

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Национальный исследовательский Томский государственный университет
Томский государственный архитектурно-строительный университет
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
Томский национальный исследовательский медицинский центр РАН

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Сборник научных трудов
XIV Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

Том 3. Математика

РОССИЯ, ТОМСК, 25– 28 апреля 2017 г.

PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT

XIV International Conference of students, graduate students
and young scientists

Volume 3. Mathematics

RUSSIA, TOMSK, April 25 – 28, 2017

ТОМСК 2017

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЗАМКНУТОЙ ОБОГРЕВАЕМОЙ ПОЛОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ/ОТСУТСТВИИ ПОРИСТОЙ ВСТАВКИ

М.С. Астанина

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: astanina.marina@bk.ru

ANALYSIS OF CONVECTIVE HEAT TRANSFER IN A HEATED ENCLOSURE WITH/WITHOUT POROUS INSERTION

M.S. Astanina

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: astanina.marina@bk.ru

Abstract. Numerical analysis of natural convection inside a cavity filled with a liquid of variable viscosity in the presence of two local heaters and porous medium has been carried out. Governing equations formulated in dimensionless stream function, vorticity and temperature have been solved by finite difference method. The obtained results illustrating the effects of key parameters on streamlines, isotherms as well as average Nusselt number have been presented.

Моделирование процессов конвективного теплопереноса в различных областях является одной из важнейших задач, определяющих развитие современной промышленности. В настоящее время проводится много исследований подобного рода [1–5]. Особый интерес вызывают процессы, в которых свойства среды (жидкости) зависят от внешних параметров (температура, давление и т.п.), так как имеется много прикладных задач подобного рода, требующих решения.

В данной работе исследуется процесс конвективного теплопереноса в замкнутой пористой полости при наличии двух источников энергии постоянной температуры, расположенных симметрично относительно оси $x = 0.5$. Полость заполнена ньютоновской жидкостью, вязкость которой является экспоненциальной функцией температуры.

Считается, что рабочая среда удовлетворяет приближению Буссинеска, а режим течения и теплопереноса является ламинарным. Верхняя и нижняя стенки области теплоизолированы, а боковые поверхности поддерживаются при постоянной низкой температуре T_c . Температура источников T_h максимальна во всей области. Схема рассматриваемой задачи показана на рис. 1. Для описания гидродинамики внутри пористой среды используется модель Дарси–Бринкмана. Дифференциальные уравнения в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность – температура» имеют следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega, \quad (1)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{u}{\varepsilon^2} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{v}{\varepsilon^2} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 (M\omega)}{\partial x^2} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 (M\omega)}{\partial y^2} - \frac{M\omega}{\text{Da}} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial x} +$$

$$+ 2\sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{u}{2\text{Da}} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{v}{2\text{Da}} \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{\varepsilon} \frac{\partial^2 M}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right). \quad (3)$$

Здесь x, y – безразмерные декартовы координаты; τ – безразмерное время; u, v – безразмерные составляющие скорости в проекции на оси; θ – безразмерная температура; ψ – безразмерная функция тока; ω – безразмерная завихренности скорости; $\text{Pr} = \mu_0 / (\rho a)$ – число Прандтля; $\text{Ra} = g\beta(T_h - T_c)L^3 / (\mu_0 a)$ – число Рэлея; $\text{Da} = K / L^2$ – число Дарси, K – проницаемость среды; ε – пористость среды; $M = \mu / \mu_0 = \exp(-C\theta)$ – безразмерная вязкость. Следует отметить, что в качестве характерного расстояния при обезразмеривании была взята длина полости L , масштаб времени – $\sqrt{L / g\beta(T_h - T_c)}$, масштаб скорости – $\sqrt{g\beta(T_h - T_c)L}$, масштаб завихренности – $\sqrt{g\beta(T_h - T_c) / L}$, масштаб функции тока – $\sqrt{g\beta(T_h - T_c)L^3}$, безразмерная температура θ вводилась следующим образом:

$$\Theta = \frac{T - T_0}{T_h - T_c}.$$

В начальный момент времени предполагалось, что жидкость, заполняющая полость, неподвижна, поэтому $\psi(x, y, 0) = \omega(x, y, 0) = 0$. Начальная температура, вследствие выбранного обезразмеривания, принимала вид $\theta(x, y, 0) = 0$. Граничные условия записывались следующим образом: $\psi = 0, \partial\psi/\partial y = 0, \partial\theta/\partial y = 0$ – на горизонтальных стенках; $\psi = 0, \partial\psi/\partial x = 0, \theta = -1$ – на вертикальных стенках; $\psi = 0, \partial\psi/\partial \bar{n} = 0, \theta = 1$ – на поверхности источников энергии.

