

УДК 629.78
DOI 10.17223/19988621/52/7

А.С. Ледков, Р.Г. Соболев

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ С НАДУВНЫМ ШАРОМ- БАЛЛОНОМ ПРИ ВЫВОДЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ОРБИТУ¹

Рассматривается задача вывода космического аппарата на орбиту с помощью вспомогательной тросовой системы, оснащенной стыковочным модулем с надувным баллоном. Изучается возможность перевода системы во вращение за счет действия аэродинамических сил. Разработана математическая модель системы и проведено сравнение движения тросовой системы с надувным баллоном и без него. Определены параметры орбиты космического аппарата после отделения от троса и приведена оценка сэкономленного топлива.

Ключевые слова: *космическая тросовая система, уравнение Лагранжа, вывод груза, фазовый портрет, численное моделирование.*

С начала космической эры и по сей день многоступенчатые ракеты-носители являются единственным средством доставки грузов на орбиту. Основным недостатком этого способа является необходимость тратить топливо на разгон самой ракеты. Поиску путей удешевления операции вывода груза посвящено большое количество научных работ, например, румынское космическое агентство предложило запускать лунный зонд с высотного аэростата [1]. В статье [2] обсуждается проект электромагнитной рельсовой пушки. Оригинальный лазерный двигатель, подпитывающийся от удаленного источника энергии, описан в [3]. Интересным и глубоко проработанным является проект космического лифта [4, 5], текущий уровень развития технологий не позволяет создать космический лифт на Земле, но это возможно на Луне или на Марсе [6]. Весьма перспективной видится возможность использования космических тросовых систем для удешевления транспортных операций в космосе. На основе вращающихся тросовых систем может быть создана система транспортировки грузов с низких околоземных орбит на геостационарную орбиту [7–9]. В работах [10–12] предложен проект использования транспортных тросовых систем регулярного сообщения Земля – Луна. А в работах [13, 14] показана возможность доставки грузов на Марс и обратно, а также на другие планеты Солнечной системы. В проекте космической тросовой системы MXER [15] предполагается совместное использование преимуществ вращающихся и электродинамических систем. Космические тросовые системы могут быть использованы для решения задачи спуска груза с орбиты [16, 17].

В данной статье рассматривается задача вывода космического аппарата (КА) на орбиту с помощью вспомогательной космической тросовой системы. Предполагается, что на низкой околоземной орбите развернута космическая тросовая система, состоящая из спутника с опущенным в верхние слои атмосферы тросом,

¹ Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№15-01-01456).

на конце которого расположен стыковочный модуль. Изначально космическая тросовая система находится в устойчивом положении около местной вертикали. В [18] предлагается закон управления, позволяющий осуществить управляемый выпуск троса для перевода системы в требуемое устойчивое положение. С помощью ракеты-носителя на орбиту выводится КА и совершает стыковку с нижним концом троса. После стыковки на модуле надувается шар-баллон и под действием аэродинамических сил космическая тросовая система переводится во вращательное движение. При достижении КА наивысшей точки происходит его отделение от троса (рис. 1). Описанная схема позволяет снизить стоимости выполнения маневра за счет отказа от использования последней ступени ракеты-носителя.

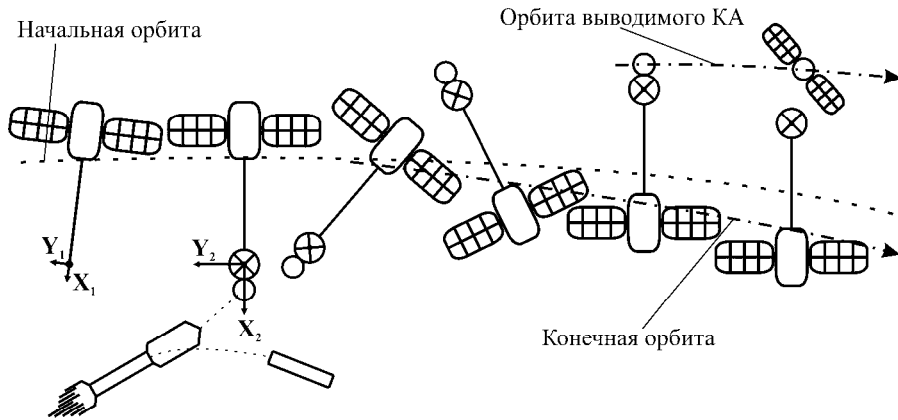


Рис. 1. Схема вывода космического аппарата на орбиту
Fig. 1. Scheme of a spacecraft orbit injection

Целью исследования является изучение возможности перевода системы во вращательное движение за счет использования надувного шара-баллона и действующих на него аэродинамических сил. Для этого будет построена математическая модель, проведено численное моделирование процесса перевода системы во вращение, определены параметры системы. Данная работа является развитием [19]. В отличие от [19] здесь не делается допущения о движении спутника по круговой орбите.

