КОНФЕРЕНЦИЯ B

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

ПОТЕНЦИАЛЫ ДЕБАЯ ДЛЯ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

Н.С. Панамарев[1], В.А. Донченко[1,2], Ал.А. Землянов[1,3], И.В. Самохвалов[1], Д.В. Апексимов[3], А.Н. Панамарёва[4], А.В. Трифонова[1]

[1]Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск, Россия

[2]Сибирский физико-технический институт, Томский государственный университет, г. Томск, Россия

[3]Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, г. Томск, Россия

[4]Национальный исследовательский политехнический университет, г. Томск, Россия

n.panamarev@mail.ru, don@spti.tsu.ru, zeml16@mil.ru, lidar@mail.tsu.ru, apeximov@iao.ru, mir-annie@ya.ru

Ключевые слова: скалярные потенциалы, неоднородные среды, нанокомпозиты.

Аннотация: Представлены результаты решения методом теории возмущений уравнения Гельмгольца в сферической системе координат для потенциалов Дебая для слабо неоднородных сред на основе металлических наночастиц и диэлектрической матрицы. При этом диэлектрическая функция композита меняется в пространстве в радиальном направлении.

Введение

Оптические свойства композитных сред определяются свойствами и относительной концентрацией используемых материалов, а также геометрией и характером распределения компонент по объему композита. Особый интерес как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения представляют гетерогенные композиты, выполненные в виде диэлектрической матрицы с металлическими включениями. Этот интерес обусловлен свойствами и методами управления поверхностными плазмон-поляритонами, возможностью обширного применения этого явления как при моделировании и решении ряда задач современной нанооптики, так и для последующего проектирования оптоэлектронных устройств на поверхностных плазмонах. Уникальные свойства поверхностных плазмонов позволяют описывать это явление как одно из перспективнейших направлений развития нанооптики.

Теория

Если некоторая задача, поставленная для уравнений Максвелла, допускает суперпозицию решений электрического типа (при которых $E_l \neq 0,\ H_l = 0$) и решений магнитного типа (при которых $E_l = 0,\ H_l \neq 0$), то для отыскания каждого из них достаточно найти одну скалярную функцию – потенциал Дебая [1-4].

Уравнения Гельмгольца для потенциалов Дебая (*u*, *v*) в сферической системе координат $\theta,\ \varphi,\ r$ имеют вид (как для *u*, так и для *v*)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial \theta}\left[\sin(\theta)\frac{\partial u}{\partial \theta}\right] + \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + k^2 u = 0. \tag{1}$$

$k^2 = k_0^2 \varepsilon\mu,\ \mu \equiv 1,\ \varepsilon = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2,\ \varepsilon_2 \leq \varepsilon_1$ и допускают разделение переменных

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m^2\Phi = 0, \tag{2.1}$$

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{dP}{d\theta}\right) + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2\theta}\right]P = 0, \tag{2.2}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dw}{dr}\right) + \left[k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2}\right]w = 0. \tag{2.3}$$

Таким образом, решение уравнения (1) имеет вид $u = R(r)P_{mn}(\cos\theta)e^{im\varphi}$, где P_{mn} – полиномы Лежандра. Решением уравнения (2.3) при постоянном k будет пара любых линейно независимых сферических функций Бесселя.

Уравнение Гельмгольца допускает разделение переменных и в случае, если $k = k(r)$, то есть если свойства среды меняются в радиальном направлении. В [1] рассмотрено большое число случаев, когда линейное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами интегрируется в хорошо изученных функциях: алгебраических, тригонометрических, бесселевых, Лежандра и т. п.

Пусть

$$k^2 = k_1^2\left[1 + mf(r)\right], \tag{3}$$

причем $f(r)$ – ограниченная функция координат, *m* – малый параметр.

Уравнение (2.3) с учетом (3) можно переписать в виде

$$\frac{d^2w}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dw}{dr} + \left[k_1^2 - \frac{n(n+1)}{r^2}\right]w + k_1^2 mwf(r) = 0 \tag{4}$$

Будем искать решение уравнения (4) в виде

$$w = w_1 + mw_2. \tag{5}$$

Подставив (5) в (4) и группируя члены при одинаковых степенях *m*, получим систему уравнений

$$\frac{d^2w_1}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dw_1}{dr}+\left[k_1^2-\frac{n(n+1)}{r^2}\right]w_1=0 \tag{6}$$

$$\frac{d^2w_2}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dw_2}{dr}+\left[k_1^2-\frac{n(n+1)}{r^2}\right]w_2=-k_1^2w_1f(r) \tag{7}$$

Линейно независимые решения (6) выражаются сферическими функциями Бесселя первого и второго родов вида

$$j_n(k_1r)=\sqrt{\frac{\pi}{2k_1r}}J_{n+1/2}(k_1r) \text{ и } y_n(k_1r)=\sqrt{\frac{\pi}{2k_1r}}Y_{n+1/2}(k_1r). \tag{8}$$