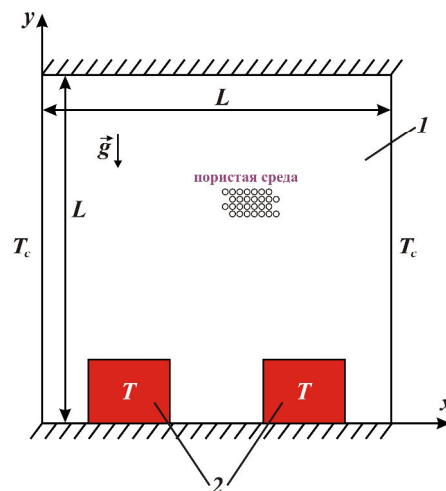


Рис.1. Область решения задачи:
1 – пористая среда, 2 – источники энергии

Полученные уравнения (1)–(3) с соответствующими начальными и граничными условиями решались методом конечных разностей на равномерной сетке 100×100 [2–5]. Значения завихренности скорости на поверхностях стенок полости и локального источника энергии определялись на основе формулы Вудса [5]. Для численного решения уравнений параболического типа (2) и (3) применялась локально-одномерная схема Самарского, позволяющая плоскую задачу свести к системе одномерных задач. Аппроксимация конвективных слагаемых проводилась на основе схемы с донорными ячейками, диффузионных – с помощью центральных разностей. Эволюционный член представлял собой одностороннюю разность по времени и обладал первым порядком точности относительно временного шага. Производные по пространственным координатам аппроксимировались со вторым порядком

точности относительно шага по координате. Дискретизация уравнения Пуассона (1) проводилась на основе формул симметричной аппроксимации вторых производных. При этом полученное разностное уравнение разрешалось методом последовательной верхней релаксации. Параметр релаксации подбирался на основе вычислительных экспериментов. Данный метод решения задач был протестирован ранее на ряде модельных задач, где была подтверждена его работоспособность [2,4,6].

Численный анализ был проведён в широком диапазоне изменения определяющих параметров: чисел Рэлея ($10^4 < Ra < 10^6$), Прандтля ($70 < Pr < 700$), Дарси ($10^{-5} < Da < 10^{-2}$), пористости ($0.3 < \varepsilon < 0.9$) и параметра изменения вязкости C ($0 < C < 3$). Следует отметить, что зависимости среднего числа Нуссельта были получены на поверхности нагревателей на основе следующей формулы:

$$Nu_{avg} = \frac{1}{3} \left[\frac{L}{h} \int_0^{h/L} \left(-\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right)_{X=(L-l)/2L} dY + \frac{L}{l} \int_{(L-l)/2L}^{(L+l)/2L} \left(-\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)_{Y=h/L} dX + \frac{L}{h} \int_0^{h/L} \left(-\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right)_{X=(L+l)/2L} dY \right]$$

и характеризуют теплосъём с источников с течением времени. Влияние определяющих параметров на результаты показано в условиях установившегося (стационарного) процесса. Сравнение изолиний функции тока и температуры, а также распределений среднего числа Нуссельта с результатами, полученными в [6], позволило сделать выводы о возможности интенсификации теплопереноса в случае введения пористой среды.

Работа выполнена в рамках реализации государственного задания Минобрнауки России (задание № 13.9724.2017/БЧ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cordoba P.A., Silin N., Dari E. A. Natural convection in a cubical cavity filled with a fluid showing temperature-dependent viscosity// International Journal of Thermal Sciences. – 2015. – Vol. 98 –P. 255-265.
2. Astanina M. S., Sheremet M. A., Umavathi J. C. Unsteady natural convection with temperature-dependent viscosity in a square cavity filled with a porous medium // Transport in Porous Media.–2015. – Vol. 110. – No. 1.– P. 113–126.
3. Rajua C.S.K., Sandeepa N., Malvandi A. Free convective heat transfer of MHD Cu-kerosene nanofluid over a cone with temperature dependent viscosity// Acta Astronautica. – 2016. – Vol. 129. – P. 419–428.
4. Астанина М. С., Шеремет М. А. Моделирование термогравитационной конвекции с переменной вязкостью в замкнутой полости с локальным источником энергии// Вестник Пермского университета. Серия: Физика. – 2015. – Выпуск 3(31)– С.52-59.
5. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.
6. Астанина М.С. Численный анализ нестационарных режимов естественной конвекции с переменной вязкостью в замкнутой полости с локальными изотермическими участками// Материалы 54-ой международной научной студенческой конференции МНСК-2016: Математика. – Новосибирск, 2016 г. – С.152.