

На правах рукописи



Олейник Полина Ивановна

**ЛОГИЦИЗМ, НЕОЛОГИЦИЗМ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ
ПРИНЦИПА ЮМА ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ**

09.00.03 – История философии

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата философских наук

Томск – 2018

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет».

Научный руководитель: доктор философских наук, профессор
Суровцев Валерий Александрович

Официальные оппоненты:

Целищев Виталий Валентинович, доктор философских наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт философии и права Сибирского отделения Российской академии наук, научный руководитель института; отдел философии, главный научный сотрудник

Ламберов Лев Дмитриевич, кандидат философских наук, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», кафедра онтологии и теории познания, доцент

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»

Защита состоится 24 декабря 2018 г. в 10 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.267.01, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина 36 (учебный корпус № 4 ТГУ, аудитория 306).

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке и на официальном сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» www.tsu.ru.

Материалы по защите диссертации размещены на официальном сайте ТГУ:
<http://www.ams.tsu.ru/TSU/QualificationDep/co-searchers.nsf/newpublicationn/OleinikPI24122018.html>

Автореферат разослан «___» ноября 2018 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат философских наук, доцент



Эннс Ирина Андреевна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Актуальность выбранной темы обуславливается рядом причин.

Во-первых, в связи с ростом значения математических методов возрастает необходимость определения места математики в системе наук, предполагающее изучение ее онтологических и эпистемологических характеристик.

Во-вторых, изучение оснований математики связано с попытками решить такие проблемы, как кризис оснований математики, определение статуса математических объектов и математического знания, поиск принципа обоснования достоверности математического знания. Однако, ни по одному из указанных вопросов, не было достигнуто окончательного решения и по-прежнему необходимы реконструкция и развитие эпистемологических и онтологических оснований, предложенных в рамках программ философии математики.

В-третьих, исследование логицизма на сегодняшний день приобретает новую актуальность в связи с разработкой программы неологицизма. Суть программы логицизма Г. Фреге заключалась в том, чтобы свести понятия математики к понятиям логики и представить принципы математики в качестве общезначимых логических истин. Найденное в системе Г. Фреге противоречие показало несостоятельность программы логицизма. В настоящее время наблюдается определенное возрождение его идей: логицизм Г. Фреге сформировался в новое течение, получившее название неологицизм. Вопросы о том, каковы онтологические и эпистемологические следствия принятия выдвигаемых логицизмом и неологицизмом тезисов, как может быть интерпретирована содержательная составляющая этих программ, и какие результаты могут быть достигнуты в области обоснования математики при принятии этих тезисов, открыты и требуют разрешения.

На решение вышеназванных вопросов, связанных с программами логицизма и неологицизма и онто-эпистемологическим обоснованием математики, и направлено настоящее диссертационное исследование.

Степень научной разработанности проблемы. Тема диссертации связана с исследованиями в отечественной и зарубежной литературе, посвященной вопросам основания математики, а также различным подходам к осмыслению наследия математического логицизма (в том числе в свете развития неологицизма). Программа логицизма анализируется во множестве работ отечественных и зарубежных авторов (чего нельзя сказать о программе неологицизма, которая редко тематизируется в отечественной литературе).

Общие вопросы философии математики исследуются в работах И. Бар-Хиллела, Б.В. Бирюкова, Дж. Булоса, Т. Берджа, Ван Хао, В.В. Горбатова, М. Даммита, Р. Дедекинда, Г. Кантора, Х.Б. Карри, С.К. Клини, Я. Лукасевича, И.Б. Микиртурмова, В.Я. Перминова, К. Райта, Ф.П. Рамсея, Б. Рассела,

Г.И. Рузавина, В.А. Суровцева, А.К. Сухотина, А. Френкеля, Г. Фреге, В.В. Целищева, Б. Хейла, Я. Хинтикки, А. Чёрча и др.

Тема философии математики Г. Фреге стала объектом анализа в работах Т. Байса, Т. Берджа, Б.В. Бирюкова, Дж. Булоса, М. Даммита, Н. Коккиареллы, И.Б. Микиртурмова, Ч. Парсонса, В.Я. Перминова, К. Райта, В.А. Суровцева, А.К. Сухотина, Б. Хейла, Р. Хека, Х. Ходеса, В.В. Целищева, С. Шапиро и др.

Что касается рецепции философии математики неологицизма, то в отечественных трудах она тематизируется в работах двух исследователей: Т.В. Пашенко и В.В. Целищева. В западной литературе она представлена широко: это работы Дж. Булоса, О. Буэно, А. Вейра, М. Даммита, Э. Залты, Р. Кука, Б. Лински, Ф. Макбрайда, К. Райта, М. Россберга, Н. Теннанта, М. Тробок, К. Файна, Р. Хека, Б. Хэйла, С. Шапиро П. Эберта, М. Эклунда и др. Труды этих же исследователей направлены на компаративный анализ программ логицизма и неологицизма.

Проведенный обзор литературы, посвященной исследуемой теме, показывает, что философия математики неологицизма и его связь с философией математики Г. Фреге довольно основательно изучены на Западе, тогда как в отечественной историко-философской науке число публикаций на эту тему невелико. Актуальной остается и проблема правильной интерпретации философии математики самого Г. Фреге. Это обстоятельство во многом обуславливает выбор темы, цель и задачи настоящего диссертационного исследования.

