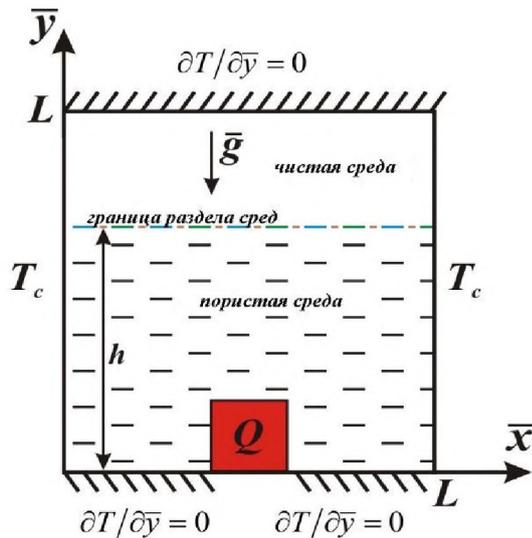


Рис. 1. Постановка задачи

Здесь x, y – безразмерные декартовы координаты; τ – безразмерное время; u, v – безразмерные составляющие скорости в проекции на оси; θ – безразмерная температура; Ψ – безразмерная функция тока; ω – безразмерная завихренность скорости; $\text{Pr} = \mu_0 / (\rho a)$ – число Прандтля; $\text{Ra} = g \rho \beta (T_h - T_c) L^3 / (\mu_0 a)$ – число Рэлея; $\text{Da} = K / L^2$ – число Дарси; $Os = QL^2 / (\lambda_{hs} \Delta T)$ – число Остроградского; $\xi = \tilde{h} L^2 / \lambda_f$ – число Нильда на разделе сред; $\gamma = (\rho c)_f / (\rho c)_s$ – коэффициент теплоёмкости (между твёрдой и жидкой фазами); $\Lambda = \lambda_s / \lambda_f$ – коэффициент теплопроводности (между

твёрдой и жидкой фазами); K – проницаемость среды; ε – пористость среды; $M = \mu / \mu_0 = \exp(-C\theta)$ – безразмерная вязкость. Безразмерные переменные были введены следующим образом:

$$\begin{aligned} x &= \bar{x} / L, \quad y = \bar{y} / L, \quad \tau = t \sqrt{g \beta \Delta T} / L, \quad \theta_f = (T_f - T_c) / \Delta T, \quad \theta_s = (T_s - T_c) / \Delta T, \quad \mu = \bar{\mu} / \mu_0 \\ u &= \bar{u} / \sqrt{g \beta \Delta T L}, \quad v = \bar{v} / \sqrt{g \beta \Delta T L}, \quad \Psi = \bar{\Psi} / \sqrt{g \beta \Delta T L^3}, \quad \omega = \bar{\omega} \sqrt{L / g \beta \Delta T} \end{aligned}$$

В начальный момент времени предполагалось, что жидкость, заполняющая полость, неподвижна, поэтому $\Psi = \omega = 0$. Начальная температура, вследствие выбранного обезразмеривания, принимала вид $\theta = 0$. Граничные условия записывались следующим образом:

$$\tau > 0: \psi = 0, \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}, \theta_f = \theta_s = 0 \text{ при } x = 0 \text{ и } 0 \leq y \leq 1$$

$$\psi = 0, \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}, \theta_f = \theta_s = 0 \text{ при } x = 1 \text{ и } 0 \leq y \leq 1$$

$$\psi = 0, \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}, \frac{\partial \theta_f}{\partial y} = \frac{\partial \theta_s}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0, 1 \text{ и } 0 < x < 1$$

на источнике энергии :

$$\psi = 0, \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial n^2}, \begin{cases} \theta_f|_{por} = \theta_s|_{por} = \theta_{hs}; \\ \frac{\partial \theta_f}{\partial n}|_{por} = \frac{\lambda_{hs}}{\lambda_f} \frac{\partial \theta_{hs}}{\partial n}, \frac{\partial \theta_s}{\partial n}|_{por} = \frac{\lambda_{hs}}{\lambda_s} \frac{\partial \theta_{hs}}{\partial n} \end{cases}$$

на границе раздела сред :

$$\begin{cases} \omega_{por} = \omega_f, & \Psi_{por} = \Psi_f, & \begin{cases} \theta_f|_{cl.fl} = \theta_f|_{por} = \theta_s|_{por}; \\ \frac{\partial \theta_f}{\partial y}|_{cl.fl} = \frac{\partial \theta_f}{\partial y}|_{por}; \frac{\partial \theta_f}{\partial y}|_{cl.fl} = \Lambda \frac{\partial \theta_s}{\partial y}|_{por} \end{cases} \\ \frac{\partial \omega_{por}}{\partial y} = \frac{\partial \omega_f}{\partial y}, & \frac{\partial \Psi_{por}}{\partial y} = \frac{\partial \Psi_f}{\partial y}, \end{cases}$$

Заключение. Рассматриваемые уравнения с соответствующими начальными и граничными условиями решались методом конечных разностей на равномерной сетке. Численный анализ был проведён в широком диапазоне изменения определяющих параметров: высоты пористой вставки h (0.0, 0.25, 0.75, 1.0), чисел Дарси ($10^{-5} < Da < 10^{-3}$), Остроградского (5.0 – 30.0), Нилда (10.0–100.0) и параметра изменения вязкости C (0.0 – 2.0). Зависимости среднего числа Нуссельта на поверхности источника были получены на основе следующей формулы:

$$Nu = -\left\{ \varepsilon \frac{\partial \theta_f}{\partial n} + (1 - \varepsilon) \Lambda \frac{\partial \theta_s}{\partial n} \right\}, \quad \overline{Nu} = \frac{1}{l} \int_0^l Nu \, d\zeta$$

Полученные изолинии функции тока и температуры, а также распределения среднего числа Нуссельта, средней температуры и расхода жидкости позволили сделать выводы о возможности интенсификации теплопереноса регулированием высоты пористого скелета для разных мощностей тепловыделения источника.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-2819.2017.8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Astanina M. S. and Sheremet M. A. A transient free convection study with temperature-dependent viscosity in a square cavity with a local heat source// IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2016. – Vol. 124. – 012039. DOI:10.1088/1757-899X/124/1/012039
2. Соболев С.Л. Локально-неравновесные модели процессов переноса // Успехи физических наук. – 1997. – Том 167, № 10. – С. 1095–1106.
3. Астанина М. С., Шеремет М. А. Моделирование термогравитационной конвекции с переменной вязкостью в замкнутой полости с локальным источником энергии// Вестник Пермского университета. Серия:Физика. – 2015. – Выпуск 3(31) – С.52-59.