Математическая модель

Рассмотрим плоское движение космической тросовой системы, состоящей из спутника (точка А на рис. 2), груза (точка В) и соединяющего их невесомого упругого троса. Спутник рассматривается как материальная точка массой M , а груз – точка массой m . На груз помимо гравитационной силы действует сила аэродинамического сопротивления. При расчете аэродинамической силы будем считать баллон динамически симметричным шаром с площадью мишени S . Под действием этих сил он совершает колебания около местной вертикали. Движение системы будет полностью описываться системой дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода. За обобщенные координаты примем $q_1 = R$ – расстояние от центра Земли до спутника, $q_2 = \theta$ – угол истинной аномалии, $q_3 = l$ – длина троса, $q_4 = \varphi$ – угол отклонения троса от местной вертикали. Таким образом:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_{q_i}, \quad (1)$$

где $L = T - \Pi$ – лагранжиан системы, T и Π – кинетическая и потенциальная энергия системы соответственно.

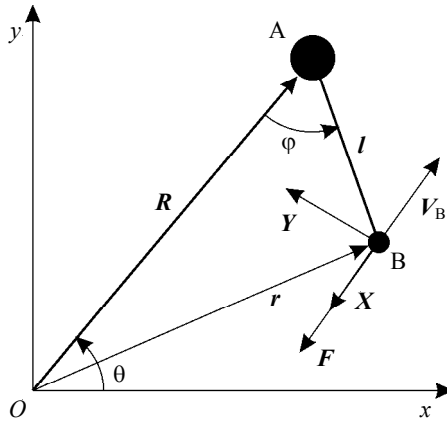


Рис. 2. Исследуемая механическая система
Fig. 2. Mechanical system of interest

Кинетическая энергия запишется как сумма энергий двух материальных точек

$$T = T_M + T_m = \frac{M}{2} V_A^2 + \frac{m}{2} V_B^2, \quad (2)$$

где T_M – кинетическая энергия спутника, T_m – кинетическая энергия груза, а их скорости, соответственно V_A и V_B , в векторном виде запишутся как

$$V_A = \dot{R} + \dot{\theta} \times r, \quad V_B = V_A + \dot{l} + (\dot{\theta} + \dot{\phi}) \times l,$$

где вектор r – расстояние от центра Земли до груза (рис. 2).

Для потенциальной энергии в данном случае имеем сумму из энергий спутника, груза и упругого троса

$$\Pi = \Pi_M + \Pi_m + \Pi_{тр} = -\frac{\mu M}{R} - \frac{\mu m}{|r|} + \frac{c(l-l_0)}{2}, \quad (3)$$

где μ – гравитационная постоянная, l_0 – длина недеформированного троса, c – коэффициент жесткости;

$$c = \frac{ES_t}{l_0},$$

E – модуль Юнга, S_t – площадь поперечного сечения троса.

Непотенциальные обобщенные силы могут быть найдены как [20]

$$Q_{q_i} = \sum_k F_k \cdot \frac{\partial r_k}{\partial q_i}.$$

Здесь сила F есть аэродинамическая сила, действующая на груз и равная векторной сумме силы лобового сопротивления X и подъемной силы Y [21]:

$$F = X + Y, \quad (4)$$

$$X = c_x \frac{\rho V_B^2}{2} S, \quad Y = c_y \frac{\rho V_B^2}{2} S,$$

где c_x, c_y – безразмерные коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы соответственно, ρ – плотность атмосферы. Для шара имеем $c_y = 0$, и обобщенные силы могут быть записаны в виде

$$Q_R = -\frac{c_x \rho S V_B}{2} (V_x \cos \theta + V_y \sin \theta); \quad (5)$$

$$Q_\theta = \frac{c_x \rho S V_B}{2} (V_x (r \sin \theta - l \sin(\varphi + \theta)) - V_y (r \cos \theta - l \cos(\varphi + \theta))); \quad (6)$$

$$Q_l = \frac{c_x \rho S V_B}{2} (V_x \cos(\varphi + \theta) + V_y \sin(\varphi + \theta)); \quad (7)$$

$$Q_\varphi = \frac{c_x \rho S V_B}{2} l (V_x \cos(\varphi + \theta) + V_y \sin(\varphi + \theta)). \quad (8)$$

Здесь проекции скорости точки B расписываются как

$$\begin{aligned} V_x &= -\dot{\theta} R \sin(\theta) + \dot{R} \cos(\theta) - \dot{l} \cos(\varphi + \theta) + (\dot{\varphi} + \dot{\theta}) l \sin(\varphi + \theta), \\ V_y &= \dot{\theta} R \cos(\theta) + \dot{R} \sin(\theta) - \dot{l} \sin(\varphi + \theta) - (\dot{\varphi} + \dot{\theta}) l \cos(\varphi + \theta). \end{aligned}$$

Подставляя (2), (3), (5) – (8) в (1), получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение космической тросовой системы с учетом влияния атмосферы на нижнее тело. Используем эту систему для численного исследования возможности вывода груза на орбиту.