Объект исследования: философия математики Г. Фреге, его логицизм, а также философия математики неологицизма К. Райта и Б. Хейла.

Предмет исследования: возможности и проблемы обоснования математики в логицизме Г. Фреге и неологицизме К. Райта и Б. Хэйла.

Основная цель и задачи исследования.

Целью диссертационного исследования является осуществление рациональной реконструкции философии математики логицизма Г. Фреге и неологицизма К. Райта, выявление степени преемственности этих программ и определение перспективности обоснования математики на основе предлагаемых в рамках логицизма и неологицизма методов.

Реализация цели предполагает решение следующих **задач**:

- продемонстрировать возможность реабилитации программы логицизма Г. Фреге в работах современных исследователей в области философии математики (К. Райта, Б. Хейла), выявить, в каком направлении в рамках проекта неологицизма осуществляется реконструкция логицизма;

- выделить исходные положения и методологические установки неологицизма, установить допущения, необходимые для реализации проекта неологицизма, определить значимость подхода неологицизма к проблеме обоснования математического знания;

- выявить, какие проблемы возникают в силу принятия тезисов неологицизма и рассмотреть предлагаемые решения этих проблем;

– установить, в какой степени проект неологизма действительно является «преемником» логицизма: проанализировать, в чем заключается связь этих программ, исходя из задач, способов их достижения и достигнутых результатов в рамках проектов.

Теоретико-методологическая основа исследования. Решение поставленных задач требует использования соответствующих методов и подходов. При написании диссертации использовались системный подход (для обеспечения многоаспектного описания философии математики логицизма и неологизма) и междисциплинарный подход (его использование обусловлено сопряжением в диссертационном исследовании различных областей знания: философии, математики, и логики). Значительное внимание в методологическом аппарате диссертации уделено таким методам, как историко-философский анализ и историко-философская реконструкция, методы компаративного и интерпретирующего анализа (при анализе и сравнении различных концепций).

Источниками исследования служат труды Г. Фреге и представителей неологизма, в первую очередь К. Райта и Б. Хейла, а также работы отечественных (Б.В. Бирюков, В.А. Ладов, В.А. Суровцев, А.К. Сухотин, В.В. Целищев и др.) и зарубежных (Т. Байс, Т. Бердж, О. Буэно, М. Даммит, А. Райо, М. Россберг, М. Тробок, К. Файн, Р. Хек, Х. Ходес, С. Шапиро, П. Эберт и др.) авторов, в которых представлены различные интерпретации этих философско-математических программ. На основании этих работ было сформировано собственное понимание общего замысла философии математики логицизма и неологизма.

Научная новизна исследования определяется результатами, полученными в ходе решения поставленных задач:

– установлено, что вопреки преобладающей в отечественной литературе позиции, программа логицизма получает свое развитие в современных исследованиях философии математики в рамках проекта неологизма К. Райта и Б. Хейла;

– раскрыта специфика неологистского подхода к проблеме основания и математики, выявлены и проанализированы допущения, необходимые для реализации проекта неологизма; оценены перспективы развития неологизма в обосновании математики;

– определен статус принципа Юма, используемого в рамках неологизма для выведения основных понятий арифметики и установления аксиом Пеано;

– выявлен характер связи философии математики логицизма Г. Фреге и неологизма К. Райта.

Данное исследование фактически является первым систематическим исследованием философии математики неологизма в российской философской науке и направлено на восполнение пробела в проблемном поле исследований, связанных с вопросами обоснования математики в рамках программ логицизма и неологизма, и вносит свой вклад в развитие философии математики.

Положения, выносимые на защиту.

1. Обосновано, что возможности предложенного Г. Фреге обоснования математики остаются открытыми и, в некотором смысле, его программа логицизма продолжает функционировать. Вопреки доминирующей в отечественной литературе установке, согласно которой логицизм Г. Фреге представляет исключительно исторический интерес, обращение К. Райта и других исследователей к идеям логицизма открывают путь к своего рода возрождению программы Г. Фреге (в модифицированной версии). Несмотря на открытие противоречия, вытекающее из Аксиомы V, которую Г. Фреге предлагал использовать для выведения основных понятий и положений арифметики, в настоящий момент обсуждаются возможности установления обоснования математики, используя идеи, предложенные в рамках логицизма.

2. Установлено, что успешность неологицистской программы философии математики зависит от решения серьезных затруднений, связанных с принятием спорных идей и положений (некоторые из них пока не получили должного разрешения). Это обоснование таких допущений, как приемлемость использования принципов абстракции (необходимо установить критерий для отделения «хороших» принципов абстракции от «плохих») и имплицитных определений числа при построении основания математики. Кроме того, необходима аргументация возможности экзистенциальных следствий логики (в программе неологицизма на основе логики утверждается не просто существование объектов, но существование бесконечного числа объектов) и допустимости использования логики второго порядка. Несмотря на то, что для решения этих проблем была проделана большая работа, все еще не ясно, будет ли достигнут успех. Представители неологицизма (К. Райт, Б. Хейл и др.) обходят стороной некоторые из этих затруднений, не считая их достаточно серьезными, однако, критика проекта неологицизма в данном направлении (Дж. Булосом, А. Вейром, П. Раатикаиненом, М. Тробок, Р. Хекон, М. Эклундом и др.) хорошо обоснована. Вместе с тем, радикальная позиция некоторых оппонентов К. Райта, в частности, М. Тробок, согласно которой задачи и цели неологицизма принципиально невыполнимы, не имеет достаточных оснований.