Подставив (8) в (7), находим

$$w_2=Aw_1\int\left[r^{-2}w_1^{-2}\int fw_1^2r^{-2}dx\right]dx+Bw_1. \tag{9}$$

Таким образом, в случае слабой ($m \ll 1$) модуляции диэлектрической проницаемости среды потенциалы Дебая имеют вид

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}=\left[Aw_1\int\left[r^{-2}w_1^{-2}\int fw_1^2r^{-2}dx\right]dx+Bw_1\right]P_{mn}(\cos\theta)e^{im\varphi}. \tag{10}$$

Для расчета оптических характеристик указанных сред применена модель эффективной среды и использовалось приближение Клаузиуса-Моссотти в соответствии с методикой предложенной авторами [2-3]. Следуя этим авторам, эффективная диэлектрическая проницаемость гетерогенной среды определяется выражением:

$$\varepsilon_{eff}(r)=\frac{\varepsilon_b(\varepsilon_m+2)+2f(\varepsilon_m-\varepsilon_b)}{(\varepsilon_m+2)-f(\varepsilon_m-\varepsilon_b)}. \tag{11}$$

Здесь ε_b – диэлектрическая функция материала дисперсной фазы; ε_m – диэлектрическая функция среды, в которой взвешены наночастицы металлов; $f=f(r)$ – объемная доля (фактор заполнения) металлических наночастиц. Предполагая, что поглощение гетерогенной среды определяется исключительно поглощением в частицах дисперсной фазы, выделим из (11) действительную ε'_{eff} и мнимую ε''_{eff} части. Далее, задавая закон изменения действительной части диэлектрической проницаемости $\varepsilon'_{eff}=\varepsilon'_{eff}(r)$ находим зависимость фактора заполнения $f=f(\varepsilon'_{eff})=f(r)$

$$f=\frac{\varphi_2-\sqrt{\varphi_2^{\,2}-4\varphi_1\varphi_3}}{2\varphi_1}, \tag{12}$$

где $\varphi_1 = \varepsilon'_{eff} + 2$, $\varphi_2 = 2\left(\varepsilon'_{eff} + 1\right)\mathrm{Re}\left(\frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m}\right) - \mathrm{Re}\left(\varepsilon_m \frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m}\right)$,

$$\varphi_3 = \varepsilon'_{eff}\left|\frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m}\right|^2 - \mathrm{Re}\left(\frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m}\right)\mathrm{Re}\left(\varepsilon_m \frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m}\right) - \mathrm{Im}\left(\frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m}\right)\mathrm{Im}\left(\varepsilon_m \frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m}\right).$$

При этом мнимая часть диэлектрической проницаемости среды имеет вид

$$\varepsilon''_{eff} = \frac{\mathrm{Re}\left(\frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m} - f\right)\mathrm{Im}\left(\varepsilon_m \frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m}\right) - \mathrm{Re}\left(2f + \varepsilon_m \frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m}\right)\mathrm{Im}\left(\frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m}\right)}{\mathrm{Re}^2\left(\frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m} - f\right) + \mathrm{Im}^2\left(\frac{\varepsilon_b + 2}{\varepsilon_b - \varepsilon_m}\right)}.$$

Заключение

В настоящей работе представлены результаты решения уравнения Гельмгольца для потенциалов Дебая в сферической системе координат в структурах, содержащих среды со слабо изменяющейся диэлектрической функцией. Показано, что при малой амплитуде модуляции диэлектрической проницаемости описанная процедура решения соответствует борновскому приближению. Это приближение основано на разложении поля по степеням малого параметра.

Результаты данной работы могут быть полезны в плане формирования дисперсных структур с заданными оптическими свойствами. Такие структуры могут быть также использованы при разработке биосенсоров и других устройств, в частности, оптических фильтров и модуляторов оптического излучения.

Литература

1. *Манжаловский В.П.* К интегрированию некоторых однородных линейных дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами. – Харьков, ХГУ, 1959, 70 с
2. 4. *Ораевский А.Н., Проценко И.Е.* Оптические свойства гетерогенных сред // Квантовая электроника. – 2001. – Т. 31, № 3. – С. 252–246.
3. 5. *Донченко В.А., Землянов Ал.А., Панамарев Н.С., Харенков В.А*. Коэффициент усиления оптического излучения в композите «органический краситель – металлические наночастицы» // Изв. вузов. Физика. – 2010. – № 9/3. – С. 73-74.
4. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической науки, 1979, 384 с.
5. Свешников А. Г., Могилевский И. Е. Математические задачи теории дифракции. — Москва: Физический факультет МГУ, 2010.