

Национальный исследовательский  
Томский государственный университет  
Кемеровский государственный университет  
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН  
Российский университет дружбы народов  
Филиал Кемеровского государственного университета  
в г. Анжеро-Судженске

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ  
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ  
(ИТММ–2016)**

**Материалы XV Международной конференции  
имени А. Ф. Терпугова  
12–16 сентября 2016 г.**

**Часть 1**

Издательство Томского университета

2016

15. Сущенко С. П. Анализ влияния длительности сквозного тайм-аута на операционные характеристики виртуального канала // АВТ. – 1995. – № 4. – С. 43–66.

16. Сущенко С. П. Аналитическая вычислимость сумм произведения показательных и степенных функций // Математическое моделирование и теория вероятностей: сб. науч. трудов ТГУ. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. – С. 253–256.

DOI: 10.17223/9785751124335/37

## **АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СТРУКТУРЫ АБОНЕНТСКОГО ТРАФИКА НА БЫСТРОДЕЙСТВИЕ МУЛЬТИПЛЕКСИРУЮЩЕГО СОЕДИНЕНИЯ**

*П. А. Михеев, С. П. Сущенко*

*Национальный исследовательский Томский государственный университет*

**Введение.** Важнейшими элементами компьютерных сетей являются подсети абонентского доступа, реализуемые с помощью звездообразных маршрутизируемых сетевых фрагментов и технологий построения проводных и беспроводных локальных сетей. Наиболее массовые технологии построения современных проводных локальных сетей (ЛВС) основаны на методе случайного множественного доступа к разделяемой множественным абонентам среде передачи данных [1]. Данный метод обеспечивает простую топологию сети, однако при высоких нагрузках и большом числе абонентов операционные характеристики сети катастрофически ухудшаются [2]. Для повышения реального быстродействия ЛВС используется метод логической структуризации сети, основанный на сегментировании ее с помощью технологии коммутируемого доступа [1]. Кроме повышения производительности ЛВС, логическая структуризация с помощью коммутаторов упрощает управление сетью, увеличивает ее гибкость и повышает безопасность работы с прикладными данными в различных сегментах сети. Техническая реализация коммутаторов допускает схемы построения на основе коммутационной матрицы, разделяемой многовходовой памяти, общей шины и композиции различных архитектур. Различают три режима коммутации протокольных блоков данных: коммутация с промежуточной (полной) буферизацией, сквозная коммутация с буферизацией заголовка кадра до адреса назначения (на лету) и гибридная сквозная коммутация с буферизацией всего заголовка и поля данных кадра минимально разрешенного стандартом размера, обеспечивающая возможность фильтрации конфликтов [1]. Характерно применение коммутационных устройств в качестве концентратора, аккумулирующего трафик от настольных систем к файл-серверам, серверам баз данных и серверам приложений. В задачах синтеза структуры и параметров локальных сетей передачи данных важнейшим является сбалансированный выбор быстродействия каналов к прикладным серверным системам общего назначения, числа абонентов, подключаемых к таким приложениям, и технических параметров комму-

тационных устройств связи. Одним из основных факторов, определяющих операционные характеристики сетевых структур, являются блокировки ограниченной буферной памяти узлов коммутации (на втором уровне сетевой архитектуры) [3] и узлов маршрутизации (на третьем уровне) [4]. Математические модели локальной сети, мультиплексирующей абонентские потоки к сервисным службам, позволяют проводить анализ влияния параметров клиентского трафика на пропускную способность агрегирующих портов коммутатора с ограниченной памятью, расчет объема буферной памяти и исследование стратегий обеспечения качества сервиса, предоставляемого сетевыми службами. Поскольку функционирование компьютерных сетей носит существенно дискретный характер [5–7], в [8, 9] предложено исследование влияния блокировок буферной памяти на быстродействие сетевых фрагментов с помощью СМО с конечным накопителем и дискретным временем. Развитие этих результатов получило в [10], где в терминах СМО с дискретным временем выполнен анализ влияния блокировок буферной памяти транзитного узла на долю обслуженной нагрузки звездообразным сетевым фрагментом с распределением трафика. В данной статье предложена модель звездообразного фрагмента сети с агрегированием трафика и исследуется быстродействие звездообразного маршрутизируемого сетевого фрагмента, в котором каждый из абонентов всегда имеет пакеты для доступа через транзитный маршрутизатор в магистральную сеть.