3. Показано, что наиболее остро стоит задача определения статуса принципа Юма. От ее решения во многом зависит выполнение поставленных неологицизмом целей. Утверждение К. Райта о том, что принцип Юма является аналитическим, не имеет достаточных оснований (как это показал Дж. Булос), несмотря на многочисленные попытки обосновать этот тезис. Одно из предлагаемых решений – пересмотр традиционного понятия аналитичности и формулирование нового, более адаптированного к современности понятия, является примером общей тенденции при обсуждении неологицизма: многие вопросы и решения этих вопросов могут быть пересмотрены в контексте уточнения и разъяснения терминологии.

4. Установлено, что вопрос преемственности логицизма и неологицизма многоаспектен. С одной стороны, проект неологицизма нацелен на решение тех

же задач, что и логицизм Г. Фреге: доказательство основных предложений арифметики, установление их на основе логики, определение аналитического априорного статуса арифметических предложений, поиск эпистемологического источника арифметического знания и др. Более того, техническая сторона решения этих задач во многом схожа: для основания математики используются принципы абстракции в рамках логики второго порядка. С другой стороны, многие предлагаемые решения этих задач в неологицизме не соответствуют самому духу логицизма, его исходным установкам (например, использование имплицитных определений). Решение неологицизма состоит в том, чтобы сохранить цели Г. Фреге, расширяя при этом сферу средств для их достижения до чего-то большего, чем чистая логика. Такой проект, к сожалению, будет далек от реализации задумки Г. Фреге. С адаптированной концепцией аналитичности и использованием имплицитных определений основное ядро программы логицизма Г. Фреге, судя по всему, сохранить не удастся, вопреки неофрегеанской цели.

Научно-теоретическая и практическая значимость исследования.

Научно-теоретическая значимость диссертационного исследования состоит в том, что его результаты дают новую концептуальную основу для дальнейшего изучения философско-математических воззрений Г. Фреге и представителей неологицизма К. Райта и Б. Хейла, что позволяет правильно понять и адекватно оценить их вклад в современную философию математики. Результаты исследования дополняют картину онтологического и эпистемологического истолкования природы математического знания, расширяют методологический аппарат исследования проблем философии математики, способствуют более глубокому и разностороннему осмыслению философского наследия программы логицизма и оценке перспектив неологицизма в обосновании математики.

Практическая значимость диссертационного исследования состоит в том, что материалы диссертации могут быть использованы в учебном процессе при подготовке и чтении курсов «История западной философии», «Современная зарубежная философия», «История и философия науки», «Философия и методология науки», «Философские проблемы конкретных дисциплин», «Философия математики» и других специальных математических дисциплин в высших учебных заведениях и на курсах повышения квалификации преподавателей.

Апробация диссертационного исследования.

Основные положения и выводы, полученные в ходе работы над диссертационным исследованием, обсуждались на международных и всероссийских научных конференциях, среди которых: Международная конференция студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Актуальные проблемы социальных наук» (Томск, 2016; 2017), Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука и образование» (Томск, 2016; 2017), XII Международная научная конференция «Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке» (Санкт-Петербург, 2016), X Всероссийская научная конференция молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации» (Новосибирск, 2016).

По теме диссертации опубликованы 12 научных работ, в том числе четыре статьи в изданиях, входящих в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Объем и структура работы. Структура диссертационного исследования определяется его целью и задачами. Работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованных источников и литературы, включающего 186 наименования (в том числе 92 на иностранных языках). Общий объем диссертационного исследования – 197 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность выбранной темы диссертационного исследования, характеризуется степень ее разработанности, определяются цели и задачи, осуществляется выбор предмета и объекта исследования, приводится характеристика теоретико-методологических оснований работы. Излагаются научная новизна и формулируются положения, выносимые на защиту. Дается оценка научно-теоретического и практического значения диссертации, представляется ее апробация.

Первая глава «Философия математики Г. Фреге» посвящена анализу философско-математических воззрений Г. Фреге.

В первом параграфе «Логическая форма арифметических предложений» проводится философский анализ проблемы интерпретации арифметических утверждений в логической форме. Выделяются методологические принципы философии математики Г. Фреге (требование отделять психологическое от логического, субъективное от объективного и различать понятия и объекты; принцип контекстуальности), рассматривается критика Г. Фреге определения понятия числа с позиции субъективизма, психологизма и эмпиризма (в частности, определения числа Дж. Ст. Милля) и формулируется позитивное определение числа: числа являются объектами и приписываются понятиям.

В результате проведенного анализа автор приходит к выводу, что Г. Фреге для достижения поставленной задачи (представить арифметические предложения в логической форме) необходимо было построить собственную систему формальной логики, в которой эксплицитно и точно определены все правила вывода. Представленная в параграфе негативная позиция Г. Фреге относительно определения числа приводит к его позитивному определению числа. В параграфе требование Г. Фреге разделять понятие и объект и утверждение, что числа приписываются понятиям предложено рассматривать как средства для постижения особой установки Г. Фреге в вопросах обоснования математики.