Численное моделирование

В качестве примера рассмотрим космическую тросовую систему со следующими параметрами: масса спутника $M = 6000$ кг, масса груза $m = 250$ кг, длина недеформированного троса $l_0 = 50$ км, модуль Юнга $E = 50$ ГПа, поперечная площадь троса $S = 3.4 \cdot 10^{-6}$ м². Плотность атмосферы ρ будем аппроксимировать экспоненциальной зависимостью

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{r-R_3}{7100}},$$

где ρ_0 – плотность атмосферы на поверхности Земли, R_3 – радиус Земли. Будем считать, что до момента стыковки спутник движется по круговой орбите радиуса $R = 6521$ км.

Предположим, что до момента стыковки космическая тросовая система находилась в стационарном состоянии. Под влиянием гравитационного момента космическая тросовая система стремится принять устойчивое радиальное положение [6]. В нашем же случае, за счет воздействия аэродинамической силы стыковочный модуль будет иметь некоторое отклонение от местной вертикали. Величина отклонения будет зависеть от геометрических размеров и массы стыковочного модуля, а также от длины троса. Так, например, для достаточно короткого троса (или легкого спутника-зонда) аэродинамические эффекты приводят к тому, что равновесная конфигурация, характеризующаяся ориентацией связки в трансверсальном

направлении, становится единственно возможной [22]. Для определения начальных условий приравняем левые части системы (1) нулю. Получим $R^* = const$, $\dot{\theta}^* = \sqrt{\mu R^{*-3}}$, $l^* = const$. Здесь звездочка означает стационарное положение. Величина отклонения φ^* может быть определена из нелинейного уравнения

$$-\frac{1}{2} \frac{\mu}{R^{*3}} l^* c_x \rho S (R^* \cos(\varphi^*) - l^*) \sqrt{(l^{*2} + R^{*2} - 2l^* R^* \cos(\varphi^*))} + m \mu R^* l^* \left(\frac{1}{(l^{*2} + R^{*2} - 2l^* R^* \cos(\varphi^*))^{3/2}} - \frac{1}{R^{*3}} \right) \sin(\varphi^*) = 0.$$

Стационарная длина троса $l^* = 50003.2$ м может быть найдена из условия равенства гравитационной силы, силы упругости и сил инерции, действующих на нижний конец троса. На рис. 3 представлен фазовый портрет, описывающий колебания нижнего конца троса до стыковки. Баллон находится в спущенном состоянии и из рисунка видно, что нижнее тело совершает колебательные движения около стационарного положения $\varphi^* = 0.057$ рад.

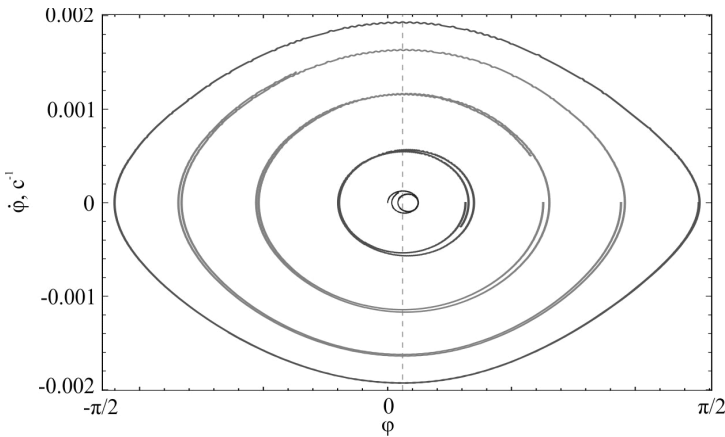


Рис. 3. Фазовый портрет для значения радиуса баллона 0.06 м
Fig. 3. Phase-plane plot for balloon radius of 0.06 m

Расчеты показывают, что на этапе ожидания стыковки, когда система находится в стационарном положении и на нижний конец действует аэродинамическая сила, высота спутника будет уменьшаться примерно на 1,5 км за период обращения системы вокруг Земли. Зависимость высоты космической тросовой системы от времени показана на рис. 4. Для компенсации этого негативного воздействия атмосферы можно использовать, например, электродинамические тросовые системы, как это предлагается в [23].