**Математическая модель агрегирующего звездообразного фрагмента сети.** Рассмотрим фрагмент локальной компьютерной сети, включающий  $M$  клиентов, подключенных к серверу через сетевой узел. Считаем, что к  $M$  однородным по скорости приемопередачи данных портам транзитного узла подключены абоненты, порождающие поток кадров равной длины к серверной платформе, подсоединенной к узлу через  $(M + 1)$ -й порт с быстродействием, в  $S \geq 1$  раз превышающим быстродействие абонентских портов. Полагаем также, что надежность абонентских соединений сетевого узла определяется вероятностями  $F_m, m = \overline{1, M}$ , а надежность серверного соединения – вероятностью  $F$ . При этом все клиентские источники данных независимы и работают синхронно с периодом  $t$ . Длительность этого периода определяется быстродействием портов для подключения абонентов и накладными расходами, связанными с обработкой кадров в транзитном узле. Тогда за время полного цикла передачи кадра  $t$  по абонентским портам в серверный порт может быть отправлено  $0 \leq i \leq S$  кадров. Будем считать, кроме того, что транзитный узел работает в режиме полной промежуточной буферизации и кадр, поступивший в узел в текущем цикле  $t$ , начнет передаваться по выходному (серверному) порту только в следующем цикле. Будем полагать, что на абонентских портах всегда имеются информационные кадры для передачи к серверной платформе. Предположим также, что для хранения кадров в выходной очереди сетевом-

го узла к серверному порту выделен пул буферной памяти объема  $K \geq M$ . Тогда поведение рассматриваемого сетевого фрагмента представимо в виде Марковской системы массового обслуживания (СМО) с дискретным временем, конечным накопителем, неординарным входящим потоком и одним прибором с групповым обслуживанием заявок [11]. Неординарный входящий поток СМО определяется надежностью клиентских соединений с транзитным узлом  $F_m, m = \overline{1, M}$ , а число обслуженных заявок - быстродействием серверного порта  $S$  и надежностью серверного соединения  $F$ . Динамика очереди к выходному каналу связи данной СМО описывается цепью Маркова. Множество возможных состояний цепи Маркова определяется размерами буферной памяти.

Важнейшей характеристикой СМО ограниченной емкости является объем пропущенного (обслуженного) потока или загрузка [12]. В рассматриваемом случае данная операционная характеристика определяется как доля быстродействия серверного соединения, достигаемая в условиях агрегирования трафика от  $M$  клиентов:

$$Z(S, M, K, F, \vec{F}) = F \left( \sum_{k=1}^S kP_k + S \sum_{k=S+1}^K P_k \right),$$

где  $F = \{F_1, \dots, F_M\}$  - вектор значений надежностей соединений абонентов с транзитным узлом  $F_m, m = \overline{1, M}$ , а  $P_k$  - вероятности состояний цепи Маркова. В случае однородных по надежности клиентских каналов связи  $F_m = F_*, m = \overline{1, M}$  объем обслуженного потока будем обозначать как  $Z(S, M, K, F, F_*)$ .

Определим вероятность  $U_j$  поступления в транзитный узел  $j = \overline{0, M}$  пакетов за цикл  $t$  как сумму всех вариантов сочетаний произведения вероятностей  $j$  успешных и  $M - j$  неуспешных передач по абонентским соединениям:

$$U_j = \sum_{k=1}^{C_M^j} \prod_{n \in A(k, j, M)} F_n \prod_{m \in B(k, j, M)} (1 - F_m),$$

где  $C_M^j$  - число сочетаний из  $M$  элементов по  $j$ ,  $A(k, j, M)$  - конкретное ( $k$ -е) сочетание подмножества из  $j$  элементов (индексов) множества, содержащего  $M$  элементов,  $B(k, j, M) = \widehat{M} - A(k, j, M)$  - подмножество, обратное к подмножеству  $A(k, j, M)$ , дополняющее его до множества  $\widehat{M} = [1, M]$ . Тогда переходные вероятности запишутся следующим образом:

$$\pi = \left\{ \begin{array}{l} U_j, i = 0, j = \overline{0, M}; \\ \sum_{n=i-j}^{i-1} C_S^n F^n (1-F)^{S-n} U_{n+j-i} + F^i U_j \sum_{n=0}^{S-i} C_{n+i-1}^{i-1} (1-F)^n, i = \overline{1, S-1}, j = \overline{0, i}; \\ \sum_{n=0}^{i-1} C_S^n F^n (1-F)^{S-n} U_{n+j-i} + F^i U_j \sum_{n=0}^{S-i} C_{n+i-1}^{i-1} (1-F)^n, i = \overline{1, S-1}, j = \overline{i, M}; \\ \sum_{n=0}^{i-(j-M)} C_S^n F^n (1-F)^{S-n} U_{n+j-i}, i = \overline{1, S-1}, j = \overline{M+1, M+i}; \\ \sum_{n=0}^{j-(i-S)} C_S^n F^{S-n} (1-F)^n U_{j-(i-S)-n}, i = \overline{S, K}, j = \overline{i-S, i-1}; \\ \sum_{n=0}^S C_S^n F^n (1-F)^{S-n} U_{j-i+n}, i = \overline{S, K-M+S-1}, j = \overline{i, i+M-S}; \\ \sum_{n=0}^{i-(j-M)} C_S^n F^n (1-F)^{S-n} U_{j-i+n}, i = \overline{S, K-M}, j = \overline{i+M-S, i+M}; \\ \sum_{n=0}^{i-(j-M)} C_S^n F^n (1-F)^{S-n} \left( 1 - \sum_{k=0}^{j-i-1+n} U_k \right), i = \overline{K-M, K-M+S}, j = K. \\ \sum_{n=0}^S C_S^n F^n (1-F)^{S-n} \left( 1 - \sum_{k=0}^{j-i-1+n} U_k \right), i = \overline{K-M+S, K}, j = K. \end{array} \right.$$

**Анализ численных результатов.** На рис. 1, 2 приведены результаты исследования производительности маршрутизатора с быстродействием серверного соединения, вдвое превышающим быстродействие клиентских портов ( $S = 2$ ). Из рис. 1 нетрудно видеть, что пропускная способность в интервале  $F \in \left[ 0, \left( \sum_{m=1}^M F_m \right) / S \right]$  мажорируется прямой  $Z_*(F, \vec{F}) = SF$ , а в интервале  $F \in \left[ \left( \sum_{m=1}^M F_m \right) / S, 1 \right]$ , не превышая значения  $Z_*(F, \vec{F}) = \sum_{m=1}^M F_m$ , ограничивается кривой параболического вида с незначительным минимумом, расположенным примерно в середине отрезка.

Вид кривых на рис. 2 свидетельствует о снижении эффективности использования буферной памяти транзитного узла при  $F > \left( \sum_{m=1}^M F_m \right) / S$ , в силу того, что на этом промежутке входящие каналы перестают обеспечивать быстрое серверное соединение должной нагрузкой. На указанном промежутке значений  $F$  вероятности состояний  $P_i, i = \overline{S, K}$ , которые обес-

печивают полную загрузку исходящего направления, существенно падают, а вероятности состояний  $P_0$ , оставляющие выходящий канал без нагрузки, и вероятности  $P_i, i = \overline{1, S-1}$ , - лишь частично загружающие серверное соединение маршрутизатора, напротив, возрастают. Наибольший прирост пропущенного потока с увеличением емкости буферной памяти наблюдается при выполнении равенства  $\sum_{m=1}^M F_m = SF$ .