Во втором параграфе «Эпистемологический статус арифметических предложений» рассматривается эпистемологический аспект обоснования

математики Г. Фреге, который касается вопросов об источнике необходимости математических утверждений и условиях их принятия. Автором формулируется, что эпистемологический вопрос о статусе арифметики у Г. Фреге сводится к необходимости доказать, что арифметические законы являются аналитическими и априорными суждениями. Анализируется обращение Г. Фреге к принципу Юма и причины отказа от его использования. Демонстрируется конструирование Г. Фреге натуральных чисел и интерпретация аксиом арифметики Пеано-Дедекинда с помощью Аксиомы V Фреге, а также то, как из построенной Г. Фреге системы выводится парадокс Рассела. В параграфе особое место уделено рассмотрению самого понятия «логицизм» как программы обоснования математики. Кроме того, обосновывается, что эпистемологическая проблематика логицизма Г. Фреге связана с его обращением к принципу контекстуальности и совершенным им т.н. «лингвистическим поворотом»: эпистемологическая проблема статуса арифметических предложений становится проблемой философии языка. Автор исследования показывает, что отказ от принципа Юма происходит в силу того, что он не является эксплицитным определением числа. Определение чисел и основных арифметических понятий дается Г. Фреге в терминах объемов (экстенционалов).

В конце параграфа делается вывод о том, что реконструкция основных арифметических понятий Г. Фреге является последовательной, однако в силу парадокса Рассела является противоречивой. Построенный Г. Фреге проект логицизма предлагается рассматривать как важный этап в развитии философии математики, связанный с открытием того, что математика является незавершенной не только по своему содержанию, но и по обоснованию своих утверждений и методов.

В третьем параграфе «Вклад Г. Фреге в философию математики» формулируются выводы относительно достигнутых результатов Г. Фреге в обосновании математики: несмотря на противоречивость построенной Г. Фреге философии математики, его логицизм стал источником глобальной реформы в этой отрасли науки. Автор обосновывает необходимость обращения к работам Г. Фреге при изучении философии математики.

Вторая глава «Неологицизм как программа обоснования математики» посвящена анализу современного проекта философии математики – неологицизма.

В первом параграфе «Проект шотландского неологицизма, Теорема Фреге, принципы абстракции и выведение постулатов Пеано-Дедекинда из принципа Юма» центральное место отводится анализу Теоремы Фреге и реконструкции на ее основании постулатов Пеано-Дедекинда в неологицизме.

Согласно Теореме Фреге аксиомы арифметики второго порядка Пеано можно вывести в логике второго порядка из того, что известно как «принцип Юма». Принцип Юма заключается в следующем: число F_s идентично числу G_s если и только если между F_s и G_s имеется взаимно-однозначное соответствие. Этот принцип абстракции является основным методологическим

инструментом для построения обоснования математики в неологицизме. С помощью него реализуется идея логицизма о выведении арифметики из логики, но при этом не используется Аксиома V Фреге. Автором раскрывается понятие «принципы абстракции», анализируются возможности данного способа введения абстрактных объектов. Общая идея введения принципов абстракции заключается в том, что они позволяют вводить новые термины путем определения условий идентичности для референтов новых терминов. В параграфе обосновывается проблематичность использования принципов абстракции.

Автор демонстрирует, как на основании принципа Юма в неологицизме даются определения основных арифметических понятий (число, 0, 1 и т.д.) и формулируются постулаты арифметики. Делается вывод о том, что результатом Теоремы Фреге является формулирование по крайней мере слабой версии логицизма, однако необходимо философское осмысление полученного результата. Кроме того, тематизируется следование неологицистов в определении Г. Фреге онтологического статуса чисел (согласно которому числа являются объектами). Эта часть программы философии математики неологицизма (и логицизма) подвергается серьезной критике, поскольку К. Райт предлагает вывести существование чисел из (предположительно) логической истины, что не соответствует традиционному пониманию сущности логических утверждений.

Во втором параграфе «Стипулятивный характер принципа Юма» обсуждается использование стипулятивных определений при построении обоснования математики. Определено понятие «стипулятивные определения», выявлена проблематичность их применения и аргументирована необходимость их использования.

Стипулятивные определения – это определения, в которых новым или существующим терминам дается специфическое значение в целях аргументации или дискуссии в данном контексте. С одной стороны, их статус позволяет вводить уточненное определение понятия (или уточненный способ использования понятия), с другой, наоборот, порождает риск неопределенности использования термина. В неологицизме принцип Юма – это стипуляция, которая задает условия истинности для ограниченного класса утверждений о числовой идентичности, а именно, формы, «число F_s идентично числу G_s ». В параграфе указывается на важность обоснования стипулятивного характера принципа Юма, поскольку именно эта особенность позволяет обосновать априорность арифметики, дополненной некоторыми видами стипуляции. Вместе с тем, в неологицизме акцентируется, что существование чисел не является результатом стипуляции, задаваемой принципом Юма: существование чисел «обнаруживается», но не стипулируется. В качестве вывода утверждается, что стипулятивный характер принципа Юма сопряжен с рядом проблем: сходством с методологией аксиоматизации, проблемой «плохой компании» и другими.

В третьем параграфе «Проблемы шотландского неологицизма» анализируются основные проблемы, с которыми сталкивается философия математики неологицизма: проблема «плохой компании» (и сопряженная проблема «слишком богатого выбора»), проблема Юлия Цезаря и проблема, касающаяся слишком большой онтологии.