Предположим, что выводимый КА мягко пристыковался к нижнему концу тросовой системы, то есть скорость КА относительно стыковочного модуля в момент стыковки равнялась нулю. После этого происходит надувание шара-баллона и влияние аэродинамических сил на нижний конец троса значительно возрастает. Проинтегрируем численно (1) и построим фазовый портрет системы после сты-

ковки (рис. 5) для баллонов различного радиуса. Фазовый портрет показывает, что нижний конец троса выходит из зоны колебаний и переходит во вращательное движение. Серые линии соответствуют движению космической тросовой системы без учета влияния аэродинамических сил. В зависимости от радиуса баллона система будет переводиться во вращательное движение за разные временные промежутки и вращаться с разными угловыми скоростями. Для сравнения на фазовую плоскость нанесены фазовые траектории для значений радиуса баллона r_b 0.4, 0.7, 1, 2 и 4 м.

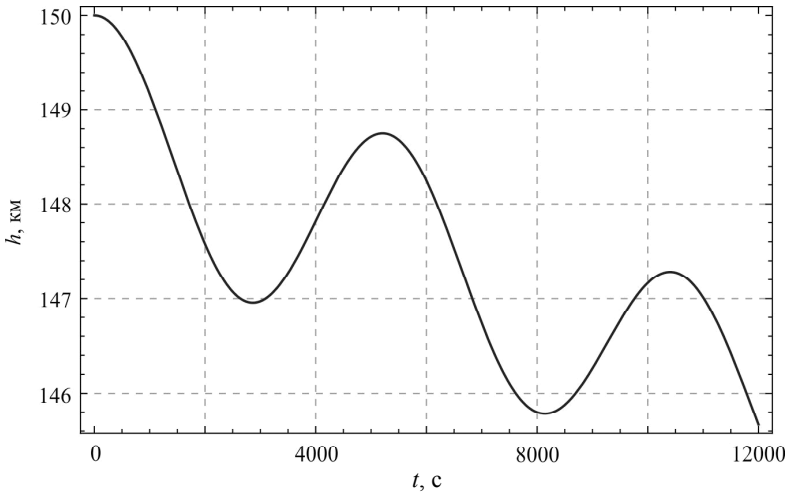


Рис. 4. Изменение высоты в режиме ожидания стыковки
Fig. 4. Altitude variation in a docking standby mode

Из рис. 5 видно, что увеличение площади баллона приводит к уменьшению времени перехода КА в верхнее положение ($\varphi = \pi$) и увеличению скорости $\dot{\varphi}$ в верхнем положении, что будет сказываться на параметрах орбиты груза после отделения от троса. Приведено сравнение характеристик орбит, по которым выводимый КА продолжит свободный орбитальный полет после отделения от троса в точке $\varphi = \pi$. Результаты приведены в табл. 1. Таблица 2 содержит сравнение характеристик орбит спутника после описанного маневра. Как можно заметить из табл. 1, перигей исходной орбиты находится на расстоянии меньше среднего радиуса Земли. Это значит, что выводимый КА без последующей стыковки с тросовой системой упал бы на поверхность Земли. Рис. 6 показывает зависимость высоты спутника при совершении маневра с надутым баллоном, с последующим его сдуванием после отделения космического аппарата от спутника. За начало численного расчета принято стационарное положение системы. Кривые 2–6 рассчитаны для значений радиусов баллона, приведенных в табл. 1 и 2. Жирными точками на рис. 6 отмечены моменты отделения космического аппарата от троса. Пунктирные линии показывают движение спутника после отделения груза в верхней точке и свертывания баллона. Жирные линии соответствуют движению с надутым баллоном. Линия 1 описывает движение спутника на этапе ожидания стыковки и соответствует приведенной на рис. 4 зависимости. Таким образом, использование баллонов большого радиуса более эффективно с точки зрения увели-

чения высоты орбиты КА, но приводит к падению спутника (кривые 2–4). Такая схема может быть использована, когда не требуется сохранять спутник на орбите, например в случае увода с орбиты грузового корабля Прогресс, после того как он выполнил свою основную программу.

