Всероссийская молодежная научная конференция "Все грани математики и механики"

Сборник тезисов докладов

25-28 апреля 2017

Топологические пространства функций с множественно-открытой топологией

Мусаев Т.О.

Томский государственный университет, Томск e-mail: bagration1995.a@gmail.com

Множество непрерывных вещественнозначных функций C(X), где X - тихоновское, можно наделить различными топологиями. В настоящее время интерес представляют пространства $C_{\lambda}(X)$, т.е. пространства функций, наделенные множественно-открытой топологией. Предбазисными множествами для такой топологии являются множества вида [A,U]:= $\{f\in C(X)\mid f(A)\subset U,$ где $A\in\lambda,$ U-открытое множество из R $\}$.

В статье [1] доказана следующая теорема.

Теорема 1. $C_{\lambda}(X)$ - хаусдорфово топологическое векторное пространство тогда и только тогда, когда семейство λ обладает следующими свойствами: (а) λ - π -сеть для пространства X; (б) λ состоит из C-компактных подмножеств; (в) $\lambda = \lambda(C)$

Напомним, что семейство λ называется π -сетью, если для любого открытого множества $A\subset X$ существует $B\in \lambda$ такое, что $B\subset A$. Для данного семейства λ полагаем $\lambda(C)=\{A\in \lambda \mid \text{для каждого } C$ -компактного $B\subset A$, множество [B,U] открыто в $C_\lambda(X)$ для любого U в R $\}$.

В работе изучаются свойства пространств $C_{\lambda}[0,1]$. Приведены примеры семейств λ со свойством (б) таких, что:

- 1) Выполняются свойства (а) и (в);
- 2) Нарушено свойство (а) и выполнено свойство (в);
- 3) Выполняется свойство (а) и нарушено свойство (в);
- 4) Нарушены оба условия (а) и (в).

Предложение 1. В случае 1) $C_{\lambda}[0,1]$ хаусдорфово ТВП; В случае 2) $C_{\lambda}[0,1]$ не хаусдорфово ТВП; В случае 3) $C_{\lambda}[0,1]$ хаусдорфово, но не ТВП; В случае 4) $C_{\lambda}[0,1]$ не хаусдорфово и не ТВП;

Литература

1. Osipov A.V. Topological-algebraic properties of function spaces with set-open topologies // Topology and its Applications 2012. No. 159. P. 800-805.