Проблема «плохой компании» связана с тем, что есть принципы абстракции, которые являются противоречивыми. Сам принцип Юма не является противоречивым, но он имеет форму, которая может привести к противоречию. В параграфе обосновывается, что программа неологицизма зависит от легитимности введения понятий через принципы абстракции. Кроме того, необходимы некоторые общие критерии для демаркации приемлемых и неприемлемых принципов абстракции. Одним необходимым критерием для отделения «хороших» принципов, является непротиворечивость. Однако, один этот критерий недостаточен: кроме противоречивых принципов абстракции, существуют пары принципов абстракции, каждый из которых по отдельности является непротиворечивым, но вместе с тем они несовместимы друг с другом. Приводятся примеры принципов, несовместимых с принципом Юма: принцип равной представленности, «досадный» принцип. В рамках неологицизма предлагается критерий консервативности. Но последние исследования показали, что использование этого критерия имеет ряд проблем: во-первых, исключаются принципы, приемлемость которых хотелось бы установить, и, во-вторых, есть согласованные, но несовместимые принципы абстракции, которые выполняют требование консервативности. В качестве вывода автор утверждает, что на настоящий момент проблема не получила решения, и поиск критерия для отделения «плохих» принципов абстракции от «хороших» по-прежнему актуален.

Обсуждаемая в параграфе проблема Юлия Цезаря связана с имплицитным характером принципа Юма. Принцип Юма не устанавливает ограничения на то, какие именно объекты выполняют заданную им функцию. Знание любого общего понятия, применимого к объектам, предполагает знание того, что отличает объекты, к которым оно относится, от тех, к которым оно не относится, то есть знание критерия применения понятия. Принцип Юма не предоставляет такого определения выражений о числах, которое позволило бы нам понять условия истинности любого предложения, включающего числа. Он дает нам условия истинности для утверждения об идентичности двух указанных чисел, которые имплицитно описывают число как число некоторого понятия. Это не позволяет определить, при каких условиях число некоторого понятия будет идентично объекту, введенному другим способом, например, Англии, или Юлию Цезарю. Следовательно, невозможно установить, к чему могут или не могут относиться выражения о числах и поэтому невозможно установить их смысл. В неологицизме предлагаются различные варианты решения указанной проблемы: отрицание проблемы, связанное с принятием своего рода структуралистского подхода к абстракционизму; переформулирование принципов абстракции более сложными способами

(например, путем добавления модальных операторов в соответствующих местах), чтобы референция числовых терминов была более определенной; аргументация того, что хотя принцип Юма не определяет, какой объект обозначается определенной цифрой, дополненный другими контекстуальными ограничениями он устанавливает числовую референцию однозначно.

Что касается проблемы относительно слишком богатой онтологии, то ее суть заключается в том, что согласно традиционной установке, логика сама по себе не должна вносить какие-либо экзистенциальные допущения. Логика должна быть лишена онтологических обязательств. Однако, в неологизме математика, в которой постулируется существование различных видов вещей, выводится из логики. В параграфе обосновывается, что, несмотря на некоторую «устарелость» критики подобного рода, она все же достаточно сильна.

В заключении параграфа отмечается, что ни одна из указанных проблем пока не решена, и это в значительной степени затрудняет развитие программы философии математики неологизма.

Четвертый параграф «Перспективы развития философии математики неологизма» посвящен подведению выводов о перспективах построения программы неологизма. Указывается на наличие других проблем (определения статуса логики второго порядка, теоретическая инвариантность, проблема применимости и др.). Попытки решения этих и указанных выше проблем пока не привели к желаемым результатам. Отмечается, что неологизм породил целый ряд интересных технических и философских вопросов. В качестве вывода параграфа и второй главы в целом отмечается, что пристальное внимание к вопросам, рассматриваемым в контексте изучения философии математики неологизма, вполне может стать предпосылкой для достижения прогресса относительно базовых вопросов философии математики.

В третьей главе «Принцип Юма и его роль в проекте неологизма» исследуется статус принципа Юма в контексте дискуссии по этому вопросу Дж. Булоса и К. Райта: является ли он аналитическим и может ли претендовать на истинность.

В первом параграфе «Онтологическая проблема» рассматривается вопрос, поднимаемый Дж. Булосом: как можно считать аналитическим принцип, который влечет за собой существование действительно бесконечно многих объектов? В параграфе показано, что отвечая на этот вопрос, К. Райт подвергает пересмотру классическое понятие аналитичности. Стратегия заключается в том, чтобы продемонстрировать, что выведение существования чисел из принципа Юма подвергает сомнению не аналитичность принципа Юма, но традиционную позицию, согласно которой экзистенциальные утверждения не могут быть истинными аналитически. Еще одна линия защиты аналитичности принципа Юма заключается в том, что К. Райт показывает, что можно аналитически установить существование каждого из конечных чисел (а не бесконечного числа конечных чисел).

Во втором параграфе «Эпистемологическая проблема» анализируется проблема, касающаяся согласованности теории чисел, которая выводится из

принципа Юма. Формулируемая Дж. Булосом проблема исходит из беспокойства о том, что в будущем в построенной неологизмом арифметике – т.н. арифметике Фреге – могут быть обнаружены противоречия, схожие с парадоксом Рассела в теории самого Г. Фреге. Перспективность ответа на этот вопрос в параграфе связывается с обращением к успешности практики использования арифметики: совместный накопленный опыт всего математического сообщества почти за один век использования арифметики второго порядка без обнаружения каких-либо несоответствий и успешность этого использования предлагается считать более важным, чем отсутствие доказательства согласованности типа Гентцена для арифметики второго порядка.