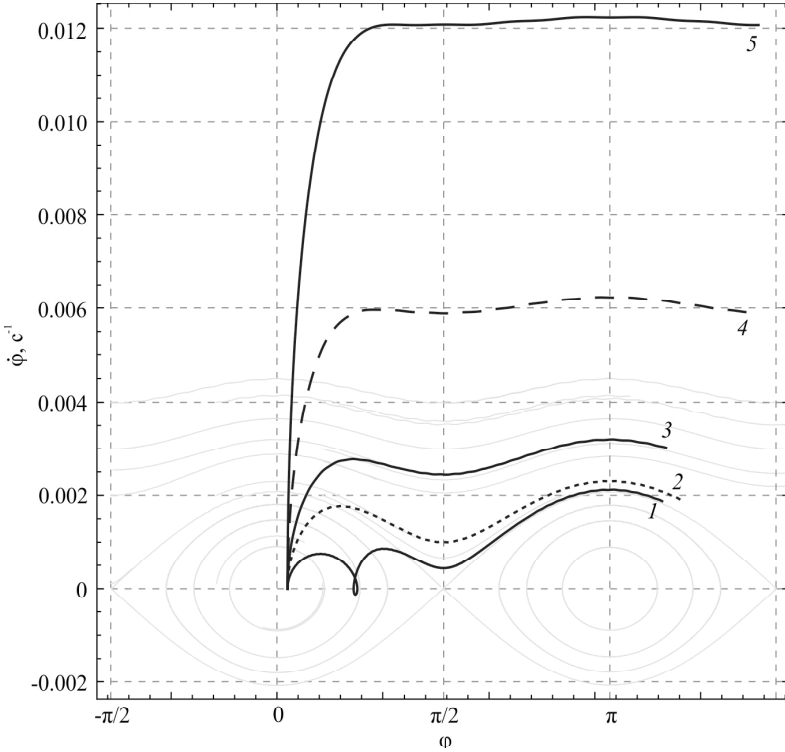


Рис. 5. Фазовые траектории для значений r_b , м: 1 – 0.4, 2 – 0.7, 3 – 1, 4 – 2, 5 – 4. Серые траектории построены при отсутствии аэродинамической силы
Fig. 5. State space trajectory at $r_b = (1) 0.4, (2) 0.7, (3) 1, (4) 2, \text{ and } (5) 4$ m. The trajectories painted in grey indicate the cases without aerodynamic force

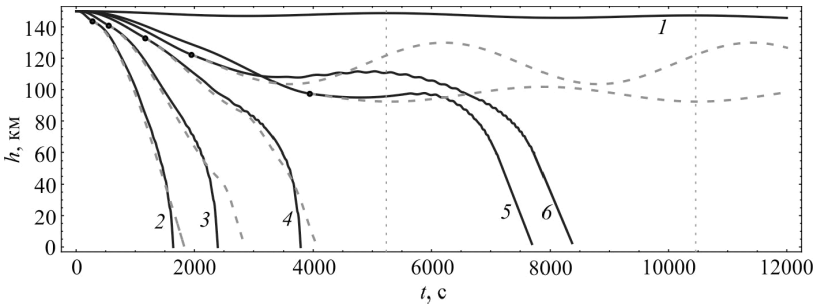


Рис. 6. Зависимость высоты спутника h от времени. 1 – 0.06, 2 – 4, 3 – 2, 4 – 1, 5 – 0.4 и 6 – 0.7 м
Fig. 6. Time dependence of a satellite altitude $h = (1) 0.06, (2) 4, (3) 2, (4) 1, (5) 0.4, \text{ and } (6) 0.7$ m

Таблица 1

Сравнение характеристик орбит космического аппарата

Параметры орбиты	Исходная орбита	$r_b = 0.4$ м	$r_b = 0.7$ м	$r_b = 1$ м	$r_b = 2$ м	$r_b = 4$ м
Эксцентриситет орбиты e	0.0227	0.0498	0.0521	0.0606	0.0972	0.1715
Параметр орбиты p , км	6324.1	6848.4	6882.3	6951.0	7200.2	7690.7
Большая полуось a , км	6327.3	6865.5	6901.1	6976.7	7268.9	7923.8
Малая полуось b , км	6325.7	6856.9	6891.6	6963.8	7234.5	7806.4
Радиус перигея r_π , км	6183.5	6523.4	6541.1	6553.3	6561.8	6564.8
Радиус апогея r_α , км	6471.2	7207.5	7260.8	7400.1	7976.1	9282.2

Таблица 2

Сравнение характеристик орбит спутника

Параметры орбиты	Исходная орбита	$r_b = 0.4$ м	$r_b = 0.7$ м	$r_b = 1$ м	$r_b = 2$ м	$r_b = 4$ м
Эксцентриситет орбиты e	0	0.0016	0.0017	0.0042	0.0081	0.0145
Параметр орбиты p , км	6521.0	6469.6	6488.3	6482.7	6462.1	6421.2
Большая полуось a , км	6521.0	6469.7	6488.4	6482.8	6462.5	6422.5
Малая полуось b , км	6521.0	6469.7	6488.4	6482.7	6462.3	6421.8
Радиус перигея r_π , км	6521.0	6459.6	6477.7	6455.5	6410.3	6329.1
Радиус апогея r_α , км	6521.0	6479.7	6499.1	6510.1	6514.6	6515.9