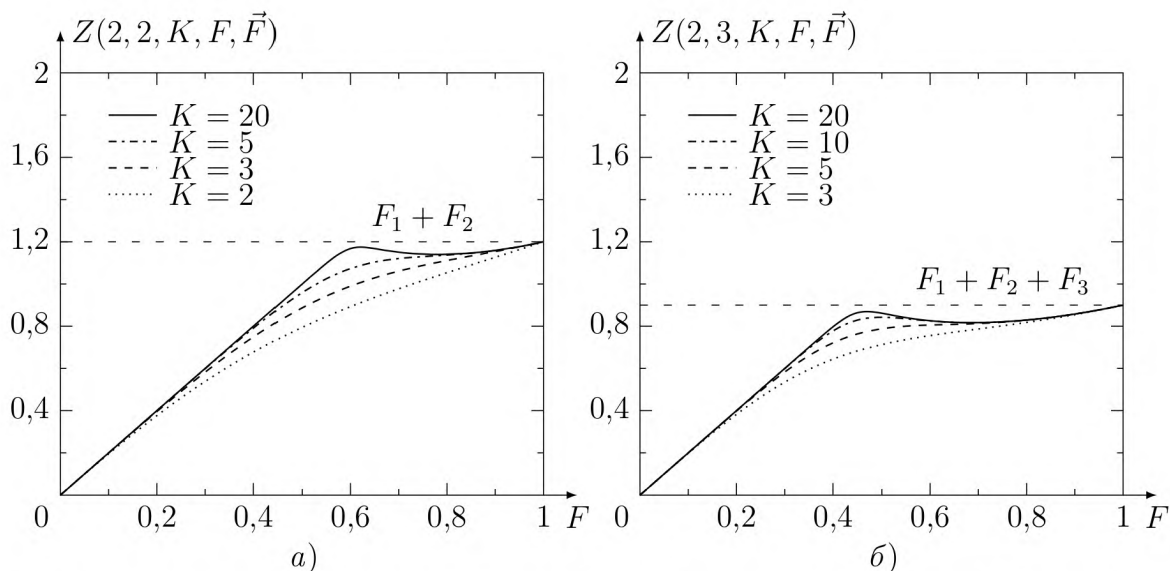


Рис. 1. Сравнительные кривые пропускной способности от достоверности передачи данных в исходящем канале маршрутизатора:  
 а -  $M = 2, F = \{0,7;0,5\}$ ; б -  $M = 3, F = \{0,5;0,3;0,1\}$

На рис. 2 приведены семейства зависимостей пропускной способности от качества серверного соединения при заданном объеме буферного накопителя маршрутизатора и различных значениях  $F_m, m = \overline{1, M}$ , удовлетворяющих условию  $\sum_{m=1}^M F_m = 1$ . Из рисунка нетрудно видеть, что для различных областей изменения достоверности передачи данных в агрегирующем канале наибольшие значения пропускной способности достигаются при существенно различных наборах  $F_m, m = \overline{1, M}$ , с постоянной суммой.

В области  $F \in \left[0, \left(\sum_{m=1}^M F_m\right) / S\right]$  доминирует кривая, соответствующая полярным значениям  $F_m, m = \overline{1, M}$ , а на основной части отрезка  $F \in \left[\left(\sum_{m=1}^M F_m\right) / S, 1\right]$  - однородным значениям:  $F_m = F^*, m = \overline{1, M}$ . Это также объясняется тем, что даже абсолютно надежный канал связи ( $F_n = 1$ ) на

одном из входящих направлений, при абсолютно плохих остальных входящих каналах связи ( $F_m = 0, m = \overline{1, M}, m \neq n$ ), не способен обеспечить полной загрузки исходящего направления с быстродействием  $S \geq 2$  при низком уровне ошибок в канале связи исходящего направления.

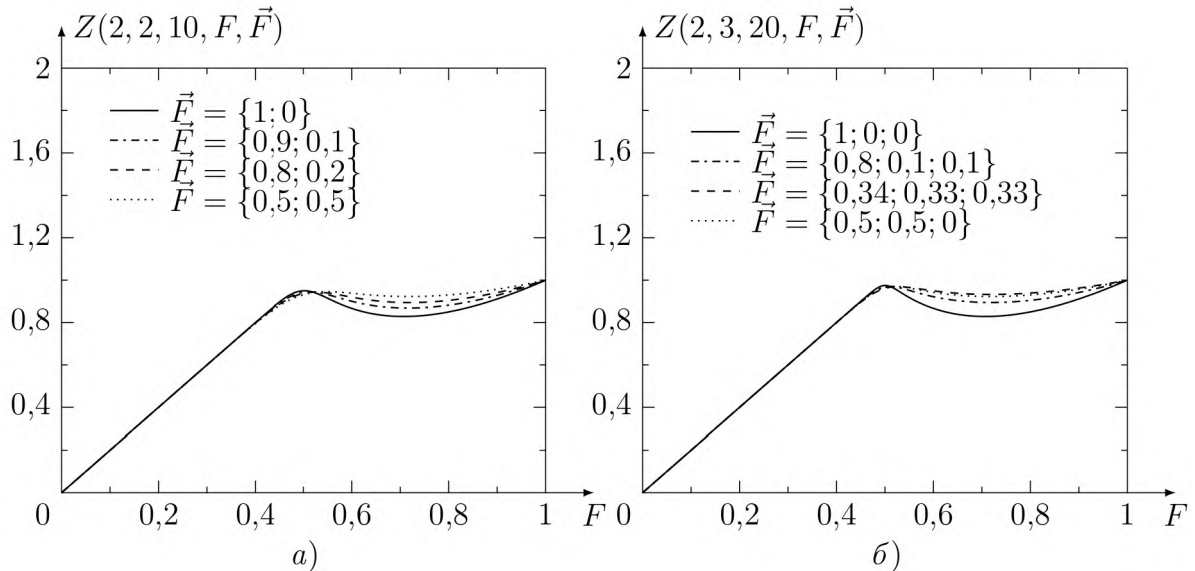


Рис. 2. Пропускная способность от достоверности передачи данных в исходящем канале связи:

а –  $M = 2, K = 10$ ; б –  $M = 3, K = 20$

Исследование агрегирующего маршрутизатора с произвольным быстродействием магистрального канала, числом входящих линий и объемом буферного накопителя в ряде частных случаев показывает, что при абсолютной надежности хотя бы  $S \leq M$  клиентских соединений ( $F_m = 1, m = \overline{1, S}$ ) объем пропущенного потока инвариантен к числу агрегируемых каналов и емкости буферного накопителя и определяется скоростью передачи и качеством выходящего звена переприема данных:  $Z(S, M, K, F, \vec{F}) = SF$ . Очевидно, что при  $F = 1$  пропускную способность будет определять только физическое быстродействие серверного соединения  $S$ .

**Заключение.** В работе предложена модель транзитного узла сети передачи данных, агрегирующего информационные потоки от нескольких источников и направляющего их по одному исходящему направлению. Данная работа является продолжением исследований [13]. Модель маршрутизатора с однородными по скорости обслуживания входящим и исходящим интерфейсами обобщается на случай, когда выходной каналкратно превосходит по быстродействию входящие направления передачи данных. Обнаружено снижение эффективности использования буферной памяти транзитного узла при уровне достоверности передачи в серверном соединении большем, чем сумма достоверностей передачи данных во вхо-

дящих каналах, отнесенная к параметру быстродействия выходящего интерфейса маршрутизатора  $F > \left( \sum_{m=1}^M F_m \right) / S$ , при этом падение производительности ослабевает с ростом однородности клиентских потоков  $F_m = F_*, m = \overline{1, M}$ . Получена мажоранта для оценки обслуженного потока при числе буферов, кратно превышающих количество активных абонентов. Для абсолютно надежного исходящего канала связи  $F = 1$  с интегральным быстродействием  $S$ , совпадающим с числом источников  $M$ , пропускная способность определяется качеством клиентских соединений, инвариантна к емкости буферной памяти  $K > S$  и задается соотношением  $Z(S, M, K, F, \overline{F}) = \sum_{m=1}^S F_m$ .

*Результаты получены в рамках выполнения государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации № 1.511.2014/К.*

#### Литература

1. Олифер В. Г., Олифер Н. А. Компьютерные сети. – СПб.: Питер, 2006. – 958 с.
2. Сущенко С.П. О пропускной способности метода случайного множественного доступа // Автоматика и телемеханика. – 2001. – № 1. – С. 91–102.
3. Froom R., Sivasubramanian B., Frahim E. Implementing Cisco IP Switched Networks (SWITCH) Foundation Learning Guide. – Indianapolis: Cisco Press, 2010.
4. Teare D. Implementing Cisco IP Routing (ROUTE) Foundation Learning Guide. – Indianapolis: Cisco Press, 2010.
5. Богуславский Л. Б. Управление потоками данных в сетях ЭВМ. – М.: Энергоатомиздат, 1984.
6. Ивановский В. Б. О свойствах выходных потоков в дискретных системах массового обслуживания // Автоматика и телемеханика. – 1984. – № 11. – С. 32–39.
7. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. – М.: Мир, 1979.
8. Сущенко С. П. О влиянии блокировок буферной памяти на операционные характеристики звена передачи данных // АВТ. – 1985. – № 6. – С. 27–34.
9. Сущенко С. П. О влиянии блокировок буферной памяти на быстродействие синхронных процедур управления звеном передачи данных // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 10. – С. 115–125.
10. Михеев П. А. Анализ стратегий разделения конечной буферной памяти маршрутизатора между выходными каналами // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 10. – С. 125–138.
11. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. – М.: Машиностроение, 1979.
12. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – М.: Мир, 1984.
13. Михеев П. А., Сущенко С. П. О быстродействии агрегирующего канала звездообразного сетевого фрагмента // Вестник Том. гос. ун-та. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2010. – № 4(13). – С. 97–105.