Третий параграф «Проблема универсального числа» посвящен анализу ответа К. Райта на вопрос Дж. Булоса о несогласованности принципа Юма с теорией множеств Цермело-Френкеля как сильного основания для сомнения в истинности принципа Юма. Принцип построения числового ряда на основании принципа Юма приводит к образованию универсального числа, анти-нуля – числа абсолютно всего, что есть. В теории множеств Цермело-Френкеля было показано, что кардинального числа, которое является числом всех множеств, не существует. Соответственно, арифметика Г. Фреге не согласуется с теорией множеств. В параграфе формулируется, что ответ на критику такого рода может быть дан в разных направлениях. Во-первых, перекрестная идентификация референтов терминов арифметики Г. Фреге и терминов в теории множеств Цермело-Френкеля не установлена, и не показано, что число анти-нуль является множеством, значит, несогласованности теорий нет. Во-вторых, в неологизме критикуется положение о том, что должны быть определенные числа, связанные с таким «опасно большим» понятием, как анти-нуль, и предлагается обратиться к понятию бесконечной расширяемости, согласно которой фундаментальные классические математические области, такие как натуральные или действительные числа, должны рассматриваться как бесконечно расширяемые. Дополнение любой определяемой конечной концепции, по-видимому, всегда является бесконечно расширяемой совокупностью и не приводит к существованию анти-нуля.

В четвертом параграфе «Проблема избыточного содержания» рассматривается вопрос, адресуемый неологизму: какое основание существует для принятия принципа, который должен служить основой для арифметики, но имеет так много избыточного содержания, выходящего за рамки арифметики? Критика использования принципа Юма заключается в том, что, даже если он мыслится как «определение» или «введение» или «пояснение» понятия числа и численности, концептуальные ресурсы, необходимые для признания согласованности этого понятия, значительно превышают концептуальные ресурсы, используемые в арифметических рассуждениях. Принятие принципа Юма предполагает владение слишком большой системой знаний и соответствующим понятийным аппаратом, что не упрощает «схватывание» чисел (как предполагается), но, наоборот, усложняет.

Ответ К. Райта на этот вид критики заключается в аргументации, что требование установления запрета на наличие концептуального избытка аксиом над теорией не является достаточно обоснованным и необходимым.

В пятом параграфе «Значение понятия «аналитичность» и статус принципа Юма» анализируется терминологический спор вокруг понятия аналитичности в контексте проблемы определения статуса принципа Юма. Основная идея параграфа заключается в том, что при замене традиционного понимания термина «аналитический», используемого Дж. Булосом, на более адаптированный к современности вариант, проблематичность аналитического статуса принципа Юма теряет свою актуальность. Необходимость замены традиционного понятия «аналитический» демонстрируется тем, что имеются и другие примеры, кроме самого принципа Юма, когда математические аксиомы не являются аналитическими. Кроме того, критерий аналитичности зависит от определения логики, используемой в качестве основы теории.

Делается вывод о том, что вопрос определения статуса принципа Юма трансформируется с развитием философии. Так, сам Г. Фреге отвергает его, потому что он является слишком «слабым» для обоснования математики (т. к не является эксплицитным определением числа). Современные исследователи, напротив, полагают, что принцип Юма является слишком сильным, т.к. он приводит к слишком большим онтологическим последствиям. Вопрос о том, подходит ли принцип Юма для основополагающего использования, и какое понятие аналитичности подходит для дальнейшего развития основ математики остается открытым и требует значительных усилий со стороны неологистов, чтобы сформулировать и обосновать новое понятие аналитичности. Вместе с тем, несмотря на то, каким будет ответ на вопрос об аналитичности принципа Юма, утверждение, что он является неотъемлемой частью понимания числа, может быть истинным.

В четвертой главе «Преемственность логицизма и неологицизма» обсуждается идея преемственности между философией математики Г. Фреге и неологицизмом. Анализируется то, как неологицизм в своем проекте решает задачи самого Г. Фреге в контексте вопроса о том, насколько в действительности задачи этих двух философско-математических проектов совпадают.

В первом параграфе «Задачи логицизма Г. Фреге и их решение в рамках проекта неологицизма» сопоставляется проект неологицизма с изначальной задумкой Г. Фреге. Обозначаются критерии, которые предлагается использовать для «измерения» программы неологицизма. «Мерными палочками» являются задачи самого Г. Фреге, мотивы, которые привели его к разработке логицизма (выделяются математические, логико-картезианские, эпистемологические и Евклидовы причины). То, насколько проект неологицизма решает поставленные в этих направлениях задачи, позволяет оценить преемственность двух проектов.