Оценка экономии топлива

Предположим, что использование космической тросовой системы заменяет схему двухимпульсного перелета. Траектория, по которой происходит перелет между начальной и конечной орбит, называется полуэллипсом Гоманна. Для оптимальной схемы импульсы скорости ΔV прикладываются в апсидальных точках траектории. Суммарное приращение скорости будет состоять из суммы первого и второго импульса [24]. А их величины определяются как разность двух орбитальных скоростей в точке касания этих орбит. В общем случае орбитальная скорость вычисляется по следующей формуле [25]

$$V = \sqrt{\frac{\mu}{p}(1 + e + 2e \cos(\theta))},$$

для апсидальных точек выражение упрощается

$$V_{\pi,\alpha} = \sqrt{\frac{\mu}{p}(1 \pm e)},$$

где индексы π и α соответствуют скоростям КА в точке перигея и апогея. Или если переписать через радиусы перигея r_π и апогея r_α

$$V_{\pi,i} = \sqrt{\frac{2\mu r_{\alpha,i}}{r_{\pi,i}(r_{\pi,i} + r_{\alpha,i})}}, \quad V_{\alpha,i} = \sqrt{\frac{2\mu r_{\pi,i}}{r_{\alpha,i}(r_{\pi,i} + r_{\alpha,i})}},$$

здесь нижний индекс $i = 1, 2, 3$ обозначает номер орбиты. Пусть 1 – исходная орбита, 2 – орбита перелета, 3 – конечная орбита. Вычисляя суммарный импульс и подставляя его в формулу Циолковского [24], получим соотношение для оценки массы топлива, сэкономленного при использовании космической тросовой системы

$$m_T = m_0 \left(1 - \exp \left(- \frac{V_{\pi,2} - V_{\alpha,1} + V_{\alpha,3} - V_{\alpha,2}}{W} \right) \right), \quad (9)$$

где W есть скорость истечения газов из сопла двигателя, для примера возьмем ее равной 500 м/с.

Рассчитаем массу сэкономленного топлива для значений радиусов перигея и апогея исходной и конечной ($r_b = 4$ м) орбиты из таблицы 1. Получаем 224.6 кг. В случае если бы система переводилась во вращение с помощью реактивного двигателя, эквивалентного по эффективности баллону с радиусом 0.7 м, было бы необходимо затратить 62 кг.

Заключение

Рассмотрена задача доставки на орбиту космического аппарата с помощью тросовой системы с надувным баллоном. Для исследования осуществимости описанной схемы вывода с помощью формализма Лагранжа была разработана математическая модель космической тросовой системы, в рамках которой спутник рассматривался как материальная точка, трос – как невесомый упругий стержень, а КА с надувным баллоном – как твердое тело сферической формы. С помощью разработанной модели проведено сравнение движения системы с надувным баллоном и без него. Для разных значений радиуса баллона определены параметры орбиты космического аппарата после отделения от троса. Произведен расчет сэкономленного топлива.

ЛИТЕРАТУРА

1. HAAS Orbital Rocket Launcher (Brochure), ARCASPACE. 2012. DOI: 10.1155/2012/830536.
2. Jones R.M. Electromagnetically launched microspacecraft for space science missions // J. Spacecraft and Rockets. 1989. V. 26. No. 5. P. 338–342.
3. Krier H., GLUMB R.J. Concepts and status of laser-supported rocket propulsion // J. Spacecraft and Rockets. 1984. V. 21. No. 1. P. 70–79. DOI: 10.2514/3.8610.
4. Edwards B.C. Design and deployment of a space elevator // Acta Astronautica. 2000. V. 47. No. 10. P. 735–744.
5. Ледков А.С., Пикалов П.С. Исследование влияния движения подъемника на динамику космического лифта // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. No. 5. P. 206–216. DOI: 10.7463/0514.0710704.
6. Pugno N.M. On the strength of the carbon nanotube-based space elevator cable: from nanomechanics to megamechanics // J. Physics: Condensed Matter. 2006. V. 18. No. 33. P. S1971.
7. Bangham M.E., Lorenzini E.C., Vestal L. Tether Transport System Study. NASA; TP-1998-206959. 1998.
8. Carroll J.A. Preliminary Design of a 1 km/sec Tether transport facility // Final Report on NASA contract NASW-4461. 1991. V. 78.
9. Lorenzini E.C. et al. Mission analysis of spinning systems for transfers from low orbits to geostationary // J. Spacecraft and Rockets. 2000. V. 37. No. 2. P. 165–172.
10. Hoyt R.P. LEO-Lunar Tether Transport System // AIAA Paper 97-2794, 33rd Joint Propulsion Conference. 1997.
11. Hoyt R.P., Forward R.L. Tether Transport from Sub-Earth-Orbit to the Moon... And Back! // 1997 International Space Development Conference, Orlando FL. 1997.
12. Hoyt R.P., Uphoff C. Cislunar tether transport system // J. Spacecraft and Rockets. 2000. V. 37. No. 2. P. 177–186.
13. Hoyt R.P., Forward R.L., Nordley G.D., Uphoff C.W. Rapid Interplanetary Tether Transport // 50th Int. Astronautical Congress, Netherlands, Amsterdam, Oct 1999. Amsterdam, 1999.

14. Nordley G.D., Forward R.L. Mars-earth rapid interplanetary tether transport system: I. Initial feasibility analysis // *J. Propulsion and Power*. 2001. V. 17. No. 3. P. 499–507. DOI: 10.2514/2.5798.
15. Marshall L., Finkenor M. Space tethers // *Aerospace America*. 2004. No. 12. P. 92.
16. Асланов В.С., Ледков А.С., Стратилатов Н.Р. Влияние на вращательное движение КА тросовой системы, предназначенной для доставки груза на землю // *Полет. Общероссийский научно-технический журнал*. 2009. № 1. С. 54–60.
17. Щербаков В.И. Аналитическая модель маневра космической тросовой системы для спуска с орбиты малого КА // *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 2011. № 4-2. С. 367–368.
18. Дон Ч., Заболотнов Ю.М., Ван Ч. Анализ динамики развертываемой космической тросовой системы с атмосферным зондом // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2016. Т. 18. № 4-4.
19. Ледков А.С., Жаринов М.К. Использование надувного баллона в задаче вывода груза на орбиту с помощью тросовой системы // *Интернет-журнал Науковедение*. 2014. № 4 (23).
20. Маркеев А.П. Теоретическая механика: учеб. пособие. Наука, 1990.
21. Краснов Н.Ф. Аэродинамика. 1976.
22. Шахов Е.М. Колебания спутника-зонда, буксируемого на нерастяжимой нити в неоднородной атмосфере // *Прикл. математика и механика*. 1988. Т. 52. № 4. С. 567.
23. Sorensen K. Momentum eXchange Electrodynamic Reboost (MXER) Tether Technology Assessment Group Final Report // NASA/MSFC In-Space Propulsion Technology Office, Huntsville, AL. 2003. V. 4.
24. Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета: учеб. пособие. М.: Наука, 1990.
25. Балк М.Б. Элементы динамики космического полёта. 1965.

Статья поступила 01.07.2017 г.

Ledkov A.S., Sobolev R.G. (2018) MATHEMATICAL SIMULATION OF A TETHERED SATELLITE SYSTEM MOTION WITH AN INFLATABLE SPHERICAL BALLOON DURING A SPACECRAFT ORBIT INJECTION. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 52. pp. 63–74

DOI 10.17223/19988621/52/7

This paper deals with a problem of spacecraft delivery into orbit using a tethered satellite system. Tethered system consists of satellite, elastic tether, and docking module equipped with an inflatable balloon. Spacecraft placed in an orbit makes a soft docking. The balloon is inflated after docking and the system transfers into rotation mode due to aerodynamic forces. When a half-turn has been made, the spacecraft is separated from the docking module. The objective of this paper is to study an applicability of the orbital injection scheme described. The mathematical model is developed using Lagrange equations of the second kind. It takes into account the effect of aerodynamic forces on the inflatable balloon. The numerical simulation of the system motion is implemented. A comparison of mechanical system motion with and without inflatable balloon is performed. The spacecraft orbit parameters are evaluated for different balloon radius. The estimation of unspent jet propellant is exposed.

Keywords: tethered satellite system, Lagrange equations, payload injection, phase-plane plot, numerical simulation.

LEDKOV Alexander Sergeevich (Candidate of Technical Science, Samara National Research University, Samara, Russian Federation). E-mail: ledkov@inbox.ru

SOBOLEV Ruslan Gennad'evich (Samara National Research University, Samara, Russian Federation). E-mail: rus7522@yandex.ru