Обосновывается, что математические задачи Г. Фреге (заклучавшиеся в том, что он хотел доказать некоторые теоремы арифметики и верил, что все, что

допускает доказывания, должно быть доказано), решаются в неологицизме (однако, под вопросом оказывается то, является ли доказанная в неологицизме арифметика обычной арифметикой, используемой на протяжении столетий человечеством). Что касается т.н. логико-картезианских причин, которые побудили Г. Фреге усовершенствовать арифметическое знание и вывести его на основе одной только логики, которое будет, обладать абсолютной самоочевидностью, определенностью и ясностью, то в неологицизме реализация этой задачи сталкивается с серьезной критикой. Так, под сомнение ставится тезис о том, что сам принцип Юма обладает достаточной степенью ясности и очевидности, чтобы сообщить такой статус арифметике, которая устанавливается на его основе. Кроме того, принцип Юма имеет некоторое содержание, которое выходит за рамки натуральных чисел и их приложений, что не позволяет оценить выводимые арифметические истины как самоочевидные. В параграфе аргументируется, что эпистемологические причины, в силу которых Г. Фреге хотел понять философский статус нашего арифметические знания, т. е. определить, является ли арифметика аналитической или синтетической, априорной или апостериорной, являются движущей силой проекта неологицизма. Их реализация зависит от достижения в неологицизме таких задач, как установление особого эпистемологического статуса арифметики: объяснение эпистемического источника основных предложений арифметики; доказательство наличия этого статуса у принципа Юма; обоснование, что выводы Теоремы Фреге действительно являются утверждениями основных предложений арифметики, т. е. показать, что субъект не был изменен. Выполнение этих задач признается в параграфе проблематичным. Т.н. Евклидовы причины, стремление Г. Фреге доказать наличие у примитивных истин математики двух свойств: *selbstverstandlich* (т.е. что истины являются надежными, пока не основаны на какой-либо другой истине, и, как таковые, не нуждаются в доказательстве) и самоочевидности (их ясное схватывание является достаточным и убедительным основанием для признания их истинности) предполагают обоснование наличия этих свойств у самого принципа Юма. Аргументация неологицизма в этом направлении встречает серьезное сопротивление.

В конце параграфа делается вывод о том, что рассмотренные задачи проекта Г. Фреге касаются и проекта неологицизма. Особенности использования методов неологицизма несколько трансформирует эти задачи, кроме того, приводят к новым проблемам в решении этих задач. Несмотря на специфический подход неологицизма, он является проектом с теми же исходными задачами, что и логицизм Г. Фреге.

Во втором параграфе «Логичизм и неологицизм: сущность программ обоснования математики» логицизм Г. Фреге трактуется как несовместимый с узким эпистемологическим прочтением его теории, а также представлен критический анализ неофрегеанства. Выделяются два способа интерпретации проектов – логико-семантическая или эпистемологическая. Рассмотрение проекта как эпистемологического предполагает, что в нем доказательство

предложений арифметики необходимо для определения эпистемологического источника нашего арифметического знания. Логико-семантическая интерпретация проекта предполагает, что в нем тематизируется поиск самого логического обоснования математики. В параграфе анализируется позиция М. Тробок, согласно которой проект Г. Фреге не имеет эпистемологической составляющей. Основная цель построения логицизма Г. Фреге была именно в сведении математики к логике, но не поиск эпистемологических оснований принятия математической теории. Задача состоит только в сведении арифметики, т. е. в определении основных арифметических терминов, таких как числа, в логических терминах и не имеет эпистемологической коннотации. Такие понятия, как аналитичность, основание, оправдание, принцип Юма и др. также трактуются как не-эпистемологические (что идет вразрез с традиционным современным пониманием этих терминов). Напротив, программа неологицизма интерпретируется именно как эпистемологический проект, целью которого является определение источника математического знания. В неологицизме доказывается, что знание фундаментальных законов арифметики имеют априорный характер и основывается на принципе Юма. В параграфе анализируется критика такой позиции, отвергающая допустимость использования принципа Юма для достижения указанной задачи (согласно представленной позиции, принцип Юма не дает причины рассматривать математические знания априорными и аналитическими). В связи с этим делается вывод, что конечный результат неологицизма не приводит к выполнению цели Г. Фреге: доказательству аналитичности арифметики, и, следовательно, определению основ математики прочными в силу того, что они основаны на логике. Перспективы развития неологицизма связываются с идеей представления принципа Юма в манере имплицитных определений Д. Гильберта. Однако, такой подход будет далек от логицизма, его целей и исходных положений.

В третьем параграфе «Неологицизм – не логицизм?» подводится итог анализа интерпретации логицизма и неологицизма в контексте их преимущества. Анализ причин, предположительно мотивировавших Г. Фреге на создание логицизма, приводит к выводу, что неологицисты действительно пытаются решить поставленные Г. Фреге задачи. Однако, и постановка этих задач, и предлагаемые решения отходят от первоначальной задумки Г. Фреге. Кроме того, неологицизм сталкивается с рядом трудностей, и предлагаемое ими решение этих трудностей далеко от удовлетворительного. Развитие неологицизма в связи с решением поставленных Г. Фреге задач уводит этот проект далеко от программы логицизма. Общий вывод, который обосновывается в параграфе, таков: в проектах логицизма и неологицизма ставятся сходные задачи и используется схожая методология (использование принципов абстракции), однако, сама суть проектов отличается. Несмотря на то, что разработка неологицизма получает свое развитие из идей логицизма Г. Фреге, принимаемые в неологицизме установки и используемая методология не только не могла бы быть принята самим Г. Фреге, но и критиковалась им.