REFERENCES

1. HAAS Orbital Rocket Launcher (Brochure). *ARCA Space*. DOI:10.1155/2012/830536.
2. Jones R.M. (1989) Electromagnetically launched microspacecraft for space science missions. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 26(5). pp. 338–342. DOI: 10.2514/3.26077.
3. Krier H., Glumb R. (1984) Concepts and status of laser-supported rocket propulsion. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 21(1). pp. 70–79. DOI: 10.2514/3.8610.
4. Edwards B.C. (2000) Design and deployment of a space elevator. *Acta Astronautica*. 47(10). pp. 735–744. DOI: 10.1016/S0094-5765(00)00111-9.
5. Ledkov A.S., Pikalev R.S. (2014) Study of influence of climber motion on the space elevator dynamics. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU imeni N.E. Baumana – Science and Education: Scientific Publication*. 5. pp. 206–216. DOI: 10.7463/0514.0710704.
6. Pugno N.M. (2006) On the strength of the carbon nanotube-based space elevator cable: from nanomechanics to megamechanics. *Journal of Physics: Condensed Matter*. 18(33). DOI: 10.1088/0953-8984/18/33/S14.
7. Bangham M.E., Lorenzini E.C., Vestal L. (1998) Tether Transport System Study. *NASA/TP-1998-206959*.
8. Carroll J.A. (1991) Preliminary Design of a 1 km/sec Tether Transport Facility. *Final Report on NASA contract NASW-4461*.
9. Lorenzini E.C., Cosmo M.L., Kaiser M., Bangham M.E. et al. (2000) Mission analysis of spinning systems for transfers from low orbits to geostationary. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 37(2). pp. 165–172. DOI: 10.2514/2.3562.
10. Hoyt R.P. (1997) LEO-Lunar tether transport system. *AIAA Paper 97-2794, 33rd Joint Propulsion Conference*.
11. Hoyt R.P., Forward R.L. (1997) Tether transport from sub-Earth-orbit to the Moon... And back!. *Int. Space Development Conference*.
12. Hoyt R.P., Uphoff C. (2000) Cislunar tether transport system. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 37(2). pp. 177–186.
13. Hoyt R.P., Forward R.L., Nordley G.D., Uphoff C.W. (1999) Rapid interplanetary tether transport. *50th International Astronautical Congress, Netherlands, Amsterdam*.
14. Nordley G.D., Forward R.L. (2001) Mars-Earth rapid interplanetary tether transport system: I. Initial feasibility analysis. *Journal of Propulsion and Power*. 17(3). pp. 499–507. DOI: 10.2514/2.5798.
15. Marshall L., Finkenor M. (2004) Space tethers. *Aerospace America*. 12. p. 92.
16. Aslanov V.S., Ledkov A.S., Stratilatov N.R. (2009) Vliyanie na vrashchatel'noe dvizhenie KA trossovoy sistemy, prednaznachennoy dlya dostavki gruzha na Zemlyu [Effect of the tether system delivering freights to the Earth on the rotary motion of spacecraft]. *Obscherossiyskiy nauchno-tehnicheskiiy jurnal «Polet» – All-Russian Scientific-Technical Journal "Polyot"*. 1. pp. 54–60.
17. Shcherbakov V.I. (2011) Analytical model of a tethered satellite system maneuver for the descent of a small space vehicle from the orbit. *Vestnik Nizjegorodskogo universiteta N.I. Lobachevskogo – Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*. 4-2. pp. 367–368.
18. Dong Z., Zabolotnov Y.M., Wang C. (2016) Analysis of deployment dynamics of a space tether system with an atmospheric sounder. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN – Academic Journal "Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences"*. 18(4-4). pp. 726–732.
19. Ledkov A.S., Zharinov M.K. (2014) Ispol'zovanie naduvnovo ballona v zadache vyvoda gruzha na orbitu s pomoshch'yu trossovoy sistemy [Application of inflatable balloon in the problem of payload orbit injection by tether satellite system]. *Internet-jurnal Naukovedenie*. 4(23). pp. 1–18.
20. Markeev A.P. (1990) *Teoreticheskaya mekhanika: Uchebnoe posobie* [Theoretical mechanics: a textbook]. Moscow: Nauka.
21. Krasnov N.F. (1976) *Aerodinamika* [Aerodynamics]. Moscow: Visshaya shkola.
22. Shakhov E.M. (1988) Kolebaniya sputnik-zonda, buksiruemogo na nerastyazhimoy niti v neodnorodnoy atmosfere [Oscillations of the satellite-sounder towed on an inextensible cord

- in heterogeneous atmosphere]. *Prikl. Matematika i Mekhanika – Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 52(4). pp. 567–572.
23. Sorensen K. (2003) Momentum Exchange Electrodynamic Reboost (MXER) Tether Technology Assessment Group Final Report. *NASA/MSFC In-Space Propulsion Technology Office*. 4.
 24. Okhotsimskiy D.E., Sikhuralidze Yu.G. (1990) *Osnovy mekhaniki i kosmicheskogo poleta: Uchebnoe posobie* [Fundamentals of mechanics and space flight: a textbook]. Moscow: Nauka.
 25. Balk M.B. (1965) *Elementy dinamiki kosmicheskogo poleta* [Principles of space flight dynamics]. Moscow: Nauka.