В **Заключении** диссертации резюмируется вклад Г. Фреге в философию математики и необходимость дальнейшего исследования программы логицизма, указываются возможные перспективы пересмотра его идей. Вывод, полученный в результате анализа неологицизма, заключается в том, что в рамках проекта неологицизма К. Райта достигается существенный математический результат: доказывается Теорема Фреге, согласно которой аксиомы второго порядка Пеано можно вывести в логике второго порядка из принципа Юма. Вместе с тем, успех неологицизма во многом зависит от принятия допущений, которые пока что не получили должного обоснования. Это обстоятельство во многом осложняет перспективность неологицизма. Что касается преемственности логицизма и неологицизма, то общая идея, доказываемая в диссертации, такова: К. Райт и Б. Хейл, предлагая действительно работающее решение многих поставленных Г. Фреге задач, все же идут по пути, отличному от пути логицизма Г. Фреге. Специфика используемых в неологицизме ресурсов не позволяет интерпретировать их в качестве методологии логицизма.

Подводятся общие итоги исследования, формулируются выводы и намечаются перспективы дальнейших исследований в рамках данной тематики.

Основные положения диссертации отражены в следующих публикациях автора (12 публикаций общим объемом 3,3 а.л.).

Статьи в журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук:

1. **Олейник П. И.** Понятия о числах в логицизме Фреге и нео-логицизме Райта и Хейла / П. И. Олейник // Исторические, философские, политические и юридические науки, культурология и искусствоведение. Вопросы теории и практики. – 2015. – № 11 (61), ч. 3. – С. 111–113. – 0,3 а.л.

2. **Олейник П. И.** «Измерение» неологицизма: математический аспект / П. И. Олейник // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. – 2016. – № 2 (34). – С. 164–170. – DOI: 10.17223/1998863X/34/19. – 0,4 а.л.

Web of Science: **Oleinik P. I.** «The measure» of neo-logicism: mathematical aspect / P. I. Oleinik // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University journal of Philosophy Sociology and Political Science. – 2016. – Vol. 34, № 2. – P. 164–170.

3. **Олейник П. И.** Стипулятивный характер принципа Юма / П. И. Олейник // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. – 2017. – № 40. – С. 81–88. – DOI: 10.17223/1998863X/40/8. – 0,4 а.л.

Web of Science: **Oleinik P. I.** Stipulative character of hume's principle / P. I. Oleinik // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya.

Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University journal of Philosophy Sociology and Political Science. – 2017. – № 40. – P. 81–88.

4. **Олейник П. И.** Шотландский нео-логицизм: проблема «плохой компании» / П. И. Олейник // Историческая и социально-образовательная мысль. – 2015. – Т. 7, № 7, ч. 2. – С. 147–150. – DOI: 10.17748/2075-9908-2015-7-7/2-147-150. – 0,4 а.л.

Статьи в сборниках научных трудов:

5. **Олейник П. И.** Проект нео-логицизма К. Райта и Б. Хейла в философии математики / П. И. Олейник // Проблемы современной науки : сборник научных трудов. – Ставрополь: Логос, 2015. – Вып. 17. – С. 208–215. – 0,3 а.л.

6. **Олейник П. И.** Методология фрегеанского логицизма / П. И. Олейник // Наука. Технологии. Инновации : сборник научных трудов. – Новосибирск, 2016. – Ч. 8. – С. 50–52. – 0,3 а.л.

Публикации в сборниках материалов конференций:

7. **Олейник П. И.** Перспективы развития логицизма фрегеанского типа / П. И. Олейник // 52-я Международная научная студенческая конференция (МНСК-2014). Философия : материалы конференции. Новосибирск, 11–18 апреля 2014 г. – Новосибирск, 2014. – С. 16–17. – 0,1 а.л.

8. **Олейник П. И.** Неологицизм как программа обоснования математики / П. И. Олейник // Наука и образование : материалы XVIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых; IV Всероссийский фестиваль науки. Томск, 21–25 апреля 2014 г. – Томск, 2014. – Т. IV. – С. 148–151. – 0,2 а.л.

9. **Олейник П. И.** Вклад Г. Фреге в логицистское обоснование математики / П. И. Олейник // Наука. Технологии. Инновации : материалы всероссийской научной конференции молодых ученых. Новосибирск, 02–06 декабря 2014 г. – Новосибирск, 2014. – Ч. 9, т. 1. – С. 142–146. – 0,2 а.л.

10. **Олейник П. И.** Вклад Г. Фреге в философию математики XX века / П. И. Олейник // Направления модернизации современного инновационного общества: экономика, социология, философия, политика, право : материалы международной научно-практической конференции. Новосибирск – Армавир – Саратов, 26 декабря 2014 г. – Саратов, 2015. – Ч. 2. – С. 149–152. – 0,2 а.л.

11. **Олейник П. И.** Возможные пути развития программы неологицизма в философии математики / П. И. Олейник // Общество и цивилизация: Тенденции и перспективы развития в XXI веке : сборник статей по материалам международной научно-практической конференции. Воронеж, 29 января 2015 г. – Воронеж, 2015. – Т. 1. – С. 42–46. – 0,2 а.л.

12. **Олейник П. И.** Принцип Юма в нео-логицизме К. Райта и Б. Хейла / П. И. Олейник // Наука и образование : материалы XX Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых; VI Всероссийский фестиваль науки. Томск, 18–22 апреля 2016 г. – Томск, 2016. – С. 272–276. – 0,3 а.л.

Издание подготовлено в авторской редакции.
Отпечатано на участке цифровой печати
Издательского Дома Томского государственного университета
Заказ № 3446 от 24.10.2018 г. Тираж 100 экз.
г. Томск Московский тр. 8 тел. 53-15-28